

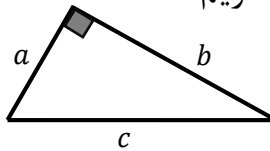
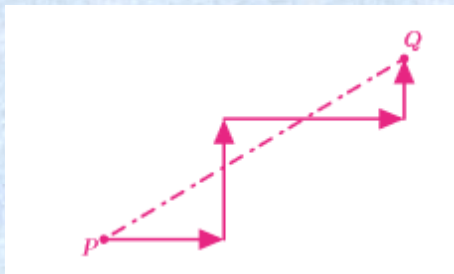
به نام خدا

تبارشناسی سؤال:

مربوط به راههای ریاضیات تکمیلی پایه هشتم

فصل بردار و مختصات

چرا مسیر نشان داده شده در شکل (بین دو نقطه P و Q) کوتاهترین مسیر ممکن (بین این دو نقطه) است؟

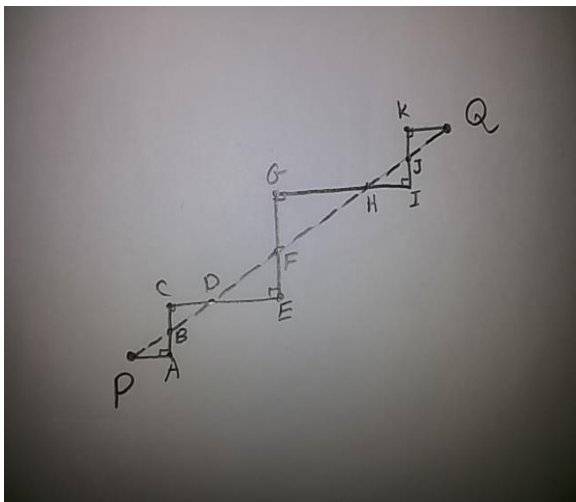


پاسخ. در یک مثلث قائم الزاویه به طول وتر a و طول اضلاع b و c داریم:

$$a + b > c.$$

(چرا؟)

بنابراین اگر بین دو نقطه P و Q یک مسیر غیرمستقیم تشکیل شده از پاره های عمودی و افقی مثلاً $PABCDEFGHIJKQ$ را در نظر بگیریم و آن را با مسیر مستقیم $PBDFHJQ$ مقایسه کنیم، خواهیم داشت:



در ΔPAB داریم:

$$PA + AB > PB$$

در ΔBCD داریم:

$$BC + CD > BD$$

در ΔDEF داریم:

$$DE + EF > DF$$

در ΔFGH داریم:

$$FG + GH > FH$$

در ΔHIJ داریم:

$$HI + IJ > HJ$$

در ΔJKQ داریم:

$$JK + KQ > JQ$$

بنابراین می بینیم که طول یک مسیر غیر مستقیم از طول مسیر مستقیم بزرگتر است، زیرا برای مثال طول مسیر غیر مستقیم برابر

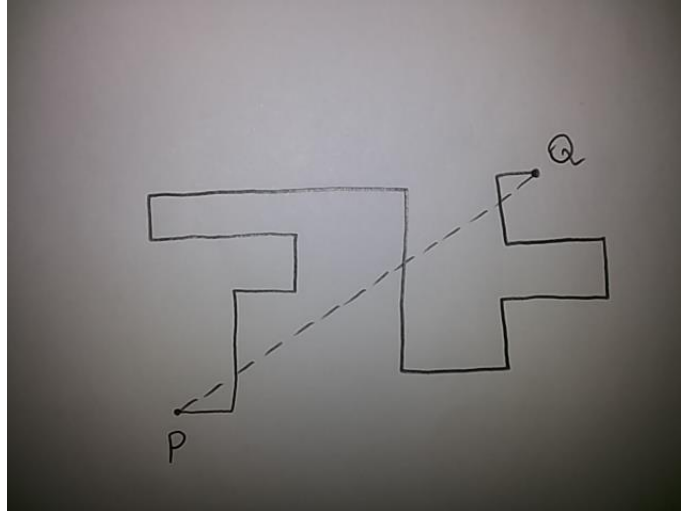
$$PA + AB + BC + CD + DE + EF + FG + GH + HI + IJ + JK + KQ$$

می شود، در حالی که در این حالت طول مسیر مستقیم برابر

$$PB + BD + DF + FH + HJ + JQ$$

خواهد شد.

اگر مسیر غیر مستقیم تشکیل شده از پاره خط های عمودی و افقی عجیب تر باشد، چرا طولانی تر از مسیر مستقیم خواهد شد. (چرا؟ در این باره حتماً فکر کنید.)

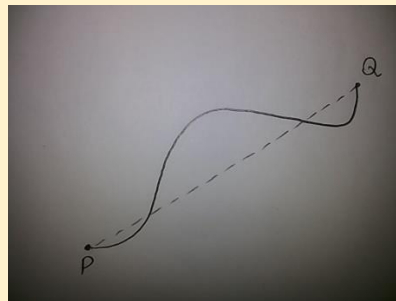


باز هم بیشتر:

تا اینجا برای پاسخ به این سؤال کافی است، زیرا در واقع منشأ پرسش مسیر یک ربات بوده است که تنها می تواند موازی دو محور مختصات حرکت کند.

با این همه، برای پاسخ کامل به این سؤال در حالت کلی، باید حتی مسیرهای خمیده را هم بررسی کرد. این بررسی برای شما ممکن است پیچیده باشد، ولی فکر کردن در این مورد جالب و بی اندازه الهام بخش خواهد بود:

چرا مسیر مستقیم بین دو نقطه P و Q از همه مسیرها کوتاهتر است؟



برای ریاضی دانان نوجوان:

فرض کنید که یک سطحی داریم، مثل صفحه کاغذ، یا سطح روی کره، یا سطح روی یک لامپ. فرض کنید که مورچه ای روی این سطح در حال راه رفتن است و می خواهد از یک نقطه به نقطه ای دیگر برود. به کوتاهترین مسیر بین این دو نقطه «ژئودزیک» می گویند.

آنچه اکنون نشان داده بودیم، این بود که:

کوتاهترین مسیر بین دو نقطه در روی یک صفحه، مسیر مستقیم است.

اکنون سؤال جالبی می توان مطرح کرد:

یک توپ و یک ماژیک بردارید، و با سعی و تلاش و فکر، سعی کنید بفهمید که کوتاهترین فاصله بین دو نقطه روی آن چیست؟

مطالعه ژئودزیک ها در شاخه های مهمی از علم همچون فیزیک نسبیت، اختر فیزیک و نقشه برداری کاربرد دارد.