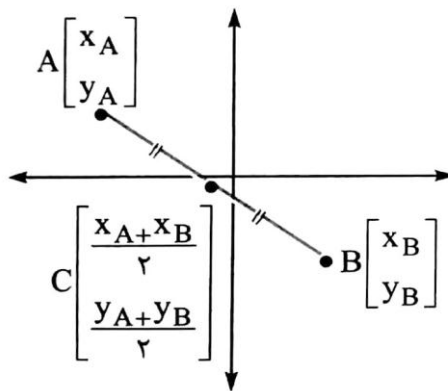


مختصات نقطه وسط

فرض کنید A و B دو نقطه دلخواه در دستگاه مختصات هستند نقطه C وسط پاره خط AB قرار دارد

$$C = \begin{bmatrix} \frac{x_A + x_B}{2} \\ \frac{y_A + y_B}{2} \end{bmatrix}$$



مثال : نقاط $A(a, 3)$ و $B(4, a - 1)$ مفروض اند . اگر وسط پاره خط AB روی محور طول ها باشد

مقدار a را به دست آورید ؟

پاسخ :

اگر M وسط پاره خط AB باشد در این صورت عرض نقطه M برابر صفر است

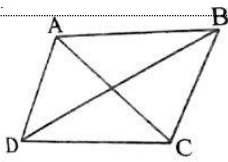
$$M = \begin{bmatrix} \frac{a+4}{2} \\ \frac{3+(a-1)}{2} \end{bmatrix}$$

$$\frac{3+(a-1)}{2} = 0 \rightarrow 3 + (a - 1) = 0 \rightarrow 2 + a = 0 \rightarrow a = -2$$

نکته :

در هر متوازی الاضلاع (از جمله مربع ، مستطیل و لوزی) حاصل جمع مختصات راس های مقابل

با هم برابرند:

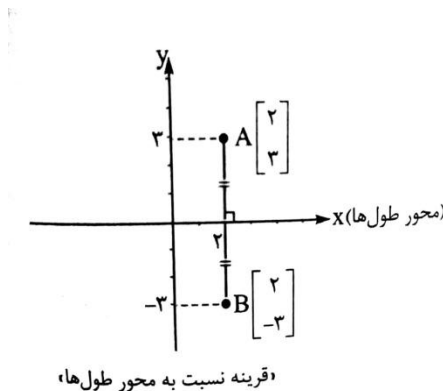


$$\begin{bmatrix} x_A \\ y_A \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x_C \\ y_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_B \\ y_B \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x_D \\ y_D \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} x_A + x_C = x_B + x_D \\ y_A + y_C = y_B + y_D \end{cases}$$

قرینه یک نقطه در صفحه مختصات

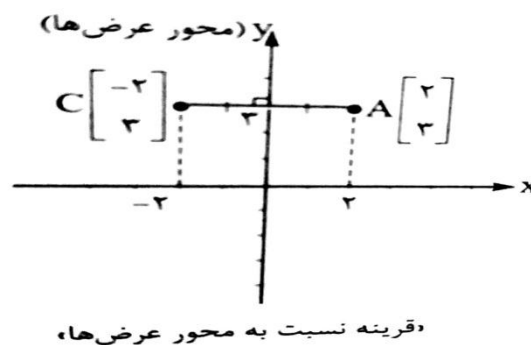
اگر نقطه $A = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$ باشد قرینه نقطه A نسبت به محور طول ها برابر $\begin{bmatrix} x \\ -y \end{bmatrix}$ می باشد (عدد عرض قرینه می شود)

مثال :



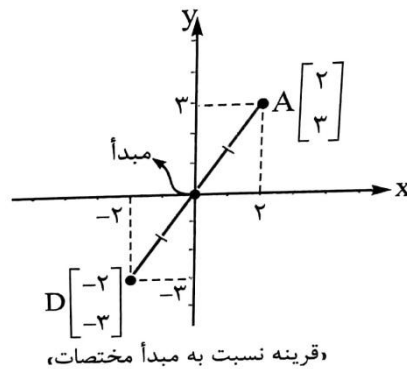
اگر نقطه $A = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$ باشد قرینه نقطه A نسبت به محور عرض ها برابر $\begin{bmatrix} -x \\ y \end{bmatrix}$ می باشد (عدد طول قرینه می شود)

مثال :



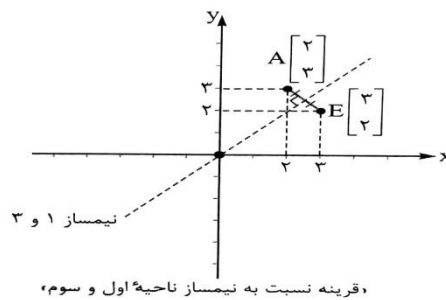
اگر نقطه $A = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$ باشد قرینه نقطه A نسبت به محور مبدا مختصات برابر $\begin{bmatrix} -x \\ -y \end{bmatrix}$ می باشد (هم عدد عرض و هم عدد طول قرینه می شوند)

مثال :



اگر نقطه $A = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$ باشد قرینه نقطه A نسبت به نیمساز ربع اول و سوم برابر $\begin{bmatrix} y \\ x \end{bmatrix}$ می باشد (جای عدد طول و عرض جا به جا می شود)

مثال :



نکته :

قرینه نقطه $\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$ نسبت به نقطه دلخواه مانند $\begin{bmatrix} m \\ n \end{bmatrix}$ برابر است با :

$$\begin{bmatrix} 2m-x \\ 2n-y \end{bmatrix}$$

مثال : قرینه نقطه $\begin{bmatrix} 1 \\ 4 \end{bmatrix}$ نسبت به $\begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix}$ را بیابید؟

$$\begin{bmatrix} 2 \times 3 - 1 \\ 2 \times 4 - 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 4 \end{bmatrix}$$

پاسخ :

مثال : قرینه نقطه $\begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix}$ نسبت به مبدأ مختصات ، نقطه $\begin{bmatrix} m+1 \\ 1-n \end{bmatrix}$ است . مقدار $3m + 2n$ را به دست

آورید ؟

پاسخ :

قرینه نقطه $\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$ نسبت به مبدأ، نقطه $\begin{bmatrix} -x \\ -y \end{bmatrix}$ است. پس قرینه $\begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix}$ نسبت به مبدأ، نقطه $\begin{bmatrix} +1 \\ -2 \end{bmatrix}$ است. بنابراین داریم:

$$\begin{bmatrix} 2m+1 \\ 1-n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} 2m+1=+1 \Rightarrow 2m=0 \Rightarrow m=0 \\ 1-n=-2 \Rightarrow 1-(2) = n \Rightarrow n=3 \Rightarrow 2m+2n=2 \times 0 + 2 \times 3 = 6 \end{cases}$$

مثال : قرینه نقطه $A = \begin{bmatrix} -3 \\ 5 \end{bmatrix}$ نسبت به نیمساز ربع اول و سوم را به دست آورید؟

پاسخ :

قرینه $\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$ نسبت به نیمساز ربع اول و سوم $\begin{bmatrix} y \\ x \end{bmatrix}$ است پس قرینه $\begin{bmatrix} -3 \\ 5 \end{bmatrix}$ نسبت به نیمساز ربع اول و سوم نقطه $\begin{bmatrix} 5 \\ -3 \end{bmatrix}$ است

مثال : قرینه $A = \begin{bmatrix} 2m+1 \\ 2n-1 \end{bmatrix}$ نسبت به نیمساز ناحیه دوم ، نقطه $B = \begin{bmatrix} m-1 \\ 2n+1 \end{bmatrix}$ است چه رابطه ای بین m ، n می باشد ؟

پاسخ :

قرینه $A = \begin{bmatrix} 2m+1 \\ 2n-1 \end{bmatrix}$ نسبت به نیمساز ربع دوم، نقطه $A' = \begin{bmatrix} -(2n-1) \\ -(2m+1) \end{bmatrix}$ است. پس چون A' و B هر دو یک نقطه هستند، داریم:

$$A' = B \Rightarrow \begin{bmatrix} -(2n-1) \\ -(2m+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m-1 \\ 2n+1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} -2n+1 = m-1 & (1) \\ -2m-1 = 2n+1 & (2) \end{cases}$$

حالا با جمع طرفین روابط (1) و (2) نتیجه می گیریم که:

$$(-2n+1) + (-2m-1) = (m-1) + (2n+1) \Rightarrow -2n - 2m = m + 2n \Rightarrow -2n - 2m = m + 2n \Rightarrow -3m = 4n$$