

# یا لطیف

اردیبهشت ماه ۱۳۹۶

## چهارمین آزمون جامع



II TH IOAA TEAM  
I.R. IRAN

اعضای تیم به ترتیب حروف الفبا :

امیراحسان علیزاده	سینا بلوکی
عباس فروزان نژاد	امیرحسین ستوده فر
زهرا فرهمند	عماد صالحی
علیرضا ملکی	پریمه صفریان
محمد علی نادمی	شایان عزیزی

تذکرات :

- ✓ آزمون شامل ۵ سوال می باشد و مجموع نمرات ۱۷۵ است.
- ✓ مدت آزمون ۲۱۰ دقیقه است .
- ✓ استفاده از ماشین حسابی که قابل برنامه ریزی نباشد مجاز است.

## ثوابت نجومی و فیزیکی

$6.67 \times 10^{-11}$	$N m^2 kg^{-2}$	ثابت جهانی گرانش	$G$
$5.67 \times 10^{-8}$	$W m^{-2} K^{-4}$	ثابت استفان - بولتزمن	$\sigma$
$7.56 \times 10^{-16}$	$J m^{-3} K^{-4}$	ثابت تابش	$a$
$6.63 \times 10^{-23}$	$J K^{-1}$	ثابت بولتزمن	$k$
$6.63 \times 10^{-34}$	$J.s$	ثابت پلانک	$h$
$1.660539 \times 10^{-27}$	$kg$	واحد جرم اتمی	$u$
$1.6 \times 10^{-19}$	$J$	الکترون ولت	$eV$
23.5	$^\circ$	زاویه تمایل دایره البروج نسبت به استوا	$\epsilon$
68	$Km s^{-1} Mpc^{-1}$	ثابت هابل در زمان کنونی	$H_0$
$3 \times 10^8$	$m/s$	سرعت نور	$c$
$3.09 \times 10^{16}$	$m$	پارسک	$pc$
$1.5 \times 10^{11}$	$m$	واحد نجومی	$A.U$
$9.46 \times 10^{15}$	$m$	سال نوری	$ly$
$3.85 \times 10^{26}$	$W$	درخشندگی خورشید	$L_{sun}$
-26.78	$mag$	قدر ظاهری تابش سنجی خورشید	$(m_{bol})_{sun}$
$6.96 \times 10^8$	$m$	شعاع خورشید	$R_{sun}$
$1.99 \times 10^{30}$	$kg$	جرم خورشید	$M_{sun}$
$5.97 \times 10^{24}$	$kg$	جرم زمین	$M_{earth}$
$1.90 \times 10^{27}$	$kg$	جرم مشتری	$M_{jupiter}$
5.2	$A.U$	نیم قطر اطول مدار مشتری	$a_{jupiter}$
1	$A.U$	نیم قطر اطول مدار زمین	$a_{earth}$
$10^{11}$	$M_{sun}$	جرم کهکشان راه شیری	$M_{Glx}$
15	$kpc$	شعاع دیسک کهکشان راه شیری	$R_{disk}$
4	$kpc$	شعاع بالج کهکشان راه شیری	$R_{bulge}$
$30.35^\circ N, 56.00^\circ E$	-	مختصات شهر رفسنجان	

## سوال اول (۲۵ نمره)

فراززمینی‌ها سیاره‌ی ما را رصد کرده و مولتفت شده‌اند که در آن حیات هوشمند وجود دارد. برای آگاهی از کیفیت این هوشمندی قصد دارند یک زمینی را برای انجام آزمایش برابند و در صورت امکان او را استنطاق کنند تا درباره‌ی این تمدن غریب اطلاعاتی به آن‌ها بدهد.

برای این منظور فرد می‌بایست از اوضاع و احوال اجتماعی سیاره‌اش مطلع باشد. (این همان شرایطی است که فرد واجد شرایط برای شرکت در انتخابات ریاست جمهوری پیش رو می‌بایست داشته‌باشد.)

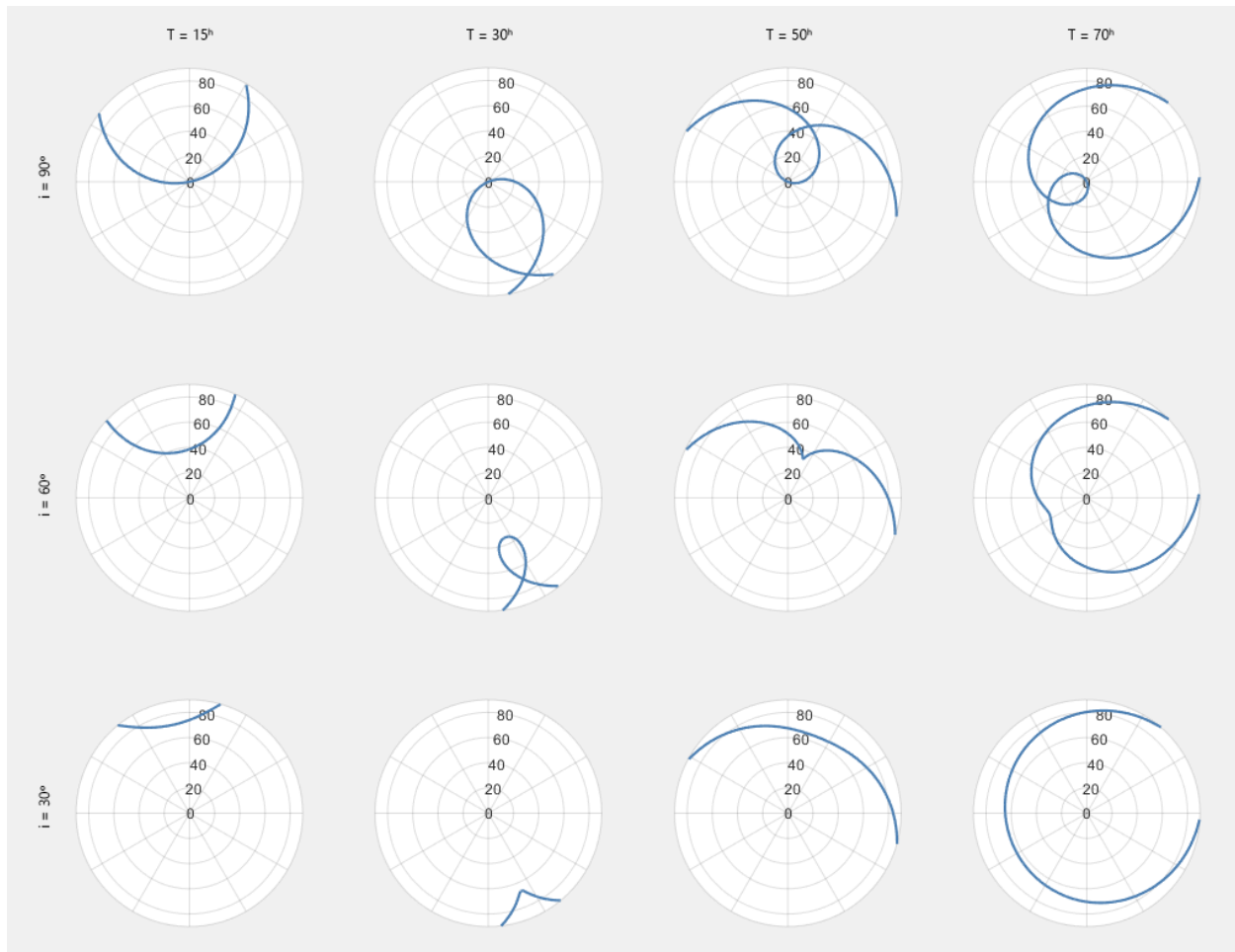
الف) چند درصد احتمال دارد فرازمینی‌ها با تعبیه‌ی تله‌ای روی زمین موفق شوند فرد مناسبی را شکار کنند؟

ب) از زمان نصب تله‌ای به شعاع نیم متر حدوداً چه زمانی طول می‌کشد تا فردی (مناسب یا غیر مناسب!) در آن گیر بیافتد؟ (حرکت انسانها را بر سطح زمین کاتوره‌ای در نظر بگیرید و سرعت متوسط آن‌ها را  $10 \text{ m/s}$ )

## سوال دوم (۳۰ نمره)

ماهواره‌ای را در نظر بگیرید که در مدار دایره‌ای با میل مداری  $i$  و دوره تناوب  $T$  به دور زمین می‌گردد. ناظری را روی قطب شمال تصور کنید که حرکت این ماهواره را نظاره می‌کند. حرکت این ماهواره در آسمان ناظر مقداری پیچیده است.

به عنوان نمونه به‌ازای مقادیر  $T = 15^h, 30^h, 50^h, 70^h$  و  $i = 30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$  حرکت ظاهری ماهواره از دید ناظر را رسم کرده و در زیر آورده ایم.



در نمودارهای بالا مرکز تصویر سرسوی ناظر است و مبدا سمت نقطه‌ای دلخواه بر روی افق است. همانطور که میبینید حرکت ماهواره پیچیده بوده و شکل آن به پارامترهای مداری ماهواره وابسته است. در شکل بالا میتوانید ببینید در برخی شرایط ماهواره مسیر خود را قطع خواهد نمود. همچنین نکته‌ی دیگری که به چشم میخورد محل طلوع و غروب ماهواره است.

الف) برای ماهواره‌ای با پارامترهای  $i = 90^\circ$  و  $T = 24^h$  اختلاف سمت طلوع و غروب را بیابید.

توجه کنید که در قطب شمال مبدا خاصی برای سنجش سمت موجود نیست. شما میتوانید هر نقطه‌ی دلخواهی را به عنوان مبدا انتخاب کنید. (تاثیری در حل سوال ندارد)

ب) برای ماهواره‌ای با میل مداری  $90^\circ$ ، مقدار  $T$  را طوری بدست آورید که محل طلوع و غروب ماهواره یکی باشد.

سوال سوم ( ۶۰ نمره )

جوهای ستاره‌ها گاز کاملی هستند که به سبب گرانش در تعادل اند و می‌توان آن‌ها را تقریباً هم‌دما در نظر گرفت. جرم متوسط ذرات جو را  $\bar{m}$  در نظر بگیرید.

الف) ثابت کنید برای جو نمی‌توان مرز مشخصی تعیین کرد و چگالی با ارتفاع گرفتن از سطح به صورت نمایی کاهش می‌یابد.

$$\rho = \rho_{ph} e^{-\frac{h}{H}}$$

$ph$  اندیس مربوط به سطح است و توجه کنید که  $H$  پارامتر مسئله نیست یعنی جواب‌های آخر نباید بر حسب آن باشد اما می‌توانید برای مختصر نویسی طی حل از آن استفاده کنید.

جایی که جو شروع می‌شود را آخرین جایی که می‌توانیم ببینیم در نظر می‌گیریم. ( $\tau = 1$ )

ب) با توجه به تعریف دمای موثر و بر حسب آن، رابطه‌ای برای  $H$  بنویسید.

رابطه‌ی کدری در جو ستاره به صورت زیر داده می‌شود:

$$\kappa = \kappa_0^{ph} \rho^a T^b$$

پ) با استفاده از رابطه‌ی بالا و قانون گاز کامل رابطه‌ای برای فشار در سطح جو به دست آورید.

ت) برای  $P_{ph}$  معادله‌ای بر حسب شتاب گرانش در سطح  $g$ ،  $a$ ،  $\kappa_0^{ph}$ ،  $\bar{m}$ ،  $T_{eff}$ ،  $b$  بیابید.

ث) برای خورشید با استفاده از داده‌های زیر این مقدار را محاسبه کنید.

$$\kappa_0^{(ph)} = 1.6 \times 10^{-33}, \quad a = 0.4, b = 9.3,$$

## سوال چهارم ( ۴۰ نمره )

اخترشناس‌ها ستارگان را در دو دسته نسل اول و نسل دوم جای می‌دهند. ستارگان نسل اول آن‌ها هستند که جوان‌ترند و از مواد اولیه تشکیل دهنده ستارگان نسل دوم زاده می‌شوند (همانند خورشید). دانشمندان می‌پندارند کمی پس از آن که عمر رشته اصلی یک ستاره نوعی از نسل دوم پایان یابد یک انفجار ابرنواختری رخ خواهد داد که این همان عامل پخش شدن مواد تشکیل دهنده‌اش در کیهان است. فکر می‌کنیم در این انفجارها به طور میانگین حدود ۶۰ درصد از جرم ستاره از دست برود. فرض کنید که تابع جرم فعلی ستارگان نسل اول به صورت زیر است

$$\frac{dN}{dM} = \alpha M^{-3}$$

همچنین فرض کنید تابع جرم اولیه ستارگان نسل دوم به صورت زیر است

$$\frac{dN}{dM} = \beta M^{-2.35}$$

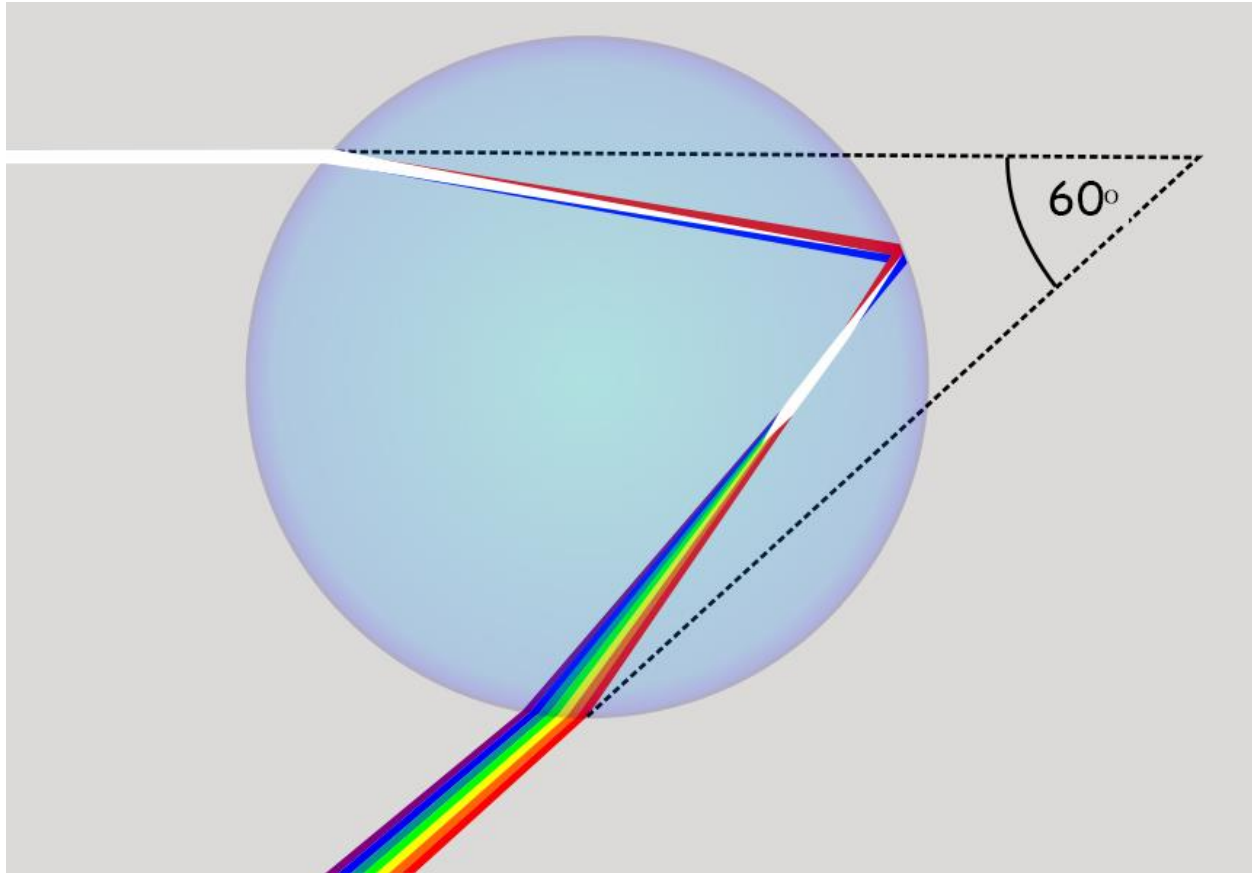
کم‌جرم‌ترین ستاره رشته اصلی جرمی حدود ۰,۱ جرم خورشید دارد. نسبت تعداد ستارگان نسل دوم به نسل اول چقدر است؟

## سوال پنجم ( ۲۰ نمره )

به هنگام اذان ظهر روز ۱۴ فروردین در محور دامغان-سمنان (با عرض جغرافیایی ۳۶,۲ درجه) برف شدیدی شروع شد و باعث کاهش دید رانندگان و تصادفات بسیار شد.

الف) اگر سرعت خودروها ۱۰۰ کیلومتر بر ساعت به سمت غرب بوده باشد و باد هم با سرعت ۳۵ کیلومتر بر ثانیه به سمت جنوب باشد و سرعت ذرات برف ۴ کیلومتر بر ساعت باشد، راننده خودرو کانون بارش برف را در چه سمت و ارتفاعی می‌بیند؟

رنگین کمان پدیده‌ای نوری است که زمانی که خورشید به قطرات نم و رطوبت جو زمین می‌تابد باعث ایجاد طیفی از نور در آسمان می‌شود و این پدیده به شکل یک کمان رنگین در می‌آید. همان طور که در شکل زیر مشاهده می‌کنید



علت بوجود آمدن رنگین کمان شکست پرتوهای نور خورشید داخل قطره های باران است . به این صورت که اگر همه ی پرتوهای ورودی خورشید به داخل قطرات آب را با یکدیگر موازی در نظر بگیرید پرتوهای خارج شده از قطره های آب در جهت مخالف پرتوی اولیه خورشید حرکت می کنند و با جهت ورودی زاویه تقریبی 60 درجه می سازند و رنگین کمان در واقع آن دسته از پرتو های خروجی هستند که به چشم ما می رسند، به طوری که مرکز رنگین کمان نقطه مقابل خورشید در آسمان است.

(ب) با فرض اینکه بعد از بارش برف رنگین کمان ایجاد شود(!) زاویه ی رنگین کمان با افق چقدر است؟

موفق باشید