توربوماشین ها
فصل پنجم: توربوماشین های جریان شعاعی

میلاد نادری
t.me/Hydrodynamic
www.lecturenote.blog.ir
دانشکده مهندسی مکانیک و هوافضا

۱۳۹۹

دسته بندی توربو ماشین های جریان شعاعی

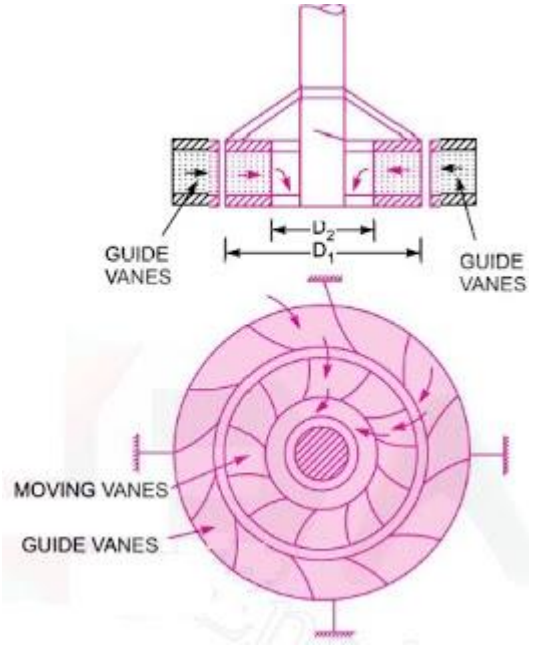
دسته بندی توربو ماشین های جریان شعاعی از نظر جهت جریان به دو صورت است:

۱) **جریان شعاعی داخلی** Inward radial flow

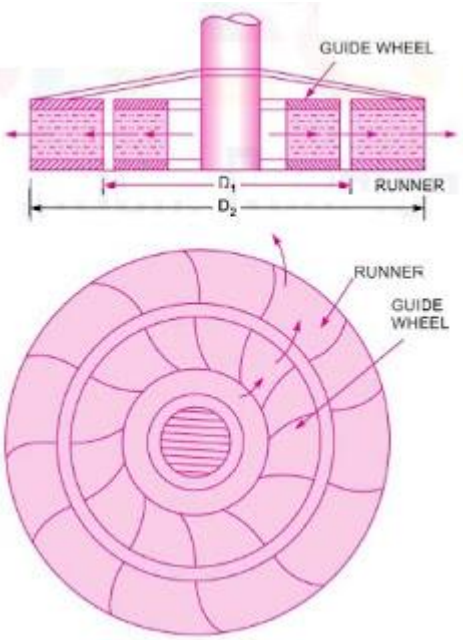
در این ماشین ها جهت کلی جریان سیال بطرف مرکز محور یعنی از شعاع بزرگتر به شعاع کوچکتر میرود.

۲) **جریان شعاعی خارجی** Outward radial flow

جهت کلی جریان سیال به طرف شعاع های بزرگتر است.



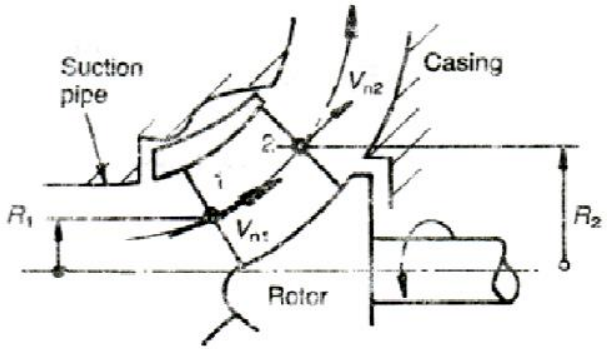
inward radial flow



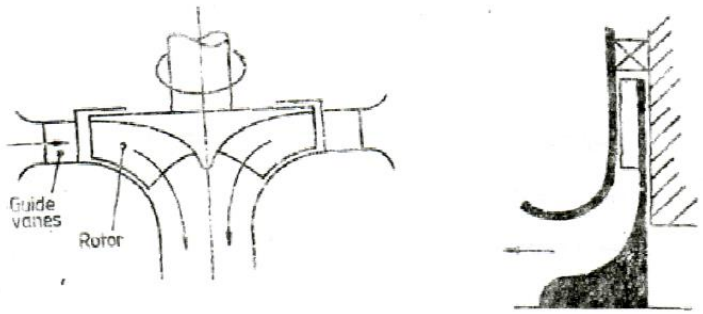
outward radial flow

دسته بندی توربو ماشین های جریان شعاعی

در پمپ ها وکمپرسورها گریز از مرکز جریان سیال تقریبا همیشه به صورت جریان خارجی است، علت این امر این است که در جریان خارجی $U_2 > U_1$ وجهت نیروی گریز از مرکز و در نتیجه افزایش فشار در جهت افزایش شعاع است. از آنجا که تغییرات سرعت نسبی سیال معمولا قسمت کمی از انرژی منتقل شده را تشکیل میدهد لازم است در پمپ ها وکمپرسور های گریز از مرکز جریان خارجی داشته باشیم تا بتوانیم هد لازم را ایجاد نمائیم. به همین دلیل توربین های شعاعی معمولا (و نه کاملاً) از نوع جریان داخلی هستند.



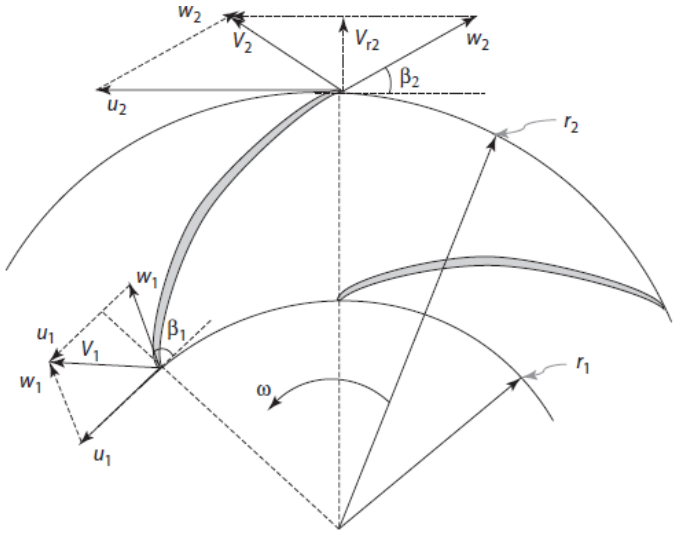
پمپ سانتریفیوژ جریان خارجی



توربین شعاعی جریان داخلی

روابط و فرمولهای موجود برای توربو ماشین های جریان شعاعی

β_2 :زاویه بین خط مماس بر پره وسیال درآن نقطه از پره که سیال خارج میشود



radial flow machines

$$E = U_1 V_{u1} - U_2 V_{u2}$$

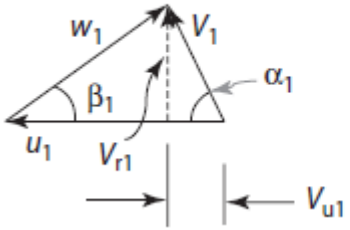
$$V_{u1} = U_1 - V_{a1} \cot g\beta_1$$

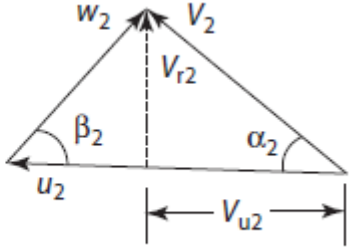
$$V_{u2} = U_2 - V_{a2} \cot g\beta_2$$

$$E = U_1(U_1 - V_{a1} \cot g\beta_1) - U_2(U_2 - V_{a2} \cot g\beta_2)$$

$$\frac{E}{U_2^{\,2}} = \frac{U_1^{\,2}}{U_2^{\,2}}(1 - \frac{V_{a1}}{U_1} \cot g\beta_1) - (1 - \frac{V_{a2}}{U_2} \cot g\beta_2)$$

$$\frac{E}{U_2^{\,2}} = \frac{r_1^{\,2}}{r_2^{\,2}}(1 - \frac{V_{a1}}{U_1} \cot g\beta_1) - (1 - \frac{V_{a2}}{U_2} \cot g\beta_2)$$





روابط و فرمولهای موجود برای توربو ماشین های جریان شعاعی

رابطه ی فوق برای کلیه توربین های شعاعی وپمپها وکمپرسور های گریز از مرکز با جریان خارجی یا داخلی است.
اگر توربو ماشین از نوع پمپ باشد،در نقطه ی طراحی $V_{u_1} = 0$ است یعنی سیال در ورود به پره ی متحرک، سرعت چرخشی ندارد وسرعت آن می تواند فقط شعاعی یا محوری یا هر دو باشد علت این امر کاهش افت اصطکاکی در توربو ماشین است. اگر توربو ماشین توربین باشد، در نقطه ی طراحی $V_{u_2} = 0$ است که در این صورت افت اصطکاکی وانرژی خروجی سیال کم است. در برخی از توربین های جریان داخلی سیال در ورود به روتور دارای چرخش نیست.
رابطه های بالا برای پمپ ها در نقطه ی طراحی ($V_{u_1} = 0$) :

$$\frac{E}{U_2^{\,2}} = -(1 - \frac{V_{a2}}{U_2}\cot g\beta_2) = \frac{V_{a2}}{U_2}\cot g\beta_2 - 1$$ **رابطه اویلر**

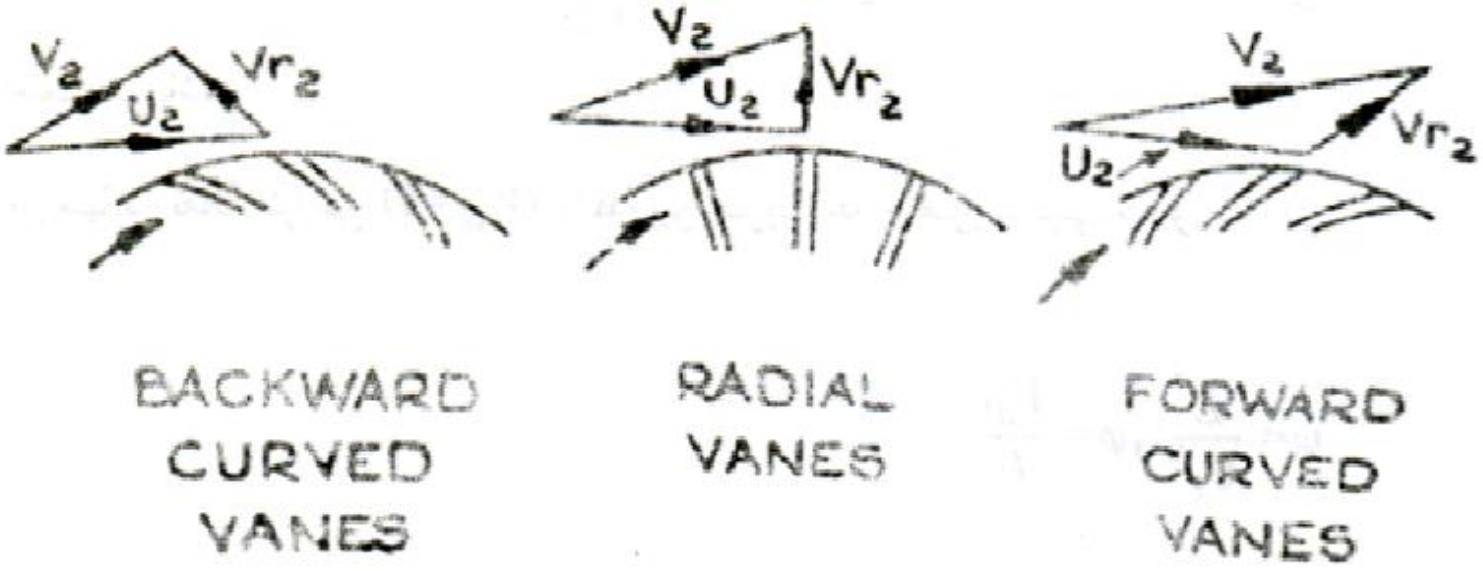
$$\psi = \frac{E}{U_2^{\,2}}$$ **ضریب هد**

$$\varphi = \frac{V_{a2}}{U_2}$$ **ضریب دبی**

در نتیجه

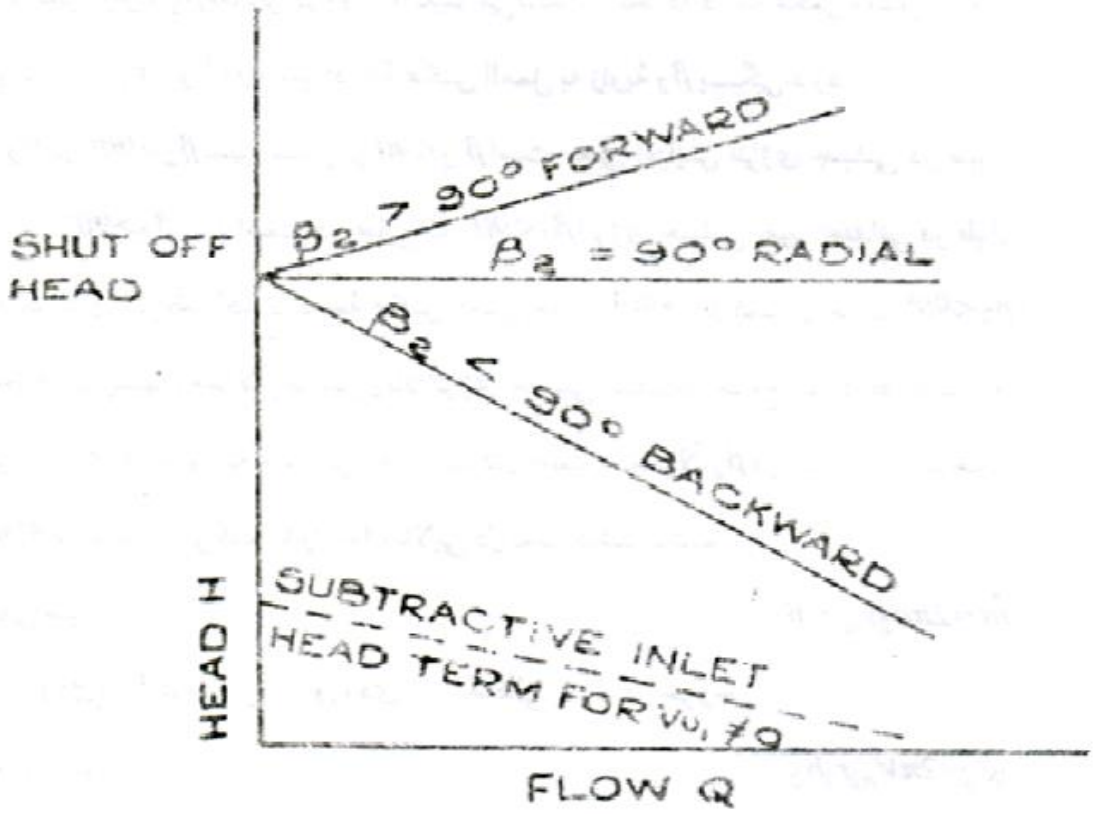
$$\psi = \varphi\cot g\beta_2 - 1$$

روابط و فرمولهای موجود برای توربو ماشین های جریان شعاعی



در پمپ ها با تغییر زاویه ی β_2 مقادیر V_{r2} و V_2 تغییر میکنند. از آنجا که درجه عکس العمل بستگی به مقادیر دو پارامتر V_{r2} و V_2 دارد پس درجه عکس العمل به زاویه ی β_2 بستگی دارد.

روابط و فرمولهای موجود برای توربو ماشین های جریان شعاعی



منحنی H-Q برای سه نوع مختلف پره جلو، پره عقب، پره شعاعی

روابط و فرمولهای موجود برای توربو ماشین های جریان شعاعی

برای توربین ها در نقطه ی طراحی ($V_{u_2} = 0$) رابطه ی بین ضریب هد وضریب دبی بصورت زیر است:

$$\varphi = \frac{V_{a1}}{U} \text{ و } \psi = \frac{E}{U_2^2}$$

$$\psi = 1 - \varphi \cot g \beta_1$$

البته در توربین هااز ضریب قدرت بجای ضریب دبی استفاده می شود

روابط و فرمولهای موجود برای توربو ماشین های جریان شعاعی

برای توربین ها در نقطه ی طراحی ($V_{u_2} = 0$) رابطه ی بین ضریب هد وضریب دبی بصورت زیر است:

$$\varphi = \frac{V_{a1}}{U} \text{ و } \psi = \frac{E}{U_2^2}$$

$$\psi = 1 - \varphi \cot g \beta_1$$

البته در توربین هااز ضریب قدرت بجای ضریب دبی استفاده می شود

روابط و فرمولهای موجود برای توربو ماشین های جریان شعاعی

دبی جرمی سیال:

$$\dot{m} = 2\pi\rho_2 V_{a2} r_2 b_2$$

r_1 شعاع ورودی، b_1 عرض پره در ورودی، ρ_2 چگالی سیال در خروجی

دبی حجمی سیال:

$$Q_2 = 2\pi V_{a2} r_2 b_2$$

$$Q_1 = 2\pi V_{a1} r_1 b_1$$

چون سیال غیر قابل تراکم است پس

$$Q_1 = Q_2$$

$$r_1 b_1 V_{a1} = r_2 b_2 V_{a2}$$

رابطه بالابرای پره های دو بعدی شعاعی که اصطلاحاً پره های شعاعی نیز نامیده می شوند، برقرار است.

روابط و فرمولهای موجود برای توربو ماشین های جریان شعاعی

برای پره های سه بعدی داریم

$$A_1 = \frac{\pi}{4}(d_{1\max}{}^2 - d_{1\min}{}^2)$$

دبی جریان:

$$Q_1 = \frac{\pi}{4}(d_{1\max}{}^2 - d_{1\min}{}^2)V_{a1}$$

قدرت ایده آل: برای پره های دو بعدی

$$P = \overset{0}{m} gH = \rho gQH$$

$$P = \rho_1 2\pi r_1 b_1 V_{a1}\{U_1(U_1 - V_{a1}\cot g\beta_1) - U_2(U_2 - V_{a2}\cot g\beta_2)\}$$

برای پره های سه بعدی:

$$P = \rho_1 \frac{\pi}{4}(d_{1\max}{}^2 - d_{1\min}{}^2)V_{a1}\{U_1(U_1 - V_{a1}\cot g\beta_1) - U_2(U_2 - V_{a2}\cot g\beta_2)\}$$

در رابطه های بالا قدرت برای پمپها منفی و برای توربینها مثبت می شود.

روابط و فرمولهای موجود برای توربو ماشین های جریان شعاعی

برای پمپها و کمپرسورهای گریز از مرکز (با پره دو بعدی) در نقطه طرح ($V_{u1} = 0$) قدرت از رابطه زیر محاسبه می شود.

$$P_{pump} = \rho_1 2\pi r_1 b_1 V_{a1} U_2^{\,2} (1 - \frac{V_{a2}}{U_2} \cot g\beta_2)$$

و برای توربینها با پره های دو بعدی در نقطه طرح ($V_{u2} = 0$) قدرت از رابطه زیر محاسبه می شود:

$$P_{Turbin} = \rho_1 2\pi r_1 b_1 V_{a1} U_1^{\,2} (1 - \frac{V_{a1}}{U_1} \cot g\beta_1)$$

قدرت بدون بعد:

$$\frac{P_T}{\rho_1 Q_1 V_{u1}^{\,2}} = \frac{U_1}{V_{u1}} (\frac{U_1}{V_{u1}} - \tan\alpha_1 \cot g\beta_1)$$

زاویه ورودی α_1 و $\tan\alpha_1 = \frac{V_{a1}}{V_{u1}}$

توربو ماشین های جریان شعاعی

موارد استفاده از توربو ماشین های جریان شعاعی :
در نیروگاه ها، تولید انرژی از گاز مایع ،تبرید درجه حرارت پایین ،کسب انرژی از زباله ها و سوپر شارژرها (با سیال قابل تراکم کار می کند) برای موتور هایی که با هوا کار میکنند.
مزایای توربوماشین های جریان شعاعی :
۱) ساخت ارزان در مقایسه با توربین چند مرحله ای جریان محوری
۲) ساده وجمع وجور بودن آنها.
۳) راندمان آنهادر مواقعیکه جریان گاز کم باشد بسیار بالا است.

معایب توربو ماشینهای جریان شعاعی :
۱) چند مرحله نمیشود(نسبت ساخت محدود است)
۲) سرعت خروجی زیاد است وباعث کم شدن جرم مخصوص گاز میشود و مقطع خروجی را کوچک میکند.

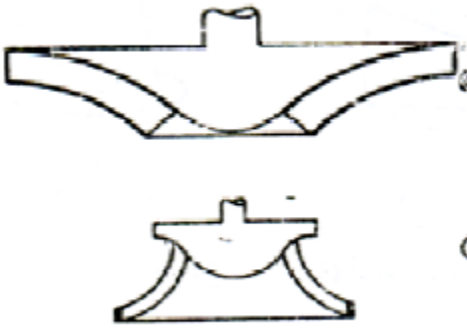
در طراحی، زاویه ورودی فاکتور تعیین کننده ایست نظیر زاویه خروجی در کمپرسور ها.

سرعت مخصوص وتحلیل توربین فرانسیس براساس آن

$$Ns = \frac{NP^{1/2}}{H^{5/4}} \qquad 15 < N1_s < 100$$

۱-برای هد زیاد، دور باید کم باشد . زیرا سرعت ورودی زیاد ودر نتیجه سرعت نوک پره زیاد است وباید قطر را زیاد بگیریم . قطر بزرگ وسرعت زیاد برای دبی کم باعث کاهش عرض نوک پره میشود . شکل (1) سرعت مخصوص کم.

۲-اما اگر هد کم باشد عرض ورودی زیاد ودر نتیجه قطر تیغه کوچک میشود تا بتوانیم دور کمی را داشته باشیم. شکل(2) سرعت مخصوص زیاد .



سرعت مخصوص کم

قطر زیاد عرض نوک کم

سرعت مخصوص زیاد

قطرکم عرض زیاد تیغه

در عمل معمولاً هد و دبی و دور را طوری انتخاب میکنند که به صورت متعادل باشد و با نسبت های مورد نظر کار کند که شکل تیغه را به صورت یک شکل اختصاصی در خواهد آوردکه نه شکل (۱) باشد ونه شکل (۲) باشد.

پمپ های گریز از مرکز

پمپ های گریز ازمرکز معمولاً از یک یا چند متحرک پره دار تشکیل شده است که محور دوران موتور به آن متصل می باشد. این چرخ متحرک در داخل محفظه ای به نام بدنه قراردارد. مایع از سوراخ مرکزی چرخ دوار بصورت محوری وارد چرخ شده و بعد از لغزیدن از لابه لای پره های پروانه بطریق مماسی و شعاعی به سمت پیرامون پروانه دوران میکند.

گردش پره ها موجب ایجاد نیروی گریز از مرکز گردیده و در نتیجه فشار، سرعت سیال و در نهایت انرژی سیال داخل ماشین افزایش یافته و سیال را به طور پیوسته به جریان می اندازد. در اطراف چرخ، محفظه ای قرار دارد که مایع بعد از ترک چرخ دوار وارد آن شده، انرژی جنبشی آن به انرژی فشاری تبدیل و از طریق لوله رانش به خارج فرستاده می شود.

ساختمان آن به شکل مقابل است .فرمول های دبی ،هد و قدرت آن پیش از این ارائه شده است.این پمپ ها بسته به کار بردشان انواع گوناگون دارندکه از جمله پمپ های یک مکشه ،دومکشه، یک طبقه ، دو طبقه، با محور قائم ، با محور افقی ، پوسته حلزونی، پوسته دیفیوزری را می توان نام برد. پمپ های گریز از مرکز معمولی اغلب یک مکشه هستند.در پمپ های دو مکشه سیال از دو طرف به موازات محور پمپ وارد روتور می شوند .درپمپ های چند طبقه پروانه های متعددی (از دو تا ده عدد) بر روی محور پمپ تعبیه شده است.

پوسته ی پمپ به شکلی است که سیال بعد از خروج از یک پروانه به ورودی پروانه ی دیگری هدایت می شودوبه این ترتیب دبی عبوری از تمامی طبقات یکسان بوده و برابر دبی کل جریان است ولی هد کل پمپ برابر حاصل جمع هد هر یک از طبقات است

اجزا پمپ های گریز از مرکز

یک پمپ گریز از مرکز از سه قسمت تشکیل شده است:

۱)پروانه

۲)پوسته

۳)محور

۱)**پروانه(روتور)**: شامل پره های متحرک است.پره ها می توانند به صورت باز، نیمه باز ، بسته باشند.

۲)پوسته: پوسته ی پمپ از چهار قسمت تشکیل شده است:

الف) نازل ورودی(چشم پمپ)

ب) قسمت دربر گیرنده ی پره های متحرک

ج) دیفیوزر

د) جمع کننده

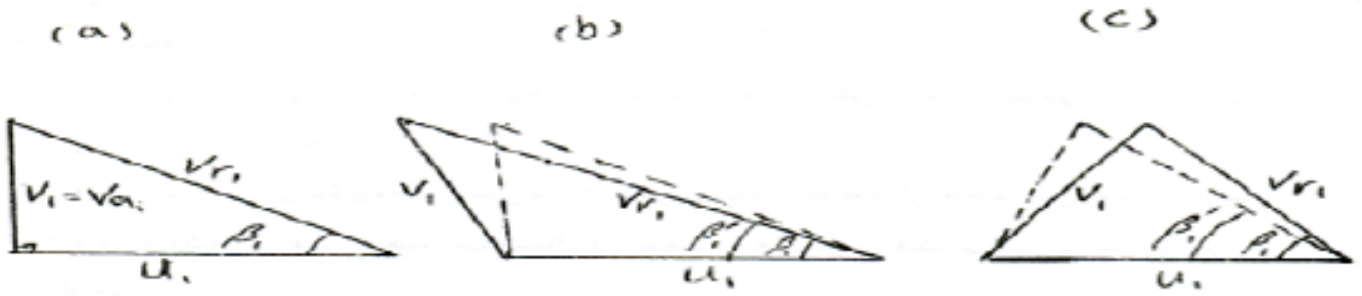
اجزا پمپ های گریز از مرکز

۳)شافت یا محور پمپ: عامل ایجاد حرکت دورانی و انتقال قدرت از محرک (موتور) به روتور است و طراحی آن برحسب سرعت دورانی بحرانی شافت است. *نقش محور پمپ، ایجاد لنگر و درنتیجه انتقال قدرت تولید ی از موتور محرک به چرخ متحرک و ایجاد حرکت دورانی در آن است. محور پمپ باید وزن قسمت های متحرک ماشین و نیز سایر نیروهارا باتغییر شکلی که کمتر از فاصله بین قسمت های ثابت و متحرک پمپ می باشد تحمل نماید. بوش محور برای محافظت آن از ساییده شدن در محل تماس با سایر قسمت های ساکن بکا رمی رود. اگر بوش بیشتر از مقدار معینی سائیده شود موجب افزایش نشتی آب و از بین رفتن لایه های آب بندی می گردد. بوش محور توسط پیچ و مهره هایی از نظر طولی نسبت به محور ثابت نگه داشته شده و برای اینکه حول محور نچرخد آنرا توسط خار تثبیت می کنند. برای اینکه بین بوش محور وجعبه آب بندی سایش زیادی ایجاد نگردد باید از برنز و یا فولاد استفاده شود. این بوش اگر از مقدار بیشتری سائیده شود موجب نشت زیاد آب گردیده و لائی های آب بندی را سریعتر خراب خواهد نمود. در انتخاب مواد ساختمانی محور پمپ باید پارامترهایی چون حد تحمل مقاومت در مقابل زنگ زدگی و حساسیت درمقابل ایجاد جاخار را درنظر گرفت. در عمل حد تحمل بعلت زنگ زدگی و عواملی چون رزوه پیچ ها و جاخارها به مقدار زیادی کاهش می یابد. بطور کلی جنس محور باید از فولاد ضد زنگ همراه با آلیاژ آلومینیوم باشد.*

سایر قسمت های پمپ شامل آبند ها (آب بندی محوری)، دریچه ی تخلیه ی هوا، یاتاقان ها،کوپلینگ اتصال محور به موتور و پیچ های نگدارنده هستند.

تئوری پمپ های گریز از مرکز درخارج از نقطه ی طراحی ($V_{u_1} \neq 0$)

در نقطه ی طراحی فرض بر این بود که سیال بدون چرخش وارد روتور می شود.اما اگر از نقطه ی طراحی خا رج شویم، مثلث های سرعت تغییر کرده و سبب می شود سیال اجباراً با چرخش وارد روتور شود تا بتواند بدون برخورد شدید با پره ها از فضای بین پره ها عبور کند. مثلث های سرعت ورودی در سه حالت به صورت زیر است.



دبی نقطه ی طراحی | دبی بزرگتر از نقطه ی طراحی | دبی کوچکتر از نقطه ی طراحی

مثلث سرعت برای نقاط کار مختلف

تئوری پمپ های گریز از مرکز درخارج از نقطه ی طراحی ($V_{u_1} \neq 0$)

U_1 به علت ثابت بودن دور محور وشعاع پره ها در سه شکل فوق یکسان است.

فرض بر این است که سرعت نسبی سیال به طور مماس بر پره ها به آنها برخورد می کند. زاویه ی سرعت نسبی سیال و زاویه ی پره یکسان است. شکل (a) نقطه ی طراحی ($V_{u1} = 0$)است. شکل (b) چون دبی از دبی نقطه ی طراحی بیشتر است (طرح $V_{a1} > V'_{a1}$) پس $V_{u1} < 0$ است. شکل (c) چون دبی از دبی نقطه ی طراحی کمتراست ($V'_{a1} > V_{a1}$) پس ($V_{u1} < 0$) است. علت چرخش در سیال قبل از برخورد به پره ها این است که سیال برای عبور از بین پره های متحرک باید جهتش را طوری تغییر دهد که بتواند از بین این پره ها عبور کند.در غیر این صورت سیال به پره ها برخورد کرده و افت شدیدی ایجاد می شود. توجه کنید که همیشه در جریان ها ،سیال راحت ترین راه را برای حرکت انتخاب می کند. عامل ایجاد این چرخش ویسکوزیته ی سیال است.

در عمل برخورد بین سیال وپره اندک بوده و $(\beta'_1 - \beta_1) \cong 0$ است .یعنی $\beta_1 = \beta'_1$ که در بعضی منابع رابطه ی $\beta'_1 = 1 - 3\beta_1$ می نویسند.

تلفات وبازده ها

تلفات درتوربوماشین ها با جریان های تراکم ناپذیر را میتوان به دو دسته تقسیم کرد: داخلی و خارجی. اثر تلفات داخلی افزایش آنتالپی سیال عبوری از ماشین و تلفات خارجی، انرژی غیرمفید از ماشین است.

- تلفات داخلی:

این تلفات به سه نوع است :

الف) تلفات هیدرولیکی: به علت لزج بودن سیال،جریان آن در جاری ماشین همراه با افت فشارهای ناشی از اصطکاک، تغییر مسیر سیال و عدم موازی بودن خطوط جریان با پره ها و گردابه ها است که محاسبه دقیق این اتلافات به علت نامشخص بودن رژیم جریان دربین پره های چرخ و همچنین وجود لایه مرزی و امکان جدایی آن امکانپذیر نیست. تلفات ناشی از نامناسب بودن امتداد جریان درورود به کانال بین پره ها تلفات شوک نامیده می شود. معمولاً محاسبه تلفات هیدرولیکی باقبول فرضیات مختلف و استفاده از فرمول های تجربی همراه است.

ب) تلفات نشتی داخلی: به علت وجود درز اجباری بین اجزا دوار ثابت ماشین، نواحی ورودی و خروجی چرخ با یکدیگر ارتباط دارند. درماشین های توان گیر فشار سیال خروجی چرخ از فشار آن در ورودی بیشتراست نتیجتاً بخشی از سیال خروجی چرخ از طریق درز بین چرخ پوسته به ناحیه ورودی آن نفوذ می کند که این دبی را دبی نشتی می نامند. بخشی از قدرت چرخ که صرف جریان درآوردن دبی نشتی داخلی می شود به تلفات نشتی داخلی معروف است.

تلفات وبازده ها

ج) تلفات دیواره ها: *بین چرخ و پوسته ماشین سیال غیرفعال، قسمتی از قدرت تلف می شود که به تلفات دیواره ها موسو م است.*

تذکر: بین پوسته خارجی چرخ دیواره ثابت ماشین تلفات نشتی داخلی و تلفات دیواره ها همزمان بوجود می آیند منتهی تلفات نشتی داخلی مربوط به سیالی است که از درزبین چرخ و پوسته عبورمی کند درحالیکه تلفات دیواره ها مربوط به قسمتی ا زسیال است که با چرخ دوران می کند.

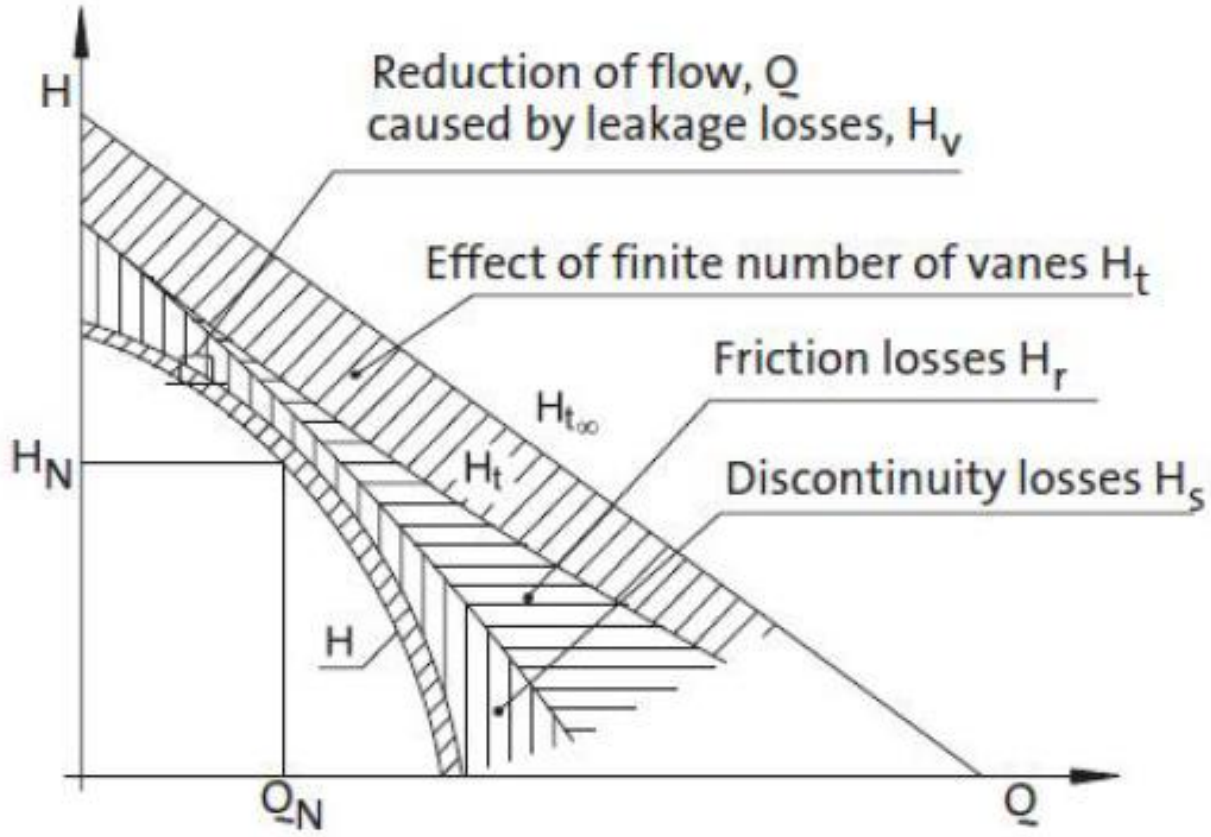
- تلفات خارجی:

این تلفات بردونوع است :

الف) تلفات نشتی خارجی: *قسمتی از سیال راکه از بین محورو پوسته ماشین به خارج نفوذ می کند دبی نشتی خارجی می نامیم.*

ب) تلفات مکانیکی: *تلفات مکانیکی عبارت است از مجموع تلفات ناشی از اصطکاک مکانیکی دریاتاقانها، کاسه نمد ها، واشرها ی آب بندی بین محور پوسته و بالاخره قسمت های اضافی که احیاناً بطور مستقیم توسط چرخ به گردش درمی آیند.*

تلفات وبازده ها



لغزش سیال

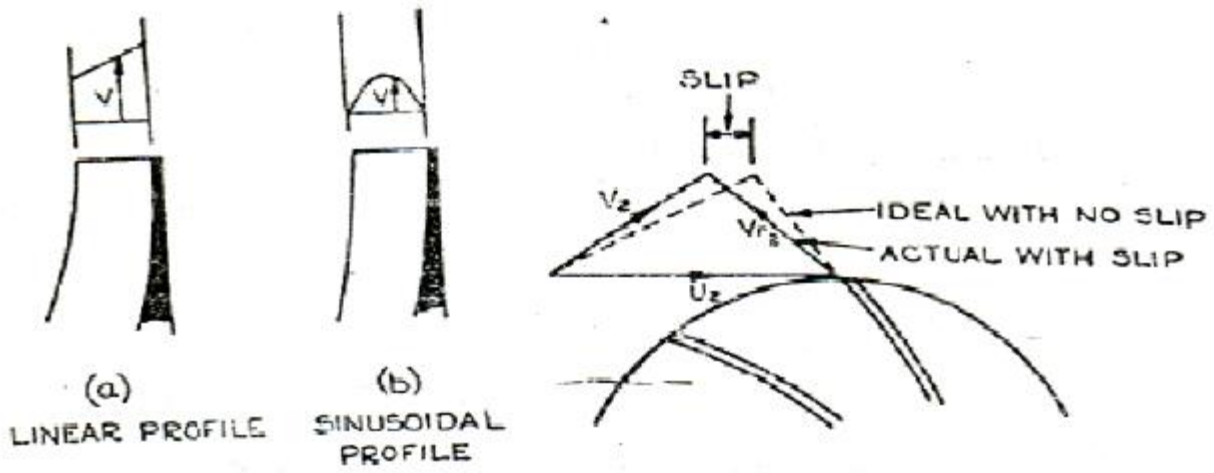
به دلیل اختلاف فشار ی که بین دو تیغه ی پره با علامت +و- توزیع سرعت غیر یکنواخت خواهد بود که این باعث می شود سیال در امتداد زاویه ی پره β_2 خارج نشود. چرا که در قسمتی که سیال با سرعت بیشتر حر کت می کند یعنی اثرات پره روی سیال بیشتر است مناطقی که سرعت کمتر است، اثرات پره روی سیال کمتر است و لذا در بخش سرعت زیاد، سیال تمایل به به جدا شدن از امتداد تیغه را ندارد و زاویه ی خروج سیال کمتر از پره است که به این پدیده لغزش گویند.

از روتور حول محور خود چرخشی ندارد ویا چرخش کمی داردو زاویه ی انحراف غیر قابل اغماضی در مقطع خروجی از روتور ایجاد می کند که باید در محاسبات منظور شود . بر اثر این زاویه ی برخورد سیال در ورودی روتور نیز تغییر می کند ولی به علت کوچک بودن U_1V_{u1} از آن صرف نظر می شود.براثر جریان ثانویه بین پره ها مؤلفه ی دورانی سرعت سیال در خروج از روتور (V_{u1}) کوچکتر از مقداری است که توسط مثلث های سرعت اویلر پیش بینی شده.در اشکال رسم شده، خط پر مثلث اویلر وخط چین مثلث واقعی است. اختلاف بین مؤلفه های دورانی سرعت در این حالت را لغزش گویند

مقدار لغزش $= V'_{u2} - V_{u2}$

ضریب لغزش $\mu e = \frac{V_{u2}}{V'_{u2}} < 1$

لغزش سیال



نمایش توزیع سرعت خروجی ومثلث سرعت با لغزش

همه ی ماشین ها لغزش دارند . لغزش یک پدیده ی کاملاً مکانیکی است که بین دو تیغه اتفاق می افتد و افت به حساب نمی آید.

ضریب لغزش

ضریب لغزش: لغزش خروجی سیال از بین تیغه های ماشین جریان شعاعی در عرض کانال یکنواخت نیست و متفاوت است لذا زاویه ی خروجی سیال نیز متفاوت از نقطه ی طراحی خواهد بود که این تغییر باعث کاهش در عملکرد می شود. ولذا دروضعیت ایده آل هم لغزش وجود دارد . نسبت هد ایده آل در لغزش به هد محاسبه شده بدون لغزش (هد اویلر) را ضریب لغزش می گویند. $\mu = \frac{H_i}{H_e}$

در نقطه ی طراحی ضریب لغزش به صورت روبروست. $\mu = \frac{V_{u2}}{V'_{u2}}$

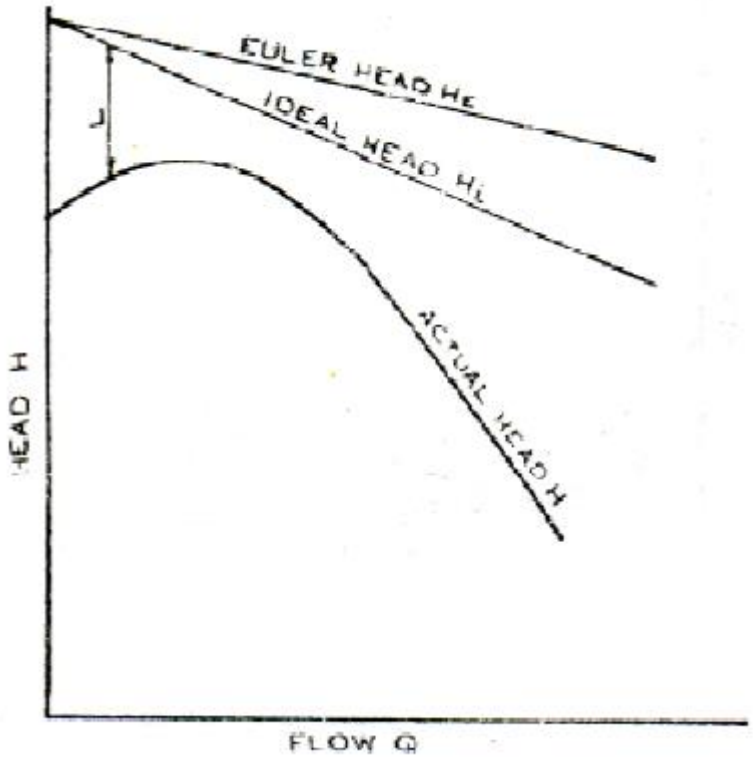
برای یافتن هد ایده آل H_i با استفاده از مثلث های سرعت اویلر، هد اویلر را محاسبه کرده و در ضریب لغزش ضرب می کنیم تا هد ایده آل به دست آید. مقدار ضریب لغزش بستگی به زاویه ی β_2 وابعاد روتور دارد. منحنی هد بر حسب دبی پمپ در حالت های مختلف زیر رسم شده است.

ضریب لغزش

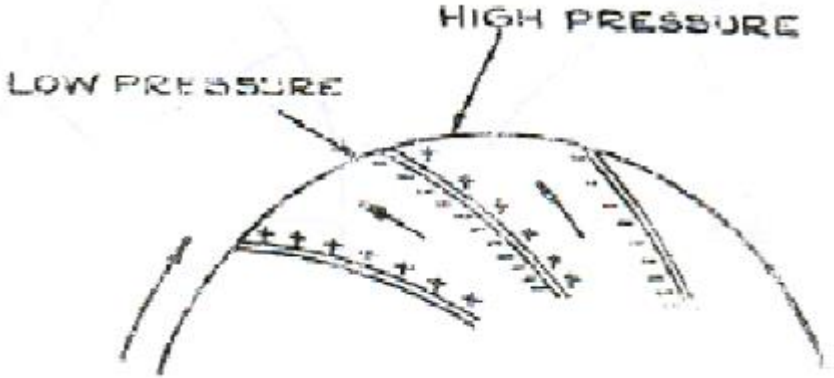
ضریب لغزش ماشین های مختلف طبق جدول زیر است::

ردیف	نوع توربوماشین	راندمان هیدرولیکی η_h%	ضریب لغزش μ
۱	فنهای گریز از مرکز، پروانه‌ها کمپرسورهای چند مرحله‌ای	60- 70%	0.9
۲	توربینهای گازی $(P_1/P_4 = 4)$	78%	0.9
۳	پمپ گریز از مرکز $Q<500\ gpm$	60-75%	0.7
۴	پمپ گریز از مرکز $Q>500gpm$	70-90%	0.7

ضریب لغزش



یک نمونه منحنی مشخصه پمپ وکمپرسور



توزیع فشار درون پروانه

ضریب لغزش

هد اویلر $H_e = U_2 V'_{u2}$

هد ایده آل $H_i = U_2 V_{u2}$

ضریب کلی لغزش $\mu = \frac{H_i}{H_e} < 1$

هد واقعی

هد ایده آل

$$\eta_p = \frac{H_a}{H_i} = \frac{sssssssssss}{} \Rightarrow H_a = \eta_p H_i = \eta_P \mu H_e$$

با افزایش تعداد پره ها ضریب لغزش به یک نزدیکتر می شود و اختلاف سرعت ها کم می شود.