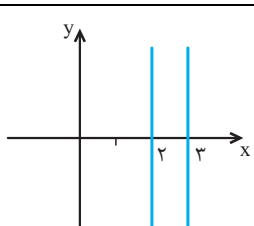


آزمون ۱ پایان سال

ردیف	سؤالات	نمره
۱	تعریف مفاهیم زیر را بنویسید الف) میانه ب) نمونه‌گیری خوشه‌ای پ) متغیر کیفی	۲/۲۵
۲	ارزش گزاره‌های زیر را تعیین کنید. الف) $\{1\} \in \{1, 2, 3\}$ ب) اگر $a > b$ آنگاه $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$ پ) $(\forall < 8) \wedge (\frac{\forall}{\forall} \in \mathbb{Z})$ ت) $\forall n \in \mathbb{N}; 2^{2^n} + 1$ اول است	۱
۳	برای مجموعه‌های A و B با مجموعه مرجع U ثابت کنید $A \subseteq A \cup B$ می‌باشد.	۱
۴	درستی تساوی روبه‌رو را بررسی کنید. $(A' \cap B) \cup [(B \cap A) - B'] = B$	۱/۲۵
۵	اگر $A = \{y + 3, 6, z\}$ و $B = \{x + 2, 5, -1\}$ در این صورت، با فرض $A \times B = B \times A$ بیشترین مقدار برای $(x + y + z)$ را بیابید.	۱/۵
۶	اگر $A = \mathbb{R}$ و $B = \{2, 3\}$ باشند. نمودار ضرب دکارتی $B \times A$ را رسم کنید.	۰/۵
۷	عددی به تصادف از بین ۱ تا ۵۰۰ انتخاب می‌کنیم. احتمال آن را محاسبه کنید که عدد انتخابی بر ۳ بخش پذیر باشد، ولی بر ۷ بخش پذیر نباشد.	۱
۸	سه شناگر A ، B و C با هم مسابقه می‌دهند. احتمال پیروز شدن شناگر A و B مساوی است و دو برابر احتمال برد C است. احتمال اینکه در این مسابقه A پیروز نباشد، چقدر است؟	۱
۹	در پرتاب سه سکه اگر بدانیم هر سه یکسان ظاهر نشده‌اند، احتمال اینکه حداقل ۲ سکه رو ظاهر شده باشد را محاسبه کنید.	۱
۱۰	احتمال مبتلا شدن به یک بیماری خاص برای کودکی که واکسن زده ۰/۰۱ و برای کودکی که واکسن نزده ۰/۲ است. اگر در شهری ۸۰ درصد کودکان، واکسن زده باشند، احتمال اینکه یک کودک از این شهر به این بیماری مبتلا شود چقدر است؟	۱/۵
۱۱	سه فرد A ، B و C نسخه‌خوان‌های یک مؤسسه انتشاراتی‌اند که به ترتیب ۳۰، ۴۰ و ۳۰ درصد از کارهای نسخه‌خوانی را انجام می‌دهند. احتمال اینکه این سه نفر صفحه‌ای که به آنها سپرده شده را بی‌غلط تصحیح کنند به ترتیب ۰/۹، ۰/۹۵ و ۰/۹۹ است. صفحه‌ای نسخه خوانی شده، ولی هنوز غلط دارد. احتمال اینکه مسئول خواندن آن صفحه فرد B بوده باشد، چقدر است؟	۱/۵
۱۲	جعبه‌ای شامل ۱۲ لامپ است که ۵ تای آنها معیوب است. اگر به تصادف و با جای‌گذاری ۲ لامپ از جعبه بیرون آوریم، احتمال آن را به دست آورید که: الف) هر دو لامپ معیوب باشند. ب) حداکثر یک لامپ معیوب باشد.	۱

ردیف	سؤالات	نمره																									
۱۳	جدول زیر که مربوط به میزان علاقه‌مندی ۶۰ دانش‌آموز را به رشته‌های ورزشی نشان می‌دهد، تکمیل کنید.																										
	<table border="1"> <thead> <tr> <th>رشته</th> <th>فراوانی</th> <th>فراوانی نسبی</th> <th>درصد</th> <th>زاویه مرکزی</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>فوتبال</td> <td>۳۰</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>والیبال</td> <td>۱۵</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>شنا</td> <td>۱۰</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>تنیس</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table>	رشته	فراوانی	فراوانی نسبی	درصد	زاویه مرکزی	فوتبال	۳۰				والیبال	۱۵				شنا	۱۰				تنیس					۱/۵
رشته	فراوانی	فراوانی نسبی	درصد	زاویه مرکزی																							
فوتبال	۳۰																										
والیبال	۱۵																										
شنا	۱۰																										
تنیس																											
۱۴	براساس نمودار بافت‌نگاشت زیر، میانگین داده‌ها را به‌دست آورید.																										
۱																											
۱۵	واریانس داده‌های ۱۶، ۱۱، ۱۹ و ۱۴ را به‌دست آورید.	۱																									
۱۶	برای موضوعات زیر بهترین روش جمع‌آوری داده را بنویسید. الف) گروه سنی افرادی که به سینما می‌روند. ب) تأثیر نور بر رشد گیاهان آپارتمان پ) میزان تصادف‌ها بین سال‌های ۹۰ تا ۹۳	۰/۷۵																									
۱۷	رئیس یک دانشگاه علاقه‌مند است متوسط سن دانشجویانی که در سال جاری ثبت نام کرده‌اند را بداند. او یک نمونه ۲۵ نفری از دانشجویان انتخاب می‌کند. میانگین سن آنها ۲۰ سال برآورد شده است. اگر از بررسی‌های قبلی انحراف معیار سن دانشجویان برابر ۱/۹ باشد. بازه اطمینان ۹۵ درصد برای میانگین سن دانشجویان را محاسبه کنید.	۱/۲۵																									
جمع	موفق باشید	۲۰																									

پایان سال ۱ پاسخ تشریحی آزمون

ردیف	سؤالات	نمره
۱	الف) عدد وسط مجموعه‌ای از داده‌ها که از کوچک به بزرگ مرتب شده باشند را میانه داده‌ها می‌گوییم و آن را با Q_p نشان می‌دهیم. ب) نمونه‌گیری که در آن، واحدهای نمونه‌گیری اولیه در جامعه، گروه‌ها یا خوشه‌ها باشند؛ سپس همه واحدهای آماری خوشه‌های انتخاب شده را به‌عنوان نمونه در نظر می‌گیریم. پ) متغیری است که صرفاً برای دسته‌بندی افراد یا اشیا در گروه‌ها به‌کار می‌رود و لزوماً مقدار عددی نمی‌گیرد.	۲/۲۵
۲	الف) نادرست ب) نادرست پ) نادرست ت) نادرست	۱
۳	بنابراین داریم: $\forall x; (x \in A \Rightarrow x \in A \vee x \in B) \Rightarrow x \in A \cup B$ $\forall x; (x \in A \Rightarrow x \in A \cup B) \Rightarrow A \subseteq A \cup B$	۱
۴	$(A' \cap B) \cup [(B \cap A) - B'] = (A' \cap B) \cup [(B \cap A) \cap B] = (A' \cap B) \cup (A \cap B)$ $= B \cap (A' \cup A) = B \cap U = B$	۱/۲۵
۵	با توجه به اینکه $A \neq \emptyset, B \neq \emptyset$ و $A \times B = B \times A$ پس $A = B$ ، پس داریم $\{x+2, 5, -1\} = \{y+3, 6, z\}$ حالت اول: $\begin{cases} x+2=6 \\ y+3=5 \\ z=-1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=4 \\ y=2 \\ z=-1 \end{cases} \Rightarrow x+y+z=5$ حالت دوم: $\begin{cases} x+2=6 \\ y+3=-1 \\ z=5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=4 \\ y=-4 \\ z=5 \end{cases} \Rightarrow x+y+z=5$ در هر دو حالت مقدار $x+y+z$ برابر ۵ می‌باشد.	۱/۵
۶	$A = \mathbb{R}$ $B = \{2, 3\}$ 	۰/۵
۷	$S: 500 \Rightarrow S = 500$ $A: 3$ بخش پذیر باشد $\Rightarrow A = \left[\frac{500}{3} \right] = 166 \Rightarrow P(A) = \frac{166}{500}$ $A \cap B: 21$ بخش پذیر باشد $\Rightarrow A \cap B = \left[\frac{500}{21} \right] = 23 \Rightarrow P(A \cap B) = \frac{23}{500}$ $P(A \cap B') = P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) = \frac{166}{500} - \frac{23}{500} = \frac{143}{500}$	۱

ردیف	سؤالات	نمره																		
۸	$S = \{A, B, C\} \Rightarrow P(A) + P(B) + P(C) = 1$ $\left. \begin{aligned} P(A) = P(B) = 2P(C) \\ \Rightarrow 2P(C) + 2P(C) + P(C) = 1 \Rightarrow P(C) = \frac{1}{5} \\ \Rightarrow P(A) = P(B) = \frac{2}{5} \\ P(\{B, C\}) = P(B) + P(C) = \frac{2}{5} + \frac{1}{5} = \frac{3}{5} \end{aligned} \right\}$	۱																		
۹	<p>پیشامد A را یکسان ظاهر نشدن سه سکه و B را حداقل رو شدن دو سکه در نظر می‌گیریم، داریم:</p> $P(B A) = \frac{n(B \cap A)}{n(A)} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ $A = \{(ر, ر, پ), (پ, ر, ر), (ر, پ, ر), (پ, ر, پ), (ر, ر, پ), (پ, ر, ر), (ر, ر, ر), (پ, ر, ر)\}$ $A \cap B = \{(ر, ر, پ), (ر, پ, ر), (پ, ر, ر)\}$	۱																		
۱۰	<p>ابتلا به بیماری</p> <table style="display: inline-table; vertical-align: middle;"> <tr> <td style="text-align: center;">۸۰</td> <td style="text-align: center;">۱</td> <td style="text-align: center;">۱</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">۱۰۰</td> <td style="text-align: center;">۱۰۰</td> <td style="text-align: center;">۱۰۰</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">۲۰</td> <td style="text-align: center;">۲۰</td> <td style="text-align: center;">۲۰</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">۱۰۰</td> <td style="text-align: center;">۱۰۰</td> <td style="text-align: center;">۱۰۰</td> </tr> </table> <p>واکسن زده</p> <p>واکسن نزده</p> $P(\text{ابتلا به بیماری}) = \frac{80}{100} \times \frac{1}{100} + \frac{20}{100} \times \frac{20}{100} = \frac{48}{1000}$	۸۰	۱	۱	۱۰۰	۱۰۰	۱۰۰	۲۰	۲۰	۲۰	۱۰۰	۱۰۰	۱۰۰	۱/۵						
۸۰	۱	۱																		
۱۰۰	۱۰۰	۱۰۰																		
۲۰	۲۰	۲۰																		
۱۰۰	۱۰۰	۱۰۰																		
۱۱	<p>غلط داشتن \cap مسئول خواندن فرد B بوده = $\frac{P(\text{غلط داشتن} \cap \text{مسئول خواندن فرد B بوده})}{P(\text{غلط داشتن})}$</p> <table style="display: inline-table; vertical-align: middle;"> <tr> <td style="text-align: center;">۳۰</td> <td style="text-align: center;">۱۰</td> <td style="text-align: center;">۱۰</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">۱۰۰</td> <td style="text-align: center;">۱۰۰</td> <td style="text-align: center;">۱۰۰</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">۴۰</td> <td style="text-align: center;">۵</td> <td style="text-align: center;">۵</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">۱۰۰</td> <td style="text-align: center;">۱۰۰</td> <td style="text-align: center;">۱۰۰</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">۳۰</td> <td style="text-align: center;">۱</td> <td style="text-align: center;">۱</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">۱۰۰</td> <td style="text-align: center;">۱۰۰</td> <td style="text-align: center;">۱۰۰</td> </tr> </table> <p>فرد A</p> <p>فرد B</p> <p>فرد C</p> $P(\text{غلط داشتن}) = \frac{30}{100} \times \frac{10}{100} + \frac{40}{100} \times \frac{5}{100} + \frac{30}{100} \times \frac{1}{100} = \frac{53}{1000}$ $P(\text{غلط داشتن} \cap \text{مسئول خواندن فرد B بوده}) = \frac{40}{100} \times \frac{5}{100} = \frac{20}{1000}$ $\Rightarrow A = \frac{20}{\frac{53}{1000}} = \frac{20}{53}$	۳۰	۱۰	۱۰	۱۰۰	۱۰۰	۱۰۰	۴۰	۵	۵	۱۰۰	۱۰۰	۱۰۰	۳۰	۱	۱	۱۰۰	۱۰۰	۱۰۰	۱/۵
۳۰	۱۰	۱۰																		
۱۰۰	۱۰۰	۱۰۰																		
۴۰	۵	۵																		
۱۰۰	۱۰۰	۱۰۰																		
۳۰	۱	۱																		
۱۰۰	۱۰۰	۱۰۰																		
۱۲	<p>(الف) $P(A) = \frac{5 \times 5}{12 \times 12} = \frac{25}{144}$</p> <p>(ب) راه حل اول: $P(B) = \frac{7 \times 7 + 7 \times 5 + 5 \times 7}{12 \times 12} = \frac{49 + 35 + 35}{144} = \frac{119}{144}$</p> <p>راه حل دوم: $P(B) = 1 - P(A) = 1 - \frac{25}{144} = \frac{119}{144}$</p>	۱																		