

پاسخ تمرین سری اول

$$ds^2 = \sum_{ij} g_{ij} dq_i dq_j \quad \text{سوال دوم)$$

$$ds^2 = dx_1^2 + dx_2^2 + dx_3^2 - dx_4^2$$

با توجه به فرض مسئله داریم $dx_4 = 0$
با مقایسه با رابطه اصلی در حیث سم: $g_{ij} = 0 : i \neq j$ دو مختصات متعادل بودند.

$$g_{11} = 1, \quad g_{22} = -1, \quad g_{33} = -1, \quad g_{44} = -1$$

$$\Rightarrow g_{ij} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$x = v\omega, \quad y = u\omega, \quad z = uv$$

سوال سوم)

$$g_{ij} = \frac{\partial r}{\partial q_i} \cdot \frac{\partial r}{\partial q_j} \quad r = v\omega \hat{i} + u\omega \hat{j} + uv \hat{k}$$

$$\textcircled{1} \quad \frac{\partial r}{\partial v} = \omega \hat{i} + u \hat{k} \quad \textcircled{2} \quad \frac{\partial r}{\partial w} = v \hat{i} + u \hat{j} \quad \textcircled{3} \quad \frac{\partial r}{\partial u} = w \hat{j} + v \hat{k}$$

$$g_{11} = \omega^2 + u^2, \quad g_{12} = \omega v, \quad g_{13} = uv$$

$$g_{ij} = \begin{pmatrix} \omega^2 + u^2 & \omega v & uv \\ \omega v & v^2 + u^2 & uw \\ uv & uw & \omega^2 + v^2 \end{pmatrix}$$

$$g_{21} = \omega v, \quad g_{22} = v^2 + u^2, \quad g_{23} = uw$$

$$g_{31} = uv, \quad g_{32} = uw, \quad g_{33} = \omega^2 + v^2$$

$$ds^2 = (\omega^2 + u^2) dv^2 + \omega v dv dw + uv dv du + uv dw dv + (v^2 + u^2) dw^2$$

$$+ uw dv du + uv du dw + uw dw du + \omega^2 + v^2 dudw$$

$$x^2 - y^2 = V \Rightarrow \frac{x^2}{V} - \frac{y^2}{V} = 1 : \text{ معادله هذلی } \quad \text{سوال اول)$$

$$xy = u \Rightarrow y = \frac{u}{x} : \text{ معادله سهی}$$

$$z = z \quad \text{معادله صفری}$$

$$\hat{u} \times \hat{v} = -\hat{k} : \text{ باوج بهیش} \\ \text{دستگاه از خوب خارجی} \\ \text{سچ دستگاه حیلمند است.}$$

