

| | | | |
|---|--|---------------------|--------------------------|
| مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه | تعداد صفحه: ۱ | رشته: ریاضی فیزیک | حساب دیفرانسیل و انتگرال |
| ساعت شروع: ۱۰ صبح | تاریخ امتحان: ۱۳۹۶/۱۰/۵ | دوره ی پیش دانشگاهی | نام و نام خانوادگی: |
| مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir | دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دی ماه سال ۱۳۹۶ | | |

| | | |
|------|-------------------------|------|
| ردیف | سؤالات (پاسخ نامه دارد) | نمره |
|------|-------------------------|------|

توجه: استفاده از ماشین حساب ساده (دارای چهار عمل اصلی، جذر و درصد) بلامانع است.

| | | |
|-----|--|----------|
| ۱/۵ | در جاهای خالی عبارت مناسب قرار دهید: الف) $ x-1 < 4$ یک همسایگی متقارن به مرکز و شعاع است. ب) سوپریمم مجموعه $A = \{x \in \mathbb{R} \mid -4 \leq x < 3\}$ برابر با است. پ) حد دنباله $a_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$ برابر با است. | ۱ |
| ۱/۵ | با استفاده از تعریف حد دنباله ثابت کنید: $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2}{n^2 - 1} = 0$ | ۲ |
| ۱/۵ | با استفاده از تعریف حد دنباله ثابت کنید $f(x) = \cos \frac{1}{x}$ در $x = 0$ حد ندارد. | ۳ |
| ۱/۵ | مقدار a را طوری تعیین کنید که تابع $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x+7} - 3 & x \neq 2 \\ x - 2 & x = 2 \end{cases}$ در $x = 2$ پیوسته باشد. | ۴ |
| ۱ | هزینه ساخت x کالا، $C(x)$ تومان است که در آن $C(x) = 80000 + 4000x - 5x^2$ می باشد هزینه تولید ۱۰۱ امین کالا چقدر است. | ۵ |
| ۱/۵ | معادله خط قائم بر منحنی $y = \sqrt{x-1}$ را در نقطه $x = 2$ بنویسید. | ۶ |
| ۱/۵ | اگر $f(x) = \sqrt{x}g(x)$ و $g(4) = 8$ و $g'(4) = 7$ مقدار $f'(4)$ را محاسبه کنید. | ۷ |
| ۱ | معادله خط مماس بر تابع معکوس $f(x) = x^2 + 2x$ را در نقطه ای به طول ۳ واقع بر تابع معکوس بنویسید. | ۸ |
| ۱ | مشتق بگیرید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست.) الف) $y = \ln \sin x $ ب) $y^2 + xy + \frac{x}{y} = 5$ | ۹ |
| ۱ | مجموع دو عدد مثبت برابر ۱۸ است. بزرگترین مقدار ممکن برای حاصلضرب آنها را پیدا کنید. | ۱۰ |
| ۱/۵ | جهت تقعر نمودار تابع f با ضابطه $f(x) = x^4 - 4x^3$ را در دامنه اش بررسی نموده و نقاط عطف آن را مشخص کنید. | ۱۱ |
| ۲ | جدول رفتار و نمودار تابع $f(x) = \frac{x+1}{x-2}$ را رسم کنید. | ۱۲ |
| ۱/۵ | مساحت ناحیه ای را که محدود به خط $y = 2x + 1$ و خطوط $y = 0$ و $x = 1$ و $x = 4$ می باشد را به دست آورید. | ۱۳ |
| ۰/۵ | مشتق $G(x) = \int_{-1}^{3x} e^{t^2} dt$ را به دست آورید. | ۱۴ |
| ۱/۵ | انتگرال معین و نامعین زیر را محاسبه کنید. الف) $\int_{-1}^2 (x + 2x) dx$ ب) $\int (\cos 2x + e^{2x}) dx$ | ۱۵ |
| ۲۰ | موفق باشید | جمع نمره |

| | | |
|---|--|--|
| مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه | رشته: ریاضی فیزیک | راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال |
| تاریخ امتحان: ۱۳۹۶/۱۰/۵ | پیش دانشگاهی | |
| مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir | دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دی ماه سال ۱۳۹۶ | |
| نمره | راهنمای تصحیح | ردیف |

| | | |
|-----|--|---|
| ۱/۵ | الف) مرکز ۱ و شعاع ۴ (۰/۵) ب) ۳ (۰/۵) پ) \sqrt{e} (۰/۵) | ۱ |
| ۱/۵ | $\forall \varepsilon > 0, \exists M \in \mathbb{N}, n \geq M \Rightarrow \left \frac{2}{n^2-1} - 0 \right < \varepsilon \xrightarrow{(\cdot/5)} n^2 - 1 > \frac{2}{\varepsilon} \xrightarrow{(\cdot/5)} n > \sqrt{\frac{2}{\varepsilon} + 1} \xrightarrow{(\cdot/25)} M \geq \left\lceil \sqrt{\frac{2}{\varepsilon} + 1} + 1 \right\rceil \cdot (0/25)$ | ۲ |
| ۱/۵ | $\left. \begin{aligned} a_n &= \frac{1}{2n\pi + \frac{\pi}{2}} \\ b_n &= \frac{1}{2n\pi} \end{aligned} \right\} \xrightarrow{(\cdot/5)} \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} b_n = 0 \xrightarrow{(\cdot/25)} \begin{cases} \lim_{n \rightarrow \infty} f(a_n) = 0 & (\cdot/25) \\ \lim_{n \rightarrow \infty} f(b_n) = 1 & (\cdot/25) \end{cases}$ | ۳ |
| | پس تابع در $x = 0$ حد ندارد (۰/۲۵) | |
| ۱/۵ | $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)}{(x-2)(\sqrt{x+7}+3)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{\sqrt{x+7}+3} = \frac{1}{6} \quad (\cdot/25)$ $f(2) = 2a - 1 \xrightarrow{(\cdot/25)} 2a - 1 = \frac{1}{6} \xrightarrow{(\cdot/25)} a = \frac{7}{12} \quad (\cdot/25)$ | ۴ |
| ۱ | $C'(x) = 4000 - 10x \xrightarrow{(\cdot/5)} C'(100) = 3000 \quad (\cdot/5)$ | ۵ |
| ۱/۵ | $x=2 \Rightarrow y=1 \quad (\cdot/25)$ $y' = \frac{1}{\sqrt[3]{(x-1)^2}} \xrightarrow{x=2} m = \frac{1}{3} \xrightarrow{(\cdot/25)} m' = -3 \quad (\cdot/25)$ معادله خط قائم: $y-1 = -3(x-2) \quad (\cdot/5)$ | ۶ |
| ۱/۵ | $f'(x) = \frac{1}{\sqrt{x}} \times g(x) + \sqrt{x} \times g'(x) \quad (\cdot/5)$ $f'(4) = \frac{1}{4} g(4) + 2g'(4) = \frac{1}{4} \times 8 + 2 \times 7 = 16 \quad (\cdot/25)$ | ۷ |
| ۱ | $y=3 \Rightarrow x=1 \quad (\cdot/25)$ $f'(x) = 3x^2 + 2 \xrightarrow{(\cdot/25)} (f^{-1})'_{(3)} = \frac{1}{f'(1)} = \frac{1}{5} \quad (\cdot/25)$ معادله خط مماس بر تابع معکوس: $y-1 = \frac{1}{5}(x-3) \quad (\cdot/25)$ | ۸ |
| ۱ | الف) $y' = \frac{\cos x}{\sin x} \quad (\cdot/5)$ ب) $y' = -\frac{y + \frac{1}{y}}{2y + x - \frac{x}{y^2}} \quad (\cdot/5)$ | ۹ |

باسمه تعالی

| | | |
|--|-------------------|---|
| راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس : حساب دیفرانسیل و انتگرال | رشته: ریاضی فیزیک | مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه |
| پیش دانشگاهی | | تاریخ امتحان: ۱۳۹۶/۱۰/۵ |
| دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دی ماه سال ۱۳۹۶ | | مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir |
| ردیف | راهنمای تصحیح | نمره |

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|--------------|---|-------------|------------|------------|----|---|----|----|---|---|----|--------------|---|---|---|---|-------------|------------|-------------|------------|------------|--|
| ۱۰ | $A(x) = x(18-x) = 18x - x^2 \quad (0/25)$ $A'(x) = 18 - 2x \xrightarrow{A'(x)=0} x=9 \quad (0/25)$ <p style="text-align: center;">(0/25)</p> $A \text{ بزرگترین مقدار } = 81 \quad (0/25)$ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ۱۱ | $f'(x) = 4x^2 - 12x^2 \quad (0/25)$ $f''(x) = 12x^2 - 24x \xrightarrow{f''(x)=0} x=0, x=2 \quad (0/25)$ <p style="text-align: center;">(0/25)</p> <table style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="text-align: center;">2</td> <td style="text-align: center;">-</td> <td style="text-align: center;">0</td> <td style="text-align: center;">2</td> <td style="text-align: center;">+</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">-∞</td> <td style="text-align: center;">-</td> <td style="text-align: center;">0</td> <td style="text-align: center;">2</td> <td style="text-align: center;">+∞</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">علامت f''(x)</td> <td style="text-align: center;">-</td> <td style="text-align: center;">0</td> <td style="text-align: center;">-</td> <td style="text-align: center;">+</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">جهت تغير f'</td> <td style="text-align: center;">رو به بالا</td> <td style="text-align: center;">رو به پایین</td> <td style="text-align: center;">رو به بالا</td> <td style="text-align: center;">رو به بالا</td> </tr> </table> <p style="text-align: center;">نقاط عطف: A(0,0) و B(2, -16) (0/25)</p> <p style="text-align: right;">رسم جدول (0/5)</p> | 2 | - | 0 | 2 | + | -∞ | - | 0 | 2 | +∞ | علامت f''(x) | - | 0 | - | + | جهت تغير f' | رو به بالا | رو به پایین | رو به بالا | رو به بالا | |
| 2 | - | 0 | 2 | + | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| -∞ | - | 0 | 2 | +∞ | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| علامت f''(x) | - | 0 | - | + | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| جهت تغير f' | رو به بالا | رو به پایین | رو به بالا | رو به بالا | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ۱۲ | <p style="text-align: center;">مجانِب افقی $y=1$ (0/25) مجانِب قائم $x=2$ (0/25) $D = \mathbb{R} - \{2\}$ (0/25)</p> $y' = \frac{-3}{(x-2)^2} < 0 \quad (0/25) \quad \begin{cases} x=0 \rightarrow y=-\frac{1}{2} \\ y=0 \rightarrow x=-1 \end{cases} \quad (0/25)$ <table style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="text-align: center;">x</td> <td style="text-align: center;">-∞</td> <td style="text-align: center;">-1</td> <td style="text-align: center;">0</td> <td style="text-align: center;">2</td> <td style="text-align: center;">+∞</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">y'</td> <td style="text-align: center;">-</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">y</td> <td style="text-align: center;">1</td> <td style="text-align: center;">↓</td> <td style="text-align: center;">↓</td> <td style="text-align: center;">↓</td> <td style="text-align: center;">↓</td> </tr> </table> <p style="text-align: center;">(0/5) (نمره)</p> | x | -∞ | -1 | 0 | 2 | +∞ | y' | - | - | - | - | - | y | 1 | ↓ | ↓ | ↓ | ↓ | | | |
| x | -∞ | -1 | 0 | 2 | +∞ | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| y' | - | - | - | - | - | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| y | 1 | ↓ | ↓ | ↓ | ↓ | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ۱۳ | $\Delta x = \frac{4-1}{n} = \frac{3}{n} \quad (0/25) \quad , \quad x_i = 1 + \frac{3}{n}i \quad (0/25)$ $S = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n f(x_i) \Delta x = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n \left(3 + \frac{6}{n}i \right) \frac{3}{n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3}{n} \left(3n + \frac{6}{n} \times \frac{n(n+1)}{2} \right) = 18 \quad (0/25)$ <p style="text-align: center;">(0/25) (0/25) (0/25)</p> | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ۱۴ | $G'(x) = 3e^{3x} \quad (0/5)$ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ۱۵ | <p>الف) $\int_{-1}^2 -x dx + \int_{-1}^2 x dx + \int_{-1}^2 2x dx = -\frac{x^2}{2} \Big _{-1}^2 + \frac{x^2}{2} \Big _{-1}^2 + x^2 \Big _{-1}^2 = \frac{11}{2} \quad (0/25)$</p> <p>ب) $\frac{1}{2} \sin 2x + \frac{1}{4} e^{4x} + c \quad (0/5)$</p> <p style="text-align: center;">(0/5)</p> | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ۲۰ | همکاران گرامی، ضمن عرض خسته نباشید، به سایر راه حل های صحیح به تناسب نمره تعلق گیرد. با تشکر | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |