



نمره برتر

در هر موقعیتی که هستی

بهترین خودت باش

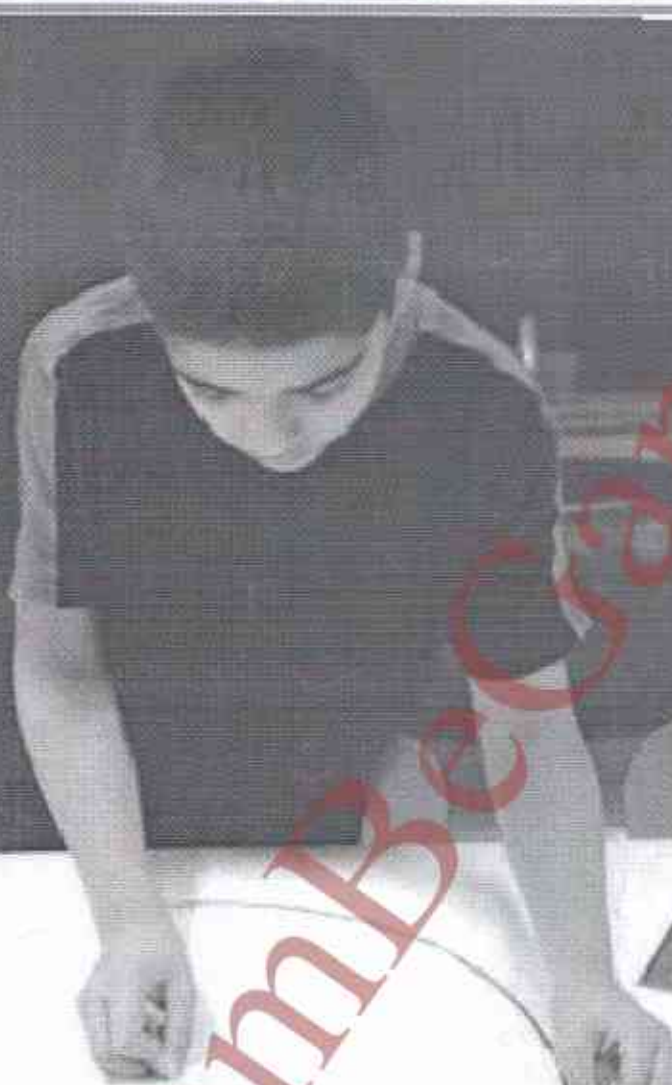
نمره برتر ، یک سایت آموزشی متفاوت

- ❶ راهبرد رسم شکل
- ❷ راهبرد الگوسازی
- ❸ راهبرد حذف حالت‌های نامطلوب
- ❹ راهبرد الگوبانی
- ❺ راهبرد حدس و آزمایش
- ❻ راهبرد زیر مسئله
- ❼ راهبرد طرح مسئله ساده‌تر
- ❽ راهبرد روش‌های تمثیلی

MATH-HOME.IR

فصل ۱

راهبردهای حل مسئله



دوراهبرد رسم شکل و الگوسازی (حدود نظام) راهبردهای تدریسی هستند

MATH-HOME.IR

راهبرد رسم شکل تفکر بصیری را تقویت میکند

کشیدن یک شکل مناسب می تواند به حل مسئله کمک یا به طور کامل آن را حل کند؛ به طوری که نیازی به نوشتن عملیات و محاسبه نباشد. ممکن است این شکل در ذهن شما باشد. منظور از رسم شکل نقاشی نیست؛ بنابراین از ترسیم های ساده برای درک بهتر و یا حل کردن مسئله استفاده کنید.

اشکال سوال: در رسم شکل تناسب بین طول و عرض رعایت نشده است

۱- یک باغچه مستطیل شکل به طول ۱۰ و عرض ۵ متر است. اگر به فاصله یک متر از لبه باغچه دور تا دور

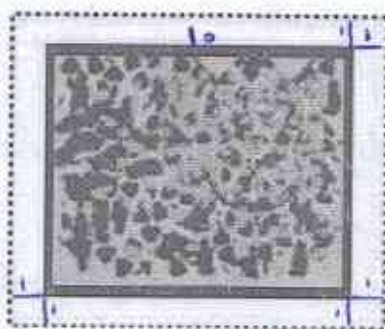
آن را نرده بکشیم، چند متر نرده احتیاج داریم؟

ابتدا یک مستطیل رسم کنید

دور آن به فاصله یک متر از هر ضلع خط بکشید.

یک مستطیل جدید به وجود می آید. طول و عرض این

مستطیل چقدر است؟ $\text{طول} = ۱۲$ $\text{عرض} = ۷$



$$(7+12) \times 2 = 38$$

۷

۱۲



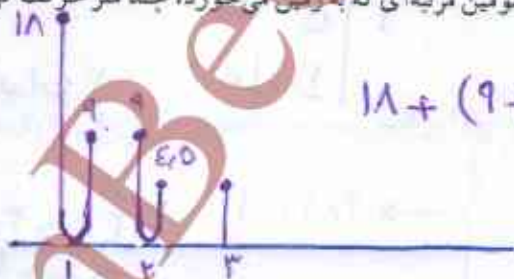
$$\text{محیط} = 2\pi + 2(5+7)$$

محیط مستطیل قبلی

۲- تویی از ارتفاع ۱۸ متری سطح زمین رها می شود و پس از زمین خوردن، نصف ارتفاع قبلی خود بالا

می آید. این توب از لحظه رها شدن تا سومین مرتبه ای که به زمین می خورد، چند متر حرکت کرده است؟

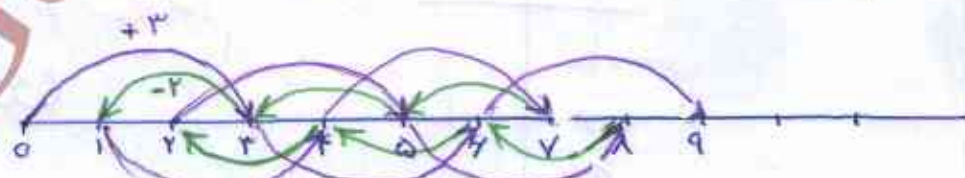
$$۱۸ + (9+9) + (4.5+4.5) = 45$$



۳- قورباغه ای می خواهد از یک دیوار عمودی بالا برود. او با هر جهش ۳ متر بالا می رود و هر بار ۲ متر سر

می خورد و پایین می آید. اگر ارتفاع دیوار ۹ متر باشد، او با چند جهش به بالای دیوار می رسد؟

در پرسش آخر چون به بالای دیوار می رسد پس سر نمی خورد



$$(3-2) + (3-2) + (3-2) + (3-2) + (3-2) + (3-2) + 3 = 9$$

در بعضی مسئله ها لازم است همه حالت های ممکن را بنویسید. برای این که حالتی از قلم نیفتد، لازم است آنها را با نظم الگو و ترتیبی مشخص بنویسید. الگوسازی کمک می کند که مطمئن شوید همه حالت ها را نوشته اید. بنابراین در مسئله هایی که لازم است همه جواب ها و پاسخ های ممکن را بنویسید، می توانید از این راهبرد استفاده کنید.

۱- دو عدد طبیعی پیدا کنید که حاصل ضرب آنها ۲۴ و حاصل جمع آنها کمترین مقدار باشد.

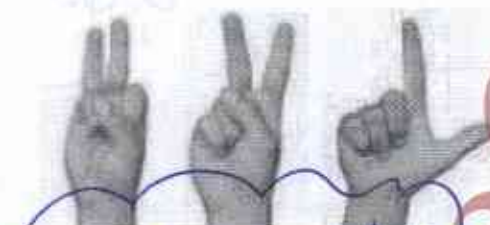
اولین عدد	دومین عدد	حاصل جمع
۱	۲۴	۲۵
۲	۱۲	۱۴
۳	۸	۱۱
۴	۶	۱۰

کوچک ترین عدد طبیعی چیست؟ ۱
حاصل ضرب آن در چه عدد ۲۴ می شود؟ ۲۴
اکنون عدد طبیعی بعدی را در نظر بگیرید و به همین ترتیب عددها را پیدا کنید.

نکته: اگر عدد مورد نظر جذر داشته باشد آن دو عدد جذر مثبت آن عدد است حاصل ضرب ۳۶

عدد ۱	عدد ۲	حاصل
۱	۳۶	۳۷
۲	۱۸	۲۰
۳	۱۲	۱۵
۴	۹	۱۳

۲- با انگشتان یک دست به ۵ صورت می توان عدد ۱ را نشان داد. به چند صورت می توان عدد ۲ را نشان داد؟



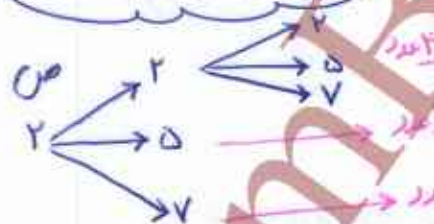
$$\frac{5 \times 4}{2} = 10$$

انگشت ۱	انگشت ۲
۱	۲
۱	۳
۱	۴
۱	۵

۱	۲
۲	۳
۲	۴
۲	۵

۱	۲
۳	۴
۳	۵

۳- با سه رقم ۲ و ۵ تمام عددهای سه رقمی را بنویسید.



$$3 \times 3 = 9$$

$$2 \rightarrow 2 \times 3$$

$$5 \rightarrow 2 \times 3$$

$$7 \rightarrow 2 \times 3$$

$$3 \times (3 \times 3) = 27$$

سوال: آیا باید هر سه عدد در عدد مورد نظر کار برود؟ جواب: خیر

۴- با سکه های ۵۰ و ۱۰۰ تومانی به چند حالت می توان ۵۰۰ تومان درست کرد؟

سکه ۱۰۰ تومانی سکه ۵۰ تومانی

۱۰	۰
۸	۱
۶	۲
۴	۳
۲	۴
۰	۵

سوال: آیا از هر دو سکه باید استفاده کنیم؟

جواب: آری

رسمی که داده‌های مسئله را درست آنچه نامطلوب است را می‌توانیم حذف کنیم

با توجه به شرایط و اطلاعات مسئله می‌توانید حالت‌های نامطلوب و نادرست را کنار بگذارید تا با حذف آنها پاسخ مسئله و یا همان حالت‌های مطلوب به دست آیند. برای پیدا کردن تمام حالت‌های ممکن می‌توانید از راهبرد الگوسازی استفاده کنید. ابتدا فهرستی از تمام حالت‌ها به دست آورید. سپس با توجه به شرایط گفته شده در مسئله، حالت‌های نامطلوب را حذف کنید.

روش اول: حاصل ضرب ۷۰ را در نظر بگیرید
روش دوم: حاصل جمع ۱۴ را در نظر بگیرید

در حل این مسئله از اعداد طبیعی استفاده شود

۱- مجموع سن سه نفر ۱۴ سال و حاصل ضرب سن آنها ۷۰ است. سن بزرگ‌ترین نفر چقدر است؟
ابتدا با راهبرد الگوسازی همه حالت‌هایی را که ضرب سه عدد طبیعی برابر ۷۰ می‌شود، بنویسید.
به این جدول چه متونی باید اضافه کنید تا حالت‌های نامطلوب حذف و فقط حالت مطلوب باقی بماند؟

حاصل ضرب	نفر سوم	نفر دوم	نفر اول
۱۲	۱۲	۱	۱
۲۲	۱۱	۲	۱
۳۰	۱۰	۳	۱
۳۶	۹	۴	۱
۴۰	۸	۵	۱
۴۲	۷	۶	۱
۴۰	۱۰	۲	۲
۵۴	۹	۳	۲

حاصل جمع	نفر سوم	نفر دوم	نفر اول
۷۲ X	۷۰	۱	۱
۳۸ X	۳۵	۲	۱
۲۰ X	۱۴	۵	۱
۱۸ X	۱۰	۷	۱
۱۴	۷	۵	۲

حاصل ضرب	نفر سوم	نفر دوم	نفر اول
۴۴	۸	۴	۲
۷۰	۷	۵	۲

۲- دوست شما یک عدد حسابی کوچک‌تر از ۱۰۰ را در نظر گرفت. شما باید با طرح چند سؤال عدد مورد نظر را پیدا کنید. او فقط می‌تواند به سؤال‌های شما بله و خیر بگوید. چگونه می‌توان عدد مورد نظر را پیدا کرد؟
در واقع از ۰ تا ۹۹، ۱۰۰ عدد وجود دارد که فقط یکی مطلوب و مورد نظر است و بقیه مانده نامطلوب‌اند.

- با این توضیح کدام یک از سؤال‌های زیر مناسب‌تر است؟ چرا؟
- آیا عدد مورد نظر شما ۲۷ است؟ نامطلوب
 - آیا عدد مورد نظر شما زوج است؟ مناسب
 - آیا عدد مورد نظر شما از ۵۰ بزرگ‌تر است؟ مناسب
 - آیا عدد مورد نظر شما یک رقمی است؟ نامطلوب

با توجه به پاسخی که به سؤال‌های بالا دادید، یک روش طرح سؤال همراه یا نظم و ترتیب بیان کنید که بتوان با پرسیدن آنها به عدد مورد نظر رسید.

محدود می‌کند

باز اهرد الگوسازی ارتباط دارد

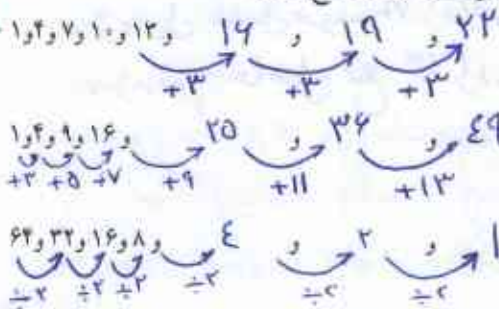
باز اهرد الگویابی

هدف پیدا کردن جمله n ام نیست
تغییر انتقادی را رشد می دهد (راستی آموزان قوانین مختلفی را ایجاد می کنند)

در ریاضی با دو نوع الگوی عددی و یا هندسی مواجه می شویم. کشف الگو، رابطه و نظم موجود در بین دنباله های عددی و یا هندسی کمک می کند تا بتوانید خواسته مسئله را پاسخ دهید. این راهبرد در مسئله هایی کاربرد دارد که بین شکل ها و یا عددها الگو و رابطه ی خاصی وجود داشته باشد.

$$3 \times (n-1) + 1$$

۱- سه عدد بعدی الگوهای زیر را بنویسید. رابطه بین عددها را توضیح دهید.



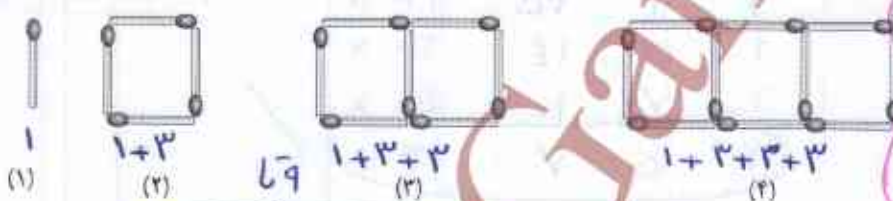
$$(3 \times \text{شماره ی جمله}) \rightarrow 3k-2$$

$$(\text{فردین} \times \text{شماره ی جمله}) \rightarrow k^2$$

$$2 \times 2 \times 2 \times \dots \times 2$$

$$V-K$$

۲- شکل دهم با چند چوب کبریت ساخته می شود؟ چرا؟

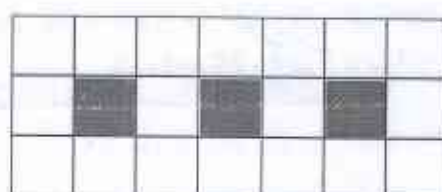
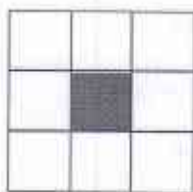


$$3 \times (n-1) + 1$$

$$(3 \times \text{شماره ی جمله}) - 2$$

$$1 + (3 + 3 + 3 + \dots + 3) = 1 + 27 = 28$$

۳- اگر شکل ها به همین ترتیب ادامه پیدا کند، چه کسری از شکل شماره ۶، رنگی است؟



(۱)

(۲)

(۳)

$$\frac{1}{9}, \frac{2}{15}, \frac{3}{21}, \frac{4}{27}, \frac{5}{33}, \frac{6}{39}, \dots, \frac{k}{4k+3}$$

جمله ی ششم

شماره ی جمله

$$3 + \text{شماره ی جمله} \times 6$$



راهبرد تسهیل معادله

$$3k + 2(20 - k) = 45$$

$$3k + 40 - 2k = 45$$

$$k = 5$$

ممکن است یک مسئله روش و راه حل مستقیمی نداشته باشد و با رسیدن به جواب طولانی و دشوار باشد. شما می‌توانید با یک روش منطقی و منظم پاسخ احتمالی مسئله را حدس بزنید سپس با توجه به شرایط گفته شده در مسئله حدس خود را بررسی و با توجه به نتیجه به دست آمده حدس بعدی را بزنید تا کم کم به پاسخ مسئله نزدیک شوید. برای نشان دادن حدس‌ها و آزمایش‌های خود راه حل مناسبی پیدا کنید.

$$k \quad 20 - k$$

۲۰ دستگاه دوچرخه و سه چرخه در یک پارکینگ وجود دارد. اگر تعداد کل چرخ‌های آنها ۴۵ عدد

باشد، چند دوچرخه و چند سه چرخه در پارکینگ وجود دارد؟

نکته: حدس‌ها باید منطقی باشند

مجموع دوچرخه‌ها و سه چرخه‌ها باید ۲۰ عدد باشد

بررسی آزمایش	تعداد سه چرخه	تعداد دوچرخه
۵۰	۱۰ → ۳۰	۱۰ → ۲۰
۴۸	۸ → ۲۴	۱۲ → ۲۴
۴۵	۵ → ۱۵	۱۵ → ۳۰



در حدس اول تعداد دوچرخه‌ها را ۱۰ و تعداد سه چرخه‌ها را هم ۱۰ عدد در نظر

بگیرید.

با کامل کردن ردیف اول جدول حدس خود را بررسی و آزمایش کنید.

با توجه به نتیجه بررسی، باید تعداد سه چرخه‌ها را بیشتر کرد یا دوچرخه‌ها را؟

چرا؟ دوچرخه‌ها - چون تعداد چرخ‌ها زیاد است و یکی یک دستگاه

دوچرخه اضافه نمی‌شود! دستگاه سه چرخه هم نمی‌شود و در این بین از چرخ‌های کل نمی‌شود

۲- دو زاویه متمم‌اند. یکی از این زاویه‌ها از ۳ برابر زاویه دیگر ۱۰ درجه بیشتر است. اندازه هر زاویه را

پیدا کنید.

A	B	بررسی
۱۰	$3 \times 10 + 10 = 40$	$10 + 40 = 50$
۲۰	$3 \times 20 + 10 = 70$	$20 + 70 = 90$

پس باید مقدار A را زیاد کنیم → کم است

A	B	$3 \times A + 10 = B$
۱۰	۸۰	$3 \times 10 + 10 = 40 \times$
۱۵	۷۵	$3 \times 15 + 10 = 55 \times$
۲۰	۷۰	$3 \times 20 + 10 = 70$

روش دوم

۳- به جای □ چه عددی می‌توان قرار داد؟

$$3 \times \square + 10 = 31$$

$$3 \times \square + 10 = 40$$

به جای □ عددهای مختلفی را حدس بزنید، از عدد ۱ شروع کنید.

حدس	$3 \times \square + 10$	بررسی
۱۰	$3 \times 10 + 10 = 40$	زیاد است
۸	$3 \times 8 + 10 = 34$	زیاد است
۷	$3 \times 7 + 10 = 31$	✓

تغایت دست ورزی: حالت استخر را بچه ها سازند تا مفهوم را بهتر درک کنند

MATH-HOME.IR

راهبرد زیر مسئله هدف نوشتن زیر مسئله ها هست

دانش آموزان نوشتن مسئله های کوچک تر سوال را بهتر درک می کنند

مسئله پیچیده و چند مرحله ای را به مسئله ساده و مرحله به مرحله تبدیل کنید. فهرستی از این زیر مسئله ها را درست کنید؛ سپس به ترتیب به آنها پاسخ دهید. اگر ترتیب زیر مسئله ها را درست تشخیص داده باشید، حل هر زیر مسئله به حل مسئله بعدی کمک می کند تا در نهایت به خواسته اصلی مسئله برسید.

۱- پس انداز هفتگی محمد، ۳۰۰۰ تومان است. او حساب کرد ۵ هفته پس انداز او، نصف قیمت کیفی است که دوست دارد بخرد. قیمت کیف چقدر است؟

$$5 \times 3000 = 15000$$

الف) پس انداز ۵ هفته چقدر می شود؟

ب) اگر این عدد نصف قیمت کیف باشد، قیمت کیف چقدر است؟

$$15000 \times 2 = 30000$$

می توانیم اردانش آموزان بخواهیم، آیا می توانید راه دیگری برای بدست آوردن مساحت

مساحت جانبی دیواره ها بدست آورید $\text{ارتفاع} \times \text{محیط دایره} = \text{کریجانی}$

۲- طول، عرض و عمق یک استخر به ترتیب ۶، ۱۲ و ۳ متر است. می خواهند کف و دیوارهای این استخر را رنگ کنند. اگر برای هر متر مربع ۴ کیلوگرم رنگ لازم باشد، برای رنگ کردن استخر چند کیلوگرم رنگ نیاز است؟



الف) مساحت کف استخر چقدر است؟ $6 \times 12 = 72$ متر مربع

ب) مساحت دیواره های به ضلع ۶ و ۳ ی هم چقدر است؟ $2 \times (3 \times 6) = 36$ متر مربع

ج) مساحت ... ۱۲ ... ۳ ... ؟ $2 \times (3 \times 12) = 72$ متر مربع

د) کل استخر چقدر است $72 + 36 + 72 = 180$ متر مربع

ه) مقدار رنگ لازم چقدر است؟ $180 \times 4 = 720$ کیلوگرم

۳- میوه فروشی، امروز ۴۰ کیلوگرم سیب به قیمت هر کیلوگرم ۲۵۰۰ تومان و ۸۰ کیلوگرم پرتقال به قیمت هر کیلوگرم ۱۵۰۰ تومان خرید. او هر کیلوگرم سیب را ۳۰۰۰ تومان و هر کیلوگرم پرتقال را ۲۰۰۰ تومان فروخت. این



میوه فروشی از این کار خود چقدر سود برده است؟

الف) برای خرید سیب چقدر است؟ $40 \times 2500 = 100000$ تومان

ب) برای خرید پرتقال چقدر است؟ $80 \times 1500 = 120000$ تومان

پ) کل پول پرداخت شده چقدر است؟ $100000 + 120000 = 220000$ تومان

ت) برای فروش سیبها چقدر است؟ $40 \times 3000 = 120000$ تومان

ث) برای فروش پرتقالها چقدر است؟ $80 \times 2000 = 160000$ تومان

ج) کل پول فروش میوهها چقدر است؟ $120000 + 160000 = 280000$ تومان

ح) میزان سود این میوه فروشی چقدر است؟ $280000 - 220000 = 60000$ تومان

$$40 \times (3000 - 2500) + 80 \times (2000 - 1500) = 20000 + 40000 = 60000$$

سود کل

در اینج راهبرد دانش آموز با حل مسئله ساده تر به راه حل مسئله اصلی پی می برد.

راهبرد حل مسئله ساده تر دانش آموز با حل اقلیت باید مسائل را به شکل ساده تر حل کند

MATH-HOME.IR

با تبدیل مسئله به زیر مسئله ارتباط دارد

قطع کردن

برای حل بعضی از مسئله ها، ابتدا مسئله ساده تر و مرتبط یا آن را حل می کنیم سپس با استفاده از نتیجه و پاسخ مسئله ساده شده جواب مسئله اصلی را به دست می آوریم. برای ساده کردن مسئله می توان از عددهای تقریبی یا عددهای کوچک تر استفاده کرد. برای نتیجه گیری و پیدا کردن پاسخ مسئله اصلی از راهبرد الگویابی استفاده می کنیم و الگوی کشف شده در مسئله ساده را به مسئله اصلی مرتبط می کنیم.

استفاده از اعداد ساده تر باعث می شود دانش آموز راه حل مسئله را پیدا کند

۱- قطر خورشید 1392530 کیلومتر و قطر کره زمین 1275616 کیلومتر است. قطر خورشید تقریباً چند

برابر قطر زمین است؟ $1000000 \div 10000 = 100$ (شان ساده تر)

برای ساده شدن مسئله بهتر است از عددهای تقریبی استفاده کنید. $1392530 \approx 1000000$

خلاصه مسئله ساده شده را بنویسید و پاسخ دهید. $1275616 \approx 100000$

$$1000000 \div 10000 = 100$$

$$1392530 \div 1275616 = 109,17$$



۲- حاصل عبارت مقابل را به دست آورید.

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots + \frac{1}{1024}$$

به جای حل کردن عبارت بالا ابتدا ساده شده این مسئله را پاسخ دهید.

در پاسخ ها چه الگو و رابطه ای تشخیص می دهید که به کمک آن بتوانید پاسخ مسئله اصلی را بدون محاسبه بنویسید؟

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} = \frac{3}{4} + \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{1024} = \frac{1023}{1024}$$

۳- اگر ۱۰ نقطه را که روی یک خط نیستند، دو به دو به هم وصل کنیم، چند پاره خط به وجود می آید؟

نکته: از برای مقایسه استفاده شود. تعداد پاره خط ها در واقع مجموع تعداد ضلع ها و تعداد قطر هاست. یک الگو پیدا کنید و برای ۱۰ نقطه نتیجه گیری کنید.



$$2 + 1 + 0 = 3$$



$$3 + 2 + 1 + 0 = 6$$



$$4 + 3 + 2 + 1 + 0 = 10$$

$$9 + 8 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 45$$

$$\text{تعداد پاره خط ها} = (1 - \text{تعداد نقاط}) \times \text{تعداد نقاط}$$

بسیاری از مسئله ها را می توان به کمک نمادهای جبری به یک معادله تبدیل کرد. از فصل سوم به بعد می توانید از این راهنما نیز استفاده کنید. در بعضی از مسئله ها نیز ممکن است از مدل سازی هندسی استفاده کنیم. تبدیل مسئله به یک شکل هندسی و حل هندسی آن نیز نوعی روش نمادین یا مدل سازی به شمار می رود.

۱- احمد ۳۰۰۰ تومان پول داشت. او ۴ دفتر خرید و ۲۰۰۰ تومان برایش باقی ماند. قیمت هر دفتر چقدر است؟

$$4 \times \square + 2000 = 3000$$

متن این سوال را می توانید با تساوی مقابل نشان دهید.

مربع نشان دهنده چه چیزی است؟ قیمت هر دفتر

اکنون می توانید عددی را که باید در مربع قرار گیرد حدس بزنید و آزمایش کنید.

(در فصل سوم این مسئله را به روش دیگر حل خواهید کرد)

$$1000 \rightarrow 4 \times 1000 + 2000 = 6000$$

$$3000 \rightarrow 4 \times 3000 + 2000 = 14000$$

$$6000 \rightarrow 4 \times 6000 + 2000 = 24000$$

$$7000 \rightarrow 4 \times 7000 + 2000 = 30000$$

قیمت هر دفتر ۷۰۰۰ تومان

۲- فاطمه کتاب داستانی را در ۶ ساعت مطالعه کرد و ۱۰ صفحه از آن باقی ماند. اگر این کتاب ۱۰۰ صفحه داشته

باشد، فاطمه به طور متوسط در هر ساعت چند صفحه از آن را مطالعه کرده است؟

$$6 \times \square + 10 = 100$$

$$5 \rightarrow 6 \times 5 + 10 = 40$$

$$10 \rightarrow 6 \times 10 + 10 = 70$$

$$15 \rightarrow 6 \times 15 + 10 = 100 \checkmark$$

در هر ساعت ۱۵ صفحه مطالعه کرده است

۳- یک سالن مستطیل شکل است. می خواهند در مکانی از سقف این سالن دریچه کولر قرار دهند. به طوری که

از ۴ گوشه آن به یک اندازه باشد. محل دریچه را تعیین کنید. مرکز تعادل



مخادین ساری هندسی

مساحت $S' = a^2 \rightarrow a$ ضلع مربع

مرور راهبردها

$$\frac{9}{100} a \times \frac{9}{100} a = \frac{11}{100} a^2 = 11\% S \Rightarrow 100\% - 11\% = 89\%$$

از مساحت کم می‌شود

در حل این مسئله‌ها از راهبردهایی که آموخته‌اید، استفاده کنید. ممکن است در حل مسئله‌ای راه، جدیدی به ذهن شما برسد که با راهبردهای آموزش داده شده متفاوت باشد. برای حل مسئله‌ها می‌توانید از ماشین حساب استفاده کنید. در مورد راهبردهای مختلف با هم کلاسی‌های خود گفت‌وگو کنید. ممکن است یک مسئله با چند راهبرد حل شود یا چند نفر از یک راهبرد استفاده کنند ولی نحوه به کار بردن آنها متفاوت باشد. برای مثال چند نفر یک مسئله را با راهبرد رسم شکل حل می‌کنند اما نحوه شکل کشیدن آنها ممکن است متفاوت باشد. در یک کلاس

رسم شکل

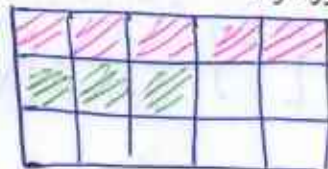
زیر مسئله

ریاضی خوب و فعال، تنوع راهبرد و راه حل وجود دارد. $\frac{1}{5} = \frac{3}{15} \rightarrow \frac{1}{3} = \frac{5}{15}$

۱- $\frac{1}{3}$ دانش‌آموزان کلاسی بسکتبال و $\frac{1}{5}$ دانش‌آموزان آن کلاس فوتبال بازی می‌کنند. سایر دانش‌آموزان که تعدادشان ۱۴ نفر است، بازی آنها را تماشا می‌کنند. این کلاس چند دانش‌آموز دارد؟

$$14 \div 7 = 2$$

$$10 \times 2 = 20$$



$$\frac{1}{3} + \frac{1}{5} = \frac{8}{15}$$

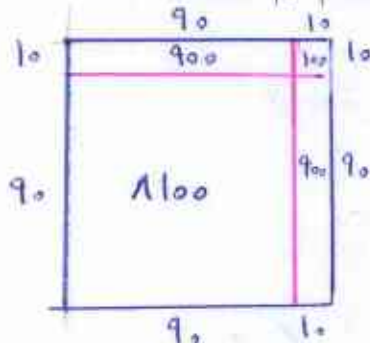
$$\frac{7}{15} \mid 14 \rightarrow 20$$

۱- چه نسبی از کلاس بسکتبال یا فوتبال می‌کنند؟

۲- چه نسبی از کلاس ورزش نمی‌کنند؟

۳- این کلاس چند دانش‌آموز دارد؟

۲- مساحت مربعی به ضلع ۱۰ سانتی‌متر، ۱۰۰ متر مربع است. اگر از ضلع مربع ۱۰ درصد کم کنیم، مساحت مربع چند درصد کم می‌شود؟



$$\frac{1900}{10000} = \frac{19}{100} = 19\%$$

رسم شکل و زیر مسئله

۳- کشاورزی زمین خود را به نسبت‌های زیر پُر باغی کرده است:

گندم: ۴۵٪ جو: ۳۷/۵٪ ذرت: ۱۷/۵٪

اگر مساحت زمین او ۱۵ هکتار باشد، مساحت زیر کشت هر پُر را حساب کنید.



$$\frac{45}{100} \mid 15 \Rightarrow \square = \frac{45 \times 15}{100} = 6,75$$

$$\frac{37,5}{100} \mid 15 \Rightarrow \square = \frac{37,5 \times 15}{100} = 5,625$$

$$15 - (6,75 + 5,625) = 2,625$$

۴- حاصل عبارت زیر را پیدا کنید.

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} \times \dots \times \frac{1}{100}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{2}{2} \Rightarrow \frac{2}{2} \times \frac{3}{3} \times \frac{4}{4} \times \dots \times \frac{101}{100}$$

$$\frac{3}{2} \times \frac{4}{3} \times \frac{5}{4} = \frac{5}{2} \rightarrow$$

راهبرد حل مسئله‌ی ساده‌تر

$$\frac{3}{2} \times \frac{4}{3} \times \frac{5}{4} \times \dots \times \frac{101}{100} = \frac{101}{2}$$

نکته: مخارج هر کسر با صورت کسر قبلی برابر است پس ساده می‌شود

استدلال جایی

الگویابی

در حل سؤال ۵ از باسین حساب استفاده شود

$$\frac{3}{8} \times \boxed{} \rightarrow 1840$$

۱- چه تعداد از کفش‌های این کارگاه پسرانه است؟

$$\frac{3}{8} \times 4940 = 1840$$

۲- چه تعداد از کفش‌ها دخترانه است؟

$$4940 - 1840 = 3100 \quad \text{یا} \quad \frac{5}{8} \times 1840 = 3100$$

۵- در یک کارگاه تولید کفش ۴۹۴۰ جفت کفش تولید شده است. $\frac{3}{8}$ آنها پسرانه و بقیه دخترانه است. اگر قیمت هر جفت کفش پسرانه ۲۷۰۰۰ تومان و قیمت هر جفت کفش دخترانه ۳۴۰۰۰ تومان باشد، درآمد این کارگاه

راهور در زیر مسئله



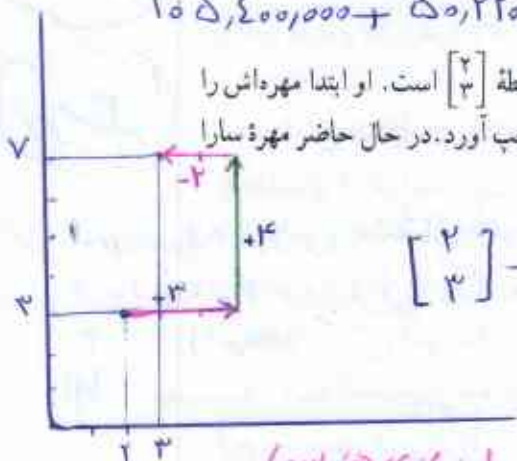
قیمت کل کفش‌های دخترانه $3100 \times 34000 = 105,400,000$

قیمت کل کفش‌های پسرانه $1840 \times 27000 = 50,120,000$

کل درآمد کارگاه چقدر است؟ $105,400,000 + 50,120,000 = 155,520,000$

راهور غارین ساری

راهور در رسم شکل



۶- سارا یک بازی روی صفحه شطرنجی انجام می‌دهد. مهره او روی نقطه $\begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$ است. او ابتدا مهره‌اش را ۳ خانه به سمت راست، سپس ۴ خانه به سمت بالا و در انتها ۳ خانه به سمت چپ آورد. در حال حاضر مهره سارا روی کدام نقطه قرار دارد؟

$$\begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix} \xrightarrow{+3} \begin{bmatrix} 5 \\ 3 \end{bmatrix} \xrightarrow{+4} \begin{bmatrix} 5 \\ 7 \end{bmatrix} \xrightarrow{-3} \begin{bmatrix} 2 \\ 7 \end{bmatrix}$$

حرکت طولی حرکت عمودی حرکت طولی

(مدل سازی هندسی)

۱۶	۱۶		
۱۶	۴	۴	
	۴		

$$\frac{1}{4} \rightarrow \frac{1}{14} \rightarrow \frac{1}{44}$$

$$\frac{1}{4} \times \left(\frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \right) = \frac{1}{64}$$

$\frac{1}{4}$ از $\frac{1}{4}$ ، $\frac{1}{4}$ شکل زنبلی است

الگویابی

راهور الگویابی

۸- اگر دیوارهای یک استخر با طرح زیر کاشی کاری شده باشد، چه کسری از دیوار کاشی سبز دارد؟ طول بعضی استخر اندازیم



$$\frac{10}{20} = \frac{1}{2}$$

نکته: البته جواب نه صورت تقریبی $\frac{1}{2}$ است

اگر تعداد کاشی‌های یکی از اضلاع زوج باشد حاصل دقیقاً برابر $\frac{1}{2}$ است و در غیر این صورت یعنی اگر هر دو ضلع تعداد فرد کاشی داشته باشد جواب تقریباً برابر $\frac{1}{2}$ است

۹- به چند حالت حاصل ضرب ۲ عدد طبیعی ۳۶ می شود؟ در کدام حالت حاصل جمع، کمترین مقدار است؟ حالت ۵

عدد اول	عدد دوم	حاصل ضرب
۱	۳۶	۳۷
۲	۱۸	۲۰
۳	۱۲	۱۵
۴	۹	۱۳
۶	۶	۱۲

راهنما: الگوسازی ← تمام حالت های ممکن را بنویسیم

تکثیر دو عدد می تواند متغیر نباشند

اشکال جایی

واحد

۱- عددی را ۵ برابر و ۳ عدد از آن کم کردیم، حاصل ۳۲ شد. عدد مورد نظر چند است؟

$$\square \times 5 - 3 = 32$$

ابتدا از راهنما برای الگوسازی استفاده می کنیم

و سپس پس از راهنما جدول و بررسی جواب را می بینیم

در این قسمت برای خود فهرستی از راهنماهای کاربرد هر کدام تهیه کنید

تا در هنگام حل فعالیت ها و مسئله های کتاب از آن استفاده کنید.

$$5 \rightarrow 5 \times 5 - 3 = 22$$

$$7 \rightarrow 7 \times 5 - 3 = 32$$

عدد مورد نظر ۷ است

تعیین ارتفاع غواص و صوف
از سطح آب



اهداف این فصل

- ۱- اعداد صحیح و جمع روی محور و تقریب و مقایسه‌ی اعداد صحیح که در سال ششم آموخته‌اند را به یاد آورند و نمایش اعداد صحیح روی محورها
- ۲- سبک اعداد صحیح را به یاد آورند
- ۳- با اعداد مرتبه‌ی آشنا شوند

فصل ۲ عددهای صحیح

- ۴- خاصیت‌های جمع و عدد با تقریب آشنا و جمع با محور را درک کنند
- ۵- با دوروش حاصل جمع و تفریق را درست آورند
- ۶- جمع و تفریق، ضرب و تقسیم اعداد صحیح را با استفاده از قواعد آن و با عبارت انجام دهند
- ۷- جمع و تفریق اعداد صحیح (دوروش) را با استفاده از جدول ارزش مکانی و کسره بررسی انجام دهند



- از عددهای صحیح (علامت دار) می‌توان برای بیان وضعیت سرما و گرمای هوا و همچنین عمق و ارتفاع نسبت به سطح زمین یا سطح دریا استفاده کرد.
- معرفی عددهای علامت دار
- جمع و تفریق عددهای صحیح (۱)
- جمع و تفریق عددهای صحیح (۲)
- ضرب و تقسیم عددهای صحیح

* گرمای هوای مدینه
* کارهای خوب و عبارت حجاج

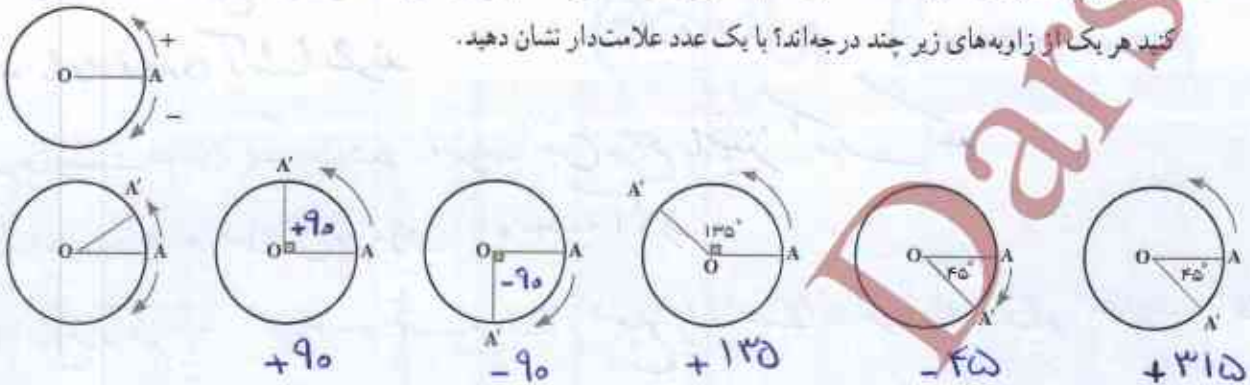
- ۱- در سال ششم اعداد صحیح معرفی شده اند و دانش آموزان شناخت کافی دارند
- ۲- در پایه ریاضی ششم نماز قرینه معرفی شده ولی قرینه های اعداد صحیح را نمی دانند

MATH-HOME.IR

معرفی عددهای علامت دار

نشان

۱- نقطه A روی محیط دایره حرکت می کند. در وضعیت OA زاویه صفر درجه را نشان می دهد. وقتی A روی دایره حرکت می کند تا برای مثال به نقطه A' برسد، یک زاویه درست می کند. با توجه به جهت های + و - نشان داده شده، مشخص کنید هر یک از زاویه های زیر چند درجه اند؟ با یک عدد علامت دار نشان دهید.



۲- در سال گذشته با نمایش عددهای صحیح روی محور آشنا شدید و آموختید که عددهای منفی قرینه عددهای مثبت اند.

در ریاضی قرینه را با علامت منفی نشان می دهند. با کمک محور مانند نمونه تساوی ها را کامل کنید.

در پایه ریاضی ششم نماز قرینه

معرفی نماز قرینه

معرفی شده است



نماز قرینه

$$-(+7) = -7 \quad \text{قرینه } (+7) = -7 \quad \text{قرینه } (+5) = -5 \quad \text{قرینه } (+3) = -3$$

$$-(-8) = +8 \quad \text{قرینه } (-8) = +8 \quad \text{قرینه } (-5) = +5 \quad \text{قرینه } (-4) = +4$$

۳- مانند نمونه و به کمک محور بالا تساوی ها را کامل کنید.

$$-(-7) = +7 \quad \text{قرینه } (-7) = +7 \quad \text{قرینه } (-5) = +5 \quad \text{قرینه } (-3) = +3$$

$$-(+7) = -7 \quad \text{قرینه } (+7) = -7 \quad \text{قرینه } (+5) = -5 \quad \text{قرینه } (+3) = -3$$

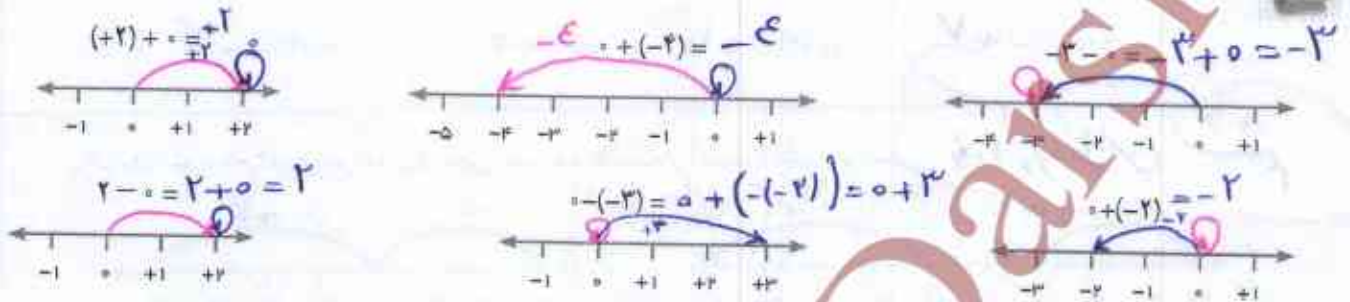
از تساوی های بالا چه نتیجه ای می گیرید؟ قرینه ی قرینه هر عدد صحیح ما خود آن عدد برابر است

عددهای صحیح مثبت را می توان به صورت مقابل نوشت:

$$+3 = 3 \quad +7 = 7$$

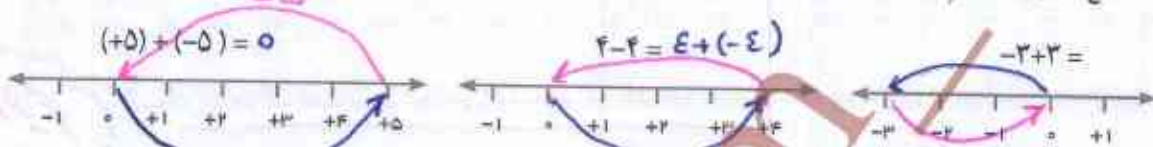
عددهای صحیح سه دسته اند: عددهای صحیح مثبت، صفر و عددهای صحیح منفی.

۱- جمع و تفریق ها را روی محور نشان دهید و حاصل را به دست آورید. ابتدا تفریق ها را به صورت جمع بنویسید.



از این فعالیت چه نتیجه ای می گیرید؟ جمع هر عدد با صفر برابر همان عدد است.

۲- جمع و تفریق ها را روی محور نشان دهید و حاصل را به دست آورید. ابتدا تفریق را به صورت جمع بنویسید.



از این فعالیت چه نتیجه ای می گیرید؟ حاصل جمع هر عدد با قرینه اش برابر صفر می شود.

۱- عددها را با هم مقایسه کنید.

$-4 < -8$ $-27 < 1$ $0 < -14$
 $-10 < -1$ $+7 < 7$ $+(-8) < -(+8)$

۲- مانند نمونه گسترده عددها را بنویسید.

$-1081 = -1000 - 80 - 1$ $-237 = -200 - 30 - 7$ $425 = 400 + 20 + 5$
 $-2040 = -2000 - 40$

4300 و 431 و 432

4 و 5 و 4

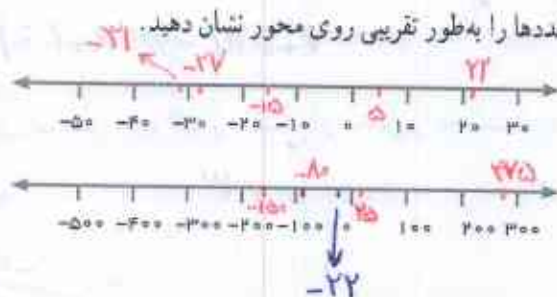
170 و 171 و 172

۳- عدد قبل و بعد هر یک از عددها را بنویسید.

$(-1) + (+1) = 0$
۵ و ۳۱ و ۲۷ و ۱۵ و ۵

۲۵ و ۲۷۵ و ۱۵۰ و ۸۰ و ۲۵

$0 \rightarrow (+1) + (-1) = 0$



یادآوری کلاس ششم

نکته: بهتر است
به جای دایره های توپر و
توخالی از $\oplus$ و $\ominus$ استفاده کنیم
 $\oplus, \ominus \rightarrow (+1) + (-1) = 0$

تساوی ها را کامل کنید.

$$+15=15$$

$$+20=$$

$$-(+10)=-10$$

$$-(-4)=+4$$

$$-(-(+7))=+7$$

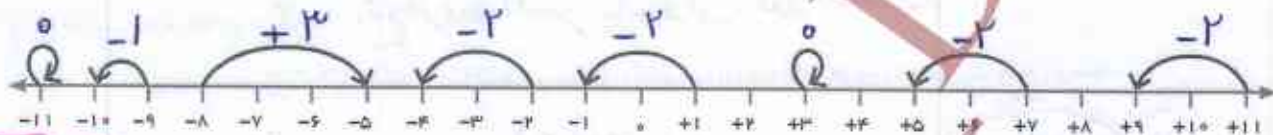
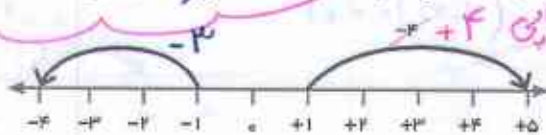
$$-(-10)=+10$$

$$+(-7)=-7$$

$$+(-4)=-4$$

یادآوری طرأس ششم

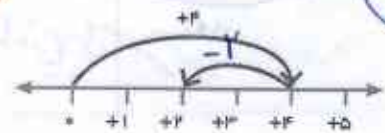
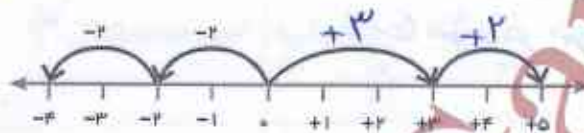
۱- مانند نمونه ها برای هر حرکت روی محور یک عدد علامت دار (مثبت یا منفی) بنویسید.



راهنما در رسم شکل

۲- وقتی دو حرکت پشت سرهم انجام می شود، می توانیم یک جمع بنویسیم. مانند نمونه برای هر حرکت یک جمع بنویسید.

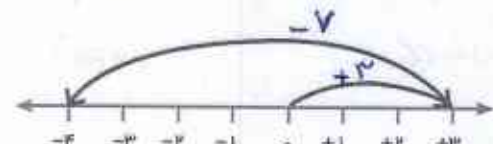
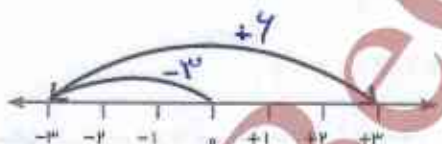
جمع اعداد صحیح



$$(-2) + (3) = (+1)$$

$$(+3) + (2) = (+5)$$

$$(+4) + (-2) = (+2)$$



$$(-3) + (6) = (+3)$$

$$(+7) + (-3) = (+4)$$

$$(+4) + (-2) = 4-2$$

۳- $(+4) + (-2)$ را می توان به صورت تفریقی که در دوره ابتدایی می نوشتید، تبدیل کنید: یعنی:

$$3-2=3+(-2)$$

تفریق را هم می توانیم به صورت جمع بنویسیم. مانند:

مانند نمونه تساوی ها را کامل کنید.

تبدیل تفریق به جمع

$$-7-4 = (-7) + (-4)$$

$$-7+(-4) = -7-4$$

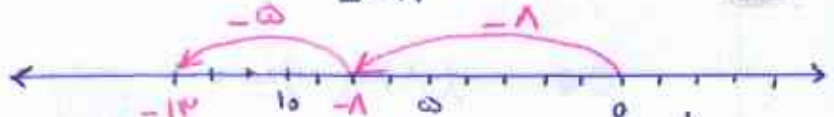
$$7-11 = 7+(-11) \quad 8-5 = 8+(-5) \quad -5-(-3) = (-5) + (-(-3)) = -5+3$$

در دفتر خود برای هر جمع یا تفریق یک محور رسم کنید و به کمک آن حاصل را به دست آورید.

$$8+(-5) = 3$$

$$-4+(+7) = +3$$

$$-8-(+5) = -8+(-5) \quad -3-1 = -3+(-1) = -4$$



$$-8-(+5) = -8+(-5) = -13$$

$$-4 + 5 = -1$$

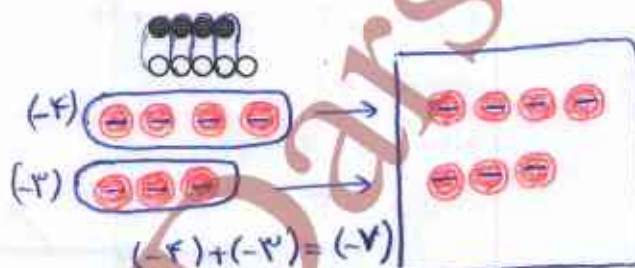


جمع و تفریق عددهای صحیح (۱)

فعالیت

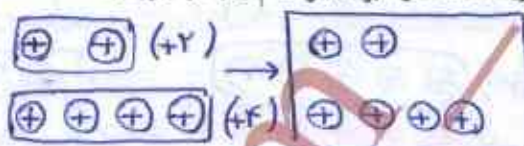
۱- اگر $\bigcirc$ نشان دهنده $+1$ و $\bullet$ نشان دهنده -1 باشد. مانند نمونه حاصل جمع و تفریق ها را با رسم دایره های توپر و تو خالی به دست آورید. تفریق ها را ابتدا به جمع تبدیل کنید.

$$\begin{aligned} -4 - (-5) &= -4 + (-(-5)) = -4 + 5 = +1 \\ -6 + 5 &= -6 + (+5) = -1 \\ -8 - 2 &= -8 + (-2) = -10 \\ -4 - (+3) &= -4 + (-3) = -7 \\ 5 + (-6) &= -1 \end{aligned}$$



۲- علاوه بر روش فوق، پیدا کردن حاصل جمع و تفریق را با محور نیز آموخته اید. اکنون با یکی از این دو روش، حاصل را به دست آورید. مانند نمونه برای هر کدام نتیجه را بنویسید.

$$\begin{aligned} (+2) + 4 &= +6 \\ 5 + 1 &= +6 \\ (+3) + (+2) &= +5 \end{aligned}$$



نتیجه: اگر هر دو عدد مثبت باشند حاصل جمع آنها مثل جمع دو عدد طبیعی است.

$$\begin{aligned} -3 - 4 &= -3 + (-4) = -7 \\ -4 - (+1) &= (-4) + (-1) = -5 \\ (-4) + (-2) &= -6 \end{aligned}$$



نتیجه: اگر هر دو عدد منفی باشند... حاصل جمع آنها را با علامت منفی حاصل منفی است

حاصل جمع و تفریق ها را به دست آورید.

$$\begin{aligned} (+4) + (+6) &= +10 & (+10) + (+20) &= +30 & (+100) + 200 &= +300 \\ -6 + (-7) &= -13 & (-4) - (+6) &= (-4) + (-6) = -10 & -8 - 2 &= (-8) + (-2) = -10 \\ (-40) + (-8) &= -48 & -200 + (-400) &= -600 & (-40) - (+30) &= (-40) + (-30) = -70 \\ -80 - 5 &= (-80) + (-5) = -85 & -70 - 10 &= (-70) + (-10) = -80 & (-9) + (-10) &= -19 \end{aligned}$$

با دو روشی که برای جمع و تفریق می‌شناسید، در هر قسمت حاصل جمع و تفریق‌ها را به دست آورید و نتیجه را

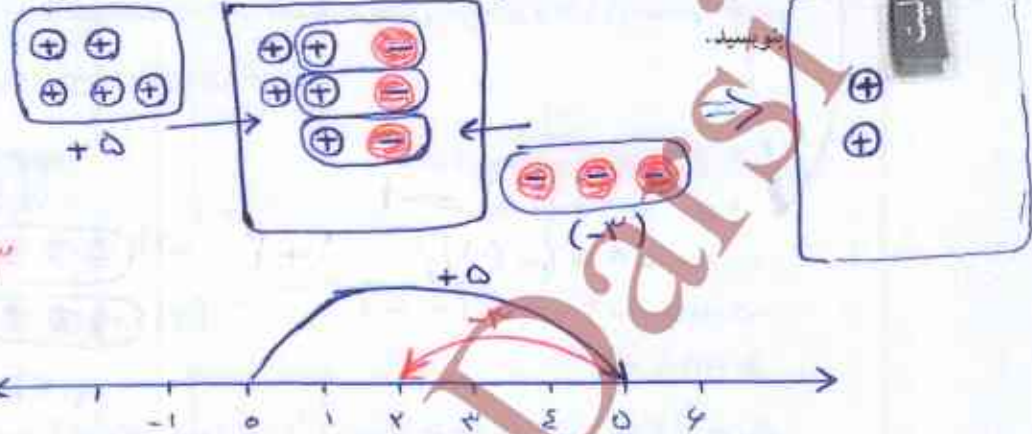
$$(+5) + (-3) = +2$$

$$4 + (-2) = +2$$

$$-4 + (+5) = +1$$

$$6 - 3 = 6 + (-3) = 3$$

$$-3 + 7 = +4$$



نتیجه: اگر در جمع دو عدد صحیح یکی از دو عدد مثبت و دیگری منفی باشد و بدون در نظر گرفتن علامت‌ها

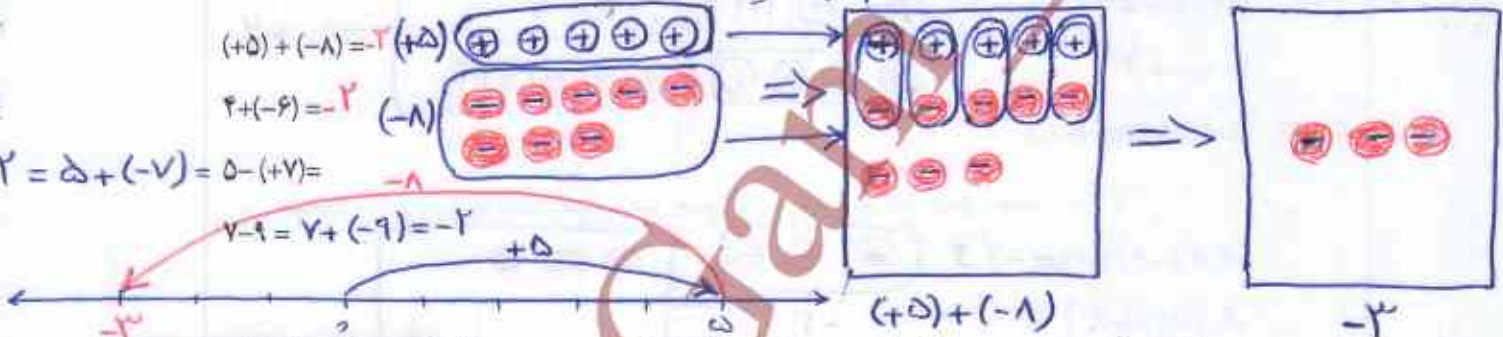
مقدار مثبت بیشتر باشد، دو عدد را از هم کم می‌کنیم و علامت حاصل مثبت است

$$(+5) + (-8) = -3$$

$$4 + (-6) = -2$$

$$-2 = 5 + (-7) = 5 - (+7) =$$

$$7 - 9 = 7 + (-9) = -2$$



نتیجه: اگر در جمع دو عدد یکی از دو عدد مثبت و دیگری منفی باشد و بدون در نظر گرفتن علامت‌ها مقدار عدد

منفی بیشتر باشد، دو عدد را از هم کم می‌کنیم و علامت حاصل منفی است

با توجه به نتایج بالا حاصل عبارت‌ها را به دست آورید. **باتوجه به ۴ قاعده ای که آموخته‌اید**

$$(+5) + (-2) = +3$$

$$-10 - (-20) = -10 + (+20) = +10$$

$$8 - 3 = 8 + (-3) = 5$$

$$(+5) + (-7) = -2$$

$$(-8) - (-4) = -8 + (+4) = -4$$

$$-20 + 10 = -10$$

$$(+9) - (+7) = 9 + (-7) = 2$$

$$-3 + 9 = +6$$

$$-18 + 10 = -8$$

$$(+10) - (-20) = 10 + (+20) = 30$$

$$-200 + 100 = -100$$

$$-40 + (+10) = -30$$

(۴) سنندج چند درجه از کرمان سردتر است؟ $(-۲۱) - (+۹) = (-۲۱) + (-۹) = -۳۰$ **راحت اول**

$(+۲۱) - (-۹) = (+۲۱) + (+۹) = ۳۰$ **راحت دوم** ★

سنندج چند درجه از کرمان گرم تر است؟ $(-۹) - (-۱۰) = (-۹) + (+۱۰) = ۱$

۱- عددها را از کمتر به بیشتر و از چپ به راست مرتب کنید.

۲۳- و ۱۲ و ۳۴- و ۵- و ۰ و ۴۵ و ۱۵- و ۵ و ۱- و ۲

باستفاده از مسئله های زیر را در دفترتان بنویسید. $-۳۴, -۲۳, -۱۵, -۵, -۱, ۰, ۲, ۵, ۱۲, ۴۵$

۲- اگر طبقه هم کف یک ساختمان را با صفر و طبقه های بالای هم کف را با + و زیر هم کف را با - نشان دهیم. مسئله زیر را پاسخ دهید.

شخصی در طبقه +۵ سوار آسانسور شد. ابتدا ۳ طبقه بالا رفت و پس از خرید، ۶ طبقه به پایین آمد. پس از خرید جای ۲ طبقه پایین رفت و در صندوق خرید خود را حساب کرد. سپس دوباره ۲ طبقه پایین رفت و در پارکینگ سوار ماشین خود شد. ماشین این شخص در کدام طبقه بود؟ **راهبرد رسم شکل**

۳- دمای هوای شهر کرد ۲ درجه زیر صفر است. اردبیل ۸ درجه از شهر کرد سردتر است. دمای هوای شهر اردبیل چند درجه است؟ $-۲ - ۸ = (-۲) + (-۸) = -۱۰$

۴- دمای شهر کرمان، سنندج و یاسوج به ترتیب ۲۱ درجه بالای صفر، ۶ درجه زیر صفر و ۱۰ درجه زیر صفر است. سنندج چند درجه از کرمان سردتر است؟ سنندج چند درجه از یاسوج گرم تر است؟
۵- در جای خالی عدد مناسب بنویسید.

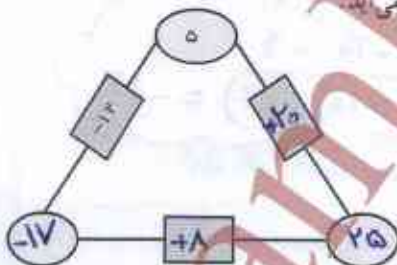
$-۸ + (-۲) = -۱۰$
 $۱۰ + (-۱۵) = -۵$
 $-۴ - ۴ = -۸$
 $۴ - (-۶) = ۱۰$

$-۱۰ + ۱۵ = ۵$
 $۱۰ - ۵ = ۱۵$
 $-۳ - (-۸) = +۵$
 $۴ - ۱۲ = -۸$

$-۴ + (-۴) = -۸$
 $۱۰ + (-۱۵) = -۵$
 $۲ - ۱۵ = -۱۳$
 $-۶ + ۲۱ = ۱۵$

اسکال حایمی

۶- در مثلث مقابل، عدد روی هر ضلع از مجموع عددهای دو رأس به دست می آید. جاهای خالی را کامل کنید.



۷- حاصل عبارت ها را به دست آورید.

$۱۰ - (-۴) = ۱۴$ $-۸ - ۴ = -۱۲$ $-۱۶ + ۱۵ = -۱$ $-۱۴ + ۲۰ = +۶$
 $-۱۰ - (-۵) = -۵$ $-۱۰ - (+۵) = -۱۵$ $۱۰ - ۶ = ۴$ $۱۰ - ۲۰ = -۱۰$
 $-۱۰ - (+۲۰) = -۳۰$ $۱۰ - (+۵) = ۵$ $۱۰ - (-۵) = ۱۵$ $-۱۰ - (-۲۰) = +۱۰$

جمع و تفریق عددهای صحیح (۲)

نمایش

۱- مانند نمونه جمع و تفریق دو عدد دو رقمی را به جمع و تفریق عددهای یک رقمی تبدیل کنید.
سپس با توجه به جدول مقابل حاصل را به یک جمع تبدیل کنید.

یکان	دهگان
۴	۳
-۷	-۲
-۳	۱

$$\rightarrow 10 + (-3) = 10 - 3 = 7$$

ی	د
۷	۲
-۹	-۳
-۲	-۱

$$(-10) + (-2) = -12$$

ی	د
-۷	-۱
-۴	-۲
-۱۱	-۳

$$(-30) + (-11) = -41$$

ی	د
-۳	-۴
۱	+۵
-۲	

$$10 + (-2) = 8$$

به همین ترتیب می توانید جمع و تفریق چند عدد دو رقمی را انجام دهید.

ی	د
۷	۶
-۳	-۲
-۱	-۳
۳	۱

$$10 + 3 = 13$$

ی	د
۳	-۴
۱	+۵
۲	-۳
-۶	-۲

$$-20 + (-6) = -26$$

۲- حاصل عبارت های (ردیف اول) را با کمک ۴ قانونی که در درس قبل نتیجه گرفتید، نیز پیدا کنید. روش کار را

اسکال جایی

$$27 - 39 = 27 + (-39) = -12$$

$$-43 + 51 = +8$$

$$-17 - 24 = (-17) + (-24) = -41$$

سوال بد

توضیح دهید.

$$27 \rightarrow 20 + 7$$

$$-39 \rightarrow -30 - 9$$

$$(-10) + (-2) = -12$$

کدام یک از دو روش برای شما ساده تر بود؟ در این مورد در کلاس گفت و گو کنید.

حاصل عبارت ها را مانند نمونه بالا انجام دهید.

ی	د
-۴	-۲
-۹	-۳
-۱۳	-۴

$$(-90) + (-13) = -103$$

ی	د
-۱	-۸
۵	+۳
۴	-۵

$$(-50) + 4 = -46$$

ی	د
۳	۴
-۵	-۷
-۲	-۳

$$(-30) + (-2) = -32$$

نمایش

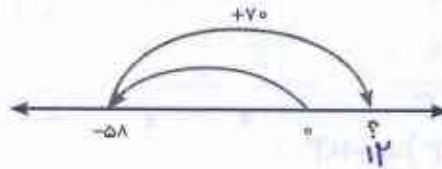
۱- در این نمونه به کمک محور و به صورت تقریبی محل جواب و علامت آن تعیین می شود و از روی حرکت

اسکان چایی

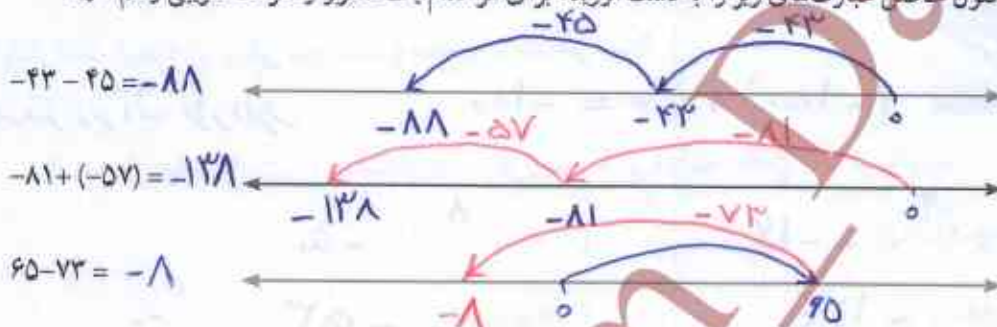
فلش ها می توان روش محاسبه را حدس زد. با توجه شکل، حاصل مثبت و جواب $12 = 58 - 70$ است.

$$-58 + 70 = 12$$

$$-58 + 70 = +12$$



اکنون حاصل عبارت های زیر را به دست آورید. برای هر کدام یک محور و حرکت تقریبی رسم کنید.



۲- حاصل هر عبارت را به کمک ماشین حساب به دست آورید و درستی پاسخ های خود را بررسی کنید.

برای منفی کردن عددها از کلید $+/-$ استفاده کنید. این کلید عدد روی صفحه را قرینه می کند. برای وارد کردن

عدد ۴۳- دکمه را به این ترتیب وارد کنید.



برای رسیدن به ۴۳- چه راه حل دیگری دارید؟ $+/-$

به کمک ماشین حساب حاصل ها را به دست آورید

۱- بدون محاسبه کردن فقط تعیین کنید که حاصل عبارت مثبت است یا منفی.

$$-80 + 130 = +50 \quad -40 - 90 = -130 \quad 100 - 200 = -100 \quad 100 + (-50) = +50$$

تخمین زدن

۲- حاصل عبارت ها را مانند نمونه به صورت تقریبی به دست آورید.

$$-137 + 211 \approx -100 + 200 = 100 \quad -471 + 182 \approx -500 + 100 = -400$$

$$502 - 794 \approx 500 - 800 = -300 \quad -471 - 211 \approx -500 - 200 = -700$$

۳- حاصل دقیق عبارت های بالا را با ماشین حساب به دست آورید و با پاسخ خود مقایسه کنید.

$$-137 + 211 = 74$$

$$-471 + 182 = -289$$

$$502 - 794 = -292$$

$$-471 - 211 = -682$$

۱- حاصل عبارت های زیر را به دست آورید.

$$100 + 10 + (-4) = 106$$

ص	د	ی
۱	۲	۴
-۲	-۳	-۷
-۱	-۱	-۳

$$-100 + (-10) + (-3) = -113$$

ص	د	ی
-۱	-۲	-۵
+۲	۳	۱
۱	۱	-۴

ص	د	ی
۳	۳	۱
-۲	-۵	-۷
۱	-۲	-۴

$$100 + (-20) + (-6) = 74$$



۲- یک زیر دریایی ۱۵۰ متر پایین تر از سطح دریا قرار دارد. زیر دریایی دیگری ۵۰ متر از

آن بالاتر است. ارتفاع زیر دریایی دوم نسبت به سطح دریا چند متر است؟

$$(-150) + 50 = -100$$

صدمتر زیر آب قرار دارد

۳- حاصل عبارت های زیر را به دست آورید. از هر روشی که می خواهید حاصل را به دست آورید.

$$(-7) + ((-4) + (-5)) = -16$$

$$(-12) + ((-9) + 17) = -4$$

$$126 - 260 = -134$$

$$(-36) + (-17) = -53$$

$$(-37) - (-8) = -37 + 8 = -29$$

$$12 + 15 - 7 = 27 - 7 = 20$$

$$15 - 9 - 8 = 6 - 8 = -2$$

$$17 - 25 - 12 = -8 - 12 = -20$$

۴- ساختمانی از ۷ طبقه روی هم کف و ۳ طبقه زیر هم کف تشکیل شده است. احمد در طبقه ۲- است. او ابتدا ۳

از هر روشی که می خواهید حاصل را به دست آورید.

طبقه بالا می رود. سپس ۲ طبقه پایین آمد و از آنجا ۵ طبقه بالا رفت. احمد هم اکنون در کدام طبقه است؟

$$(-2) + 3 + (-2) + (5) = 4$$

۵- نقاط مشخص شده به طور تقریبی چه عددی را نشان می دهند؟



۶- حاصل عبارت های زیر را به صورت تقریبی به دست آورید.

$$-71 + 59 \approx -70 + 60 = -10$$

$$-83 - 48 \approx -80 - 50 = -130$$

$$-41 + 37 - 82 \approx -40 + 40 - 80 = -80$$

$$37 - 71 \approx 40 - 70 = -30$$

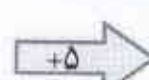
حاصل هر عبارت را با ماشین حساب به دست آورید و با پاسخ خود مقایسه کنید.

-۸	۷	۲
۱۰	۰	-۳
-۲	۸	۵



-12	۲	۰
۶	-۴	-۷
-۹	۲	۱

-۱۰
۰
-۱۳



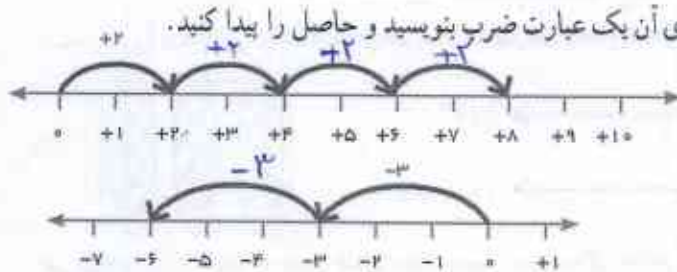
-۵
۵
-۸

یکی از معایب و نواقص این روش این هست که ما می دانیم $3 \times (-1) = -3$ می شود ولی چرا $(-1) \times 3 = -3$ اگر چنانچه خاصیت جابجایی در ضرب برقرار است پس باید به شکل چون $2 \times (-3) = -6$ پس حاصل $(-3) \times 2 = -6$

MATH-HOME.IR

ضرب و تقسیم عددهای صحیح

فعالیت



$$4 \times (+1) = +4$$

$$3 \times (-1) = -3$$

۱- به کمک محور و حرکت انجام شده روی آن یک عبارت ضرب بنویسید و حاصل را پیدا کنید.
۲- اگر فرض کنیم هر $\bigcirc$ یعنی +1 پس 3 تا $\bigcirc$ مساوی 3 تا (+1) یعنی +3، پس: $3 \times (+1) = +3$
هر $\bullet$ یعنی -1 پس 3 تا $\bullet$ یعنی 3 تا (-1) یعنی -3، پس: $3 \times (-1) = -3$
حالا تساوی ها را کامل کنید. نتیجه آخر (-1) در عددی ضرب می شود آن اقرنیه می کند. **سوال: آیا سه تا (-1) یا (-1) تا سه برابر است**

$$4 \times (-1) = -4$$

$$5 \times (+1) = 5$$

$$6 \times (-1) = -6$$

$$-7 = 7 \times (-1)$$

$$+6 = 6 \times (+1)$$

$$-10 = 10 \times (-1)$$

۳- مانند نمونه ها حاصل ضرب ها را به دست آورید.

$$(+4) \times (+2) = 4 \times 2 = 8$$

$$(+5) \times (+3) = 5 \times 3 = 15$$

$$(-1) \times (-3) = -(-3) = +3$$

مثلاً یک در (-3) ضرب شده پس حاصل قرینه ی (-3) می شود $\Rightarrow$

$$(+4) \times (-3) = 4 \times 3 \times (-1) = 12 \times (-1) = -12$$

$$(+3) \times (-7) = 3 \times 7 \times (-1) = 21 \times (-1) = -21 \quad (+2) \times (-8) = 2 \times 8 \times (-1) = 16 \times (-1) = -16$$

$$(-4) \times (+3) = -1 \times 4 \times 3 = -1 \times 12 = -12$$

$$(-2) \times (+5) = (-1) \times 2 \times 5 = (-1) \times 10 = -10 \quad -3 \times (+6) = (-1) \times 3 \times 6 = (-1) \times 18 = -18$$

$$(-2) \times (-4) = -1 \times 2 \times 4 \times (-1) = -1 \times 8 \times (-1) = -(-8) = +8$$

$\times$	+	-
+	+	-
-	-	+

با توجه به فعالیت بالا جدول مقابل را کامل کنید.

$$-4 \times (-8) = +32$$

$$(+5) \times (-3) = -15$$

$$(-6) \times (-7) = +42$$

$$(+8) \times (+5) = +40$$

$$(-4) \times (+3) = -12$$

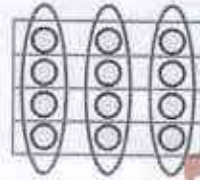
$$-7 \times 5 = -35$$

درصل روش بسیار بدی است

۱- در دوره دبستان برای نشان دادن ضرب و تقسیم عددها، از شکلی مانند نمونه زیر استفاده می کردید.

$$3 \times 4 = 12 \quad \longleftrightarrow \quad 12 \div 4 = 3$$

$$4 \times 3 = 12 \quad \longleftrightarrow \quad 12 \div 3 = 4$$



ضرب های زیر را ابتدا با محور نشان دهید. سپس تقسیم های متناظرشان را بنویسید.

$$(-12) \div (+4) = -3$$

$$(-12) \div (-3) = +4$$

$$(+6) \times (-2) = (-12)$$

$$(-12) \div (-2) = +6$$

$$(-12) \div (+6) = -2$$

$$(+4) \times (-3) = (-12)$$



$$(+3) \times (-5) = (-15)$$



$$(+2) \times (-4) = (-8)$$

بدون استفاده از محور برای هر یک از ضرب های فوق تقسیم دیگری بنویسید.

۲- با توجه به تقسیم های بالا جدول زیر را برای تقسیم دو عدد کامل کنید و حاصل تقسیم ها را به دست آورید.

÷	+	-
+	+	-
-	-	+

$$(-12) \div (+2) = -6$$

$$(+21) \div (-3) = -7$$

$$(-14) \div (-7) = +2$$

$$(+21) \div (+7) = +3$$

۱- حاصل عبارت ها را به دست آورید.

$$+8 \quad (-2) \times (-4) \div (+8) = +1$$

$$-2 \quad (-14) \div (+7) \times (-3) = +6$$

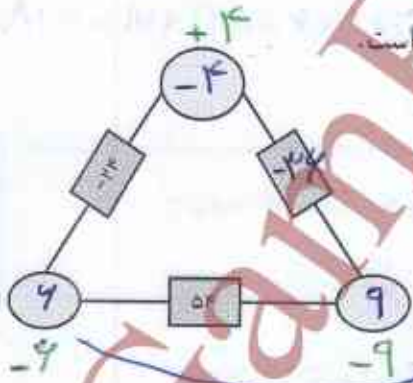
$$-12 \quad -4 \times (+3) \div (-2) = +6$$

$$-7 \quad (28 \div (-4)) \times (+3) = -21$$

در انجام تقسیم و ضرب
الویت از سمت چپ است

۲- حاصل ضرب عددهای روی رأس های مثلث، روی هر ضلع نوشته شده است.

جاهای خالی را کامل کنید. سوال چند جواب دارد



$$\{\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 6\}$$

۳- الگوهای عددی را کامل کنید.

$$-12, -9, -6, -3, 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21$$

$$35, 30, 25, 20, 15, 10, 5, 0, -5, -10, -15$$

۱- جملات زیر را کامل کنید.

- اگر حاصل ضرب یک عدد طبیعی در یک عدد صحیح، منفی شود، آن عدد صحیح ... است.

- اگر حاصل تقسیم دو عدد صحیح بر هم عددی منفی شود، یکی از آن عددهای صحیح ... و دیگری ... است.

$$\begin{cases} 24 \div 6 = 4 \\ (-15) \div (-3) = +5 \end{cases}$$

قاعده علامت
مهم است

مثال $-27 \times (-24) \times (-25) \times \dots \times 20 = 0$ است. اگر ضرب دو عدد صحیح صفر شود یکی از آنها ... است.

۲- بدون محاسبه مشخص کنید که حاصل عبارت مثبت یا منفی است؟

$$(-41 - 80) \times (-50 + 60) = -390$$

$$(-27 + 50) \times (-40 + 40) = -420$$

$$(-80 - 40) \times (-40 + 50) = +960$$

$$(-8 + 4) \times (-2 \times 3) = +12$$

اشکال حایب
صفر حذف شود

$$(-200) \div (-10) = 20$$

$$-40 \div (+5) = -8$$

$$(+100) \div (-5) = -20$$

$$20 \div (-5) = -4$$

$$-8 \times (-10) = 80$$

$$-100 \div (-5) = 20$$

۴- همه پاسخ های ممکن برای عبارت $\square \times \triangle = -12$ را بنویسید. راهبرد جدول نظام دار (الگوسازی) تعداد جوابها $7 \times 2 = 12$

$$\begin{aligned} 1 \times (-12) &= -12 \\ (-12) \times 1 &= -12 \\ 2 \times (-6) &= -12 \\ (-6) \times 2 &= -12 \\ 3 \times (-4) &= -12 \\ (-4) \times 3 &= -12 \end{aligned}$$

$$((-2) + (+4)) \times (-5) = (-5)$$

$$((+2) + (-7)) \div (-5) = +1$$

$$(-5 - 4) \times (-6) = (+54)$$

$$(-1) \div (-5 \times (-4 + (-3))) = +5$$

در پاسخ های بالا اگر علامت دو عدد را عوض کنیم تعداد پاسخ ها دو برابری شود

کتاب و ناخن

۵- حاصل عبارت های زیر را به دست آورید.

۶- قطاری از مشهد به سوی تهران در یک مسیر مستقیم در حال حرکت است. طول مسیر ۱۲۰۰ کیلومتر است و قطار در هر ساعت ۶۰ کیلومتر حرکت می کند. شهر شاهرود را که در نیمه راه است، مبدأ مقایسه در نظر بگیرید. زمان رسیدن به شاهرود را صفر و قبل از آن را منفی و بعد از آن را مثبت در نظر بگیرید و به سوال های زیر پاسخ دهید:

۱- قطار چه ساعتی از مشهد حرکت کرده است؟ ۲- قطار از ظهر ۲ بعد از ظهر ۱۲ شب را

۳- قطار در ساعت ۳- در چه فاصله ای از شاهرود بوده است؟ ۴- قطار در ساعت ۴- در چه ساعتی ۲۴۰ کیلومتر بعد از شاهرود است؟ ۵- قطار در ساعت ۵- صبح ۵ ساعت ۱۸ کیلومتری

۶- جدول زیر را کامل کنید.

زمان (بر حسب ساعت)	۱۰	۸	۶	۴	۲	۰	۲	۴	۶	۸	۱۰
مکان قطار نسبت به شاهرود	-۶۰۰	-۴۸۰	-۳۶۰	-۲۴۰	-۱۲۰	۰	۱۲۰	۲۴۰	۳۶۰	۴۸۰	۶۰۰

۷- قطار در ساعت ۷- در چه ساعتی ۲۴۰ کیلومتر بعد از شاهرود است؟ ۸- قطار در ساعت ۸- در چه ساعتی ۲۴۰ کیلومتر بعد از شاهرود است؟ ۹- قطار در ساعت ۹- در چه ساعتی ۲۴۰ کیلومتر بعد از شاهرود است؟ ۱۰- قطار در ساعت ۱۰- در چه ساعتی ۲۴۰ کیلومتر بعد از شاهرود است؟

$$\begin{aligned} 1 & \mid 40 \\ & \square \mid 220 \\ & \square = 3 \frac{2}{3} \text{ ساعت} \\ & \square = 3 \frac{4}{5} \end{aligned}$$



قطار در شاهرود

در این فصل واژه‌های زیر به کار رفته‌اند. مطمئن شوید که می‌توانید با جملات خود آنها را تعریف کنید. برای هر کدام یک مثال بزنید.

• عدد علامت‌دار • عدد صحیح • قرینه عدد • گسترده عدد صحیح

در این فصل روش‌های اصلی زیر مطرح شده‌اند. با یک مثال هر کدام را توضیح دهید و در دفتر خود یک خلاصه درس تهیه کنید.

• قرار دادی برای جهت‌های مثبت و منفی

• محور عددهای صحیح و مرتب کردن عددهای صحیح (مثبت - صفر - منفی)

• قرینه قرینه یک عدد صحیح

• جمع و تفریق روی محور

• تبدیل تفریق به جمع

• جمع و تفریق با دایره‌های توپر و خالی

• مقایسه و ترتیب کردن عددهای صحیح

• جمع و تفریق دو عدد صحیح

• تعیین علامت در ضرب و تقسیم

• ضرب و تقسیم دو عدد صحیح

• انجام عملیات عددهای صحیح به صورت ذهنی

• انجام عملیات عددهای صحیح به صورت تقریبی و یا ماشین حساب

• حل مسائل مربوط به عددهای صحیح

• کاربرد

کاربرد

کاربرد این درس را در فصل‌های سوم (عبارت‌های جبری) خواهید دید.

این درس در زندگی روزمره در بیان عددهای علامت‌دار مثل درجه هوا، ارتفاع نسبت به سطح دریا و ... کاربرد دارد. شما

می‌توانید کاربردهای دیگری برای آن پیدا کنید.

تمرین‌های ترکیبی

در صورتی که تمرین‌های زیر را بتوانید انجام دهید، مطمئن می‌شوید این فصل را به خوبی یاد گرفته‌اید.

۱- حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

$$\begin{aligned} & -8 - (-4) = -8 + 4 = -4 \\ & (-18 + 2) \times (-3 - 7) + (-6) = +84 \\ & -100 + 20 - 4 = -84 \\ & -20 + 5 = -15 \\ & -16 - (-4) = -12 \\ & -14 - 4 = -18 \end{aligned}$$

۲- دمای هوا در تبریز دو درجه زیر صفر و دمای اردبیل ۳ برابر آن است. میانگین دمای این دو شهر چند درجه است؟

$$3 \times (-2) = -6 \quad \text{دمای هوای اردبیل}$$

-۲

۲۶

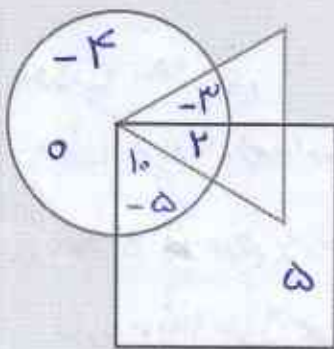
$$\frac{(-4) + (-2)}{2} = \frac{-6}{2} = -3$$

تمرین های دوره ای

۱- الگوهای عددی زیر را ادامه دهید. الگو را به فارسی توضیح دهید. در آلتوی اول اعداد سه واحد بزرگتر می شوند و علامت آن ها در آلتوی دوم اعداد زوج می باشد $(-1)^{k+1} \times 3k$ و در آلتوی سوم اعداد زوج و منفی و اعداد فرد مثبت و منفی $2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24, 26, 28, 30, 32, 34, 36, 38, 40, 42, 44, 46, 48, 50, 52, 54, 56, 58, 60, 62, 64, 66, 68, 70, 72, 74, 76, 78, 80, 82, 84, 86, 88, 90, 92, 94, 96, 98, 100$ و در آلتوی اول اعداد سه واحد بزرگتر می شوند و علامت آن ها در آلتوی دوم اعداد زوج می باشد و در آلتوی سوم اعداد زوج و منفی و اعداد فرد مثبت و منفی

۲- عددهای متوالی و ۲۲ و ۱۷ و ۷ و ۲ پنج تا پنج تا افزایش پیدا می کنند. در توالی دیگر و ۲۴ و ۱۷ و ۱۰ و ۳ هم عددها هفت تا هفت تا افزایش پیدا می کنند. عدد ۱۷ در هر دو توالی مشترک است. عدد مشترک بعدی کدام است؟

عدد بعدی ۵۲ است $17 + 35 = 52 \Rightarrow [5, 7] = 35$ ک ۲۲



سوال پاسخ نداشت

- ۳- با توجه به شرایط زیر عددهای داخل شکل ها را مشخص کنید.
- عدد ۲ داخل هر سه شکل است.
- عدد ۳- داخل دایره و مثلث است ولی در مربع نیست.
- عددهای ۱۰ و ۵- در مربع و دایره اند ولی در مثلث نیستند.
- حاصل جمع عددهای داخل دایره صفر است و ۶ عدد در دایره قرار دارد.
- ۵ فقط داخل مربع است و ۴- فقط داخل دایره است.
- جمع عددهای داخل مثلث نیز صفر است و ۴ عدد داخل آن قرار دارد.

۴- در شهر همدان در یک شبانه روز بایزی حداقل دما ۸- درجه و حداکثر آن ۱۲+ درجه است. میانگین دما چند درجه

میانگین $(-8) + (12) = 4 \Rightarrow 4 = 2 = 2$

است؟

۵- حاصل عبارت ها را به دست آورید.

$$12 + 15 - 7 = 20$$

$$13 - 8 + 4 = 9$$

$$15 - 9 - 8 = -2$$

$$(-4 - 3) \times (-8) = +56$$

$$(5 - 6) \times (-2) = (+2)$$

$$(-1) \times (-2) \times (-3) = -6$$

۶- دو عدد صحیح پیدا کنید که حاصل ضرب آنها ۲۴ و حاصل جمع آنها کمترین مقدار ممکن باشد. الگوسازی انجام شود

جواب $(-1) \times (-24) = 24$ و حاصل جمع آن ها ۲۵- است

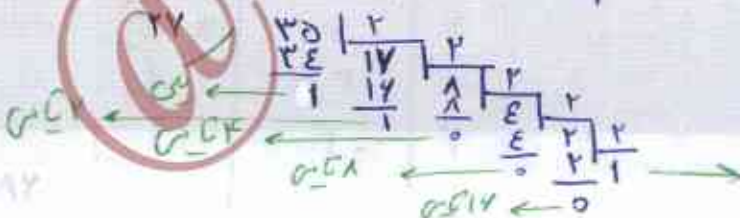
۷- در روز درخت کاری ۱۸۰ نهال درخت کاشته شد. ۴۰٪ این درختان کاج بودند. چند درخت کاج کاشته شده است؟

تعداد درخت کاج $180 \times 40\% = 72$

۸- ۳۵ مهره را به دسته های ۲ تایی تقسیم کردیم. با هر دو دسته دو تایی یک دسته چهار تایی درست کردیم. با هر دو دسته ۴ تایی یک دسته ۸ تایی درست کردیم و این کار را ادامه دادیم. در انتها بزرگ ترین دسته چند مهره داشت؟ آیا دسته ۴ تایی باقی ماند؟ خیر

مهای ۲ $35 = (100011)_2$

بزرگ ترین دسته ۳۲ مهره دارد



بزرگ ترین دسته ۳۲ تایی

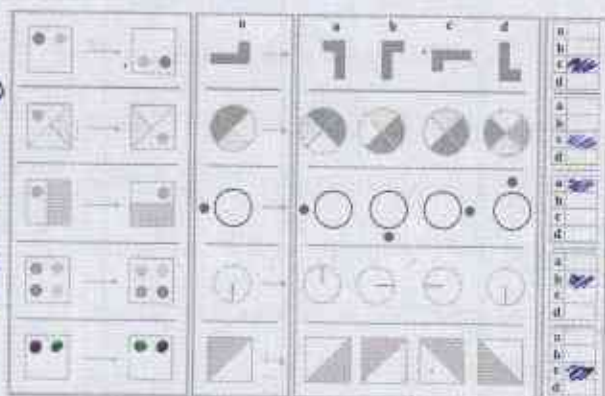
تعداد دوستان	بار اول	بار دوم	اختلاف کل ضریب = تعداد دوستان ن یک بار
۱۰	$10 \times 1500 + 2000 = 17000$	$10 \times 1750 - 1000 = 14500$	
۱۱	$11 \times 1500 + 2000 = 18500$	$11 \times 1750 - 1000 = 18250$	تعداد دوستان = $\frac{2000 - (-1000)}{1750 - 1500}$
۱۲	$12 \times 1500 + 2000 = 20000$	$12 \times 1750 - 1000 = 20500$	
			تعداد دوستان = $\frac{3000}{250} = 12$

۲۸٪

۹- در یک مدرسه دوره متوسطه اول ۴۰٪ دانش آموزان در کلاس اول ۳۲٪ در کلاس دوم و بقیه در کلاس سوم درس می خوانند. چند درصد در کلاس سوم درس می خوانند؟ اگر تعداد دانش آموزان کلاس دوم ۸۰ نفر باشد تعداد کل دانش آموزان و تعداد دانش آموزان کلاس اول را پیدا کنید.

$$\frac{40}{32} = \frac{\square}{80} \Rightarrow \square = \frac{40 \times 80}{32} = 100$$

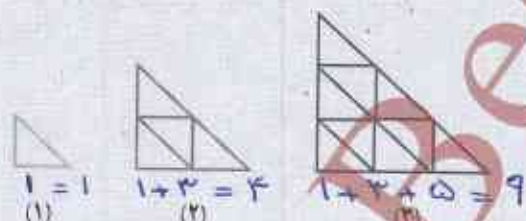
۱۰- به رابطه بین دو شکل سمت چپ توجه کنید. با توجه به آن مشخص کنید کدام یک از شکل های (۱)، (۲)، (۳) یا



(۴) با شکل رسم شده همان رابطه را دارد؟
 دوران ۱۸۰ درجه
 دوران ۱۸۰ درجه
 دوران مرکزی ۹۰ درجه ساعت وار
 دوران مرکزی ۹۰ درجه پاد ساعت گرد
 دوران ۱۸۰ حول محور عرض ها

۱۱- سارا می خواهد به دوستانش هدیه بدهد. اگر او برای هر یک از آنها یک مداد ۱۵۰۰ تومانی بخرد ۲۰۰۰ تومان زیاد می آورد و اگر مدادهای ۱۷۵۰ تومانی بخرد، ۱۰۰۰ تومان کم می آورد. تعداد دوستان سارا را با حدس و آزمایش پیدا کنید.

۱۲- اگر کشیدن شکل ها را به همین ترتیب ادامه دهیم، شکل شماره ۸ چند مثلث کوچک دارد؟



$$1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15 = 64$$

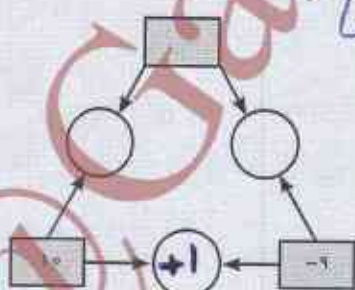
$$\square + \triangle = -4$$

$$\square \times \triangle = -12$$

۱۳- دو عدد پیدا کنید که مجموع آنها ۴- و حاصل ضرب آنها ۱۲- باشند.
 $(-6) \times (+2) = -12$
 $(-6) + (+2) = -4$

$$\begin{aligned} x^2 + 4x - 12 &= 0 \\ (x+6)(x-2) &= 0 \\ x &= -6, x = 2 \end{aligned}$$

۱۴- عددهای داخل دایره حاصل جمع عددهای داخل مربع اند. عددهای داخل دایره را کامل کنید. در چه صورت هر



در صورتی که هر سه عدد داخل مربع ها منفی باشند یا دو عدد مثبتی و یک

عدد مثبت داشته باشیم پاسخ ناز

که عدد مطلق عدد مثبت از عدد مطلق اعداد منفی کوچکتر باشد

سه عدد داخل دایره منفی خواهد بود؟

مجموع	عدد دوم	عدد اول
۱۱	۱۲	-۱
-۱۱	-۱۲	۱
۴	۶	-۲
-۴	-۶	۲
۱	۴	-۳
-۱	-۴	۳



- اهداف
- ۱- خط، نیم خط و پاره خط را نام گذاری کنند
 - ۲- روابط بین پاره خط ها را بنویسند و درک کنند
 - ۳- زاویه ها را نام گذاری کنند

۴- روابط بین زاویه ها را بنویسند و درک کنند

۵- زاویه های متمم، مثل و متقابل در این رابطه یادآور

۶- با دوستن رابطه ها وارد استدلال منطقی شود

۷- چند خطی مستقیم را در پایدی رسم شناخته اند

۸- استدلال ها در پایدی رسم به صورت شمری و بدون اثبات بیان شده است

- روابط بین پاره خط ها
- روابط بین زاویه ها
- رسم مثلث
- هم نهشتی مثلث ها

شکل های هندسی در اطراف ما به وفور وجود دارند. ما در دنیای از شکل ها و حجم ها زندگی می کنیم. انواع خطوط نیز به صورت های مختلف در زندگی ما دیده می شوند. خط، نقطه، زاویه، سطح و حجم عناصر اصلی علم هندسه اند.

$$\overline{AB} = x_B - x_A$$

$$\overline{BA} = x_A - x_B$$

اندازه‌ی جبری: اندازه‌ی جبری بردار $\overline{AB}$ یا $\overline{AB}$ عايش می‌دهيم $\Rightarrow \overline{AB} = -\overline{BA}$

طول بردار $\overline{AB}$ را به صورت $|\overline{AB}|$ عايش می‌دهيم

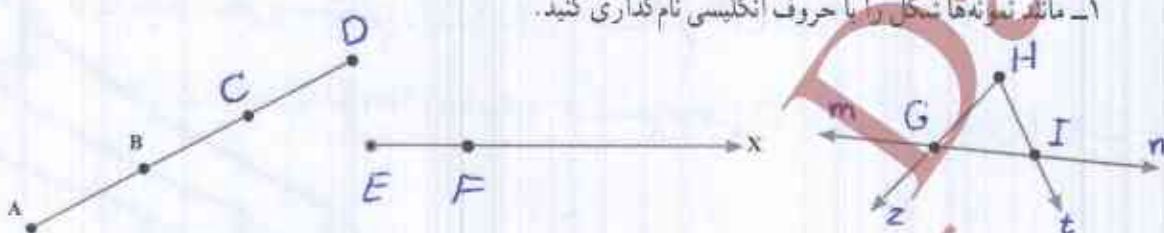
رابطه بین باره خط‌ها

MATH-HOME.IR

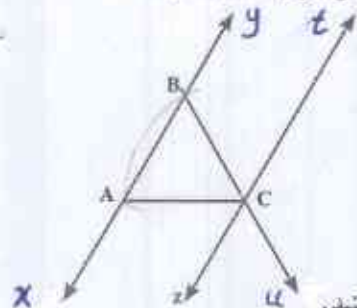
در ریاضیات برای نام گذاری شکل‌ها از حروف انگلیسی استفاده می‌کنیم. به طور معمول نقطه را با حروف بزرگ انگلیسی و دو سر خط را با حروف کوچک نام گذاری می‌کنیم.

تکرار: این کتاب برای اندازه‌ی باره خط AB از $\overline{AB}$ استفاده کرده است

۱- مانند نمونه‌ها شکل را با حروف انگلیسی نام گذاری کنید.



۲- در شکل زیر نام خط‌ها، نیم خط‌ها و باره خط‌ها را بنویسید و در صورت لزوم از راهبرد الگوسازی استفاده کنید.



خط: $zt - xy$

نیم خط: $(Ax, Ay), (Bx, By), (Bu, Cu), (ct, cz)$

باره خط: AB, AC, BC

$xy \parallel zt$

دو خط موازی نام ببرید و با علامت $\parallel$ موازی بودن را نشان دهید.

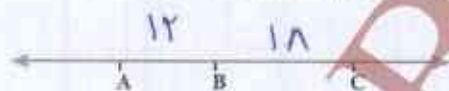
باره خط‌ها را اندازه بگیرید و به صورت زیر طول آنها را نشان دهید و جاهای خالی را کامل کنید.

$$\overline{AB} = 12$$

$$\overline{BC} = 18$$

$$\overline{AC} = 30$$

$$\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{AC}$$



$$\overline{AB} = 12$$

$$\overline{BC} = 18$$

$$\overline{AC} = 30$$

۳- در شکل مقابل باره خط‌ها را اندازه بگیرید و بنویسید.

آیا $\overline{AB} = \overline{BA}$ است؟ چرا؟ بلیه، چون اندازه تغییر نمی‌کند (کلامی)

آیا بدون اندازه گیری می‌توان رابطه زیر را نوشت؟ چرا؟ باره خط AC از باره خط AB و BC بوجود آمده

$$\overline{AB} + \overline{BC} = \overline{AC} \Rightarrow 12 + 18 = 30$$

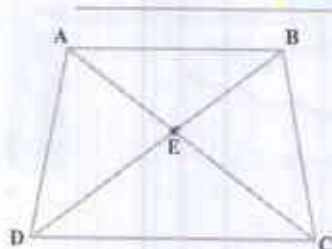
$$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$$

$$12 \quad 18 \quad 30$$

آیا می‌توان رابطه دیگری نوشت؟

با قرار دادن اندازه‌ها به جای باره خط‌ها درستی آنها را بررسی کنید.

$$\overline{AC} - \overline{BC} = \overline{AB}$$



AB, AE, AC, AD

BE, BD, BC

CE, CD

DE

۱- تمام پاره‌خط‌ها را با کمک راهبرد الگوسازی بنویسید.

$$4 + 3 + 2 + 1 + 0 = 10$$

$$\frac{4 \times 5}{2} = 10$$

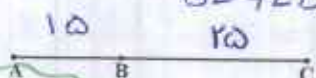
مانند نمونه را خط‌های دیگر را بنویسید.

$$\overline{AE} + \overline{EC} = \overline{AC}$$

$$\overline{BD} - \overline{DE} = \overline{BE}$$

$$\overline{BE} + \overline{ED} = \overline{BD}$$

$$\overline{AC} - \overline{CE} = \overline{AE}$$



۲- با توجه به شکل مقابل طول پاره‌خط‌ها را اندازه بگیرید و نسبت‌های زیر را بنویسید.

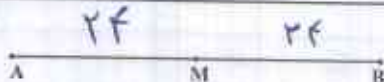
$$\frac{\overline{AB}}{\overline{AC}} = \frac{15}{40} = \frac{3}{8}$$

$$\frac{\overline{BC}}{\overline{AC}} = \frac{25}{40} = \frac{5}{8}$$

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{AC}} + \frac{\overline{BC}}{\overline{AC}} = \frac{15}{40} + \frac{25}{40} = \frac{40}{40} = 1$$

آیا مجموع دو نسبت همیشه برابر یک می‌شود؟ چرا؟

هدف: رابطه‌ی بین پاره‌خط‌ها



۱- در شکل مقابل نقطه M وسط پاره‌خط AB است.

پاره‌خط‌ها را اندازه بگیرید و درستی رابطه‌ها را بررسی کنید.

$$(24=24) \overline{AM} = \overline{MB}$$

$$\overline{AB} = 2\overline{AM}$$

$$\overline{MB} = \frac{1}{2}\overline{AB}$$

$$48 = 2 \times 24 \checkmark$$

$$24 = \frac{1}{2} \times 48$$

$$\overline{AB} = 2\overline{AM}$$

$$\overline{AM} = \frac{1}{2}\overline{AB}$$

مانند تساوی‌های بالا تساوی‌های درست دیگر را بنویسید.

هدف: استدلال است

۲- اگر پاره‌خط‌های کوچک با هم برابر باشند، تساوی‌ها را با نوشتن عدد مناسب کامل کنید.

$$\overline{AC} = 2\overline{AB} \quad \overline{CE} = \frac{1}{2}\overline{AE}$$



$$\overline{AE} = \frac{4}{3}\overline{BE} \quad \overline{BC} = \frac{1}{2}\overline{AC}$$

برای سادگی کار از مثلث متساوی الاضلاع استفاده کنید.

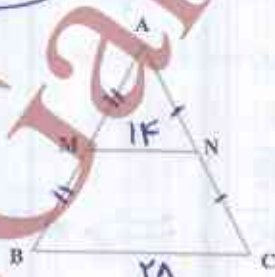
مثلث ABC متساوی الاضلاع است. تساوی‌های زیر را کامل کنید. M و N وسط‌های اضلاع هستند.

$$\overline{AB} = \overline{AC} = \overline{BC} \quad \overline{AM} = \frac{1}{2}\overline{AB}$$

$$\overline{AM} = \overline{BM} \quad \overline{AC} = 2\overline{AN}$$

$$\overline{MN} = \frac{1}{2}\overline{BC}$$

درستی تساوی مقابل را با اندازه‌گیری بررسی کنید.



نکته: پاره‌خطی که وسط‌های دو ضلع یک مثلث را بهم وصل می‌کند نصف ضلع سوم و موازی با آن می‌باشد.

$$\begin{aligned} AM &= BM \\ AN &= CN \end{aligned} \Rightarrow MN \parallel \frac{1}{2}BC$$

آموزش نوشتن استدلال

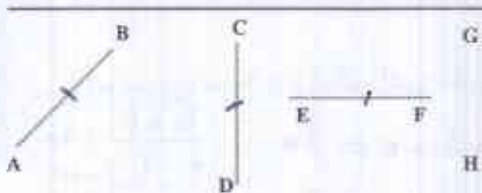
۳) هر کدام از اضلاع مثلث AMN نصف

اضلاع مثلث ABC است و مثلث ABC متساوی

الاضلاع است پس مثلث AMN نیز متساوی الاضلاع است

بدون اندازه گیری

فعالیت



با توجه به پاره خط ها اگر بدانیم $\overline{AB} = \overline{DC}$

و $\overline{DC} = \overline{EF}$ و $\overline{EF} < \overline{GH}$ رابطه های زیر را کامل کنید (این علامت $\Rightarrow$ یعنی نتیجه می گیریم).

$$\left. \begin{array}{l} \overline{AB} = \overline{DC} \\ \overline{DC} = \overline{EF} \end{array} \right\} \Rightarrow \overline{AB} = \overline{EF}$$

$$\left. \begin{array}{l} \overline{AB} = \overline{EF} \\ \overline{EF} < \overline{GH} \end{array} \right\} \Rightarrow \overline{AB} < \overline{GH}$$

$(\overline{AB}, \overline{AM}, \overline{AC}), (\overline{BM}, \overline{BC}), (\overline{CM})$

$$3 + 2 + 1 + 0 = 6$$

$$\frac{3 \times 3}{2} = 4.5$$

۱- هر تعداد رابطه درست بین پاره خط ها در شکل زیر می بینید، در دفتر خود بنویسید. تمام پاره خط ها را نام



$$BM = MC$$

$$BM = \frac{1}{2} BC, CM = \frac{1}{2} BC$$

بیرید. (M وسط ضلع BC است)

$$BC = 2BM, BC = 2CM$$

۲- یک خط رسم کنید و نقاط D, C, A و B را طوری روی آن نام گذاری کنید که رابطه زیر درست باشند.

$$\overline{BD} - \overline{AD} = \overline{BC} + \overline{AC}$$

$$\overline{BC} + \overline{CA} = \overline{BA}$$

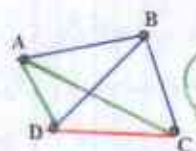
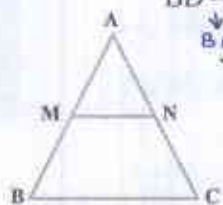
چگونه می توانید دلیل بیاورید

$$\overline{AM} = \frac{1}{2} \overline{AB}$$

$$\overline{AN} = \frac{1}{2} \overline{AC}$$

$$\overline{MN} = \frac{1}{2} \overline{BC}$$

$$\overline{AB} = \overline{AC} = \overline{BC}$$



تعداد اضلاع = تعداد پاره خط ها = تعداد نقاط

رسم شده است کدام پاره خط ها قطرهای چند ضلعی هستند

$\rightarrow AC, BD$

۵- با رسم شکل های مناسب به سوال های زیر پاسخ دهید.

الف) از یک نقطه چند خط می گذرد؟ بی شمار

ب) از دو نقطه چند خط می گذرد؟ بی شمار

ج) از دو نقطه چند خط (از انواع مختلف) می گذرد؟ بی شمار

د) از دو نقطه چند خط راست می گذرد؟ یک خط

$$1 \times 2 = 2$$

۶- اگر روی یک خط راست ۱۰ نقطه بگذاریم، چند نیم خط به وجود می آید؟ چرا؟

۷- قد علی (a) بلندتر از قد حسن (b) و قد حسن اندازه ی قد حسین (c) است

$$\left. \begin{array}{l} a > b \\ b = c \end{array} \right\} \Rightarrow a > c$$

علی بزرگ تر از حسین است

رابطه مقابل را کامل کنید و نتیجه را به فارسی بنویسید.

۸- مثلث ABC متساوی الساقین است. M و N وسط ساق های AB و AC هستند. با نوشتن روابط و



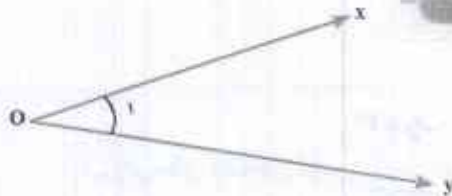
$$AB \text{ وسط } M \Rightarrow \overline{AM} = \frac{1}{2} \overline{AB}$$

$$AC \text{ وسط } N \Rightarrow \overline{AN} = \frac{1}{2} \overline{AC}$$

$$\Rightarrow \overline{AM} = \overline{AN}$$

$$\overline{AB} = \overline{AC} \Rightarrow \overline{AM} = \overline{AN}$$

روابط بین زاویه ها



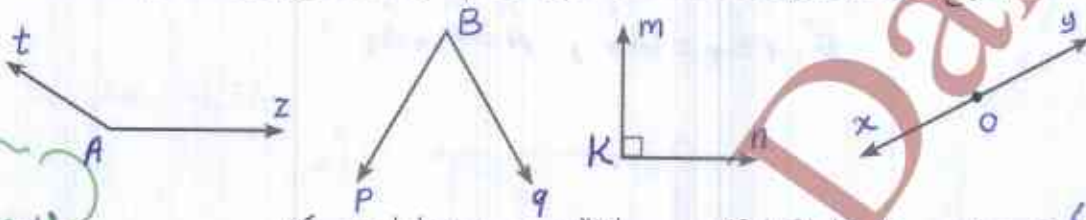
زاویه مقابل نام گذاری شده و به چند صورت خوانده می شود.

چرا از حروف کوچک و بزرگ استفاده شده است؟

$$\hat{x}\hat{O}y = \hat{y}\hat{O}x = \hat{O} = \hat{O}_1 = \hat{1}$$

در رابطه قرار دادیم با حروف بزرگ و نیم خط از سمتی که از رأس با حروف کوچک

با انواع زاویه ها در سال گذشته آشنا شده اید. زاویه ها را نام گذاری کنید و نوع آن را مشخص کنید.



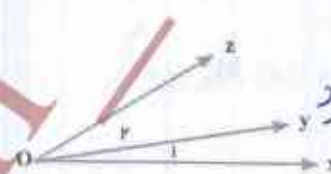
۲- تساوی بین زاویه ها را کامل کنید. سپس با مقاله درستی نوشته ها را بررسی کنید.

$$\hat{x}\hat{O}y + \hat{y}\hat{O}z = \hat{x}\hat{O}z$$

$$\hat{x}\hat{O}z - \hat{x}\hat{O}y = \hat{z}\hat{O}y$$

$$\hat{O}_r + \hat{O}_1 = \hat{x}\hat{O}z$$

$$\hat{x}\hat{O}z - \hat{O}_1 = \hat{z}\hat{O}y$$



وقتی به صورت رسمی و با ابزار بررسی شود یا دگیری عمیق تر می شود

استدلال کلامی

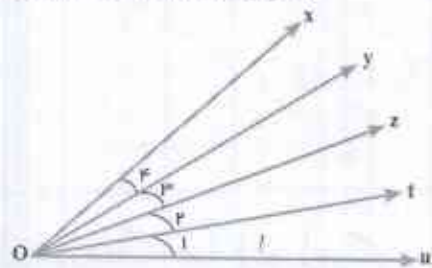
۳- زاویه های $\hat{O}_1, \hat{O}_2, \hat{O}_3$ همه با هم برابرند. جاهای خالی را با عدد مناسب کامل کنید.

$$\hat{x}\hat{O}u = \hat{1} - \hat{O}_1$$

$$\hat{x}\hat{O}t = \hat{1} - \hat{O}_x$$

$$\hat{y}\hat{O}t = \hat{2} - \hat{O}_r$$

$$\hat{O}_r = \hat{1} - \hat{z}\hat{O}u$$



۴- برای زاویه های متمم و مکمل تساوی بنویسید.



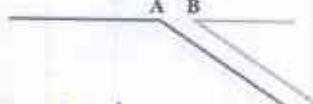
$$\hat{A}_1 + \hat{A}_r = 90$$

$$\hat{A} + \hat{B} = 90$$



$$\hat{O}_1 + \hat{O}_r = 180$$

$$\hat{A} + \hat{B} = 180$$



۵- زاویه های متقابل به رأس را در شکل مقابل می بینید.

تساوی ها را با عدد مناسب کامل کنید.

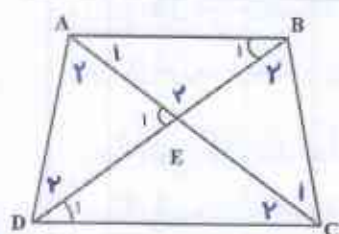


$$\hat{O}_1 + \hat{O}_r = 180$$

$$\hat{O}_r + \hat{O}_r = 180$$

$$\hat{O}_1 + \hat{O}_r = 180$$

$$\hat{O}_r + \hat{O}_r = 180$$

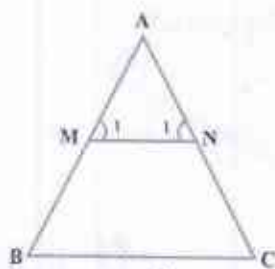


$$\begin{aligned}\hat{D}_1 &= \hat{EDC} \perp \hat{BDC} \\ \hat{B}_1 &= \hat{EBA} \perp \hat{DBA} \\ \hat{E}_1 &= \hat{AED}\end{aligned}$$

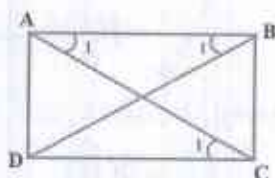
۱- زاویه های مشخص شده را با حروف نام ببرید.

۲- تا از رابطه های بین زاویه ها را بنویسید.

$$\begin{aligned}\hat{ADC} &= \hat{D}_r + \hat{D}_l, \quad \hat{A}_r + \hat{D}_r + \hat{E}_l = 180^\circ \\ \hat{E}_l + \hat{E}_r &= 180^\circ, \quad \hat{A} = \hat{A}_l + \hat{A}_r\end{aligned}$$

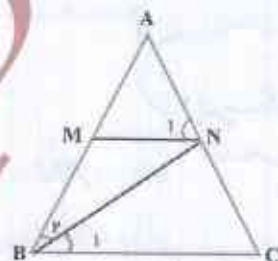


$$\left. \begin{aligned}\hat{B} &= \hat{C} \\ \hat{B} &= \hat{M}_1 \\ \hat{C} &= \hat{N}_1\end{aligned} \right\} \Rightarrow \hat{M}_1 = \hat{N}_1$$



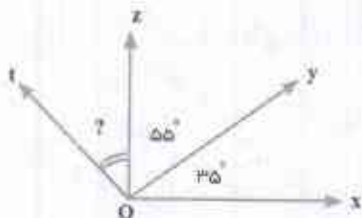
$$\left. \begin{aligned}\hat{A}_1 &= \hat{C}_1 \\ \hat{B}_1 &= \hat{A}_1\end{aligned} \right\} \Rightarrow \hat{B}_1 = \hat{C}_1$$

استدلال روابط بین زاویه ها



$$\left. \begin{aligned}\hat{B}_1 &= \hat{B}_r \\ \hat{B}_1 &= \hat{N}_1\end{aligned} \right\} \Rightarrow \hat{B}_r = \hat{N}_1$$

۲- رابطه ها را کامل کنید.



۳- با توجه به شکل و تکمیل رابطه زیر، مقدار زاویه را پیدا کنید.

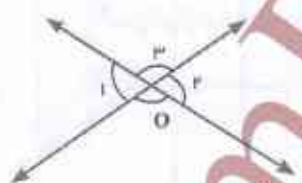
$$x\hat{O}t = t\hat{O}z + z\hat{O}y + y\hat{O}x$$

اگر $x\hat{O}t = 120^\circ$ باشد.

$$120 = \square + 55 + 25 \Rightarrow \square = 40$$

$$\begin{aligned}55 + 30 &= 90 \\ 120 - 90 &= 30\end{aligned}$$

۱- با توجه به شکل مقابل رابطه ها را کامل کنید. استدلال تساوی دو زاویه متقابل به راس

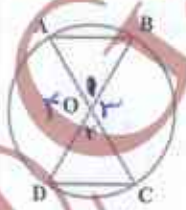


$$\left. \begin{aligned}\hat{O}_1 + \hat{O}_3 &= 180 \\ \hat{O}_1 + \hat{O}_2 &= 180\end{aligned} \right\} \Rightarrow \hat{O}_1 = \hat{O}_3$$

چه نتیجه ای از این فعالیت می گیرید؟ زاویه های متقابل به راس با هم برابرند.

۲- با توجه به نتیجه بالا در شکل های زیر زاویه های مساوی را مشخص کنید. متوازی الاضلاع

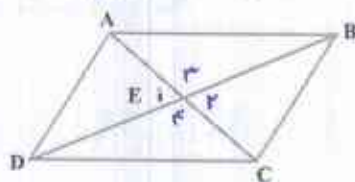
مستطیل



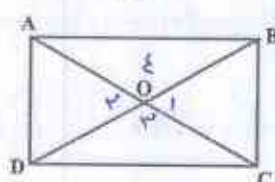
$$\hat{O}_1 = \hat{O}_2, \quad \hat{O}_3 = \hat{O}_4$$

$$OA = OB \Rightarrow \hat{A} = \hat{B}$$

$$\begin{aligned}OC = OD &\Rightarrow \hat{C} = \hat{D} \\ \hat{OAB} = \hat{OBC} &\Rightarrow \hat{A} = \hat{B} = \hat{C} = \hat{D}\end{aligned}$$



$$\begin{aligned}\hat{E}_1 &= \hat{E}_r \\ \hat{E}_r &= \hat{E}_l\end{aligned}$$



$$\begin{aligned}\hat{O}_1 &= \hat{O}_r \\ \hat{O}_3 &= \hat{O}_l\end{aligned}$$

فقط زاویه های متقابل به راس گفته شود

زاویه‌ی نیم‌مخمر: ساعت ۹ و ...

زاویه‌ی تند: ساعت ۱ و ۲ و ...

زاویه‌ی باز: ساعت ۴ و ۵ و ...

زاویه‌ی راست: ۳:۰۰ و ۹:۰۰ و ...

۱- زمان‌هایی را بنویسید که عقربه بین ساعت شمار و دقیقه شمار زاویه‌ی راست، باز، تند و نیم صفحه را نشان دهد.

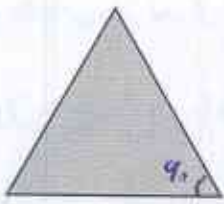
۲- یک زاویه 120° رسم کنید. با قیاله نیم‌ساز آن را بکشید. زاویه را نام‌گذاری کنید و یک تساوی بین زاویه‌ها بنویسید.

$$\hat{O}_1 = \frac{1}{2} \hat{XOZ} \quad \hat{O}_1 + \hat{O}_2 = \hat{XOZ} \quad \hat{O}_1 = \hat{O}_2$$

۳- در شکل‌های زیر همه ضلع‌ها و زاویه‌های شکل‌ها با هم برابرتند. آنها را اندازه بگیرید. به این شکل‌ها چند

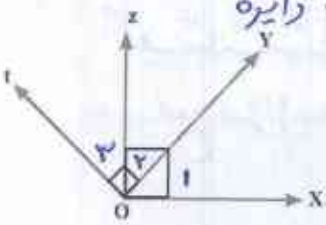
ضلعی‌های منتظم می‌گوییم. **کنداری (طالس ششم)**

صورتی ۵۱ پایی ششم



با افزایش تعداد ضلع‌ها زاویه‌های هر رأس چند ضلعی چه تغییری می‌کند؟ **بزرگ تر می‌شوند (الگویابی)**

اگر به همین ترتیب تعداد ضلع‌ها افزایش پیدا کند به چه شکلی نزدیک و نزدیک‌تر می‌شود؟ **دایره**



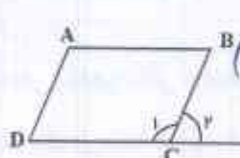
۴- در شکل مقابل می‌دانیم زاویه‌های $\hat{XOZ}$ و $\hat{YOZ}$ و 90° هستند.

چگونه می‌توانید نتیجه بگیرید که زاویه‌های $\hat{XOY}$ و $\hat{YOZ}$ مساوی‌اند؟

$$\left. \begin{aligned} \hat{O}_1 + \hat{O}_2 &= 90^\circ \\ \hat{O}_1 + \hat{O}_2 &= 90^\circ \end{aligned} \right\} \Rightarrow \hat{O}_1 = \hat{O}_2$$

۵- می‌دانیم در متوازی‌الاضلاع زاویه‌های کنار هم مثل A و B و D و C با هم مکمل‌اند.

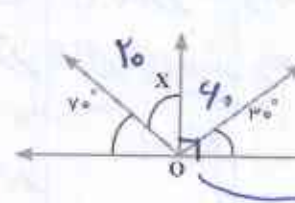
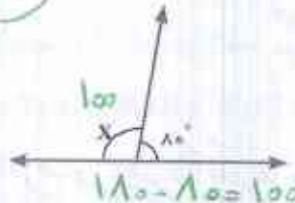
صورتی ۵۸ پایی ششم



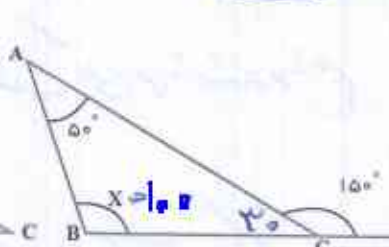
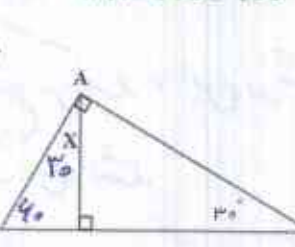
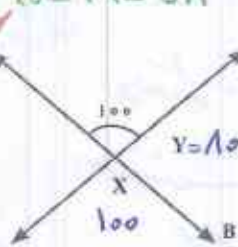
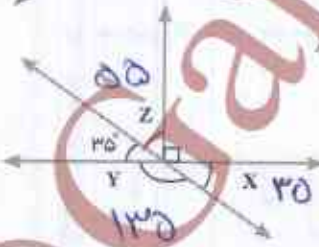
$$\left. \begin{aligned} \hat{A} + \hat{B} &= 180^\circ \\ \hat{C} + \hat{D} &= 180^\circ \end{aligned} \right\} \Rightarrow \hat{B} = \hat{D}$$

چگونه می‌توانید نتیجه بگیرید که زاویه B و C مساوی‌اند؟

۶- اندازه زاویه x, y را در شکل‌های زیر پیدا کنید. **بدون ابزار**



اصلاح شود



رسم مثلث

فعالیت

۱- مثلثی رسم کنید که یک ضلع آن $AB = 3 \text{ cm}$ باشد.

چند مثلث می توان رسم کرد؟ چرا؟ بی شمار مثلث می توان

رسم کرد - چون اندازه ی دو ضلع دیگر را نداریم و بهرخواه می توانیم رسم کنیم

۲- مثلثی رسم کنید که یک ضلع آن $AB = 3 \text{ cm}$ ، یک ضلع آن $AC = 2 \text{ cm}$ باشد.

چند مثلث می توان رسم کرد؟ بی شمار مثلث می توان رسم کرد

چون می توانیم با هر زاویه ای این دو ضلع را رسم کنیم

۳- مثلثی رسم کنید که ضلع های AB ، AC ، BC به ترتیب ۳، ۲ و $2/5$ باشد.

چند مثلث می توان رسم کرد؟

یک مثلث می توان رسم کرد - زیرا هر سه راسی که داریم ۲ یا ۴ یا ۱۲ رابیع است و سوال دادند که آن ها بتوانند کم هفتم این مثلث ها یکی چهار ضلعی و چرخیده اند وقتی مثلث ها را رسم می کنید آنها را مطابق با صورت مسئله نام گذاری کنید و اندازه ها را روی آنها بنویسید.

کمان ها و خط هایی را که در رسم مثلث استفاده کردید، پاک نکنید.

۱- می خواهیم مثلثی به ضلع های $AC = 3$ و $AB = 4$ و $BC = 2$ سانتی متر رسم کنیم.

ابتدا یک پاره خط به اندازه ۴ سانتی متر را بکشید.

چگونه می توانیم تمام نقاطی را پیدا کنیم که تا رأس A به اندازه ۳ سانتی متر باشند؟ دایره ای به مرکز A و به شعاع ۳ رسم می کنیم

چگونه می توانیم تمام نقاطی را پیدا کنیم که تا رأس B به اندازه ۲ سانتی متر باشند؟ به مرکز B دایره ای به شعاع ۲ رسم می کنیم

اکنون چند نقطه پیدا می شود که هم از نقطه A به اندازه ۳ و هم از نقطه B به اندازه ۲ سانتی متر باشند؟

آیا دو مثلث به وجود می آید؟ چرا؟ بله چون این دو دایره یکدیگر را در دو نقطه

در چه صورت مثلثی به وجود نمی آید؟

در نقطه قطع می کنند، این دو مثلث یکی می باشند و ما هم

همینست می باشد

در صورتی که دایره ها یکدیگر را قطع نکنند یا در یک نقطه یکدیگر را قطع کنند مثلثی

به وجود نمی آید

۱- مثلثی رسم کنیم که یک ضلع آن $AB = 3 \text{ cm}$ و یک زاویه آن $\hat{A} = 50^\circ$ باشد.

چند مثلث به دست می آید؟ چرا؟ می نتوانیم چون ضلع AC را نداریم

و هر دانش آموزی تواند آن را به دقت در نظر بگیرد

۲- مثلثی رسم کنید که یک ضلع آن $AB = 3 \text{ cm}$ و زاویه آن $\hat{A} = 50^\circ$ و $\hat{B} = 40^\circ$ باشد.

چند مثلث به دست می آید؟ چرا؟ فقط یکی، در صورتی که دانش آموزان

جواب های ۱ و ۲ ... دارند شما توضیح دهید که این مثلث ها
کدام یکی می باشند که چرخیده اند

۳- مثلثی رسم کنید که یک ضلع آن $AB = 2 \text{ cm}$ و ضلع دیگر آن $AC = 3 \text{ cm}$ باشد.

چند مثلث می توان رسم کرد؟ چرا؟ می نتوانیم مثلث من توان رسم کرد

چون زاویه ی بین دو ضلع مشخص نشده است

۴- مثلثی رسم کنید که یک ضلع آن $AB = 2 \text{ cm}$ و ضلع دیگر آن $AC = 3 \text{ cm}$ باشد. زاویه ی بین آنها یعنی $\hat{A} = 50^\circ$ باشد.

چند مثلث می توان رسم کرد؟ چرا؟ ۱- مثلث

چون فقط یک حالت بوجود می آید و حالت های دیگر مثلث جدیدی بوجود نمی آید

فقط یک مثلث بوجود می آید و حالت های دیگر همان مثلث است که چرخیده

تاکنون سه حالت برای رسم مثلث آموخته اید که به اختصار آنها را (ض ض ض) سه ضلع، (ض ز ز) دو زاویه و

یک ضلع بین، (ض ز ض) دو ضلع و زاویه ی بین می نامند. اگر مثلث دیگری از شما خواسته شد ابتدا باید آن را به یکی

از حالت های سه گانه بالا تبدیل کنید؛ سپس آن مثلث را رسم کنید.

دست ورزی

۱- مثلث ABC را در حالت های زیر رسم کنید. (نام گذاری و اندازه گیری را فراموش نکنید.)

الف) $\overline{AB} = 5 \text{ cm}$ ، $\overline{AC} = 4 \text{ cm}$ ، $\overline{BC} = 2 \text{ cm}$

ب) $\overline{AB} = 5 \text{ cm}$ ، $\overline{AC} = 4 \text{ cm}$ ، $\hat{A} = 55^\circ$

ج) $\overline{AB} = 5 \text{ cm}$ ، $\hat{B} = 100^\circ$ ، $\hat{A} = 55^\circ$

۲- مثلث ABC را رسم کنید که $\hat{A} = 5^\circ$ ، $\hat{B} = 75^\circ$ و $\hat{C} = 55^\circ$ باشد.

چند مثلث با این شرایط می توانید رسم کنید؟ می شای مثلث می توان رسم کرد

اگر در مثلث هر سه زاویه یا هم برابر باشند، آیا قابل انطباق اند؟ خیر، می توانند غیر قابل انطباق باشند
دلیل خود را بیان کنید. چون می تواند اصطلاح متفاوتی داشته باشند

۳- مثلث قائم الزاویه ای رسم کنید که دو ضلع زاویه قائمه آن ۳ و ۴ سانتی متر باشند. سپس ضلع دیگر آن را اندازه بگیرید.

پروژه ی تحقیقی

می توان به قضیه (ابطری) فیثاغورس اشاره ای کرد

۴- مثلث متساوی الساقینی رسم کنید که قاعده آن ۳ سانتی متر و زاویه رأس آن 40° درجه باشد.

۵- مثلث متساوی الساقینی رسم کنید که طول ساق آن $2/5$ سانتی متر و زاویه های کنار قاعده آن 50° درجه باشد.

$2+3=5 < 7$

۶- آیا می توان مثلثی با سه ضلع ۲ و ۳ و ۷ رسم کرد؟ چرا؟ خیر نمی توان

مجموع دو ضلع باید بزرگ تر از ضلع سوم باشند در غیر این صورت نمی توانند بر ا قطع می کنند



۷- فاصله یک فانوس دریایی از کشتی A، ۵ کیلومتر است. فاصله فانوس

دریایی از کشتی B نیز ۶ کیلومتر است. فاصله دو کشتی از یکدیگر ۴ کیلومتر است.

هم اکنون نور فانوس دریایی روی کشتی B است. نور افکن چند درجه باید بچرخد تا

نور آن روی کشتی A بیفتد؟

(هر کیلومتر را یک سانتی متر روی دفتر خود در نظر بگیرید. پس از رسم مثلث

زاویه مورد نظر را اندازه بگیرید.)

۸- نقاطی را از مستطیل پیدا کنید که فاصله آنها تا نقطه A برابر ۲ سانتی متر باشد. این مسئله در چه صورتی جواب ندارد؟

۱- دو جواب

۲- یک جواب

۳- سه جواب

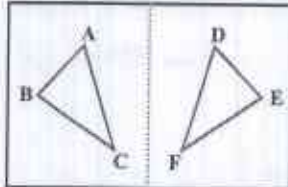
۴- جواب ندارد

بهر مرکز A و شعاع ۲ سانتی متر دایره ای را رسم می کنیم

چهار حالت بوجود می آید

درس ورزی

۱- روی یک صفحه کاغذ مثلثی مانند مثلث ABC رسم کنید. کاغذ را مانند شکل از وسط تا کنید و مثلث را پررنگ تر کنید. تا شکل در طرف دیگر کاغذ مشخص شود. کاغذ را باز کنید و مثلث دیگر را DEF بنامید.



با درس ورزی مفهوم قابل انطباق بودن را متوجه بشوند و با چشم ببینند

این دو مثلث ABC و DEF که بر هم منطبق می شوند، یا یکدیگر هم نهست (یا قابل انطباق) هستند و می نویسیم: $\triangle ABC = \triangle DEF$ به جای علامت هم نهستی از علامت مساوی استفاده شده است

چه راه های دیگری برای بررسی منطبق شدن دو مثلث می دانید؟ (برای مثال استفاده از کاغذ پوستی یا شفاف یا کاغذ

بررسی اجزاء آن ها زاویه ها و ضلع ها

کارین

۲- در دو مثلث هم نهست (قابل انطباق)، همه اجزای متناظر با یکدیگر مساوی اند تساوی های زیر را کامل کنید:

$$\overline{AB} = \overline{DE} \quad \overline{BC} = \overline{EF} \quad \overline{AC} = \overline{DF} \quad \hat{A} = \hat{D} \quad \hat{B} = \hat{E} \quad \hat{C} = \hat{F}$$

اصلاح شود

۳- مثلث های ABC و DEF را با مشخصات زیر رسم کنید.

$$DE = 3 \text{ cm} \quad DF = 4 \text{ cm} \quad \hat{A} = 40^\circ$$

$$AB = 3 \text{ cm} \quad AC = 4 \text{ cm} \quad \hat{D} = 40^\circ$$

آیا دو مثلث با یکدیگر هم نهست اند؟ تساوی سایر اجزای آنها را بنویسید.

$$\overline{CB} = \overline{FE}, \quad \hat{C} = \hat{F}, \quad \hat{B} = \hat{E}$$

همان طور، که در درس رسم مثلث هم دیدید، با داشتن دو ضلع و زاویه بین آنها فقط یک مثلث به دست می آید، پس می توانیم نتیجه بگیریم: اگر دو ضلع و زاویه بین آنها از مثلثی با دو ضلع و زاویه بین آنها از مثلث دیگری برابر باشند، آن دو مثلث قابل انطباق و یا هم نهست اند.

از این نتیجه در انجام فعالیت بعدی کمک بگیرید.

در مواردی در اثبات‌ها از قضایایی استفاده می‌شود که هنوز اثبات نشده و به نظر بنده باید مطالبی را که حق استفاده از آن‌ها را داریم را به عنوان نکته یا یادآوری می‌کرد

اندازه اضلاع دو مثلث در شکل داده شده است.

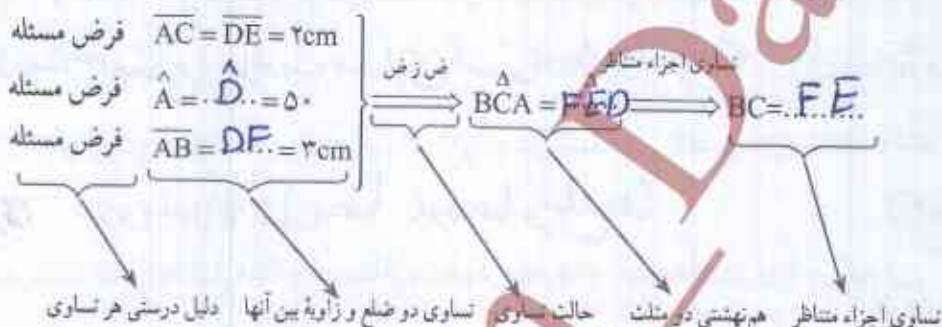
چرا دو مثلث هم نهشت‌اند؟

چرا $EF=BC$ است؟



در هندسه برای بیان استدلال به شیوه زیر عمل می‌کنیم. قسمت‌های خالی را تکمیل کنید تا استدلال کامل شود.

بخش استدلال کردن
را به صورت گام به گام
آموزش دهید



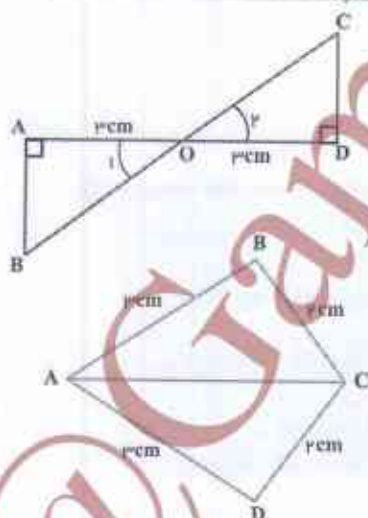
به همین ترتیب در مورد دو حالت دیگر رسم مثلث نیز می‌توان نتیجه‌گیری کرد و در استدلال کردن برای هم نهشتی استفاده کرد.

- اگر سه ضلع از مثلثی با سه ضلع مثلثی دیگر برابر باشد، آن دو مثلث بر هم قابل انطباق‌اند.

- اگر دو زاویه و ضلع بین آن، از یک مثلث با دو زاویه و ضلع بین آن، از مثلثی دیگر برابر باشد، آن دو مثلث با هم، هم نهشت‌اند.

۱- با توجه به شکل استدلال کنید که چرا دو مثلث هم نهشت‌اند؟

چرا $CD=AB$ است؟



قائم هستند $\hat{A} = \hat{D}$
فرض مسئله $AO = DO$
متقابل به رأس $\hat{O}_1 = \hat{O}_2$

تساوی اجزاء $\triangle AOB = \triangle COD \Rightarrow \hat{B} = \hat{C}$
 $AB = DC$
 $OB = OC$

۲- دلیل قابل انطباق بودن دو مثلث را بنویسید.

ضلع مشترک $AC = AC$
 $AB = AD = 3\text{cm}$
 $BC = DC = 3\text{cm}$

$\triangle ABC = \triangle ADC$
۴۰

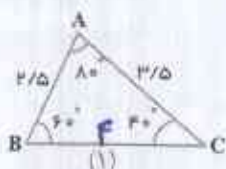
با توجه به اینکه هندسه ی دوری متوسطی اول ناقص است دانش آموزان می توانند اثبات های متعددی را برای مسئله ها مطرح نمایند

مثال فرض $\Rightarrow \hat{C}_1 = \hat{C}_2 = 45^\circ$
 $EC = FC$
 $AC = AC$
 $\Rightarrow \triangle AEC = \triangle AFC$

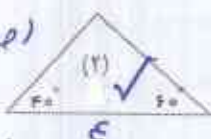
فصل دوم

اصلاح شود

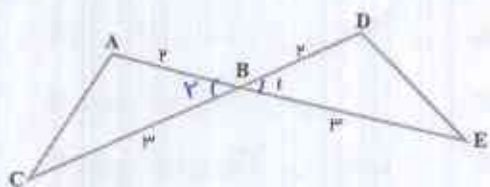
۱- مشخص کنید مثلث ABC با کدام مثلث و در چه حالتی برابر است.



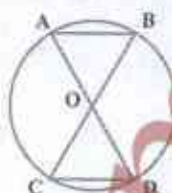
فرض فرض



اصلاح شود



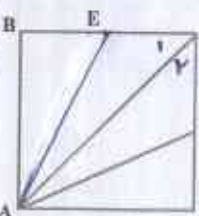
۲- با توجه به شکل مقابل چرا $AC=DE$ ؟



(O مرکز دایره است)

۳- با توجه به شکل مقابل چرا $AB=CD$ ؟

۴- چهار ضلعی ABCD، مربع است و نقاط E و F دو وسط اضلاع BC و CD قرار دارند اگر E وسط ضلع BC از

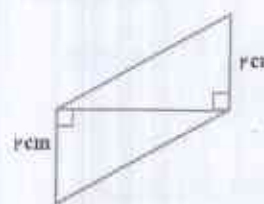


مربع و F وسط ضلع CD از مربع باشد، چرا دو مثلث ABE و ADF هم نهشت اند؟

چرا $\triangle ABE = \triangle ADF \Rightarrow AE = AF$ و $\triangle AEC = \triangle AFC$ هم نهشت اند؟

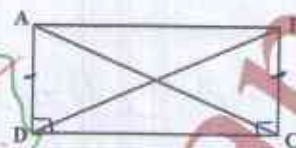
چرا دو مثلث AEC و AFC هم نهشت اند؟

فرض فرض $\triangle ABE = \triangle ADF$
 $AB = AD$
 $\hat{B} = \hat{D} = 90^\circ$
 $\Rightarrow AE = AF$
 $AC = AC$
 $EC = FC$
 $\Rightarrow \triangle AEC = \triangle AFC$

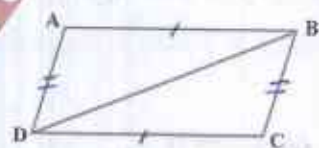


۵- دلیل تساوی دو مثلث را بنویسید و تساوی اجزای متناظر دو مثلث را مشخص کنید.

۶- چهار ضلعی ABCD مستطیل است. چرا قطرهای مستطیل با هم برابرند؟



$AB = DC$
 $AD = BC$



۷- چهار ضلعی ABCD متوازی الاضلاع است.

چرا زاویه های مقابل ($\hat{A}$ و $\hat{C}$) مساوی اند؟

۸- AH هم نیمساز زاویه A است و هم به ضلع BC عمود است.

چرا دو مثلث AHB و AHC با هم قابل انطباق اند؟

فرض فرض $\triangle AHB = \triangle AHC$
 $\hat{H}_1 = \hat{H}_2 = 90^\circ$
 $AH = AH$
 $\Rightarrow \triangle AHB = \triangle AHC$

در این فصل واژه‌های زیر به کار رفته‌اند. مطمئن شوید که می‌توانید با جملات خود آنها را تعریف کنید. برای هر کدام مثال بزنید.

اجزای متناظر ■ متقابل به رأس ■ مثلث‌های هم‌نهشت یا قابل انطباق

در این فصل روش‌های اصلی زیر مطرح شده‌اند. با یک مثال هر کدام را توضیح دهید و در دفتر خود یک خلاصه درس تهیه کنید.

نام‌گذاری پاره‌خط، نیم خط و خط ■ نام‌گذاری زاویه

نوشتن رابطه بین پاره‌خط‌ها ■ نوشتن رابطه بین زاویه‌ها

نتیجه‌گیری از چند تساوی درست ■ دلیل تساوی دو زاویه متقابل به رأس

رسم مثلث در حالت ض ض ض ■ رسم مثلث در حالت ض ض ز

رسم مثلث در حالت ض ز ز ■ رسم مثلث با تبدیل به یکی از سه حالت ترسیم

تساوی اجزای متناظر در دو مثلث ■ بیان استدلال تساوی دو مثلث به زبان ریاضی

کاربرد این درس را در فصل‌های تنشیم (بردار) و تپه (ترسیم‌های هندسی) خواهید دید. ضمن آنکه در کشیدن شکل‌های هندسی،

گرافیک کامپیوتر، طراحی و نیز کاربرد دارد.

۱- چرا $\hat{C} = \hat{A}$ است؟ $\left. \begin{array}{l} \hat{H} = 90^\circ \Rightarrow A + B = 90^\circ \\ \hat{A} = 90^\circ \Rightarrow C + B = 90^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{A} = \hat{C}$

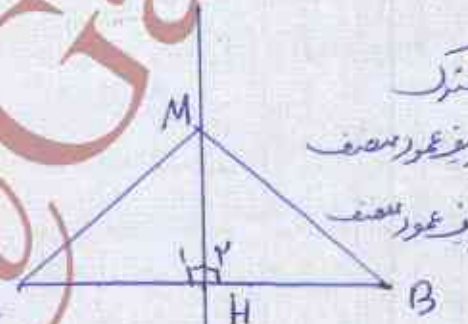


۲- الف) مثلث قائم الزاویه‌ای رسم کنید که وتر آن ۳ سانتی‌متر و یک زاویه آن 30° درجه باشد.

ب) ضلع روبه‌رو به زاویه 30° را اندازه بگیرید. چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

رابطه‌ای بین ضلع مقابل به زاویه 30° و وتر را در مثلث قائم الزاویه بررسی کنید.

۳- چرا هر نقطه روی عمود منصف یک پاره خط از دو سر آن به یک اندازه است؟



$MH = MH$ (مشترک)
 $\hat{H}_1 = \hat{H}_2 = 90^\circ$ (تعریف عمود منصف)
 $AM = BH$ (تعریف عمود منصف)

$\Rightarrow \triangle AMH = \triangle BMH$ (قضیة ض ض ض)

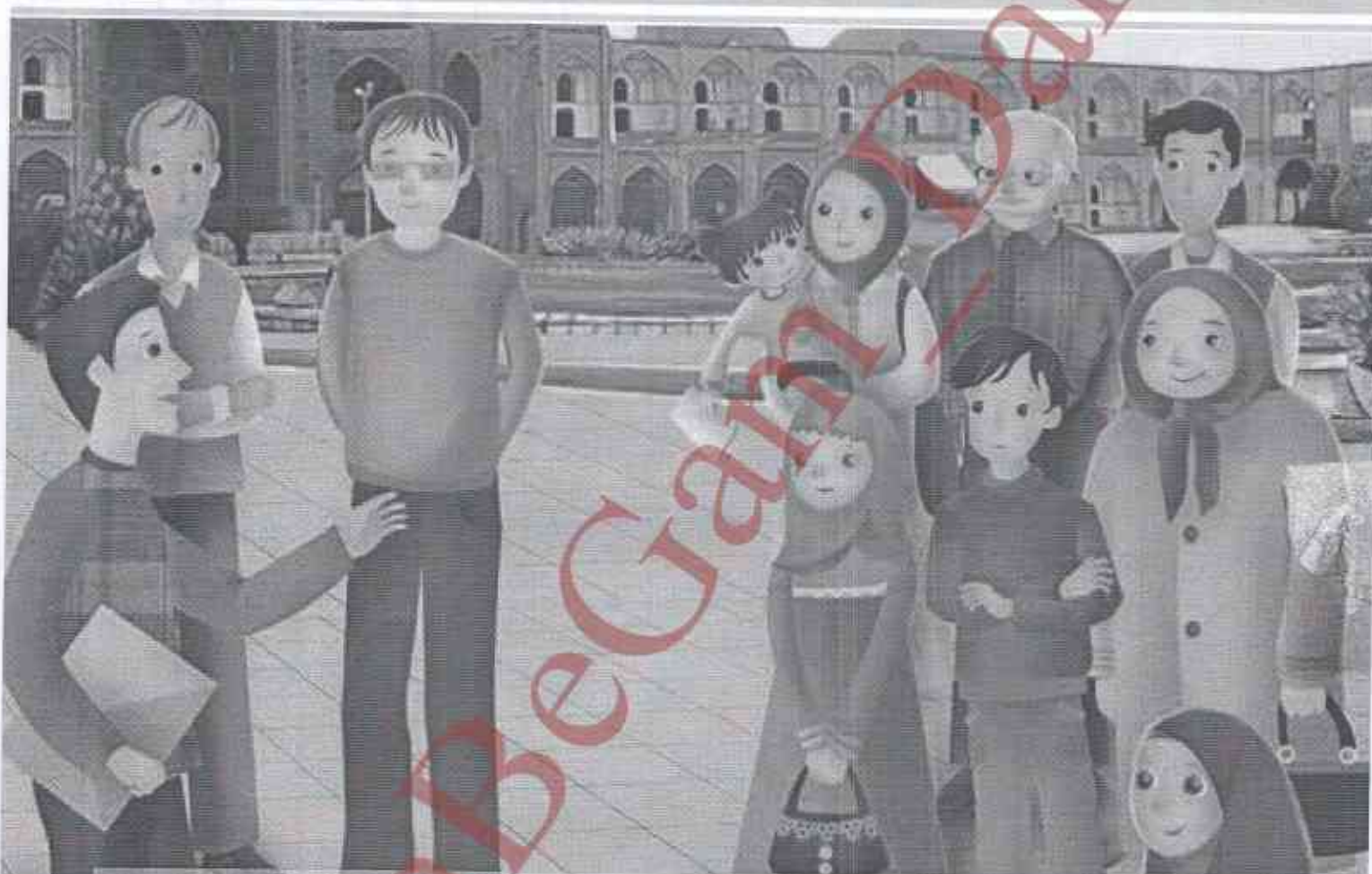
$\Rightarrow AM = BM$ ۲۲



MATH-HOME.IR

جبر و معادله

فصل ۴



- الگوهای عددی
- عبارت های جبری
- مقدار عددی یک عبارت جبری
- معادله

تبدیل مسائل زندگی روزمره به عبارت ها و معادله های ریاضی را مدل سازی می گویند. برای مثال هزینه کرایه یک اتوبوس عبارت است از یک قیمت ثابت برای ۳ ساعت اول و یک قیمت برای هر ساعت اضافه بعد از ۳ ساعت. بنابراین می توان هزینه اتوبوس را به صورت یک عبارت جبری به صورت $C = a + nb$ نمایش داد. حروف a, b, n به چه معنی هستند؟

- ۱- بتوانند از حروف در بیان روابط کلی و قواعد استفاده کنند.
- ۲- از حروف برای بیان روابط هندسی و ریاضی مثل مساحت و محیط استفاده کنند
- ۳- عبارتهای جبری را بنمایند و هنگام ساده کردن عبارت ها، عملیات مشابه را تشخیص دهند
- ۴- ضرب عدد در یک عبارت
- ۵- مقدار عددی یک عبارت جبری را محاسبه کنند
- ۶- معادله را بنمایند و روش حل معادله را بیابند
- ۷- با تغییر دادن متغیرهای مسئله را حل کنند

① بحث با الگوی عددی شروع شده تا متغیر را معرفی دار کنیم و دانش آموز متغیر را بفهمد

② رابطه‌ی مربوط به هر شکل را بدست آورید

③ در مفهوم به ازا

الگوهای عددی

فعالیت

۱- شکل‌ها به همین ترتیب ادامه پیدا می‌کنند. با توجه به آن جدول را کامل کنید. ابتدا شکل‌های چهارم و پنجم را رسم کنید.

تعداد چوب‌کبریت‌ها $= 3 + (1 - \text{شماره شکل}) \times 2$

$2 \times \text{شماره شکل} + 1 = \text{تعداد چوب‌کبریت‌ها}$

$\text{تعداد} = 1 + 2n$

	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)	(۵)					
شماره شکل	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
تعداد چوب‌کبریت	۳	۵								

با توجه به الگویی که در جدول مشاهده می‌کنید، توضیح دهید چه رابطه‌ای بین شماره شکل و تعداد چوب‌کبریت‌ها وجود دارد. تعداد چوب‌کبریت‌های شکل دهم را پیدا کنید.

$3 + (2+2+2+\dots+2) = 3+18=21$

$\text{تعداد} = 3 + (n-1) \times 2$

شکل nام چند چوب‌کبریت خواهد داشت؟ تعداد چوب‌کبریت‌ها را بر حسب n بنویسید.

۲- اکنون با توجه به شکل‌های زیر و الگویی که مشاهده می‌کنید، ابتدا شکل پنجم و ششم را رسم و سپس جدول را کامل کنید.

$\text{تعداد} = 1 + (1 - \text{شماره شکل}) \times 2$

$\text{تعداد} = 1 + (n-1) \times 2$

	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)	(۵)	(۶)	
شماره شکل	۱	۲	۳	۴	۵	۶	 n
تعداد دایره							

$\text{تعداد} = (-1) + 2n$

۳- یک تشک کشتی به شکل مربع است. جدول زیر را کامل کنید.

اندازه ضلع تشک	۴	۶/۵	۵ ۱/۳	۸	۵	a
محیط تشک	۱۶	۲۶	۲۱ ۱/۳	۳۲	۲۰	۴a



$\text{تعداد} = 2n - 1$

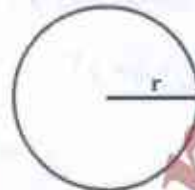
در فعالیت بالا، محیط یک مربع به اندازه a، برابر با $4 \times a = 4a$ است. حرف a یک متغیر نامیده می‌شود. در

جبر، متغیرها، نمادهایی برای بیان عددهای نامعلوم یا مقادیر غیر مشخص هستند.

۱- در دبستان یا محیط و مساحت دایره آشنا شده‌اید. محیط و مساحت دایره را با استفاده از متغیرها نشان دهید.

$$\text{مساحت } S = \frac{1}{2} \times 2\pi r \times r = \pi r^2$$

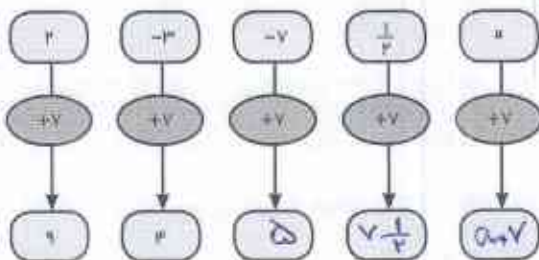
$$\text{محیط } p = 2 \times r \times \frac{2\pi}{1} = 2\pi r$$



اول کلانی بیان شود

۲- نمودار مقابل چه کاری انجام می‌دهد؟

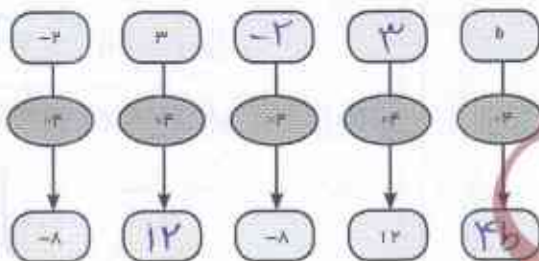
به فارسی توضیح دهید: هر عددی را به علاوه ۷ می‌کنند، اعداد داخل کادر اول را ۷ واحد افزایش می‌دهد.



نمودارها را کامل کنید.

۳- این نمودار چه کاری انجام می‌دهد؟

توضیح دهید: اعداد داخل کادر اول را در عدد ۳ ضرب می‌کنند نمودارها را کامل کنید.



۴- جمله nام الگوهای عددی را مانند نمونه بنویسید. ابتدا سه عدد بعدی هر الگو را بنویسید.

۲n و و ۱۴... و ۱۲... و ۱۰... و ۸... و ۶... و ۴... و ۲...
۵n و و ۲۵... و ۲۰... و ۱۵... و ۱۰... و ۵...
۱x۵ ۲x۵ ۳x۵ ۴x۵
۳ و ۶ و ۹ و ۱۲ و ۱۵... و ۱۸... و ۲۱... و ۲۴...
۱x۳ ۲x۳ ۳x۳ ۴x۳
۱ و ۳ و ۵ و ۷ و ۹... و ۱۱... و ۱۳... و ۱۵...

۲x شماره‌ی جمله

۵x شماره‌ی جمله

۳x شماره‌ی جمله

$1 + (n-1) \times 2$

به کمک حروف و نوشتن عبارت‌های جبری قوانینی را که تاکنون در ریاضی یاد گرفته‌اید و به صورت عبارات کلامی بیان

می‌کردید را می‌توانید به صورت جبری بنویسید. برای مثال می‌دانیم عمل جمع جابجایی دارد. یعنی $a+b=b+a$ است.

حالا معنی هر تساوی را بیان کنید.

$$a+0=a$$

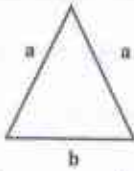
$$a \times b = b \times a$$

$$1 \times a = a$$

۴۵

$$1, 1+2, 1+2+2, 1+2+2+2, \dots, 1+2+2+2+\dots+2 \rightarrow 1+(n-1) \times 2$$

$$(-1)+2, (-1)+2+2, (-1)+2+2+2, \dots, (-1)+2+2+2+\dots+2 \rightarrow 2n-1$$



۱- در مثلث متساوی الساقین مقابل، اندازه ساق را با a و قاعده را با b نشان می‌دهیم.

الف) چرا هر دو ساق را با a نشان می‌دهیم؟ چون با هم برابر هستند

$$\text{محیط} = P = \dots a \dots + \dots a \dots + \dots b \dots$$

ب) محیط مثلث را به دست آورید.

$$\text{مساحت} = S = \dots a \dots \times \dots b \dots$$

ج) مساحت مستطیل را با عبارت جبری بنویسید.

عرض $\times$ طول

۲- هزینه جاب کارت ویزیت به این شرح حساب می‌شود: ۳۰۰ تومان قیمت پایه و ۱۰ تومان برای هر کارت. هزینه جاب

$$8 \times 10 + 300 = 380 \text{ تومان}$$

۸ کارت چقدر می‌شود؟

$$10n + 300$$

هزینه‌ی جاب تعداد n کارت چقدر می‌شود

۳- حمید هر روز چند صفحه قرآن می‌خواند. اگر n تعداد صفحاتی باشد که حمید در یک روز می‌خواند، تعداد صفحاتی

را که او در یک هفته می‌خواند با یک عبارت جبری نشان دهید.

۴- هزینه ورودی یک اردوگاه برای هر مدرسه ۲۰۰/۰۰۰ هزار تومان و برای هر نفر ۱۰۰۰ تومان است. هزینه این اردوگاه

را برای مدرسه‌ای که تعداد دانش‌آموزان n است، با یک عبارت جبری بنویسید.

$$1000 \times n + 200,000$$

$$1000 \times \text{تعداد دانش‌آموزان} + 200,000$$

۵- جمله n ام الگوهای زیر را بنویسید.

شماره‌ی عدد در هر مربع برابر
شماره مربع شود

$$\begin{array}{c} 2 \times 4 \\ 4 \text{ و } 8 \text{ و } 12 \text{ و } 16 \dots \dots \dots E.n \\ \downarrow \quad \downarrow \\ 1 \times 4 \quad 2 \times 4 \end{array}$$

$$\frac{1}{n} \rightarrow \text{شماره‌ی شکل} \quad \frac{1}{1} \text{ و } \frac{1}{2} \text{ و } \frac{1}{3} \text{ و } \frac{1}{4} \text{ و } \dots \dots \dots$$

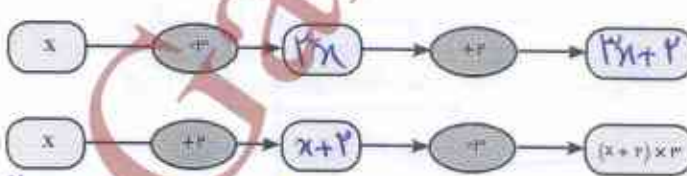
۶- شکل n ام چند چوب کبریت خواهد داشت؟

چوب کبریت‌ها سه تا سه تا اضافه شده است



$$\text{شکل } n \text{ام} = 1 + 3n$$

۷- اگر عدد x وارد نمودارهای زیر شود چه عددی خارج می‌شود؟ تفاوت این دو نمودار را توضیح دهید.



x در عدد ۳ ضرب شد $x \times 3$
حاصل $3x$ با عدد ۲ جمع شده است $3x + 2$

x (عدد ورودی) را با عدد دو جمع کردیم $x+2$
حاصل $(x+2)$ را در عدد سه ضرب کردیم $(x+2) \times 3$



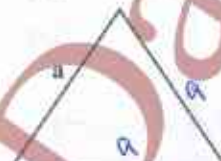
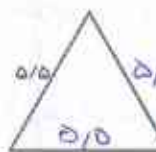
$$p = a + a + a + a + \dots$$

۱- محیط مربع مقابل را به دست آورید.

در درس قبل محیط مربع به صورت $4a$ نوشته شده، درستی تساوی زیر را توضیح دهید.

$$a + a + a + a = 4a$$

۲- محیط مثلث متساوی الاضلاع را به دو صورت به دست آورید.



$$a + a + a = 3 \times a$$

۳- حالا محیط مثلث متساوی الساقین و مستطیل را به دست آورید.

$$p = a + a + \dots + a + \dots + b + \dots =$$

$$p = 2a + b$$

$$p = a + a + \dots + a + \dots + b + b + \dots =$$

$$p = 2a + 2b$$



چرا می توانیم a را با a جمع کنیم؟ چون هر دو از یک جنس هستند

آیا می توانیم a را با b جمع کنیم؟ خیر، چون از جنس نیستند

یک عبارت جبری، شامل یک یا چند عدد، متغیر و عمل هایی مثل جمع، تفریق، ضرب و تقسیم است. در زیر نمونه هایی

از عبارت های جبری آورده شده است:

$$3x - 7, 5z, m \times 5n, 4 + \frac{p}{q}$$

در یک عبارت جبری، اغلب از علامت « $\cdot$ » یا پرانتز برای حاصل ضرب بین آنها استفاده می شود و از نماد « $\times$ » پرهیز

می گردد، زیرا ممکن است علامت ضرب با نماد انگلیسی « x » به عنوان یک متغیر اشتباه شود. در زیر حاصل ضرب دو متغیر

x و y را به صورت های مختلف نمایش داده ایم که همگی آنها، یکسان اند و هیچ فرقی با یکدیگر ندارند:

$$xy, x \cdot y, x(y), (x)y, (x)(y)$$

ضرب (دو متغیر)

۱- در بعضی از کشورها میوه را به صورت دانه ای می فروشند. اگر قیمت هر سیب را با a و قیمت هر گلابی را با b نشان دهیم، موارد زیر را با عبارت جبری نشان دهید.

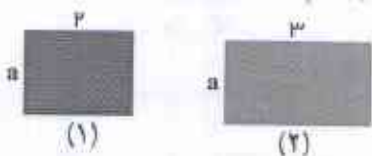
قیمت ۵ سیب: $5a$ قیمت ۷ گلابی: $7b$ قیمت ۳ سیب و ۲ گلابی: $3a+2b$

اگر فردی از میوه فروشی در یک روز ۳ سیب خریده باشد و در روز بعد ۲ سیب و ۴ گلابی خریده باشد مجموع هزینه این دو خرید چقدر می شود؟

$$3a + (2a + 4b) = (3a + 2a) + 4b$$

* چون سیب ها از یک جنس هستند پس می توان جمع کردن می باشد

خرید دوم خرید اول



۲- الف) مساحت هر دو مستطیل را با عبارت جبری نشان دهید.

$$S_1 = 2a \quad S_2 = 3a \quad S = S_1 + S_2 = 2a + 3a = 5a$$

$$(2+3)a = 2a + 3a$$

توزیع پذیری را نشان می دهد

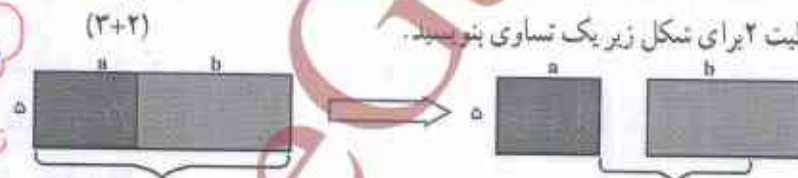


$$S = (2+3)a = 5a$$

چون عرض ها با هم برابرند پس مستطیل به عرض a و طول $2+3$ داریم

ج) پاسخ های الف و ب را با هم مقایسه کنید. مساوی است

۳- مانند فعالیت ۲ برای شکل زیر یک تساوی بنویسید.



$$5a + 5b = 5(a+b)$$

توضیح دهید که با کمک تساوی بالا چگونه می توان یک عدد بیرون پرانتز را در جمله های آن ضرب کرد.

هر کدام از عبارت $2a, a, 3a, 8b, 5b$ یک جمله است. دو جمله $3a, a$ متشابه اند اما $8b$ و $5b$ متشابه نیستند. برای ساده کردن عبارت های جبری، فقط جمله های متشابه را با هم در نظر می گیریم و آنها را با هم جمع یا تفریق می کنیم. لازم به ذکر است که در ساده کردن یک عبارت جبری، استفاده از قوانین مربوط به اعمال که در درس های گذشته خوانده اید مانند ضرب عددهای منفی در مثبت، منفی در منفی، مثبت در مثبت رعایت شود. خاصیت جابه جایی اعمال جمع و تفریق با یکدیگر، خاصیت شرکت پذیری ضرب و عدم اهمیت پرانتز: $a(bc), (ab)c$ الزامی است.

حاصل عبارت های جبری زیر را به ساده ترین صورت ممکن بنویسید.

$$(3n+1) + (2n+1) = 3n+1+2n+1 = 5n+2 \quad (4n-7) + (7n+4) = 4n-7+7n+4 = 11n-3$$

$$3a-8b+6a+6b = 9a-2b \quad 7a+6a-2a+3b = a+3b$$

$$4x-6y+1-3x+2y+7 = x-4y+8 \quad 2x-4y+7-3x+2y+1 = -x-2y+8$$

۴۸

$$4x + (-6y) + 1 + (-3x) + 2y + 7 = (4x + (-3x)) + ((-6y) + 2y) + (1 + 7) = x - 4y + 8$$

$$3(2x+5y) = 3 \times (2x) + 3 \times (5y)$$

$$= (3 \times 2)x + (3 \times 5)y$$

$$= 6x + 15y$$

① دسته بندی

② فاکتورگیری

③ ساده نویسی و انجام عملیات های جمع و تفریق

در زیر نحوه جمع کردن جملات مشابه در عبارت جبری مشخص شده است.

$$6x+5y-4x+8y = (6x-4x)+(5y+8y) = (6-4)x+(5+8)y = 2x+13y$$

همچنین نحوه ضرب کردن یک عدد در برانتر مشخص شده است.

$$3(2x+5y) = 3 \times 2x + 3 \times 5y = 6x+15y$$

$$-(2x-5y) = -1 \times 2x - 1 \times (-5y) = -2x+5y$$

$$(-1) \times (3x + (-5y)) = (-1) \times (3x) + (-1) \times (-5y)$$

نوضیح دهید که چگونه از روی عدد های صحیح که در فصل اول آموختید، برای ساده کردن عبارت های جبری استفاده می کنید.

$$= (-1 \times 3)x + (-1 \times (-5))y = -3x + 5y$$

الف) هشت واحد بیشتر از یک عدد $a+8$ ب) هفت تا کمتر از 4 برابر یک عدد $4x-7$

ج) نه تا بیشتر از حاصل تقسیم یک عدد بر 5 $\frac{a}{5}+9$ د) دو سوم محیط (p) $\frac{2}{3}p$



2- فاطمه قصد دارد با جمع کردن پول خود یک جادر نماز که توسط بنیاد ملی مد و لباس اسلامی - ایرانی

معرفی شده است، خریداری کند قیمت این جادر 45+4s است. اگر او در حال حاضر 4s تومان داشته باشد و هر

هفته 4 تومان به پولش اضافه شود چند هفته طول می کشد تا بتواند پول آن را فراهم کند؟ 5 هفته طول می کشد

3- یک عبارت کلامی برای عبارت های جبری زیر بنویسید

$$4x-7$$

$$a+8$$

$$7x$$

4- محیط و مساحت شکل ها را به صورت جبری بنویسید.

$$p = 2(3a+2b)$$

$$p = 4a+5b$$

$$s = 3a \times 2b$$

$$s = (3 \times 2)ab$$

$$s = 4ab$$

$$p = 2(w+b)$$

$$p = 2a+b$$

$$p = 4a+5b$$

$$s = 4ab$$

5- عبارت های جبری را ساده کنید.

$$1) 2a-8+7a+6b = 9a+6b-8$$

$$2) (4n-7)+(5n+6) = 9n-1$$

$$3) 4(2x-1)+3x-7 = 11x-11$$

$$4) 6-7e+9h-2h+5e = -2e+7h+6$$

$$5) 4x+7y-8x+2y+6x = 2x+9y$$

$$1) 3p+4t-2p+7t = p+11t$$

$$2) (2x-8)-(3x+7) = -x-15$$

$$3) 2x-7-(4x+8) = -2x-15$$

$$4) 4(y+x+2)-8(x-6+1) = 4y-4x+48$$

6- کدام عبارت جبری زیر را می توان به صورت ساده تری نوشت؟

$$1) t+5t = 6t$$

$$2) 3z+9y$$

$$3) -u-3v+4$$

$$4) 7m-9n$$

نیست توان

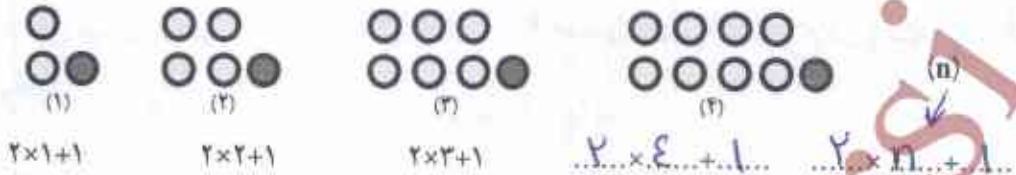
نیست توان

$$7x \leftarrow 7 \text{ برابر پول علی}$$

$$a+8 \leftarrow \text{پول سارا 8 تومان بیشتر}$$

$$4x-7 \leftarrow \text{از 4 برابر پول زینب 7 تومان کمتر است}$$

۱- به شیوه شمارش تعداد دایره‌ها توجه کنید. چه رابطه‌ای بین آن و شماره شکل‌ها وجود دارد؟



الف) تعداد دایره‌های شکل ۴ و شکل n را بنویسید.

ب) تعداد دایره‌های شکل دهم را پیدا کنید. $10 \times 2 + 1 = 21$

۲- اگر جمله n ام یک الگو $3n-5$ باشد، جمله چهارم و دهم را پیدا کنید.

۳- عبارت $2n-7$ را به ازای عددهای داده شده پیدا کنید. مانند نمونه راه حل را بنویسید.

n	۱	۳	۰	۸	-۵	-۷	$\frac{۳}{۲}$
$2n-7$	$2 \times 1 - 7 = -5$	-1	-7	9	-17	-21	-4

$$\begin{aligned} 2 \times \frac{3}{2} - 7 \\ = 3 - 7 \\ = -4 \end{aligned}$$

۴- برای پیدا کردن محیط تشک کشتی رابطه $p = 4a$ را نوشته‌اید. محیط یک تشک کشتی به طول ۵ متر را پیدا کنید.

$$p = 4 \times 5 = 20$$

۵- در نمودار جبری زیر به جای x مقدار ۳ را قرار دهید و حاصل را پیدا کنید. عبارت‌های جبری نمودار را کامل کنید.



$$2x-5$$

↓

$$\begin{aligned} 2 \times 3 - 5 &= 6 - 5 \\ &= 1 \end{aligned}$$

در یک عبارت جبری اگر به جای متغیر یا متغیرهای آن، عدد یا عددهای معینی قرار دهیم، مقدار عددی آن عبارت

به دست می‌آید. در انجام عملیات محاسبه مقدار عبارت، ترتیب انجام عملیات را که سال گذشته آموخته‌اید، رعایت

کنید. در مثال زیر به نحوه ساختن یک عبارت عددی و سپس محاسبه و رعایت ترتیب انجام عملیات توجه کنید.

$$a - (a - 2b) \quad a = 5 \quad b = 3$$

$$5 - (5 - 2 \times 3) = 5 - (5 - 6) = 5 - (-1) = 5 + 1 = 6$$

الویه یا رازی
سود

۱- حسن و حسین مقدار عددی عبارت جبری زیر را به ازای $s=3$ و $t=6$ محاسبه کرده اند. کدام یک پاسخ را درست

استفاده از ماشین حسابی علمی

به دست آورده است؟ دلیل خود را بنویسید. $3(t+27 \div s)$

حسن ابتدا جمع را انجام داد

حسین

$$= 3 \times (6+9)$$

نشان داد

$$= 3 \times (33 \div 3)$$

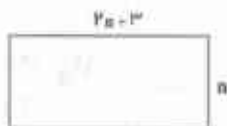
در صورتی که تقسیم مقدم

$$= 3 \times 15 = 45 \checkmark$$

$$= 3 \times 11 = 33 \times$$

است

۲- مقدار عددی عبارت را به ازای $s=2$ به دست آورید.

$$\frac{4a-1}{1+2a} = \frac{4 \times 2 - 1}{1 + 2 \times 2} = \frac{8-1}{1+4} = \frac{7}{5}$$


$$(2n+3) \times n$$

۳- مستطیل مقابل را در نظر بگیرید.

الف) یک عبارت جبری برای پیدا کردن مساحت آن بنویسید

$$4 \times (2 \times 4 + 3) = 4 \times 11 = 44$$

ب) اگر $n=4$ باشد، مساحت مستطیل را پیدا کنید.

۴- مقدار عددی عبارت زیر را به ازای $x=3$ و $y=4$ به دست آورید.

$$x(y \times y - 8) \div 12 =$$

$$3 \times (4 \times 4 - 8) \div 12$$

$$3 \times 8 \div 12 = 24 \div 12 = 2$$

در انجام تقسیم و ضرب الویت از سمت

چپ است

مقدار عددی عبارت جبری زیر را به ازای $x=2$ و $y=3$ پیدا کنید.

$$3(2x-3y)-5(x-2y) = 3 \times (4-9) - 5(2-6) = -15 + 20 = 5$$

$$3(2 \times 2 - 3 \times 3) - 5(2 - 2 \times 3) =$$

اکنون ابتدا عبارت جبری را ساده کنید، سپس مقدار آن را به ازای عددهای داده شده، پیدا کنید.

$$3(2x-3y)-5(x-2y) = 6x-9y-5x+10y = x+y = 2+3 = 5$$

از مقایسه جواب ها چه نتیجه ای می گیرید؟ برای سادگی کار من کوآنیم ابتدا عبارت های

جبری را ساده نویسی (مختصر نویسی) کنیم سپس حاصل را بدست آوریم

۱- سارا از یک فروشگاه کتاب تعداد k کتاب نو به مبلغ هر کدام ۷۰۰۰ تومان و s کتاب دست دوم به مبلغ هر کدام

$$7000k + 2000s$$

۲۰۰۰ تومان خریداری می کند.

الف) یک عبارت جبری برای مجموع خرید سارا بنویسید. $7000 \times 3 + 2000 \times 4 = 21000 + 8000 = 29000$

ب) اگر سارا ۴ کتاب نو و ۶ کتاب دسته دوم خریده باشد، مجموع خرید سارا را پیدا کنید.



۲- کتابخانه ملی یکی از مراکز معتبر در ایران است که کتاب های خطی و جایی

دانشمندان ایرانی در دوران باشکوه تمدن اسلامی را (مخصوصاً کتاب های قرن های دوم

تا هفتم هجری) نگهداری می کند. اگر m نسخه خطی و n نسخه جایی در این کتابخانه

نگهداری شود و از هر نسخه خطی ۲ میکروفیلم و از هر نسخه جایی یک میکروفیلم تهیه

$$2m + n$$

شده باشد، تعداد کل میکروفیلم ها را با یک عبارت جبری نشان دهید.

اگر ۱۰۰۰ نسخه خطی و ۵۰۰۰ نسخه جایی وجود داشته باشد، تعداد کل

$$2 \times 1000 + 5000 = 7000$$

میکروفیلم ها را پیدا کنید.

۳- مقدار عددی عبارت های جبری را به ازای عدد های داده شده به دست آورید.

$$m + (n-1)(n-1) \quad m=3 \quad n=-4 \quad -6x + y(x-y) \quad x=8 \quad y=1$$

$$3 + (-4-1)(-4-1) = 3 + 25 = 28$$

$$-6 \times 8 + 1(8-1) = -48 + 7 = -41$$

a	2	-5	$\frac{3}{4}$
a+7	9	2	$\frac{3}{4} + 7 = 7\frac{3}{4}$

b	3	-3	0	$\frac{1}{7}$
-3b+4	-5	13	4	$5\frac{1}{7}$

۴- مدیر یک دبیرستان قصد دارد دانش آموزان پایه هفتم را جهت بازدید از شلمچه و هویزه اعزام کند. هزینه بلیط قطار

۲۵۰۰۰۰

برای هر دانش آموز از تهران تا خرمشهر، سی هزار تومان است.

$$250000 + a$$

الف) هزینه خرید بلیط برای a دانش آموز را به صورت یک عبارت جبری بنویسید.

ب) اگر مدرسه دارای ۱۲۰ دانش آموز در پایه هفتم باشد، برای تهیه بلیط قطار دانش آموزان چقدر باید بپردازند؟

$$250000 \times 120 = 30,000,000$$

۵- مقدار عددی عبارت های جبری را به ازای عدد های داده شده به دست آورید.

$$\begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x-3y+7x-2(2x-y+3) \\ = 11x-3y-4x+2y-6 \\ = 7x-y-6 \\ = 7-2-6 \\ = 5-6 \\ = -1 \end{cases} \quad \begin{cases} x=1/7 \\ y=-1/6 \end{cases} \quad \begin{cases} 2(x-3y+1)-(2x-6y-3) \\ = 2x-6y+2-2x+6y+3 \\ = 5 \end{cases}$$

کلامی: چون P محیط است

۱- محیط مربعی ۱۲ متر است. طول ضلع آن چقدر است؟

$$p = 4a$$

در تساوی مقابل عدد ۱۲ را به جای چه حرفی باید قرار دهید؟ چرا؟ به جای P

چه چیزی مجهول است و باید مقدار آن را به دست آورید؟ ضلع مربع

$$4a = 12$$

این مقدار از حل کدام رابطه به دست آمده است؟

۲- حالا می خواهیم ببینیم پاسخ رابطه $6n + 7 = 37$ یعنی چه عددی به جای n در نظر بگیریم تا تساوی برقرار شود؟ برای

این کار به جای n عددهای مختلف را قرار دهید. درستی یا نادرستی تساوی را بررسی کنید.

n	۳	۴	۵ ✓	۶
$6n + 7 = 37$	$6 \times 3 + 7 = 25 \neq 37$	$24 + 7 \neq 37$	$30 + 7 = 37$	$36 + 7 \neq 37$

کدام عدد تساوی را برقرار کرد؟ عدد ۵

پاسخ معادله چیست؟ $n = 5$

تعریف معادله

یک تساوی جبری که به ازای بعضی از عددها به تساوی عددی تبدیل شود، یک معادله نامیده می شود.

برای مثال $4n = 12$ و $6n = 37$ معادله هستند. جواب های معادله همان بعضی از عددها هستند که تساوی عددی را

برقرار می کنند.

پاسخ معادله های زیر را با حدس و آزمایش پیدا کنید.

$$8x - 7 = 17$$

$$x = 3$$

$$5(x + 2) = 40$$

$$x = 4$$

$$x \times x = 4$$

$$x = 2$$

$$x = -2$$

دقت شود

آیا حدس زدن و آزمایش کردن راه حل مناسبی است؟ خیر زیرا طولانی است

و خیلی اوقات رسیدن به جواب غیر ممکن است

۱- به دو طرف تساوی عددی زیر عددهایی را مانند نمونه اضافه کنید. آیا باز هم تساوی برقرار است؟

$$\begin{array}{l} 4=4 \\ +3 \downarrow \\ 4+3=4+3 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 4=4 \\ -7 \downarrow \\ -7+4=-7+4 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 4=4 \\ +1/5 \downarrow \\ 4+1/5=4+1/5 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 4=4 \\ -2/3 \downarrow \\ 4+(-2/3)=4+(-2/3) \end{array}$$

چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟ می‌توانیم مقدار دخواص را به دو طرف معادله اضافه کنیم

$$a=b \implies a+c=b+c$$

۲- دو طرف تساوی زیر را در عددهای مختلف ضرب کنید. آیا باز هم تساوی برقرار است؟ اصلاح شود

$$\begin{array}{l} 8=8 \\ \times 3 \downarrow \\ 3 \times 8 = 3 \times 8 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 8=8 \\ \times (-2) \downarrow \\ 8 \times (-2) = 8 \times (-2) \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 8=8 \\ \times 1/5 \downarrow \\ 8 \times (1/5) = 8 \times 1/5 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 8=8 \\ \times \frac{3}{4} \downarrow \\ 8 \times \frac{3}{4} = 8 \times \frac{3}{4} \end{array}$$

چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟ دو طرف تساوی را می‌توانیم در عدد دخواص ضرب کنیم

۳- توضیح دهید که در هر مرحله چگونه از دو نتیجه فوق استفاده شده است تا معادله حل شود.

$$\begin{array}{l} 2x-1=7 \\ +1 \downarrow \\ 2x-1+1=7+1 \rightarrow 2x=8 \\ \times \frac{1}{2} \downarrow \\ \frac{1}{2} \times 2x = \frac{1}{2} \times 8 \rightarrow x=4 \end{array}$$

$$\Rightarrow 2x-1+1=7+1$$

$$\Rightarrow 2x=8$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \times 2x = \frac{1}{2} \times 8$$

$$x=4$$

مراحل حل معادله بالا را به صورت زیر نیز می‌توان خلاصه کرد.

$$2x-1=7 \rightarrow 2x=7+1=8 \rightarrow x=\frac{8}{2}=4$$

۱- معادله‌های زیر را حل کنید.

$$-8=2x+4 \Rightarrow x=-6$$

$$2x-4=x \Rightarrow x=4$$

$$2x-2=x \Rightarrow x=2$$

$$9=4x-7 \Rightarrow x=4$$

$$3+4x=11 \Rightarrow x=2$$

$$x-6=10 \Rightarrow x=16$$

$$2x-4=x$$

$$\Rightarrow 2x-4-x=x-x$$

$$\Rightarrow x-4=0$$

$$\Rightarrow x-4+4=0+4$$

$$\Rightarrow x=4$$

مقدار x را از دو طرف برداریم

به دو طرف مقدار ۴ واحد اضافه می‌کنیم

$$1m + 400 = 4000 \Rightarrow 1m = 3600 \Rightarrow m = 3600 \text{ تومان} \quad (3)$$

$$12x + 3/4 = 30 \Rightarrow 12x = 29.75 \Rightarrow x = 2.48 \text{ متر} \quad (4)$$

$$(n-2) + x + (n+2) = -42 \Rightarrow x = -14 \quad (1)$$

عدد زوج و صحیح

همان طور که در مقدمه شروع کتاب بیان شد، راهبرد روش های نمادین کاربردهای زیادی دارد. اکنون که استفاده از

حروف را آموخته اید، مسئله زیر را به یک معادله تبدیل و آن را حل کنید.

باغبان شهرداری ۱۰۰ عدد گل بنفشه را در باغچه ای به مساحت ۶ متر مربع در میدان شهر کاشت و در آخر هم

تا اضافه آورد او به طور متوسط در هر متر مربع چند بنفشه کاشته است؟

(انتخاب مجهول) خواسته مسئله:

x: تعداد بنفشه ها در هر متر مربع

$$4x + 4 = 100$$

تبدیل عبارت کلامی مسئله به عبارت جبری (تشکیل معادله):

$$4x = 100 - 4 = 96$$

(حل معادله):

$$x = 96 \div 4 = 24$$

۱- معادله های زیر را حل کنید.

$$x = 4$$

$$1) 2x - 3 = -9 \Rightarrow x = -3$$

$$2) 3x + 5 = 14 \Rightarrow x = 3$$

$$3) 4x - 2 = 10$$

$$4) 2x + 7 = 1 \quad x = -3$$

$$5) 7 + 2x = -8 \Rightarrow x = -7.5$$

$$6) 3x - 1 = 10 \Rightarrow x = 11/3$$

$$7) 2x - 4 = x - 3$$

$$8) x - 1 + 3x = 6x - 7 \Rightarrow x = 3$$

۲- فاطمه کتاب داستانی را در ۶ ساعت مطالعه کرد و ۱۰ صفحه از آن باقی ماند. اگر این کتاب ۱۰۰ صفحه داشته باشد، فاطمه به طور

$$4x + 10 = 100 \Rightarrow x = 15$$

متوسط در هر ساعت چند صفحه از آن را مطالعه کرده است؟

۳- محسن برای خرید ۸ مداد ۴۰۰۰ تومان به فروشنده داد و ۴۰۰ تومان پس گرفت. قیمت از آن مداد چند تومان بوده است؟

۴- از یک توب پارچه ۳ متری ۱۲ دست کت و شلوار دوخته شده و ۳/۶ متر هم باقی مانده است. برای هر دست کت و شلوار چند

متر پارچه مصرف شده است؟

$$-1/3 - 1/2 = -1/3 + 1/2 = (-2+3)/6 = 1/6$$

$$5- \text{آیا } x=2 \text{ جواب معادله } \frac{x-4}{3} - \frac{x-3}{2} = \frac{1}{6} \text{ است؟ چرا؟}$$

$$6- \text{آیا } x=-3 \text{ جواب معادله } x \times x - 3x = 0 \text{ است؟ چرا؟}$$

۷- احمد و بهمن ۳۶ جلد کتاب را صحافی کردند. احمد ۶ جلد کتاب پیش از بهمن صحافی کرده است. هر کدام از آنها چند جلد

$$x + (x+4) = 36 \Rightarrow x = 15$$

کتاب صحافی کرده است؟
احمد = ۲۱
بهمن = ۱۵

حل سه تمرین زیر برای همه دانش آموزان الزامی نیست.

۸- سه عدد صحیح زوج متوالی پیدا کنید که حاصل جمع آن ۴۲- شود.

$$x + (x+1) = 19 \Rightarrow x = 9$$

۹- دو عدد متوالی را بگونه ای پیدا کنید که مجموع آنها برابر ۱۹ گردد.

۱۰- چهار عدد صحیح فرد متوالی را بگونه ای پیدا کنید که مجموع آنها عدد ۸۰- گردد.

$$x + (x+2) + (x+4) + (x+6) = -10$$

$$4x = -10 - 12 = -22$$

$$x = -23$$

$$(-23) + (-21) + (-17) + (-15) = -76$$

حل سوال ۴ = $\Rightarrow x = \frac{3500 \times 118}{14 \times 745} = 1000$ در هر روز باید بسوزاند

روش دوم $\Rightarrow y = 14000$ کالری باید بسوزاند

میزان کالری که در روز باید بسوزاند $\Rightarrow x = 1000$

مفاهیم و مهارت ها

در این فصل واژه های زیر به کار رفته اند. مطمئن شوید که می توانید با جملات خود آنها را تعریف کنید. برای هر کدام مثال بزنید.

■ الگوی عددی ■ عبارت جبری ■ متغیر ■ جملات متشابه ■ معادله

در این فصل روش های اصلی زیر مطرح شده اند. با یک مثال هر کدام را توضیح دهید و در دفتر خود یک خلاصه درس بنویسید.

■ نوشتن جمله nام یک الگو ■ پیدا کردن جواب معادله با حدس زدن

■ تبدیل عبارت های کلامی به عبارت های جبری ■ تشکیل معادله و تبدیل مسئله های یک معادله

■ نوشتن محیط و مساحت شکل ها با عبارت جبری ■ پیدا کردن مقدار عددی یک عبارت جبری

■ ساده کردن عبارت های درس با جمع و تفریق جملات متشابه ■ مفهوم معادله و جواب معادله

■ ضرب عدد در پرانتز ■ روش حل معادله

■ ساده کردن عبارت و سپس محاسبه مقدار عبارت جبری (۳) راه تست عدد زوج و فرد $-\frac{8}{5} = -2$

$1, -1, 2, -2, 3, -3, 4, -4, 5, -5$

کاربرد

مهم ترین کاربرد این درس حل مسئله با کمک راهبرد روش های نمادین (تشکیل معادله) و بیان جبری الگوها و خاصیت ها و

قوانین است. از این درس در فصل بعدی استفاده زیادی برای بیان رابطه های مربوط به مساحت و حجم خواهد شد.

تمرین های ترکیبی

در صورتی که تمرین های زیر را بتوانید انجام دهید، مطمئن باشید این فصل را به خوبی فرا گرفته اید.

۱- مقدار عبارت جبری زیر را به ازای $x = -1$ و $y = -2$ پیدا کنید.

$3(2x - y + 1) - 4x + y - 2 - (2x - y - 7) = 6x - 3y + 3 - 4x + y - 2 - 2x + y + 7$

$-y + 7 = -2 + (-1) = -3$ ۲- معادله زیر را حل کنید.

$2x - 3x + 2(x + 2) = 14 \Rightarrow -x + 2x + 4 = 14 \Rightarrow x = 10$

۳- چهار عدد فرد متوالی پیدا کنید که حاصل جمع آنها ۸- شود. $x + (x+2) + (x+4) + (x+6) = -8 \Rightarrow 4x = -20 \Rightarrow x = -5$

۴- شخصی با سوزاندن ۳۵۰۰ کالری، ۰/۴۵ کیلوگرم از وزنش خود را کم می کند. میزان کالری ای که فرد باید در هر روز

بسوزاند تا در ۲ هفته ۱/۸ کیلوگرم از وزنش کم شود، چقدر است؟ حل در بالا

۵- یک مسئله بنویسید که متناظر با معادله مقابل باشد. $2x - 1 = 7$

۵۶ عددی را پیدا کنید که اگر در دو برابر آن یک واحد کنیم حاصل برابر ۷ می شود

۱- چهار عبارت جبری و چهار عبارت کلامی در زیر نوشته شده است. مشخص کنید که هر کدام از عبارات جبری

فوق، مربوط به کدام عبارت کلامی است:

الف) پنج مقدار بیشتر از n $n+5$
 ب) چهار برابر تفاضل y و 3 $4(y-3)$
 ج) یک سوم عدد 19 $\frac{19}{3}$
 د) حاصل ضرب x و y تقسیم بر 3 $\frac{xy}{3}$
 (i) $\frac{19}{3}$ (ii) $4(y-3)$ (iii) $\frac{xy}{3}$ (iv) $n+5$

۲- حاصل عبارت های زیر را به دست آورید.

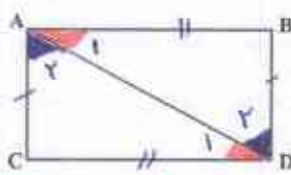
$$\begin{aligned} -13 & \quad 10 & -12+12+3 &= 3 \\ -5-8+9 &= -4 & y+4-18 &= -18 \\ -9 & \quad 11 & -8+12-4 &= 0 \\ -4-5-6 &= -15 & -3+14-11 &= 0 \end{aligned}$$

۳- عبارت های جبری زیر را ساده کنید.

$$\begin{aligned} 5f+8f+2+10f-9 &= 23f-7 \\ -4(x+1)+2(x+1) &= -2x-2 \\ 3a+7+3a-5a-10 &= a-3 \\ -6(y+x-1)+2(1-x-y) &= -9y-4x-15 \end{aligned}$$

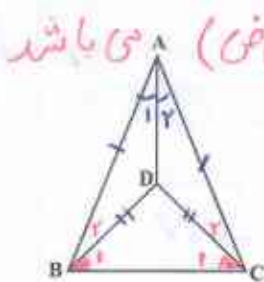
۴- مثلث قائم الزاویه ای رسم کنید که وترش 5 سانتی متر و یک زاویه آن 30° باشد. در کدام حالت از رسم مثلث

استفاده کرده اید؟



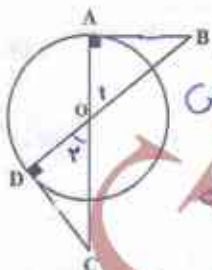
۵- چهارضلعی ABCD یک مستطیل است. دلیل تساوی دو مثلث را بنویسید.

فرض $\left. \begin{aligned} AC &= DB \\ DC &= AB \\ \hat{C} &= \hat{B} = 90^\circ \end{aligned} \right\} \Rightarrow \triangle ABC \cong \triangle DCB$ (قضی)
 فرض $\left. \begin{aligned} \hat{A}_1 &= \hat{D}_1 \\ \hat{D}_2 &= \hat{A}_2 \\ AD &= AD \end{aligned} \right\} \Rightarrow \triangle ABD \cong \triangle DCA$ (قضی)



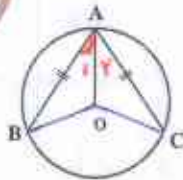
۶- در شکل مقابل $AC=AB$ و $DC=BD$ است. چرا AD نیمساز زاویه A است؟

فرض $\left. \begin{aligned} AB &= AC \\ BD &= CD \\ AD &= AD \end{aligned} \right\} \Rightarrow \triangle ABD \cong \triangle ACD \Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{A}_2 \Rightarrow AD \text{ نیمساز است}$ (قضی)
 فرض $\left. \begin{aligned} DB &= DC \\ \hat{B} &= \hat{C} \\ AB &= AC \end{aligned} \right\} \Rightarrow \triangle ABD \cong \triangle ACD \Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{A}_2 \Rightarrow AD \text{ نیمساز است}$ (قضی)



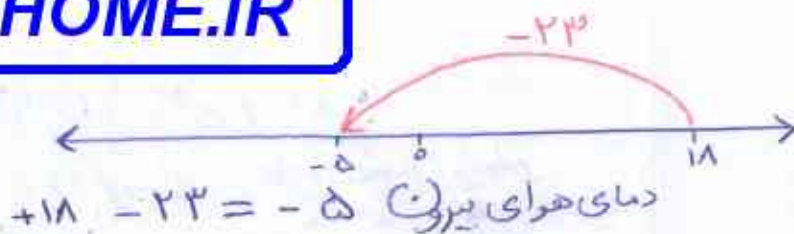
۷- با توجه به شکل دلیل تساوی دو باره خط AB و DC و همچنین دو باره خط OB و OC را بنویسید.

فرض $\left. \begin{aligned} \hat{O} &= \hat{O} \\ \hat{A} &= \hat{D} = 90^\circ \\ OA &= OD \end{aligned} \right\} \Rightarrow \triangle OAB \cong \triangle ODC$ (قضی)
 فرض $\left. \begin{aligned} AB &= DC \\ OB &= OC \end{aligned} \right\} \Rightarrow \triangle OAB \cong \triangle ODC$ (قضی)



۸- می دانیم $AC=AB$ است؟ چرا OA نیمساز زاویه A است؟

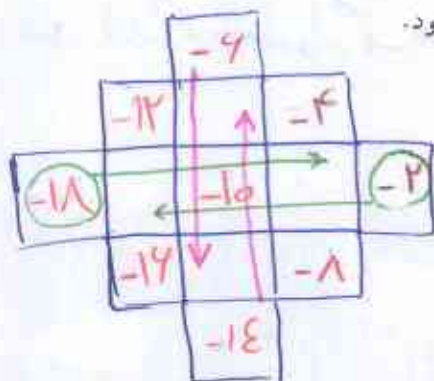
فرض $\left. \begin{aligned} AB &= AC \\ OA &= OA \\ OB &= OC \end{aligned} \right\} \Rightarrow \triangle OAB \cong \triangle OAC \Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{A}_2$ (قضی)



۹- در ساعت ۷ صبح یک روز زمستانی دمای اتاق $+18$ درجه بود. فاطمه پس از این که مقدار دمای هوای بیرون را

از رادیو شنید، حساب کرد و گفت: هوای بیرون 23 درجه از اتاق سردتر است. دمای هوای بیرون چند درجه بود؟

۱۰- جدول زیر را طوری کامل کنید که حاصل جمع هر ردیف و هر ستون و هر قطر -30 شود.



-12	-14	-4	$= -30$
-2	-10	-18	$= -30$
-14	-4	-8	$= -30$
-30	-30	-30	

$-20, -4, -8, -12, -16, -18, -22, -24, -26, -28, -30$

۱۱- یک ماشین عددها با قانون زیر کار می‌کند.

«عدد ورودی را در 3 ضرب کن و حاصل را با -7 جمع کن»

با وارد کردن عدد 2 به این دستگاه چه عددی خارج می‌شود؟

اگر عدد خارج شده 5 باشد، چه عددی وارد دستگاه شده است؟

$$3x - 7 = 5 \Rightarrow x = 4$$

$$-1 + 2 - 3 + 4 - 5 + \dots - 49 + 50 =$$

$$(-1+2) + (-3+4) + \dots + (-49+50) = 25$$

۱۲- حاصل عبارت روبه‌رو را به دست آورید.

علامت... یعنی عبارت به همین ترتیب ادامه پیدا می‌کند.

۱۳- با کارت‌های عدد به صورت $6, 4, 2, 0, -2, -4, -6, -8, -10, -12$ جاهای خالی را کامل کنید.

$$\dots + (-1) = 0 \quad \dots + (-7) = 3 \quad \dots + (-5) = -1$$

$$\dots + (-7) + (-5) + (-3) = \text{کمترین مقدار ممکن} \quad \dots + 5 + 3 + 1 = \text{بیشترین مقدار ممکن}$$

$$\dots + (-7) = -1$$

۱۴- با توجه به الگویی که در ساختن شکل‌های زیر است، تعداد چوب کبریت‌های لازم برای شکل n ام را پیدا کنید.



$$4 \quad 9+3 \quad 14+3$$

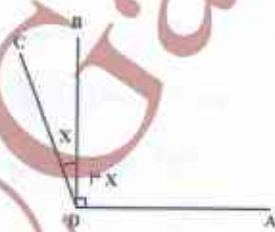
$$4+3+3 \quad 9+3+3+3$$

$$\Rightarrow 3n+3$$

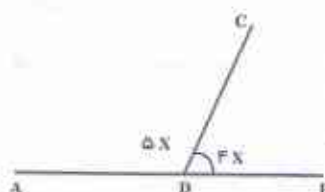
$$3(n+1)$$

۱۵- مقدار x را بدست آورید

اصلاحیه ۵۸



$$3x = 90 \\ x = 30$$



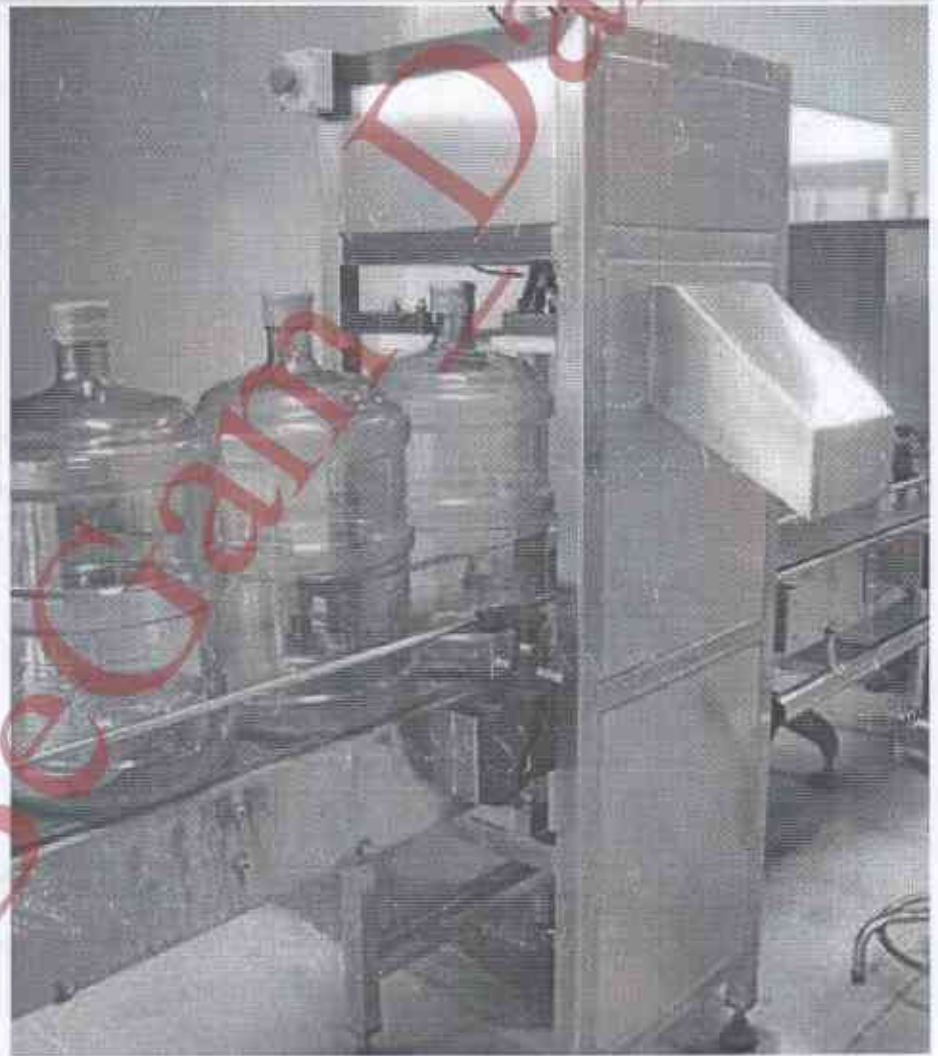
$$9x = 180 \\ x = 20$$



- ۱- انواع حجم هندسی را تشخیص دهد
- ۲- مساحت و ویژگی های حجم های منشوری را بداند
- ۳- گسترده های حجم های منشوری را تشخیص دهد
- ۴- مساحت جانبی و کل یک منشور را بتواند حساب کند
- ۵- در یک کعبه ایستگاه یک منشور است

سطح و حجم

فصل ۵



- حجم های هندسی
- محاسبه حجم های منشوری
- مساحت جانبی و کل
- حجم و سطح

اهمیت بسته بندی محصولات غذایی کمتر از اهمیت تولید آن محصول نیست. برای مثال در بسته بندی شیرینی و شکلات کیفیت و ظاهر بسته بندی در فروش آن تأثیر زیادی دارد. یکی از موضوعات مهم در این بسته بندی ها رابطه بین سطح و حجمی است که با آن سطح می تواند به وجود آورد.

هر جسم مادی سه بعدی است و حجم دارد



فعالیت

۱- به اطراف خود (کلاس - خانه - خیابان و ...) به دقت نگاه کنید.

آیا چیزی پیدا می کنید که حجم نداشته باشد؟

در تصویر مقابل چه نوع حجم هایی را می بینید؟ کره - استوانه - مخروط - مربع - منشور

آیا همه آنها شکل هندسی دارند؟ خیر (نظر طراح کتاب) - اسب

آیا می توانید یک طبقه بندی از انواع حجم ها ارائه کنید؟

۱- کره - ۲- منشوری - ۳- هرمی
شکل هندسی نظم دارد

حجم ها را می توان به دو دسته هندسی و غیر هندسی تقسیم کرد. حجم های هندسی شکل های مشخص و تعریف شده

دارند. حجم های هندسی را می توان به سه دسته تقسیم کرد منشوری - کره - هرمی. برخی از حجم های هندسی نیز ترکیبی از این سه نوع هستند.

فعالیت

۱- در تصویر فعالیت بالا حجم های هندسی را با V و غیر هندسی را با X مشخص کنید.

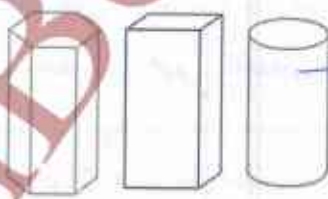
در حجم های هندسی نوع آن را تعیین کنید.

در حجم های ترکیبی نیز مشخص کنید که از چه نوع حجم هایی ساخته شده اند.

۲- با توجه به شکل های زیر خصوصیت های سه نوع حجم هندسی زیر را بنویسید.

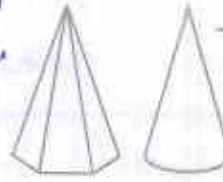


حجم های کره



حجم های منشوری

استوانه نوکی
منشور نوکی



حجم های هرمی

مخروط نوکی هرم است

حجم های منشوری: دو قاعده ی مساوی دارند - قاعده ها موازی اند - سطح جانبی مستطیل می باشد
حجم های هرمی: یک قاعده دارند - وجه جانبی مثلث می باشند - این مثلث ها در رأس مشترک
حجم های کره: قاعده ندارند - ضلع ندارند - گرد هستند

اصلاح شود

نکته: به وجه‌های بالا و پایین قاعده و به وجه اطراف وجه جانبی گوئیم

حجم‌های منشوری بین دو صفحه موازی قرار می‌گیرند.
به دو سطح بالا و پایین آن قاعده و به سطح‌های اطراف آن وجه جانبی، و به محل برخورد هر دو سطح پال و به نقطه برخورد هر سه سطح رأس می‌گویند.

۱- در هر یک از منشورهای زیر مشخص کنید چند وجه دارد؛ پال‌ها، رأس‌ها و قاعده‌ها را نام ببرید.

 منشور سه پهلو	تعداد وجه‌های جانبی: ۳ رأس‌ها: ۶ پال‌ها: ۹ قاعده‌ها: ۲	 منشور چهار پهلو	تعداد وجه‌های جانبی: ۴ رأس‌ها: ۸ پال‌ها: ۱۲ قاعده‌ها: ۲
 منشور پنج پهلو	تعداد وجه‌های جانبی: ۵ رأس‌ها: ۱۲ پال‌ها: ۱۸ قاعده‌ها: ۲	 منشور شش پهلو	تعداد وجه‌های جانبی: ۸ رأس‌ها: ۱۶ پال‌ها: ۲۴ قاعده‌ها: ۲

۲- برای اینکه در نام بردن پال و رأس چیزی جا نیفتد، از چه راه‌بری استفاده می‌کنید؟

۳- اگر تعداد ضلع‌های قاعده منشور خیلی زیاد شود، به چه شکلی نزدیک می‌شود؟

۴- استوانه چند پال دارد؟ چند رأس؟ قاعده آن به چه شکلی است؟

با خمیر مجسمه‌سازی (یا می‌توانید از یک سیب‌زمینی استفاده کنید) یک استوانه بسازید. با یک قیچی یا چاقو مانند

شکل‌های زیر آن را برش بزنید. سطح برش خورده را رنگ کنید و روی یک کاغذ بزنید، اثر آن

به چه شکلی است؟

همین فعالیت را می‌توانید با برش‌های دیگر تکرار کنید. همچنین به جای استوانه می‌توانید

منشورهای دیگری را هم امتحان کنید. به این کار مقطع زدن می‌گویند.

نرم‌افزارهای زیادی هستند که می‌توانند این فعالیت را شبیه‌سازی کنند. در صورت

تمایل آنها را به کار ببرید.



۱- آیا ممکن است مقطع یک کره و یک استوانه هم شکل باشند؟ در چه صورت؟ بله

آیا ممکن است مقطع یک منشور و یک هرم هم شکل باشند؟ بله

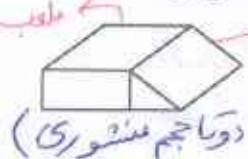
۲- یک استوانه از دید بالا به چه شکلی دیده می شود؟ دایره

یک منشور ۶ پهلو به چه شکلی دیده می شود؟ شش ضلعی

رأس های منشوری با قاعده ۶ ضلعی منتظم روی دایره قاعده استوانه است. این حجم از بالا به چه شکلی دیده می شود؟

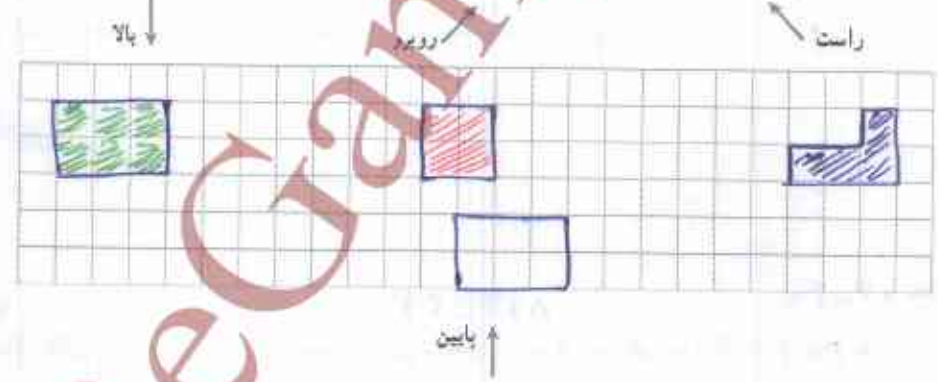
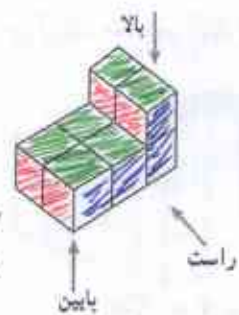
۳- مشخص کنید هر کدام از حجم های زیر، ترکیبی از کدام حجم ها هستند؟

استوانه
دایره ای و شش ضلعی در آن جایگاه شده است

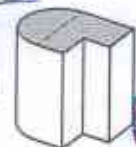
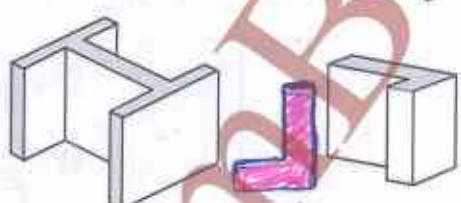


استوانه
سه نیم استوانه
سه مکعب (جم منشوری)

۴- حجم مقابل را از ۴ جهت نگاه می کنیم این حجم از ۴ طرف به چه شکلی دیده می شود؟



۵- قاعده منشورهای زیر را رسم کنید (در واقع دید از بالا یا همان مقطع منشور است).



۶- بلورها کریستال های معدنی به طور طبیعی شکل می گیرند. ولی دارای حجم هندسی اند. برای نمونه مشخص کنید

۳ بلور زیر از چه حجم هایی درست شده اند؟



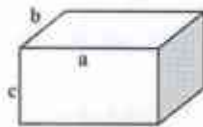
دو تا هرم و یک منشور

هرم و منشور

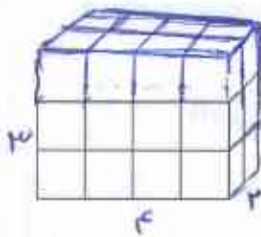
هرم

۱- در دوره دبستان آموختید که حجم یک مکعب مستطیل برابر است با حاصل ضرب طول، عرض و ارتفاع. با توجه به

درس چیر که در فصل قبل یاد گرفتید، حجم مکعب مستطیل را با یک رابطه جبری نشان دهید.



$$V = abc$$



۲- قاعده مکعب مستطیل از ۸ مربع به ضلع یک سانتی متر درست شده است. (2×4)

اگر روی این قاعده، مکعب مستطیلی به ارتفاع ۳ سانتی متر درست کنیم.

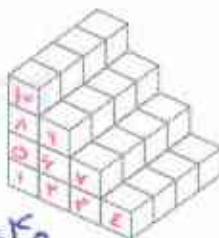
$$\text{حجم آن چقدر می شود؟} \quad (2 \times 4) \times 3 = 24 \text{ cm}^3$$

اگر قاعده مکعب مستطیل 3×4 باشد، با همان ارتفاع چه حجمی درست می شود؟

$$(3 \times 4) \times 3 = 36 \text{ cm}^3$$

۳- همچنین آموختید که واحد حجم مکعبی به ضلع ۱ سانتی متر یا ۱ متر، یک سانتی متر مکعب یا یک متر مکعب

می گویند. مشخص کنید که هر کدام از حجم های زیر از چند مکعب واحد درست شده اند.



$$10 \times 4 = 40$$



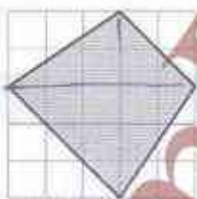
$$8 \times 4 = 32$$



$$13 \times 2 = 26$$

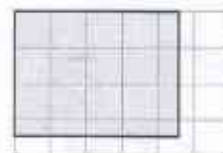
۴- اکنون هر کدام از شکل های زیر را به مربع های به ضلع ۱ سانتی متر تقسیم کنید تا مشخص شود قاعده هر کدام چند

مربع به ضلع یک سانتی متر است. (می توانید از عددهای کسری هم استفاده کنید.)



$$\frac{5 \times 5}{2} = 12,5$$

$$12,5 \times 3 = 37,5 \text{ واحد مکعب}$$



$$12 + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$$

$$12 \frac{2}{4} \text{ قاعده}$$

$$\frac{5}{4} \times 3 = \frac{15}{4}$$

واحد مکعب

اگر روی این قاعده ها منشوری به ارتفاع ۳ سانتی متر درست کنیم، حجم هر کدام چقدر می شود؟

اگر به همین ترتیب بتوانیم مساحت قاعده هر منشور را با مربع های واحد سطح تقریب بزنیم، چگونه

می توانیم حجم شکل های منشوری را به دست آوریم؟ ارتفاع $\times$ مساحت قاعده $= V$

برای مثال قاعده یک استوانه که به شکل دایره است را با مربع های واحد تقریب بزنید و حجم استوانه

به ارتفاع ۳ سانتی متر را به طور تقریبی به دست آورید.

$$V \approx 37 \times 3 = 111 \text{ واحد مکعب}$$

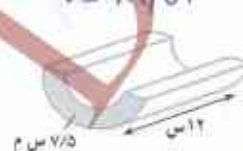
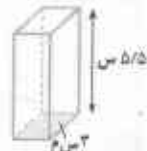
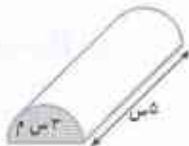
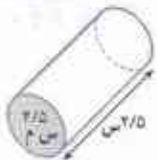
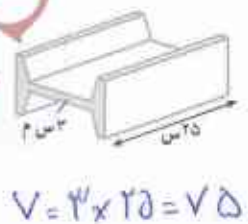
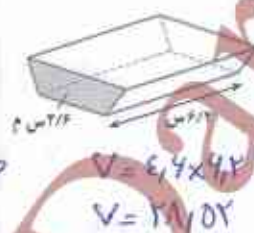
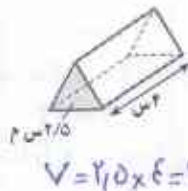
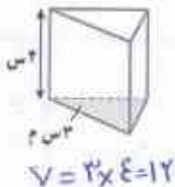
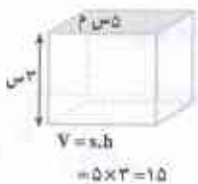
$$V = (3,5 \times 3,5 \times 3,14) \times 3 = 115,4$$

۱- با توجه به فعالیت صفحه قبل، رابطه جبری به دست آوردن حجم های منشوری (V) را که در آن مساحت قاعده منشور

$$V = S \cdot h$$

(S) و ارتفاع منشور (h) موجود است، بنویسید.

۲- با توجه به رابطه بالا و مساحت قاعده داده شده، حجم هر شکل را محاسبه کنید.



$V = 4.5 \times 2.5 = 11.25$

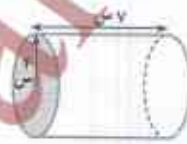
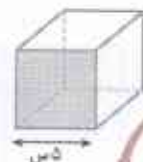
$V = 3 \times 5 = 15$

$V = 6.5 \times 1.5 = 9.75$

$V = 5.5 \times 3 = 16.5$

$V = 7.5 \times 12 = 90$

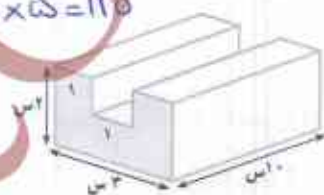
۳- ابتدا مساحت قاعده و سپس حجم هر یک از اجسام زیر را حساب کنید. برای به دست آوردن مساحت و حجم هر



شکل رابطه های جبری را بنویسید.

$V = (4 \times 4 \times 3.14) \times 3$

$V = 50.24 \times 3 = 150.72$



$V = (3 \times 2 - 1 \times 1) \times 10$

$V = 5 \times 10 = 50$

$V = \frac{(3+8) \times 3}{2} \times 4 = 99$

۴- منبع آبی به شکل استوانه است که شعاع قاعده آن ۰/۸ متر و ارتفاعش

۲ متر است. این منبع چند متر مکعب آب می گیرد؟

$2,0094$

$V = (0.8 \times 0.8 \times 3.14) \times 2 = 4,0192$ متر مکعب

$4,0192 \times 1000 = 4019.2$ لیتر



۵- یک جعبه دستمال کاغذی به شکل مکعب مستطیل داریم که طول آن ۲۵، عرض آن ۱۲ و ارتفاعش ۵ سانتی متر

است. تعیین کنید چند عدد از این جعبه ها در یک کارتن مکعب مستطیل به ابعاد ۵۰ و ۳۰ و ۲۴ سانتی متر جا می گیرد؟

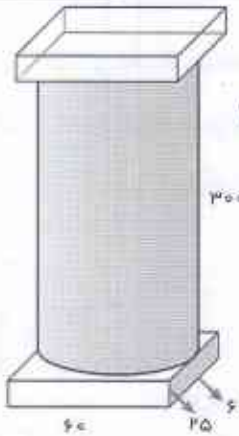
$50 \times 30 \times 24 = 36000$

$25 \times 5 \times 12 = 1500$

$V = 50 \times 30 \times 24 = 36000$ ۶۴

$V = 25 \times 5 \times 12 = 1500$ جعبه دستمال کاغذی

$36000 \div 1500 = 24$ تعداد



۱- حجم ستون شکل مقابل را به صورت تقریبی پیدا کنید.

$$V = (40 \times 40) \times 300 = 1,240,000 \text{ (کل شکل را مکعب مستطیل در نظر بگیرید)}$$

حالا کمی دقیق تر محاسبه کنید و آن را به سه قسمت تقسیم کرده و حجم سه تکه را جداگانه ۳۰۰

حساب کنید و مجموع را به دست آورید. (شعاع قاعده استوانه چند است؟)

$$V_{\text{مکعب}} = 40 \times 40 \times 25 = 40,000$$

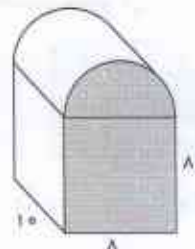
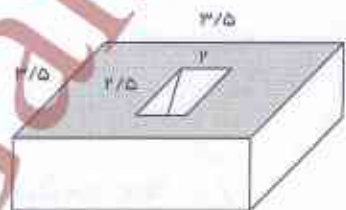
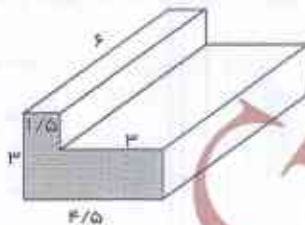
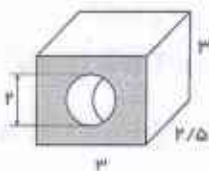
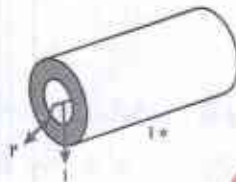
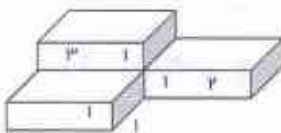
تفاوت دو جواب را به دست آورید.

$$V_{\text{استوانه}} = (30 \times 30 \times \frac{1}{4}) \times 300 = 847,800$$

$$V' = 2 \times 40,000 + 847,800 = 1,027,800$$

۲- حجم اشکال زیر را به دست آورید.

$$\begin{array}{r} 1,240,000 \\ - 1,027,800 \\ \hline 212,200 \end{array}$$



۳- چاهی به عمق ۱۲ متر حفر کرده ایم. شعاع دهانه این چاه ۴/۳ متر است. وقتی خاک کنده و بیرون ریخته می شود،

حجم آن ۱/۳ برابر می شود. اگر خاک این چاه بعد از بیرون آمدن در سطحی به ابعاد ۴ و ۵ متر به طور یکنواخت ریخته شود تا

$$h = \frac{1/3 \times 4 \times 4 \times 3/14 \times 12 \times 1/3}{4 \times 5} \approx 7.4 \text{ متر}$$

یک مکعب مستطیل به وجود آید، ارتفاع این مکعب مستطیل چقدر خواهد شد؟

۴- حوضی است به شکل مکعب مستطیل و ابعاد آن ۴ و ۳ و ۱/۵ متر است. این حوض خالی را با شیر آبی که در هر دقیقه

۶۰ لیتر آب وارد آن می کند، پر می کنیم. چند ساعت طول می کشد تا حوض پر شود؟

۵- یک پارچ به شکل استوانه است که ارتفاع آن ۳۰ سانتی متر و شعاع قاعده آن ۴ سانتی متر است. آب داخل این پارچ

را در لیوان هایی به شکل استوانه که ارتفاع آنها ۱۰ سانتی متر و شعاع قاعده آن ۲ سانتی متر است، می ریزیم. این آب چند لیوان

را پر می کند؟ *نمود: حجم ها را محاسبه کنید*

۶- قاعده یک منشور سه پهلو مثلث قائم الزاویه ای که اندازه ضلع های قائمه آن ۳ و ۴ است. ارتفاع این منشور

۶ سانتی متر است. حجم این منشور را پیدا کنید.

حجم آب (لیتر) زمان (ساعت)

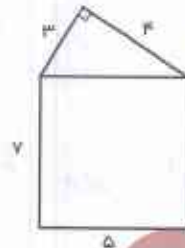
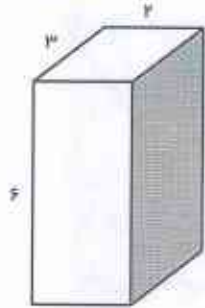
$$V = (\frac{3 \times 4}{2}) \times 6 = 36$$

$$\frac{4 \times 3 \times 1/5 \times 1000}{60 \times 60} = 1.85$$

$$\frac{36}{1.85} \approx 19.46 \text{ ساعت}$$

$$\frac{36}{1.85} \approx 19.46 \text{ ساعت}$$

۱- مساحت همه وجه‌های جانبی منشورهای زیر را به دست آورید. هر وجه چه شکلی دارد؟



به مجموع این مساحت‌ها مساحت جانبی شکل می‌گویند.

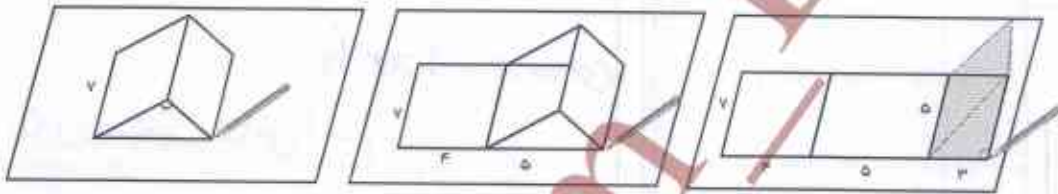
$$S' = 2 \times \frac{3 \times 4}{2} + 5 \times 7 + 3 \times 7 + 4 \times 7$$

$$S = 12 + 35 + 21 + 28 = 96$$

فعالیت دست دراز

۲- برای به دست آوردن مجموع مساحت جانبی منشور سه پهلوی بالا به صورت زیر، آن را روی کاغذ قرار می‌دهیم، و

به اندازه طول هر ضلع یک علامت می‌گذاریم.



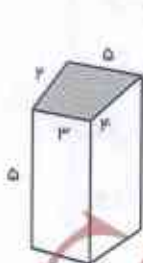
با توجه به شکل‌های بالا چگونه می‌توانستیم ساده‌تر مساحت جانبی را به دست آوریم؟

۳- با توجه به ۲ سؤال بالا اگر مساحت را با S ، محیط را با p و ارتفاع را با h نشان دهیم. رابطه جبری مساحت جانبی منشورهای بالا را بنویسید.

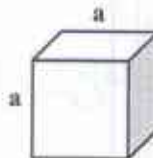
$$S = p \cdot h$$

$$S = a \cdot a$$

۱- مساحت جانبی شکل‌های زیر را پیدا کنید.



$$S' = 4 \times a \cdot a$$



$$S' = c(2a + 2b)$$

$$S = 2c(a + b)$$

$$S = 2ac + 2bc$$

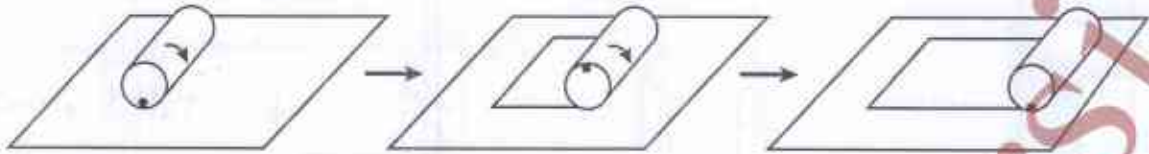
۲- ستونی به شکل منشور ۶ پهلویست که هر ضلع آن ۲/۵ متر و ارتفاع آن ۵ متر است. می‌خواهند بدین این ستون را

کاشی کاری کنند. چند متر مربع کاشی لازم است؟

$$\text{مترمربع} = 1 \times 5 = 5$$

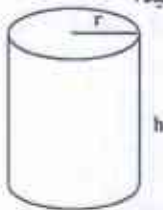
$$\text{مترمربع} = 1 \times 4 = 4$$

۱- یک استوانه را به شکل زیر روی یک صفحه می‌غلطانیم و ابتدا و انتهای کار را مشخص می‌کنیم.



با این کار چه شکلی به دست می‌آید؟ **مستطیل**
 طول و عرض آن چگونه به دست می‌آید؟ **طول = محیط قاعده استوانه**
 عرض = ارتفاع استوانه
 مساحت این شکل چگونه به دست می‌آید؟ **مساحت = طول $\times$ عرض = $2\pi r \times h$**

۲- با توجه به سؤال بالا مساحت جانبی یک استوانه به ارتفاع h و شعاع قاعده r را با عبارت جبری نشان دهید.



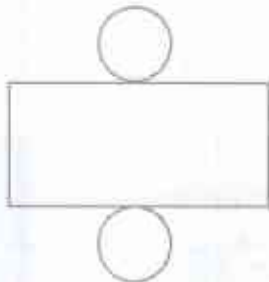
$$S_{\text{جانبی}} = 2\pi r \times h$$

هدف: بیان مساحت جانبی استوانه

۱- با توجه به سؤال بالا با یک مستطیل می‌توان یک سطح استوانه‌ای درست کرد.



این سطح استوانه را روی کاغذ بگذارید و دور آن خط بکشید. این دایره قاعده استوانه است. چون استوانه ۲ قاعده دارد. ۲ دایره و یک مستطیل مساحت کل استوانه را تشکیل می‌دهند.



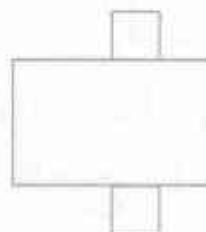
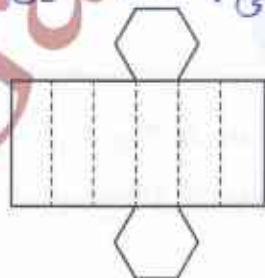
شکل مقابل را گسترده استوانه می‌گویند.

چه رابطه‌ای بین دایره و مستطیل در این گسترده وجود دارد؟ **طول مستطیل با محیط دایره برابر است**

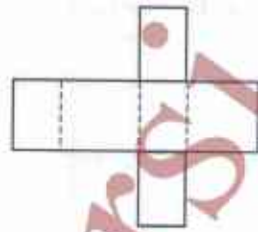
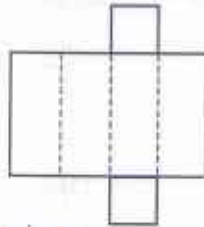
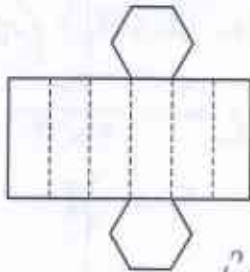
دایره برابر است

۲- گسترده یک منشور ۶ پهلو با قاعده ۶ ضلعی منظم و گسترده یک مکعب مستطیل با قاعده مربع در شکل‌های زیر رسم شده‌اند.

چه رابطه‌ای بین قاعده‌ها و مستطیل‌ها وجود دارد؟ **محیط استون ضلعی با طول مستطیل برابر است**



۱- گسترده چند منشور داده شده است. آنها را روی کاغذ بکشید و منشورها را درست کنید و به کلاس بیاورید.



در چه صورت گسترده شکل وسط به یک مکعب تبدیل می شود؟ ارتفاع با طول قاعده برابر باشد

۲- یک غلتک بر روی زمین آسفالت شده باید ۴ بار غلت بزند تا سطح آن صاف شود. اگر

شیعاع غلتک ۵۰ سانتی متر و ارتفاع استوانه آن ۱ متر باشد، برای آسفالت کردن سطح یک کوچه به

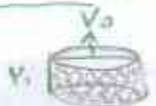
طول ۲۰ و عرض ۴ متر، این غلتک باید به طور تقریبی چند بار بچرخد؟

$$\frac{320}{3.14} \approx 102 \text{ بار}$$

$$\frac{4 \times (20 \times 4) \times 3.14}{(2 \times 1/5 \times 3.14) \times 2} = \frac{4 \times 80 \times 3.14}{(2 \times 0.628) \times 2} = \frac{1004.8}{2.512} = 400$$



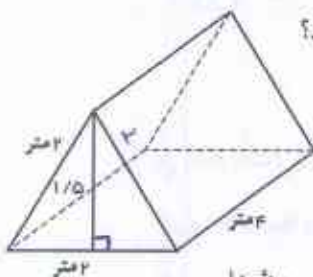
$$S = 42990 = 10 \times 20 \times (70 \times 3.14) = 42990$$



۳- یک جرخ ماشین که کاملاً خیس شده است، با ۱۰ دور چرخیدن روی زمین جای خود را مشخص می کند تا خشک

شود. اگر جرخ به ضخامت ۲ سانتی متر و قطر ۷۰ سانتی متر باشد، چه مساحتی از زمین را خیس خواهد کرد؟

۴- یک جادر مسافرتی به شکل مقابل است. چند متر بارچه برای ساختن آن به کار رفته است؟



$$S = (4 \times 4) + 2 \times \frac{1.5 \times 2}{2} = 27$$

۵- یک مخزن نفت به شکل استوانه ای است که شیعاع قاعده آن ۳ متر و ارتفاعش ۵ متر است. می خواهیم بدنه خارجی و

سقف آن را رنگ بزنیم. اگر هزینه رنگ کردن هر متر مربع ۳۰۰۰۰ تومان باشد، برای رنگ کردن این مخزن چقدر باید هزینه کرد؟

۶- می خواهیم با مقوا مکعبی به ضلع ۱ cm بسازیم. چند سانتی متر مربع مقوا به کار می رود؟

۷- یک جعبه به شکل مکعب مستطیل به ابعاد ۳ و ۵ و ۴ سانتی متر را با کاغذ کادو بپوشانده ایم. برای پوشاندن این

جعبه حداقل چند سانتی متر کاغذ کادو لازم داریم؟ چرا در این مسئله حداقل خواسته شده است؟

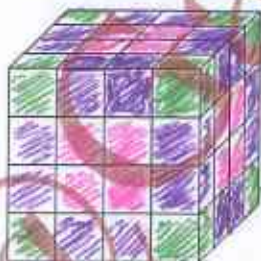
۸- با مکعب های به ضلع ۱ واحد حجم مقابل را ساخته ایم. اگر تمام سطح های این حجم را رنگ کنیم، چند مکعب

رنگ نمی شوند؟ ۱ مکعب تعداد کل

چند مکعب رنگ می شود؟ ۲ مکعب رنگ ندارد

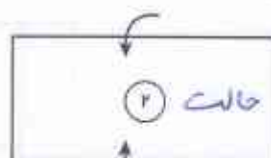
چند مکعب ۲ وجهشان رنگ می شود؟ ۲۴

چند مکعب ۳ وجهشان رنگ شده است؟ ۸ مکعب



۱- یک مستطیل به طول و عرض داده شده را به دو صورت زیر لوله می‌کنیم تا استوانه به دست آید.

$$\frac{\text{محیط قاعده}}{2\pi} = \frac{40}{2 \times 3.14} = 10$$



$$\frac{\text{سطح}}{2 \times 3.14} = \frac{40}{2 \times 3.14} = 10$$

در هر حالت حجم استوانه را به دست آورید. مانند نمونه از رابطه‌های جبری کمک بگیرید. برای ساده‌تر شدن محاسبات با عدد بی (π) را ۳ در نظر بگیرید. در هر حالت ابتدا شعاع قاعده و ارتفاع استوانه را تشخیص دهید.

$$V_1 = h \times S = h_1 \times r_1 \times r_1 \times \pi = 40 \times 10 \times 10 \times 3 = 12000$$

$$V_2 = h \times S = 40 \times \frac{20}{3} \times \frac{20}{3} \times 3 = 18000$$

با مقایسه حجم‌ها و با توجه به اینکه هر دو حجم با یک مستطیل ساخته شده است، چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟ **حجم اولی بیشتر است**

۲- یک کارخانه تولید جای دو نوع بسته‌بندی به شکل‌های زیر ارائه می‌کند. هر دو نوع قوطی با ورق گالوانیزه درست

$$S_1 = 4 \times 10 \times 10 = 400 \text{ cm}^2$$

$$V_1 = 10 \times 10 \times 10 = 1000$$

$$\frac{V_1}{S_1} = \frac{1000}{400} = \frac{5}{2}$$



$$S_2 = 2(5 \times 5 \times 3) + (10 \times 3) \times 10 = 450 \text{ cm}^2$$

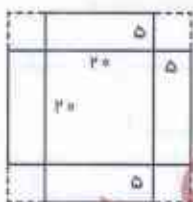
$$V_2 = (5 \times 5 \times 3) \times 10 = 750$$

$$\frac{V_2}{S_2} = \frac{750}{450} = \frac{5}{3}$$

در کدام یک ورق گالوانیزه بیشتری برای ساخت قوطی به کار رفته است؟ در محاسبات خود عدد π را ۳ در نظر بگیرید. ملوب
با توجه به عددی بالا اگر شما مدیر کارخانه باشید، کدام نوع بسته‌بندی را انتخاب می‌کنید؟ چرا؟ **بستگی به نظر مشتری دارد**
کدام نوع بسته‌بندی در حمل و نقل بهتر است و جای کمتری می‌گیرد؟ چرا؟ **جعبه ملوب شکل بهتری است چون**

فضای خالی بین جعبه‌ها موجود نمی‌آید

برای بسته‌بندی شیرینی جعبه‌هایی را درست می‌کنند. شکل گسترده این جعبه‌ها به صورت زیر است و پس از آن کردن مربع‌ها گوشه‌ها روی هم قرار می‌گیرند و جعبه درست می‌شود.



$$V = 20 \times 20 \times 5 = 2000 \text{ cm}^3$$



با توجه به اندازه‌های داده شده، حجم (گنجایش) جعبه را پیدا کنید 2000 cm^3

اگر به جای ۵ سانتی متر لبه‌ها را ۶ سانتی متر در نظر بگیریم با همین مقوا حجم جعبه بیشتر می‌شود یا کمتر؟ **بیشتر می‌شود**

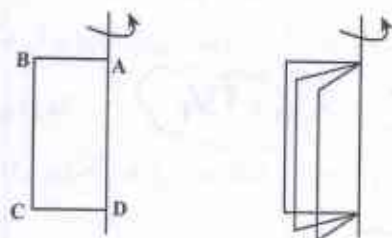
$$V = 18 \times 18 \times 4 = 1296 \text{ cm}^3$$

$$h_r = a$$

$$r_r = \frac{b}{2\pi}$$

$$\frac{V_r}{V_i} = \frac{\left(\frac{b}{2\pi} \times \frac{b}{2\pi} \times \pi\right) \times a}{\left(\frac{a}{2\pi} \times \frac{a}{2\pi} \times \pi\right) \times b} = \frac{b}{a}$$

مستطیل ABCD را حول محوری که از AD می‌گذرد، دوران می‌دهیم. شکل زیر نشان می‌دهد که مستطیل‌ها چگونه



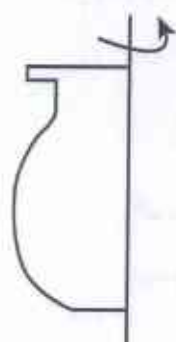
حرکت می‌کنند.

شما هم مانند شکل زیر کافی روی مدادی بچسبانید و آن را بچرخانید و حرکت مستطیل را تماشا کنید.



با چرخاندن این مستطیل چه حجمی به وجود می‌آید؟ استوانه
 مشخصات آن حجم را بنویسید.
 ارتفاع استوانه است AD
 شعاع دایره‌ی آن است CD

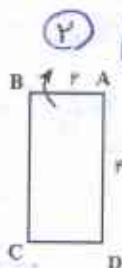
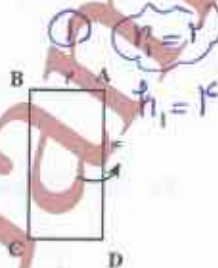
همان‌طور که ملاحظه می‌کنید، با حرکت یک سطح در فضا حجم ساخته می‌شود. همین کار را برای شکل‌های دیگر نیز می‌توان انجام داد تا حجم‌های دیگری ساخته شوند. در سال‌های بعد در این مورد بیشتر توضیح داده خواهد شد.



d

۱- سطحی مثل شکل مقابل را حول محور d دوران می‌دهیم.

حجم چه شکلی ساخته می‌شود؟ می‌توانید با یک فرفره و چرخاندن آن حجم ایجاد شده را ببینید. بدنه‌ای
 از این خاصیت در خراطی، تراشکاری و سفالگری برای ساختن حجم‌های مختلف استفاده می‌کنند.



$$V_r = (4 \times 4 \times 3) \times 2 = 96$$

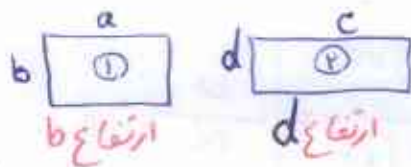
$$V_i = (2 \times 2 \times 3) \times 4 = 48$$

$$\frac{V_r}{V_i} = \frac{(4 \times 4 \times \pi) \times 2}{(2 \times 2 \times \pi) \times 4} = 2$$

$$\Rightarrow V_r = 2V_i$$

۷۰

راه حل دوم بالای صفحه



$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{(\frac{c}{2\pi} \times \frac{c}{2\pi} \times \pi) \times d}{(\frac{a}{2\pi} \times \frac{a}{2\pi} \times \pi) \times b} = \frac{c^2 d}{a^2 b}$$

روشن دوم

$$\text{قطر} = \frac{20}{3}$$

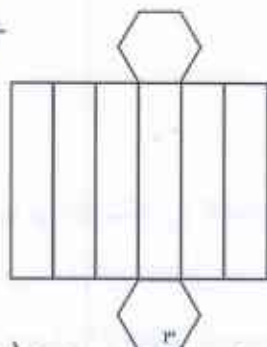
۱- یک مقوا به طول و عرض، 5×20 را به شکل استوانه به ارتفاع ۵ در آورده ایم. یک مقوای دیگر را نیز به ابعاد

10×10 را به شکل یک استوانه در آورده ایم. با توجه به اینکه مساحت مقواها در دو حالت برابر است، کدام استوانه حجم بیشتری دارد؟

$$r_2 = \frac{10}{2 \times 3} = \frac{5}{3}$$

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{(\frac{5}{3} \times \frac{5}{3} \times \pi) \times 10}{(\frac{10}{2} \times \frac{10}{2} \times \pi) \times 5} = \frac{1}{2} \Rightarrow V_1 = 2V_2$$

۲- با شکل مقابل یک منشور درست کرده ایم. مساحت جانبی آن را پیدا کنید.



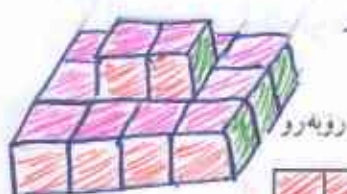
$$\begin{array}{r|l} x & 20 \times 4 \times 10 \\ \hline 100 & 320 \end{array} \Rightarrow x = \frac{20 \times 4 \times 10 \times 100}{320} = \frac{320}{8} = 40\%$$

۳- یک صابون مکعب مستطیل شکل به حجم ۳۲ سانتی متر مکعب پس از چند بار مصرف، کوچک شده و به ابعاد $2 \frac{1}{2}$

و ۴ و $1 \frac{1}{4}$ سانتی متر تبدیل شده است. چند درصد این صابون استفاده شده است؟ $100\% - 49.9\% = 50.1\%$

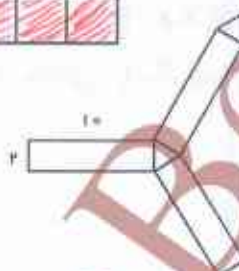
۴- یک استوانه که با یک مقوا به طول ۲۰ سانتی متر و عرض ۱۰ سانتی متر ساخته شده به طور تقریبی چه حجمی دارد؟

(ارتفاع استوانه ۲۰ است.)



۵- اگر یک حجم از بالا و سمت راست و روبرو به صورت زیر دیده شود، آن حجم را رسم کنید.

$$V = (4 \times 3) + 2 = 14$$

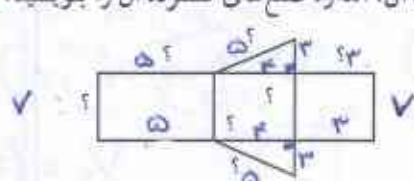


۶- شکل مقابل گسترده یک منشور را نشان می دهد.

مساحت جانبی منشور را پیدا کنید.

$$S_{\text{جانبی}} = (2 \times 3) \times 10 = 60 \text{ cm}^2$$

۷- با توجه به حجم منشور و ابعاد آن، اندازه ضلع های گسترده آن را بنویسید.



۸- حجم مقابل از راست، بالا و روبرو چگونه دیده می شود؟



در این فصل واژه‌های زیر به کار رفته‌اند. مطمئن شوید که می‌توانید با جملات خود آنها را تعریف کنید. برای هر کدام

مثال بنویسید.

• حجم هندسی • حجم منشوری • مساحت جانبی • مساحت کل • گسترده

در این فصل روش‌های اصلی زیر مطرح شده‌اند. با یک مثال هر کدام را توضیح دهید و در دفتر خود یک خلاصه تهیه

کنید.

- انواع حجم‌های هندسی
- حجم مخروطی و حجم منشوری
- قاعده، وجه، پال و رأس حجم‌های منشوری
- مقطع زدن یک حجم منشوری
- رابطه پیدا کردن حجم‌های منشوری
- رابطه پیدا کردن مساحت کل حجم‌های منشوری
- رابطه پیدا کردن مساحت جانبی حجم‌های هندسی
- رابطه پیدا کردن مساحت کل حجم‌های منشوری
- ساختن یک حجم به کمک گسترده آن
- دوران سطح حول یک محور و ساختن حجم
- مقایسه حجم‌هایی که به یک سطح مشخص درست شده‌اند.

کاربرد این فصل در زندگی روزمره فراوان است. در دنیایی از اجسام زندگی می‌کنیم و نیاز داریم حجم‌های مختلف را اندازه بگیریم و برای ساختن حجم‌ها نیز از سطح‌ها (کاغذ، مقوا، ورق و...) استفاده می‌کنیم.

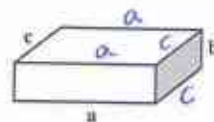
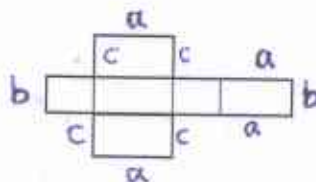
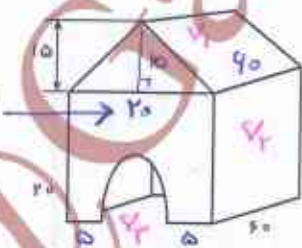
در صورتی که تمرین‌های زیر را توانستید انجام دهید. مطمئن می‌شوید که این فصل را به خوبی یاد گرفته‌اید.

۱- حجم، مساحت جانبی و مساحت کل شکل‌های زیر را به دست آورید.

الف) استوانه به شعاع قاعده ۲ و ارتفاع ۲ (ب) منشور چهار بهلو با قاعده مربع به ضلع ۲ و ارتفاع ۲۰

۲- الف) با توجه به شکل مکعب مستطیل اندازه و ضلع‌های خواسته شده روی گسترده آن را مشخص کنید.

اصلاح شود



ب) حجم شکل مقابل را به دست آورید.

$$V = V_1 + V_2 - V_3 \Rightarrow \text{طراحی}$$

$$71 = 3$$

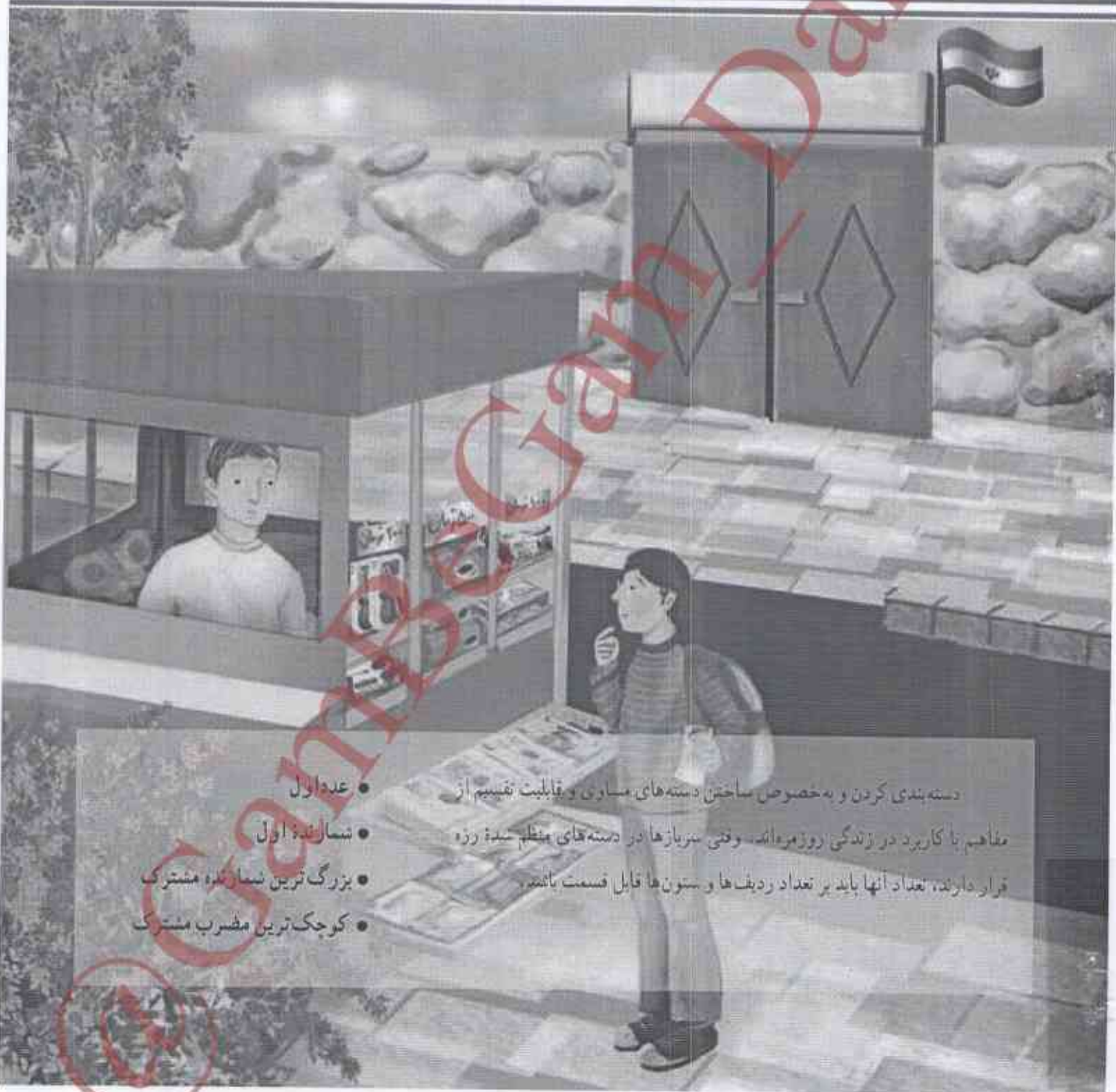
۷۲

$$V = \frac{15 \times 20}{2} \times 10 + 15 \times 20 \times 20 - \frac{15 \times 15 \times 10}{2}$$

$$V = 9000 + 24000 - 2250 = 30750$$



فصل ۶ شمارنده ها و اعداد اول



- عدد اول
- شمارنده اول
- بزرگ ترین شمارنده مشترک
- کوچک ترین مضرب مشترک

دسته بندی کردن و به خصوص ساختن دسته های مساوی و قابلیت تقسیم از مفاهیم با کاربرد در زندگی روزمره اند. وقتی سبزه ها در دسته های منظم شده رزه قرار دارند، تعداد آنها باید بر تعداد ردیف ها و سون ها قابل قسمت باشند.



شمارنده‌ی یک عدد

فعالیت

۱- دانش‌آموزان یک مدرسه در کلاس‌های ورزشی ثبت نام کرده‌اند. جدول تعداد ثبت نام شده‌ها و تعداد نفرات هر تیم در آن رشته در جدول زیر مشخص شده است. در کدام رشته و در کدام تیم نام شده‌ها مناسب است؟ چرا؟
والیبال، چون به راحتی می‌توانیم دو تیم درست کنیم

رشته ورزشی	فوتسال	والیبال	بسکتبال	بینگ پنگ	بدمیتون
تعداد ثبت نام شده‌ها	۲۱	۱۲	۱۳	۹	۷
تعداد نفرات هر تیم	۱۲	۶	۵	۳	۲

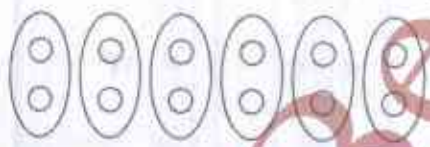
باید سازگار است

با کمترین جابه‌جایی نفرات، پیشنهادی ارائه کنید تا تعداد نفرات تمام رشته‌ها مناسب شوند.
۲- عدد ۶ را مانند نمونه به صورت ضرب دو عدد طبیعی بنویسید و معنی کنید.

معنی دو دسته ۳ تایی $6 = 2 \times 3$ سه دسته ۲ تایی $6 = 3 \times 2$
معنی یک دسته ۶ تایی $6 = 1 \times 6$ یک دسته ۱ تایی $6 = 6 \times 1$

۳- عدد ۱۰ را مانند نمونه تقسیم کنید و یک تساوی بنویسید و آن را معنی کنید. (تقسیم‌ها نباید باقی مانده بیاورند).
یعنی ۱۰ را می‌توان ۲ تا ۲ تا شمرد $10 \div 2 = 5$
 $10 \div 5 = 2$
 $10 \div 1 = 10$

۴- دایره‌ها را مانند نمونه به دسته‌های مساوی تقسیم کنید. یعنی مشخص کنید ۱۲ را چند تا چند تا می‌شود شمرد. به این ترتیب شمارنده‌های عدد ۱۲ به دست می‌آید.



۱، ۲، ۳، ۴، ۶، ۱۲ : شمارنده‌های ۱۲

فعالیت دست ورزی

اطلاع شود

۱- با یکی از روش‌های بالا شمارنده‌های هر عدد را مشخص کنید.

شمارنده‌های ۱۴: ۱، ۲، ۷، ۱۴ شمارنده‌های ۱۵: ۱، ۳، ۵، ۱۵
شمارنده‌های ۹: ۱، ۳، ۹ شمارنده‌های ۸: ۱، ۲، ۴، ۸

۲- عدد ۲، شمارنده ۴ هست. ۴ هم شمارنده ۱۲ است. آیا می‌توان نتیجه گرفت که ۲ شمارنده ۱۲ هم هست؟ چرا؟
ا شمارنده‌ی b هست و b شمارنده‌ی c است پس a شمارنده‌ی c است
۳- به طور کلی اگر a شمارنده b باشد، b هم شمارنده c باشد، آیا می‌توان نتیجه گرفت که a شمارنده c هم هست؟ چرا؟

کتابخانه

آری

★ شمارنده‌ی یک عدد عددی طبیعی است. زیرا هر عدد منفرجه نمی‌تواند عددی را بشمارد

MATH-HOME.IR

۱- جدول زیر را کامل کنید. شمارنده‌های عدد را از کوچک به بزرگ بنویسید.

عدد	شمارنده‌های عدد			
۹	۱	۳	۶	
۱۵	۱	۳	۵	۱۵
۲	۱	۲	۴	
۱۴	۱	۲	۷	۱۴
۵	۱	۵		
۱۳	۱	۱۳		

با دیدن این جدول چه نتیجه‌ای می‌توان گرفت؟

عدد یک شمارنده‌ی همه‌ی اعداد است.

کوچک‌ترین شمارنده‌ی هر عدد یک است.

بزرگ‌ترین شمارنده‌ی هر عدد خود آن عدد است.

همه‌ی شمارنده‌های یک عدد آن عدد می‌شمارد

بعضی از عددها فقط دو شمارنده دارند

هر عدد بزرگ‌تر از ۱ حداقل دو شمارنده دارد.

اصلاح

۲- برای عدد ۷ از روش‌های ضرب یا تقسیم کردن یا دسته‌بندی استفاده کرده و شمارنده‌های آن را پیدا کنید.



اعداد اول

به عددهایی مثل ۵، ۱۳ و ۷ که فقط ۲ شمارنده دارند و آن دو شمارنده عدد یک و خود آن عدد می‌باشد،

عدد اول می‌گویند.

۱- مانند نمونه عددها را به حاصل ضرب دو عدد غیر از یک بنویسید.



کدام عددها را نمی‌توان به صورت ضرب دو عدد غیر از یک نوشت؟

آیا می‌توان گفت هر عددی که به صورت ضرب دو عدد، بزرگ‌تر از یک نوشته شود، اول نیست؟

۲- با قاعده‌های بخش‌پذیری بر ۲، ۳، ۵ که در دبستان آموخته‌اید و یا روش‌های بالا، مشخص کنید کدام یک از عددهای

طبیعی کمتر از ۳۰، اول هستند. دور آنها را خط بکشید. عددهایی را که اول نیستند، به صورت بالا با ضرب دو عدد غیر از یک

نشان دهید

یا نسخ باز است

۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
			۲x۲		۲x۳		۲x۴	۳x۳	۲x۵
۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰
	۲x۶		۲x۷		۴x۴		۲x۹		۵x۴
۲۱	۲۲	۲۳	۲۴	۲۵	۲۶	۲۷	۲۸	۲۹	۳۰
۳x۷	۲x۱۱		۲x۱۲	۵x۵	۲x۱۳	۳x۹	۲x۱۴		۳x۱۰

۱- آیا عدد ۱۷ شمارنده ۲۴۷ هست؟ چرا؟ **خیر، چون عدد طبیعی وجود ندارد که در ۱۷ ضرب شود حاصل ۲۴۷ شود**

۲- آیا اگر عددی بر ۳ بخش پذیر بود، می توان گفت که ۳ شمارنده آن است؟ **بله**

۳- عدد بنویسید که ۵ شمارنده آنها باشد. ۵، ۱۰، ۱۵، ۲۰، ۲۵

عددی بر ۱۵ بخش پذیر است

۴- کدام یک از عددهای رویه رو بر ۱۵ بخش پذیر است؟ چرا؟ ۳۶۰، ۵۵۵، ۹۲۲، ۲۴۵ **که بر ۳ و ۵ بخش پذیر باشند**

۵- تمام شمارنده های عددهای زیر را بنویسید. ۱، ۲، ۴، ۵، ۱۰، ۲۰

۱، ۲، ۳، ۴، ۶، ۸، ۱۲، ۲۴

۱۸ → ۱، ۲، ۳، ۶، ۹، ۱۸
۲۰ → ۱، ۲، ۴، ۵، ۱۰، ۲۰
۳۰ → ۱، ۲، ۳، ۵، ۶، ۱۰، ۱۵، ۳۰

۲۴

۶- جملات درست را با ✓ و جملات نادرست را با × مشخص کنید. دلیل نادرست بودن آن جمله را بنویسید.

✓ - عدد ۲۹ اول است. **فقط دو شمارنده دارد** × - هر عدد حداقل ۲ شمارنده دارد. **عدد یک فقط یک شمارنده دارد**

× - تمام عددهای اول، فرد هستند. **چون اگر زوج باشند، عدد ۲ شمارنده آنها می شود. عدد ۲ زوج است ولی اول است**

✓ - اگر عددی غیر از خودش و یک شمارنده دیگری داشت، حتماً اول نیست. **چون پس از دو شمارنده دارد**

۷- در کلاس ۴ گروه ۳ نفره و ۶ گروه ۴ نفره وجود دارد. دانش آموزان این کلاس را در چند حالت می توان به گروه هایی با تعداد

$$۱۲ \times ۳ = ۳۶ \quad ۱۲ \text{ گروه سه نفره} \quad ۲۴ + ۱۲ = ۳۶ \text{ نفر}$$

مساوی که تعداد نفرات هر گروه بین ۲ و ۷ نفر باشند، تقسیم کرد؟

$$۹ \times ۴ = ۳۶ \quad ۹ \text{ گروه چهار نفره}$$

$$۶ \times ۶ = ۳۶ \quad ۶ \text{ گروه شش نفره}$$

۸- وقتی می نویسیم $۱۸ = ۳ \times ۶$ ، آیا می توان نتیجه گرفت که هم ۳ و هم ۶ شمارنده های ۱۸ هستند؟ چرا؟ **نفر تعداد**

بله - چون ۱۸ را می توان ۳ تا ۶ و ۶ تا ۳ و ۹ تا ۲ و ۲ تا ۹ تقسیم کرد

آیا می توان نتیجه گرفت که همیشه تعداد شمارنده های یک عدد زوج است؟ **خیر مثال ۹**

۹- آیا حاصل ضرب دو عدد اول می تواند عددی اول باشد؟ چرا؟ **خیر چون عدد حاصل را می توان به صورت حاصل ضرب دو عدد بزرگ تر از یک نوشت**

۱۰- هر عبارت را کامل کنید.

- مجموع دو عدد طبیعی فرد همیشه عددی _____ است.

- مجموع دو عدد طبیعی زوج همیشه عددی _____ است.

- مجموع یک عدد زوج و یک عدد فرد همیشه عددی _____ است.

پس از تکمیل کردن جمله های فوق (می توانید با حدس و آزمایش جمله ها را کامل کنید.) به سوال زیر پاسخ دهید.

$$۳ + ۵ = ۸$$

- آیا حاصل جمع دو عدد اول همواره یک عدد اول می باشد؟ **خیر غیر اول اول اول**

شمارنده اول

فعالیت

۱- تمام شمارنده‌های عددهای زیر را بنویسید.

شمارنده‌های ۱۲: ۱, ۲, ۳, ۴, ۶, ۱۲

شمارنده‌های ۳۵: ۱, ۵, ۷, ۳۵

شمارنده‌های ۱۴: ۱, ۲, ۷, ۱۴

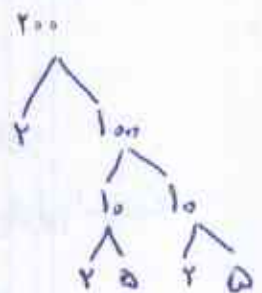
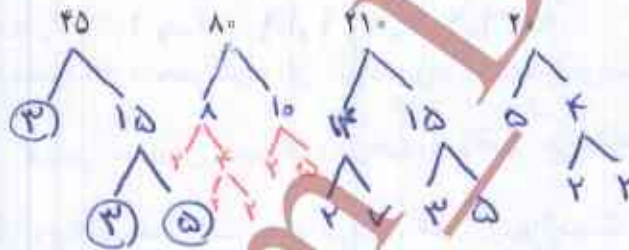
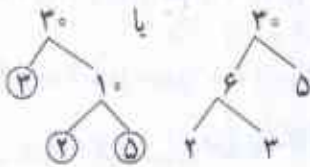
شمارنده‌های ۹: ۱, ۳, ۹

در هر قسمت، بر شمارنده‌هایی که عدد اول هستند، خط بکشید.

شمارنده‌های اول ۳۵ چه عددی اند؟ ۵ و ۷
شمارنده‌های اول ۹ چه عددی است؟ ۳

۲- مانند نمونه هر عدد را به صورت ضرب دو عدد بنویسید. این کار را آن قدر ادامه دهید تا به شمارنده‌های اول آن عدد

برسید.



۳- با توجه به نمودارهای درختی بالا می‌توان عددها را به صورت ضرب عددهای اول نوشت:

$$۳۰ = ۲ \times ۳ \times ۵$$

$$۴۵ = ۳ \times ۳ \times ۵$$

$$۸۰ = ۲ \times ۲ \times ۲ \times ۲ \times ۵$$

$$۲۱۰ = ۲ \times ۳ \times ۵ \times ۷$$

$$۲۰ = ۲ \times ۲ \times ۵$$

$$۱۰۰ = ۲ \times ۲ \times ۵ \times ۵$$

شمارنده‌های اول عددهای اولی هستند که با استفاده از حاصل ضرب و تکرار آنها، می‌توان عددهای مختلفی را به دست

آورد.

$$۱۲ = ۳ \times ۲ \times ۲$$

با شمارنده‌های اول ۲ و ۳ عددهای مختلف را با ضرب کردن بسازید. مانند نمونه‌ها بنویسید.

$$۱ \times ۲ = ۲$$

$$۱ \times ۳ = ۳$$

$$۲ \times ۳ = ۶$$

$$۲ \times ۲ \times ۳ = ۱۲$$

$$۲ \times ۳ \times ۳ = ۱۸$$

$$۲ \times ۲ \times ۲ \times ۳ = ۲۴$$

$$۲ \times ۲ = ۴$$

$$۳ \times ۳ = ۹$$

$$۲ \times ۲ \times ۲ = ۸$$

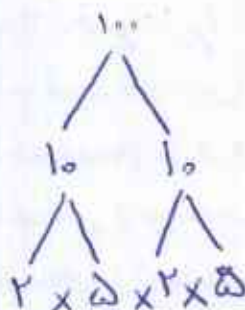
$$۲ \times ۲ \times ۲ \times ۲ = ۱۶$$

$$۳ \times ۳ \times ۳ = ۲۷$$

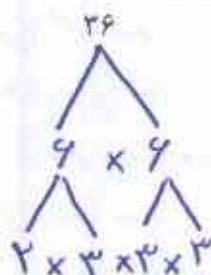
$$۲ \times ۲ \times ۲ \times ۲ \times ۲ = ۳۲$$

ویژگی عددهای به دست آمده این است که شمارنده‌های اول آنها عددهای ۲ و ۳ هستند.

شمارنده‌های اول عددهای زیر را با رسم نمودار درختی پیدا کنید و آنها را به صورت ضرب شمارنده اول بنویسید.



$$100 = 2 \times 2 \times 5 \times 5$$



$$36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$$



$$8 = 2 \times 2 \times 2$$

۱- در دوره دبستان آموختید که چگونه کسرها را ساده کنید. به مثال‌های زیر توجه کنید.

$$\frac{4}{6} = \frac{2 \times 2}{2 \times 3} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{18}{27} = \frac{2 \times 3 \times 3}{3 \times 3 \times 3} = \frac{2}{3}$$

با تجزیه کردن، عددهای صورت و مخرج، کسرها را تا حد امکان ساده کنید. در واقع شمارنده‌های مشترک صورت و مخرج را ساده کنید.

$$\frac{20}{50} = \frac{2 \times 2 \times 5}{2 \times 5 \times 5} = \frac{2}{5}$$

$$\frac{28}{42} = \frac{2 \times 2 \times 7}{2 \times 3 \times 7} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{81}{32} = \frac{3 \times 3 \times 3 \times 3}{2 \times 2 \times 2 \times 2} = \frac{81}{32}$$

۲- مساحت یک مستطیل که طول و عرض آن عددهای طبیعی اند ۱۸ شده است. تمام حالت‌هایی را که طول و عرض

$$1 \times 18 = 18$$

$$2 \times 9 = 18$$

$$3 \times 6 = 18$$

مستطیل می‌توانند داشته باشند، بنویسید.

طول و عرض این مستطیل چه ارتباطی با مساحت آن دارند؟
شماره‌های عدد ۱۸
می‌باشند



۱- قرار است دانش‌آموزان سال اول یک مدرسه به اردو بروند. آنها می‌خواهند در اردو چادر بزنند. تعداد افراد چادرها باید مساوی باشند. کلاس اول الف ۳۶ دانش‌آموز دارد. در این کلاس از چادرهای چند نفره می‌توان استفاده کرد؟ چرا؟

شمارنده‌های ۳۶: ۱، ۲، ۳، ۴، ۶، ۹، ۱۲، ۱۸، ۳۶

چون این اعداد را می‌توانیم به ۳۶ تقسیم کرد و بزرگ‌ترین برابر ۳۶ است چادرها به صورت مساوی بزرگ شود

کلاس اول ب، ۲۴ دانش‌آموز دارد. برای این کلاس چه چادرهایی می‌توان

بر پا کرد؟ چرا؟

شمارنده‌های ۲۴: ۱، ۲، ۳، ۴، ۶، ۸، ۱۲، ۲۴

برای در تقسیم ۲۴

بواسطه اعداد را می‌توانیم به ۲۴ تقسیم کرد و بزرگ‌ترین برابر ۲۴ است چادرها به صورت مساوی بزرگ شود

اگر قرار باشد یک نوع چادر، برای هر دو کلاس تهیه کنیم، چادرهای چند نفره مناسب است؟ چرا؟

چون در تقسیم ۳۶ و ۲۴ بواسطه اعداد را می‌توانیم به ۳۶ تقسیم کرد و بزرگ‌ترین برابر ۳۶ است چادرها به صورت مساوی بزرگ شود

اگر قرار باشد از چادر مشترک برای دو کلاس استفاده شود و تعداد دانش‌آموزان یک چادر بیشترین تعداد باشد تا چادر

کمتری تهیه شود، چادر چند نفره مناسب است؟ ۶ نفره

۲- دو عدد ۲۴ و ۱۸ را در نظر بگیرید. می‌خواهیم بزرگ‌ترین شمارنده مشترک دو عدد را پیدا کنیم.

امید از روش زیر استفاده کرد:

شمارنده‌های مشترک دو عدد = {۱، ۲، ۳، ۶}

تمام شمارنده‌های ۱۸: {۱، ۲، ۳، ۶، ۹، ۱۸}

بزرگ‌ترین شمارنده مشترک دو عدد = ۶

تمام شمارنده‌های ۲۴: {۱، ۲، ۳، ۴، ۶، ۸، ۱۲، ۲۴}

احمد از روش زیر استفاده کرد. او ابتدا عددها را به صورت ضرب شمارنده‌های اول نوشت:

$$۱۸ = ۲ \times ۳ \times ۳$$

$$۲۴ = ۲ \times ۲ \times ۲ \times ۳$$

ب. ش. م

$$۲ \times ۳ = ۶$$

$$۲۴ = ۲ \times ۲ \times ۲ \times ۳$$

سپس حاصل ضرب قسمت‌های مشترک آنها را مشخص کرد تا بزرگ‌ترین شمارنده مشترک مشخص شود.

شمارنده‌های یک عدد را مقسوم‌علیه‌های آن نیز می‌گویند بنابراین بزرگ‌ترین شمارنده مشترک دو عدد همان بزرگ‌ترین

مقسوم‌علیه مشترک است که به اختصار آن را ب. م. م می‌نویسند. ب. م. م دو عدد را به صورت () نشان می‌دهند. مانند:

$$(۱۸ و ۲۴) = ۶$$

آیا می‌توانید بگویید در فعالیت بالا احمد از چه روشی استفاده کرده است؟

از ضرب عامل‌های مشترک ۱۸ و ۲۴ استفاده کرده

شماره‌های ۱۲: ۱, ۲, ۳, ۴, ۶, ۱۲

شماره‌های ۲۰: ۱, ۲, ۴, ۵, ۱۰, ۲۰

شماره‌های ۱۴: ۱, ۲, ۷, ۱۴

شماره‌های ۳۰: ۱, ۲, ۳, ۵, ۶, ۱۰, ۱۵, ۳۰

شماره‌های مشترک ۱۲, ۱۴: ۱, ۲

شماره‌های مشترک ۲۰, ۳۰: ۱, ۲, ۵, ۱۰

$$(12, 14) = 2$$

$$(20, 30) = 10$$

۱- با نوشتن تمام شماره‌های دو عدد ب.م.م آنها را پیدا کنید.

$$12 = 2 \times 2 \times 3$$

$$(14, 12) = 14 = 2 \times 7$$

$$20 = 2 \times 2 \times 5$$

$$(20, 30) =$$

$$30 = 2 \times 3 \times 5$$

$$2 \times 5 = 10$$

۲- با تجزیه عددها به شماره‌های اول ب.م.م دو عدد را پیدا کنید.

$$48 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3$$

$$(48, 36) =$$

$$36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$$

$$\Rightarrow 2 \times 2 \times 3 = 12$$

$$42 = 2 \times 3 \times 7$$

$$(42, 30) =$$

$$30 = 2 \times 3 \times 5$$

$$\Rightarrow 2 \times 3 = 6$$

نکات

۱- می‌خواهیم مستطیلی به طول ۱۶ و عرض ۱۲ سانتی‌متر را با کاشی‌های مربعی بپوشانیم. ضلع این کاشی مربعی چه عددی می‌تواند باشد؟ چرا؟

این مستطیل را با کاشی‌های مربعی بپوشانیم. این اعداد شماره‌های مشترک ۱۶ و ۱۲ هستند.

اگر بخواهیم کاشی‌های مصرف شده کمترین تعداد باشد (ضلع کاشی باید بزرگ باشد)، چه عددی برای ضلع کاشی مناسب است؟ چرا؟

۴ زیرا کاشی به ضلع ۴ بزرگ‌ترین شماره‌های مشترک این دو عدد می‌باشد.

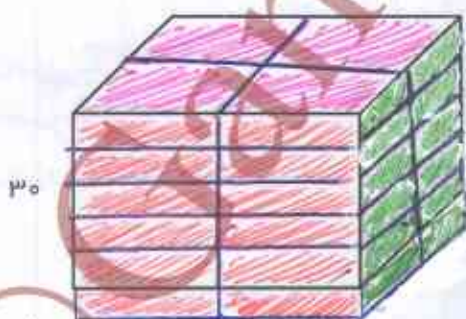
اگر بخواهیم کاشی‌های مصرف شده بیشترین تعداد باشد (ضلع کاشی کوچک‌ترین عدد باشد)، چه عددی برای ضلع کاشی مناسب است؟ چرا؟

۱ چون ضلع کوچک‌ترین کاشی بدون شکست این مستطیل را پر می‌کند. کاشی به ضلع ۱ می‌باشد.

۲- در فصل قبل به این مسئله جواب دادید.

یک جعبه دستمال به شکل مکعب مستطیل داریم که طول آن ۲۵، عرض آن ۱۲ و ارتفاعش ۵ سانتی‌متر است. تعیین کنید چند عدد از این جعبه‌ها در یک کارتن مکعب مستطیل به ابعاد ۵۰، ۲۴ و ۳۰ سانتی‌متر جا می‌گیرد؟

در این مسئله ابعاد کارتن چه ارتباطی با ابعاد جعبه دستمال دارند. با توجه به این ارتباط شکل زیر را کامل کنید تا مشخص شود چند جعبه در این کارتن جا گرفته است؟



$$4 \times 2 \times 2 = 16$$

جعبه‌های دستمال کاغذی

۲۵ عدد ۵۰ را می‌شمارد

۱۲ عدد ۲۴ را می‌شمارد

۵ عدد ۳۰ را می‌شمارد

عددهای زیر تجزیه شده‌اند، ب.م.م.های خواسته شده را به دست آورید.

$$28 = 2 \times 2 \times 7$$

$$12 = 2 \times 2 \times 3$$

$$36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$$

$$(28, 12) = 2 \times 2 = 4$$

$$(28, 36) = 2 \times 2 = 4$$

$$(12, 36) = 2 \times 2 \times 3 = 12$$

تجرباتی می‌کنید



۱- دو ظرف به گنجایش ۱۲ و ۱۸ لیتر داریم. می‌خواهیم با یک پیمانه که هر بار پر و خالی می‌شود،

دو ظرف را به طور کامل پر کنیم. کدام پیمانه‌ها برای این کار مناسب است؟ بزرگ‌ترین پیمانه کدام است؟

$$18 = 2 \times 3 \times 3$$

$$12 = 2 \times 2 \times 3$$

$$2 \times 3 = 6$$

شماره‌های ۱، ۲، ۳، ۶

شماره‌های ۲، ۳، ۶ پیمانه‌های مناسب برای این کار است

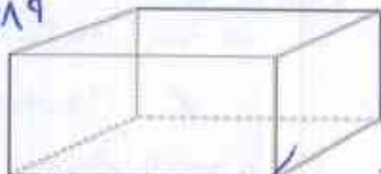
۲- یک مکعب مستطیل به ابعاد ۱۲ و ۳۶ و ۲۸ سانتی‌متر را با مکعب‌های مساوی پر کرده‌ایم.

بزرگ‌ترین ضلع این مکعب چه عددی است؟ در این صورت چند مکعب در این مکعب مستطیل جا

$$28 \times 36 \times 12 = 11808$$

$$6 \times 6 \times 6$$

تعداد مکعب‌ها



$$12 = 2 \times 2 \times 3$$

$$36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$$

$$28 = 2 \times 2 \times 7$$

$$2 \times 2 = 4$$

۳- برای درستی جملات زیر دلیل بیاورید.

$$(a, b) = 1$$

تعداد مشترک اعداد اول عدد یک است

✓ اگر دو عدد a و b اول باشند، ب.م.م. آنها عدد یک می‌شود.
✓ اگر عددی بر عدد دیگر هم بخش پذیر باشند، عدد کوچکتر ب.م.م. دو عدد است.
✓ اگرچه در این مقسم علیه مشترک (با شماره‌های مشترک) هر دو عدد ۱ است.

۴- ابتدا عددهای صورت و مخرج را تجزیه کنید سپس کسرها را ساده کنید.

$$\frac{96}{144} = \frac{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2}{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3} = \frac{2}{3} \quad \frac{35}{245} = \frac{5 \times 7}{5 \times 7 \times 7} = \frac{1}{7}$$

۵- ب.م.م. عددهای زیر را محاسبه کنید.

$$91 = 13 \times 7$$

$$117 = 13 \times 9$$

$$(91, 117) = 13$$

$$(216, 108) = 108$$

$$(121, 55) = 11$$

$$216 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3$$

$$108 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3$$

$$121 = 11 \times 11$$

$$55 = 5 \times 11$$

۶- برای جملات درست زیر ۲ مثال بزنید.

$$(n, n) = n \quad (4, 4) = 4, (2, 2) = 2$$

• ب.م.م. دو عدد a و b شماره‌دهنده دو عدد a و b است.

• اگر عدد a اول باشند، ب.م.م. a و عدد دیگر مثل b یا یک می‌شود یا خود a .

... $\rightarrow$ $\rightarrow$ $\rightarrow$ $\rightarrow$ $\rightarrow$ $3 \times (-1)$ 3×0 3×1 $\rightarrow$ $\rightarrow$ $\rightarrow$ $\rightarrow$ $\rightarrow$...

... و — و — و -9 و -7 و -3 و 3 و 7 و 9 و 12 و — و ...

۲- مضرب‌های طبیعی یک عدد از ضرب آن در عددهای طبیعی به دست می‌آید. مضرب‌های طبیعی را به اختصار مضرب می‌گوییم. مضرب‌های عددهای زیر را بنویسید.

... و ۱۶ و ۱۴ و ۱۲ و ۱۰ و ۸ و ۶ و ۴ و ۲: مضرب‌های ۲

مضرب های ۷: ۷, ۱۴, ۲۱, ...

۵ مضروب های ۵: ۵، ۱۵، ۲۵، ۳۵، ۴۵

در این نحوه نوشتن علامت ... به چه معناست؟ یعنی مضمرها اراجه دارد

۱- به سؤال‌های زیر پاسخ دهید :

40 : دھمین مضرب ۹ :

سومین مضمون ۶:

✓ اولین مضرب ۷ :

۸۰ چندمین مضرب ۸ است؟ ۲۴ چندمین مضرب ۶ است؟ چهارمین

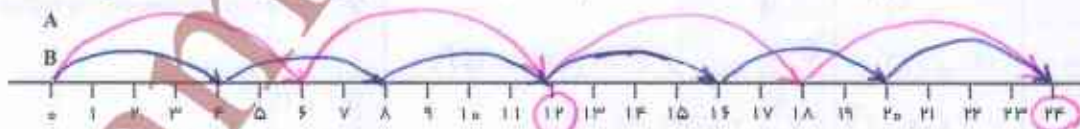
۳۶ چندمین مضرب ۲ است؟ چهارمین ۱۴۴ چندمین مضرب ۶ است؟ بیست و دوم

۲- آیا تعداد شمارنده‌های یک عدد محدود است؟

تعداد مضرب‌های یک عدد چگونه؟

در یک بازی رایانه‌ای مهرهٔ A، ۶ تا ۶ حرکت می‌کند و مهرهٔ B، ۴ تا ۴ حرکت می‌کند. در شروع بازی هر دو مهره

دوی عدد صفزند. در کدام عدد این دو مهره دوباره کنار هم قرار می گیرند؟ (سایف علی شیده توسعه دهنده مسأله)



4 مضارب: 4, 12, 18, 24, ...

مضارب مشترک : ۱۲, ۲۴, ۳۶, ...

۴ مضارب: ۴, ۸, ۱۲, ۱۶, ۲۰, ۲۴, ...

۱۲ : کہ حکم نرین مضرب مشترک

کوچک‌ترین مضرب مشترک دو عدد اولین مضرب مشترک آن دو عدد است. مضرب‌های مشترک بعدی را با داشتن اولین مضرب مشترک می‌توان پیدا کرد. کوچک‌ترین مضرب مشترک دو عدد را به‌طور اختصار ک.م.م می‌گویند و به صورت [و] نمایش می‌دهند.

$$[6, 4] = 12$$

به عنوان نمونه

۱- ک.م.م دو عدد ۱۸ و ۱۲ را پیدا کنید.

۱۸ مضارب: ۱۸, ۳۶, ۵۴, ...

۱۲ مضارب: ۱۲, ۲۴, ۳۶, ...

۱۲ و ۱۸ مضارب مشترک: ۳۶, ۷۲, ۱۰۸, ... $[18, 12] = 36$

$$\frac{2 \times 2 \times 3 \times 3}{18}$$

$$\frac{2 \times 2 \times 3 \times 3}{12}$$

۲- عددهای ۱۸ و ۱۲ به صورت تجزیه شده، نوشته شده‌اند.

$$18 = 2 \times 3 \times 3$$

$$12 = 2 \times 2 \times 3$$

$$[18, 12] = 2 \times 3 \times 2 \times 3 = 36$$

با توجه به پاسخ بالا چه رابطه‌ای بین شماره‌های اول دو عدد و ک.م.م آنها می‌بینید؟ توضیح دهید. حاصل ضرب مشترک‌ها می‌توانید از مثال زیر هم استفاده کنید.

$$A = 3 \times 3 \times 5 \times 5$$

$$B = 2 \times 5 \times 3 \times 3$$

$$[A, B] = 3 \times 3 \times 5 \times 2 \times 5$$

$$B = 2 \times 5 \times 3 \times 3$$

$$3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 2$$

$$2 \times 5 \times 3 \times 3 \times 5$$

۱- تساوی $6 \times 4 = 24$ را به صورت‌های مختلف می‌توان معنی کرد، جاهای خالی را کامل کنید.

۴ شمارنده ۲۴ است.

ششمین مضرب ۴ است.

۶ شمارنده ۲۴ است.

چهارمین مضرب ۶ است.

عددهای ۴ و ۶ شمارنده ۲۴ است. عدد ۲۴ بر ۴ و ۶ قابل قسمت است.

۲- یکی از مهم‌ترین کاربردهای ک.م.م در پیدا کردن مخرج مشترک دو کسر است. یعنی کوچک‌ترین عددی را پیدا می‌کنیم که به هر دو مخرج بخش‌پذیر (قابل قسمت) باشد. مانند نمونه حاصل جمع‌ها و تفریق‌ها را با کمک ک.م.م مخرج‌ها به دست آورید.

$$\frac{5}{6} + \frac{4}{9} = \frac{15}{18} + \frac{8}{18} = \frac{23}{18}$$

$$[6, 9] = 18$$

$$\frac{7}{15} + \frac{9}{20} = \frac{28}{60} + \frac{27}{60} = \frac{55}{60}$$

$$[15, 20] = 60$$

$$\frac{15}{12} - \frac{7}{18} = \frac{45}{36} - \frac{14}{36} = \frac{31}{36}$$

$$[12, 18] = 36$$



۱- هر ۲۰ دقیقه یک اتوبوس خط A از ترمینال حرکت می‌کند.
 اتوبوس‌های خط B هر ۳۰ دقیقه از ترمینال حرکت می‌کند. ساعت ۱۲ ظهر
 دو اتوبوس در خط‌های A و B هم‌زمان حرکت کرده‌اند. در چه ساعتی به‌طور
 هم‌زمان اتوبوس‌ها از این دو خط حرکت می‌کنند؟ ۶ دقیقه بعد
 یعنی ساعت ۱۳ $[20, 30] = 60$



۲- یک بیست دومی‌دانی در یک مجتمع فرهنگی ورزشی قرار دارد.
 امید و فرامرز از یک نقطه شروع به دویدن می‌کنند. اگر امید هر ۳۵ دقیقه یک دور کامل
 بیست را طی کند و فرامرز هر ۲۱ دقیقه یک دور کامل طی کند، پس از چند دقیقه فرامرز و
 امید با هم به همان نقطه شروع می‌رسند؟ در این صورت هر کدام چند دور دویده‌اند؟
 مضربهای ۳۵ : ۳۵, ۷۰, ۱۰۵, ۱۴۰, ۱۷۵, ...
 مضربهای ۲۱ : ۲۱, ۴۲, ۶۳, ۸۴, ۱۰۵, ...
 $[35, 21] = 105$

۳- آیا ۲۱ مضرب مشترک ۷ و ۳۰ است؟ چرا؟ بله، باقیمانده‌ی تقسیم ۲۱ بر ۷، ۳ و برابری مضرب مشترک
 آیا ۴۲ مضرب مشترک ۷ و ۳۰ است؟ چرا؟ بله، باقیمانده‌ی تقسیم ۴۲ بر ۷، ۳ و برابری مضرب مشترک
 دو عدد ۷ و ۳۰ چند مضرب مشترک دارند؟ بی‌شمار

۴- دلیل درستی جملات زیر را بیان کنید.

✓ $[18, 4] = 18$ اگر عددی بر عدد دیگر بخش‌پذیر باشند، عدد بزرگ‌تر ک.م.م دو عدد است. باقیمانده‌ی تقسیم عدد بزرگ‌تر بر عدد کوچک‌تر صفر است

✓ اگر ب.م.م دو عدد یک باشند، ک.م.م دو عدد برابر حاصل ضرب دو عدد است. $[9, 10] = 90 \Rightarrow (9, 10) = 1$

✓ ک.م.م دو عدد اول برابر حاصل ضرب آنهاست. $[5, 7] = 35 \Rightarrow (5, 7) = 1$

۵- برای هر کدام از جملات درست زیر یک مثال بزنید.

✓ $n = [1, n]$ $[10, 1] = 10$

✓ $n = [n, n]$ $[10, 10] = 10$

✓ ب.م.م دو عدد شمارنده‌ی ک.م.م دو عدد است. ۴ شمارنده‌ی ۲۴ می‌باشد. $[12, 8] = 24$, $(12, 8) = 4$

✓ حاصل ضرب دو عدد برابر حاصل ضرب ک.م.م و ب.م.م دو عدد است.

۶- به‌صورت ذهنی تساوی‌ها را کامل کنید.

$[12, 4] = 12$ $(15, 3) = 3$ $(5, 7) = 1$ $[20, 30] = 60$

$(4, 9) = 1$ $[15, 30] = 30$ $(38, 19) = 19$ $[30, 50] = 150$

$[4, 6] = 12$ $(3, 2, 7) = 1$ $[3, 2, 7] = 42$ $[4, 9] = 36$

در این فصل واژه‌های زیر به کار رفته‌اند. مطمئن شوید که می‌توانید با جملات خود آنها را تعریف کنید و برای هر کدام یک مثال بزنید.

□ عدداول □ شمارنده (مقسوم علیه) یک عدد □ شمارنده اول □ مضرب □ ب.م.ب □ ک.م.م

در این فصل روش‌های اصلی زیر مطرح شده‌اند. با یک مثال هر کدام را توضیح دهید و در دفتر خود یک خلاصه درس تهیه کنید.

□ نوشتن شمارنده‌های یک عدد □ پیدا کردن شمارنده اول یک عدد

□ پیدا کردن تمام شمارنده‌های یک عدد با معلوم بودن تجزیه عدد □ تجزیه عدد به شمارنده‌های اول

□ پیدا کردن ب.م.ب دو عدد □ نوشتن مضرب‌های یک عدد

□ پیدا کردن ک.م.م دو عدد □ رابطه بین مضرب و مقسوم علیه

از مفاهیم ب.م.ب و ک.م.م در محاسبات کسری (ساده کردن و منفرجه مشترک) استفاده می‌کنیم. درک شمارنده‌های اول یک عدد زمینه‌ساز همین بحث به صورت جبری است.

در صورتی که تمرین‌های زیر را بتوانید انجام دهید، مطمئن می‌شوید که این فصل را به خوبی آموخته‌اید.

۱- با توجه به تساوی $3 \times 4 = 12$ معانی مختلف آن را بیان کنید. $4, 3$ شمارنده‌های 12 باشند، 12 مضرب 3 و 4 هست.

۲- ابتدا دو عدد زیر را به شمارنده‌های اول تجزیه کنید، سپس ب.م.ب و ک.م.م آنها را به دست آورید.

$$72, 90 \Rightarrow 2 \times 2 \times 3 = 12 \quad 60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5 \quad 72 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3$$

۳- عددهای اول بین 50 تا 80 را بنویسید.

$$[72, 90] = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 = 360$$

۴- با شمارنده‌های اول 2 و 3 دو عدد بنویسید که ب.م.ب آنها 6 و ک.م.م آنها 36 باشد.

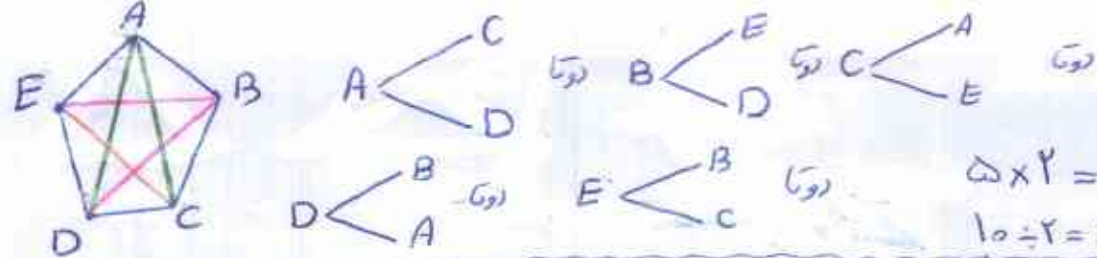
$$[18, 12] = 36, (18, 12) = 6$$

$$[4, 36] = 36, (4, 36) = 4$$

با استفاده از تجزیه

را هر دو طرف
حالت‌های
نا مطلوب

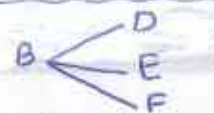
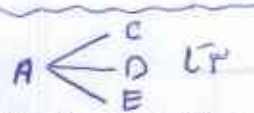
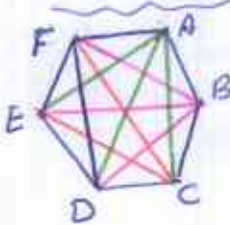
قسمت دوم (نوبت ۳)



$$5 \times 2 = 10$$

$$10 \div 2 = 5$$

چون هر قطر دو بار تکرار شده



الف

$$\begin{aligned} A &\rightarrow 3 & D &\rightarrow 3 & 4 \times 3 &= 12 \\ B &\rightarrow 2 & E &\rightarrow 3 \\ C &\rightarrow 2 & F &\rightarrow 2 & 12 \div 2 &= 6 \end{aligned}$$

چون هر قطر دو بار تکرار شده مسئله استفاده کردید؟ از هر رأس به n ضلعی $(n-3)$ تا قطر می توان رسم کرد و با توجه به این

اینکه هر قطر دو بار تکرار شده داریم

$$\text{تعداد قطر (ها)} = \frac{n \times (n-3)}{2}$$

۲- اگر $x=5$ باشد، مقدار عددی عبارت جبری $\frac{4x+7}{3x-7}$ را به دست آورید.

$$\frac{4 \times 5 + 7}{3 \times 5 - 7} = \frac{20 + 7}{15 - 7} = \frac{27}{8}$$

۳- عبارت های جبری را ساده کنید.

$$2a - 5b + 2b - 7b = 2a - 9b$$

$$9x - 8a + 2x - 2x = 11x - 8a$$

$$5a - 2a - 9a + 4b = -6a + 4b$$

$$2(a-b) - 2(b-a) = 2a - 2b - 2b + 2a = 4a - 4b$$

۴- معادله های زیر را حل کنید.

$$\begin{aligned} 9x + 8 &= -10 \\ \Rightarrow 9x &= -10 - 8 \\ \Rightarrow 9x &= -18 \\ \Rightarrow x &= \frac{-18}{9} = -2 \end{aligned}$$

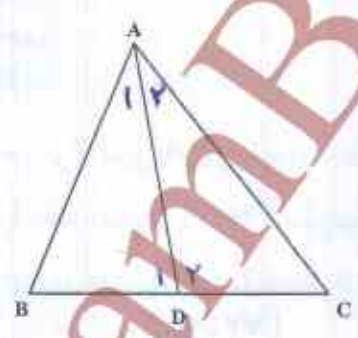
$$\begin{aligned} 2x - 4 &= 8 \Rightarrow 2x = 8 + 4 \\ \Rightarrow 2x &= 12 \\ \Rightarrow x &= \frac{12}{2} = 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3x + 18 &= -12 \Rightarrow 3x = -12 - 18 \\ \Rightarrow 3x &= -30 \\ \Rightarrow x &= \frac{-30}{3} = -10 \end{aligned}$$

۵- آیا امکان دارد که یک معادله بیشتر از یک جواب داشته باشد؟ چرا؟

چون حاصل یک عبارت جبری ممکن است برای مقادیر متفاوت برابر شود

۶- در شکل زیر تمام پاره خط ها و زاویه ها را نام ببرید. توضیح دهید از چه راهبردی استفاده می کنید. آنرا بسازید



پاره خط ها $(AB, AC, AD), (BD, BC), CD$

$(\hat{A}_1, \hat{A}_2, \hat{BAC})$

$(\hat{B}_1, \hat{B}_2, \hat{BDC})$

$\hat{B}, \hat{C}$

۷- کوچک ترین عددی را که ۳ شمارنده اول متفاوت داشته باشد، پیدا کنید.

$$2 \times 3 \times 5 = 30$$

راه حل خود را توضیح دهید.

همان روش بالا تعداد پاره خط ها را به دست آورید

روش دوم

سپس برای به دست آوردن تعداد قطر (ها) تعداد اضلاع

به دست آورید

تعداد پاره خط ها را

۸- یک توالی عددی، از ۷ شروع می‌شود و چهارتا چهار تا به آن اضافه می‌شود. در توالی دیگری عدد از ۱ شروع و

۹ تا ۹ تا به آن اضافه می‌شود. اولین و دومین عدد مشترک این دو توالی را پیدا کنید.

۷, ۱۱, ۱۵, ۱۹, ۲۳, ۲۷, ۳۱, ۳۵, ۳۹, ۴۳, ۴۷, ۵۱, ۵۵, ...

۱, ۱۰, ۱۹, ۲۸, ۳۷, ۴۶, ۵۵, ... $[9, 4] = 36$

۹- دو عدد بنویسید که ۴ و ۹ شمارنده آنها باشند. یک عدد بنویسید که ۴ و ۹ دو شمارنده آن باشند و ۴ شمارنده دیگر

(۳۶, ۷۲)

نیز داشته باشد.

۳۶: ۱, ۲, ۳, ۴, ۶, ۹, ۱۲, ۱۸, ۳۶

۱۰- عددهای اول بین ۸۰ تا ۱۰۰ را بنویسید.

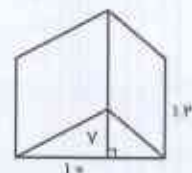
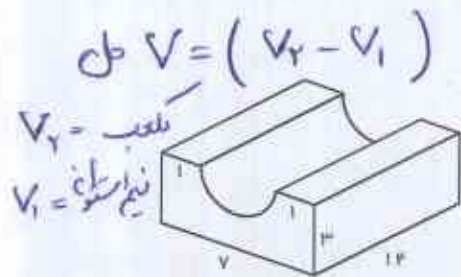
۸۱, ۸۲, ۸۳, ۸۴, ۸۵, ۸۶, ۸۷, ۸۸, ۸۹, ۹۰

۹۱, ۹۲, ۹۳, ۹۴, ۹۵, ۹۶, ۹۷, ۹۸, ۹۹

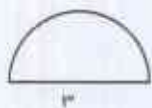
۱۱- کوچک‌ترین عددی را پیدا کنید که شمارنده‌هایش ۳ و ۶ و ۵ باشد.

حواب: ۳۰

۱۲- حجم هر یک از اجسام زیر را به دست آورید.



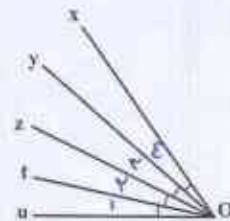
۱۳- مساحت جانبی و مساحت کل یک جسم منشوری را پیدا کنید که فاعده آن شکل زیر و ارتفاعش ۱۰ سانتی‌متر



باید. $S_{\text{جانبی}} = \frac{S_{\text{جانبی استوانه}}}{2} + S_{\text{مستطیل}}$

$S' = S_{\text{جانبی}} + 2 \times (\text{مساحت دایره})$

۱۴- با توجه به شکل‌های زیر روابط بین پاره خط‌ها و زاویه‌ها را کامل کنید.



$$AD = \dots DE$$

$$AB - DE = \dots AD \dots EB$$

$$AE = \dots AB$$

$$AC - CE + \dots EB = AB$$

$$u \hat{O}t + t \hat{O}z = u \hat{O}z$$

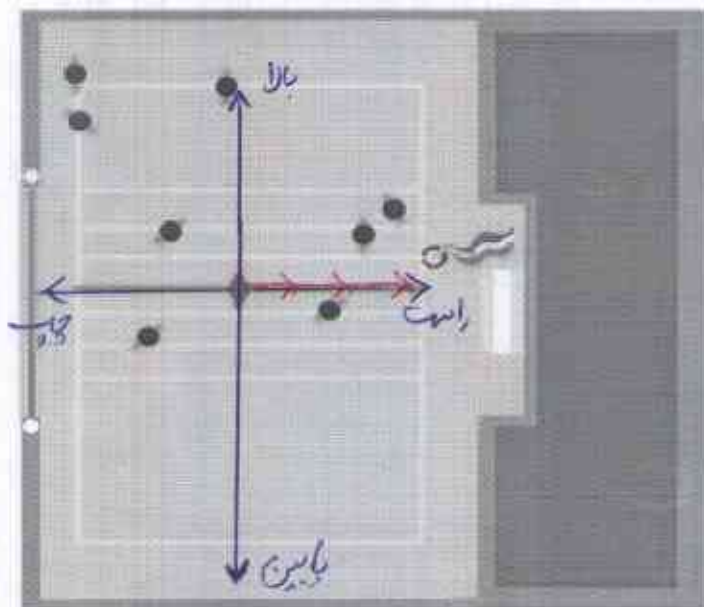
$$x \hat{O}u = \dots y \hat{O}z$$

$$y \hat{O}u = \dots x \hat{O}u$$

$$y \hat{O}u - z \hat{O}t = y \hat{O}z + t \hat{O}u$$

بار خط جهت دار

فعالیت



۱- یک دانش آموز در حیاط مدرسه ایستاده است. در صفحه زیر این دانش آموز را با یک نقطه نشان داده ایم. این فرد در حیاط مدرسه در چند مسیر مختلف می تواند حرکت کند؟ آنها را نشان دهید.

از بین مسیرها یک مسیر افقی را انتخاب کنید. حالا این فرد در چند جهت می تواند حرکت کند؟ روی آن مسیر (راستا) جهت ها را با فلش نشان دهید. برای حرکت این دانش آموز یک جهت انتخاب کنید.

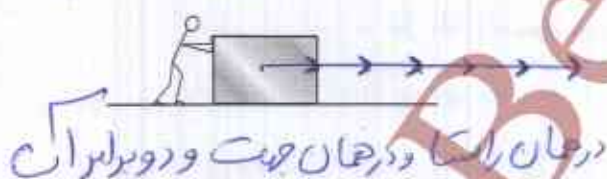
اگر هر قدم حرکت آن دانش آموز را با پاره خطی به طول ۱ نمایش دهیم روی شکل ۳ قدم حرکت را در جهتی که انتخاب کردید، نشان دهید.

اندازه اصلاح شود



۲- شخصی در حال حرکت دادن یک جعبه روی زمین است.

راستا یا مسیری که شخص به جسم نیرو وارد می کند روی شکل مشخص شده است. اگر اندازه نیرویی که شخص وارد کرده است را با a نشان دهیم روی راستای بالا مقدار نیرو و جهت آن را نشان دهید. سهم برابر و افرد در راستای افق به سمت شرق (راستا) در شکل زیر همان شخص ۲ برابر نیرو به جسم وارد کرده است.



راستا، اندازه و جهت نیرو را روی شکل مانند بالا نشان دهید.

در مثال های بالا حرکت و نیرو را با پاره خط های جهت دار نشان دادیم. در ریاضی به پاره خط جهت دار بردار می گوئیم. بردار $\overrightarrow{OA}$ را به صورت $\overrightarrow{OA}$ نشان می دهیم.

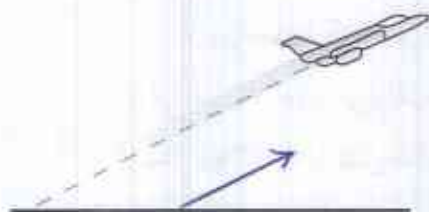


خوب: جهت نیرو

در شکل زیر نیروی وزن یک جعبه با یک بردار مشخص شده است. مانند نمونه برای حرکت‌ها با نیروهای مشخص شده در شکل‌های زیر بردار رسم کنید.



در این تمرین فقط جهت حرکت مهم است، اندازه مد نظر نیست



مسیر حرکت هواپیما



نیروهایی که دو نفر در مسابقه طناب‌کشی وارد می‌کنند. نیرویی که فرد با طناب به جعبه وارد می‌کند.

خوب: معنی بردارهای متضاد

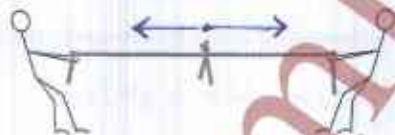
۱- در شکل زیر دو نفر جعبه را از دو طرف می‌کشند. با توجه به نیروهای رسم شده به سؤالات زیر پاسخ دهید.



- آیا دو نیرو در یک راستا هستند؟
- جهت دو نیرو چه تفاوتی دارند. مخالف هم می‌باشند
- اندازه نیروها را با هم مقایسه کنید. اندازه‌ی نیروها با توجه به طول بردارها با هم مساوی‌اند

۲- دو دانش‌آموز در حال طناب‌کشی هستند.

راستا، جهت و اندازه نیروهای این دو نفر را نسبت به محل مشخص شده روی طناب با دو بردار نشان بدهید.



اندازه‌ی نیروها مساوی است و در خلاف جهت هم می‌باشند زیرا در حالت اولیه قرار دارند

در فعالیت‌های بالا دو بردار قرینه یکدیگرند چون هم راستا و هم اندازه هستند ولی جهت‌هایشان عکس یکدیگر است.



MATH-HOME.IR

MATH-HOME.IR

MATH-HOME.IR

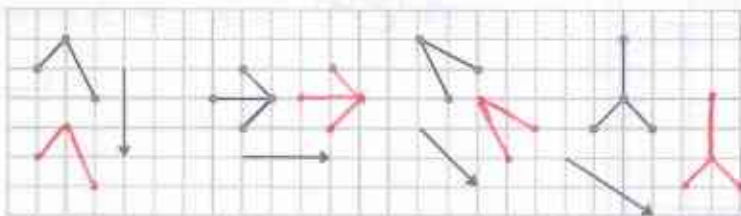
MATH-HOME.IR

@GamBeGam _ Darsi

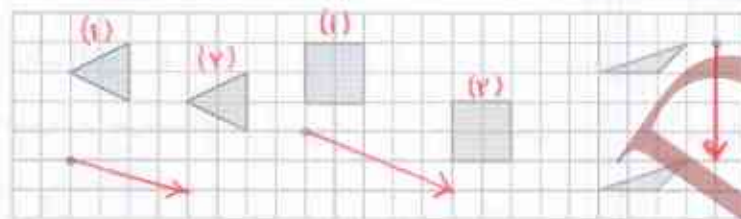
MATH-HOME.IR

@GamBeGam _ Darsi

۱- هر شکل را با بردار انتقال مربوطه انتقال دهید. مختصات بردارهای انتقال را بنویسید.



۲- بردار انتقال مربوط به هر شکل را از نقطه قرمز کنار آن رسم کنید. متناظر با هر کدام یک جمع بنویسید.



باسم باز
دو برابر

۳- مختصات مورد نظر را به دست آورید.

انتهای بردار مختصات بردار ابتدای بردار

$$\begin{bmatrix} -2 \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ -4 \end{bmatrix}$$

$$-2 + x = 3 \Rightarrow x = 5$$

$$1 + y = -4 \Rightarrow y = -5$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$x + (-1) = 2 \Rightarrow x = 3$$

$$y + 2 = -1 \Rightarrow y = -3$$

$$\begin{bmatrix} -4 \\ 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ -y \end{bmatrix}$$

$$-4 + 2 = x \Rightarrow x = -2$$

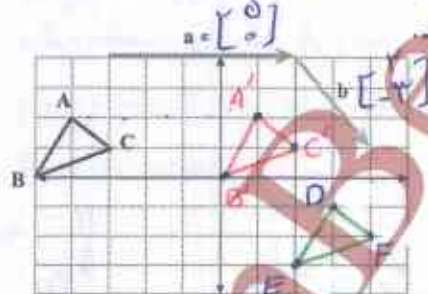
$$3 + (-1) = -y \Rightarrow y = -2$$

۴- مختصات برداری را که ابتدای آن $\begin{bmatrix} -1 \\ 4 \end{bmatrix}$ و انتهای آن $\begin{bmatrix} 4 \\ -4 \end{bmatrix}$ پیدا کنید

$$\vec{AB} = B - A \Rightarrow \vec{AB} = \begin{bmatrix} 4 \\ -4 \end{bmatrix}$$

مختصات بردار

نقاط A و B و C را با بردار a انتقال دهید و آنها را A' و B' و C' بنامید.



$$A = \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} -5 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$A' = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$B' = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$C' = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

حالا مثلث جدید را با بردار b انتقال دهید و آن را با D, E, F نشان دهید.

$$D = \begin{bmatrix} 3 \\ -1 \end{bmatrix}$$

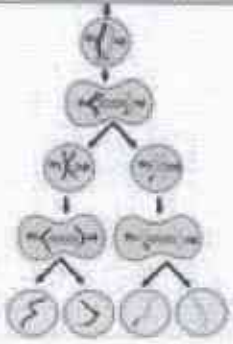
$$E = \begin{bmatrix} 2 \\ -3 \end{bmatrix}$$

$$F = \begin{bmatrix} 4 \\ -2 \end{bmatrix}$$

با چه برداری نقاط A, B, C مستقیماً به E, D, F منتقل می شوند؟

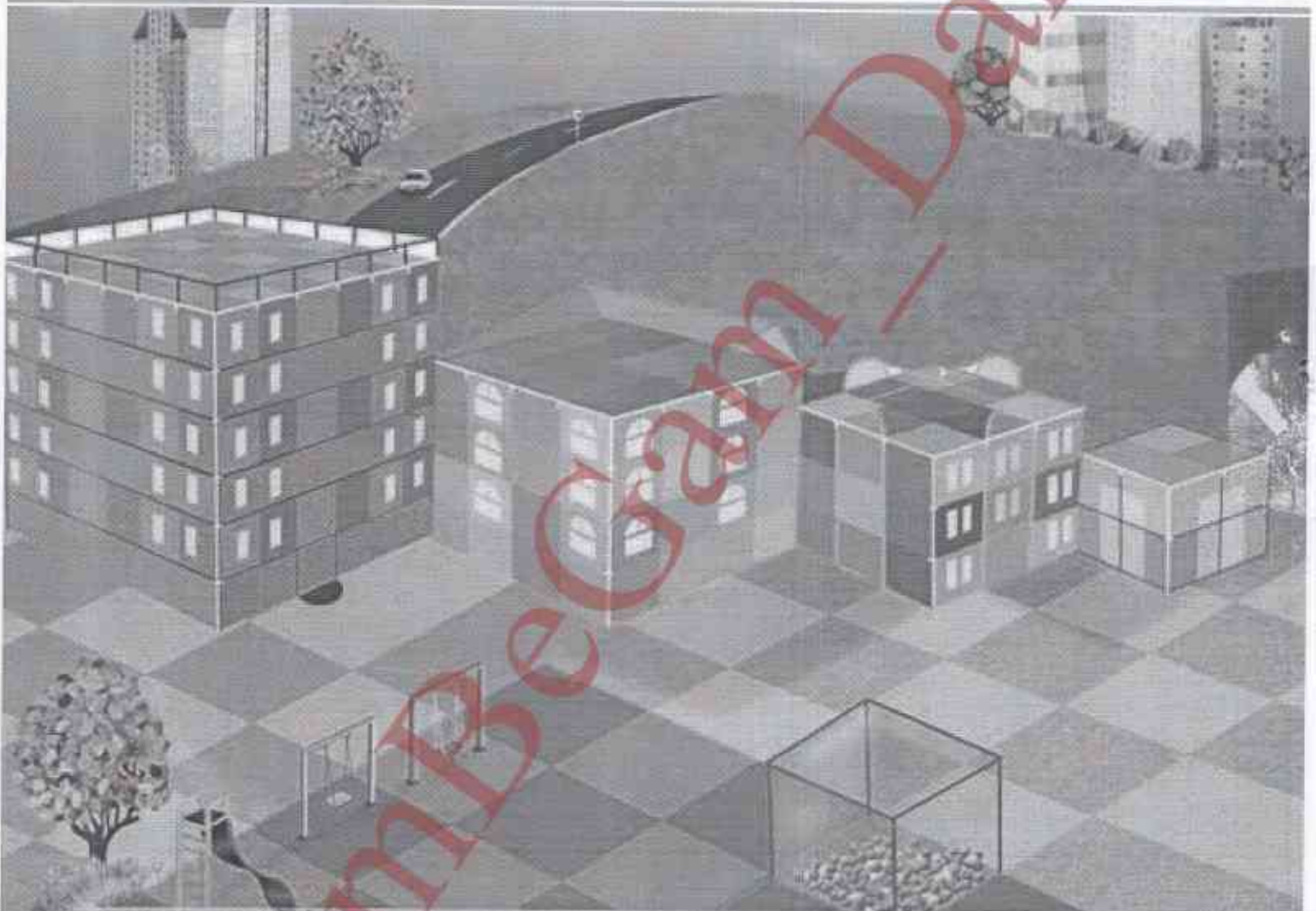
$$\vec{a} + \vec{b} = \vec{c}, \quad \vec{c} = \begin{bmatrix} 5 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 \\ -3 \end{bmatrix}$$

@GamBeGam _ Darsi



توان و جذر

فصل ۱

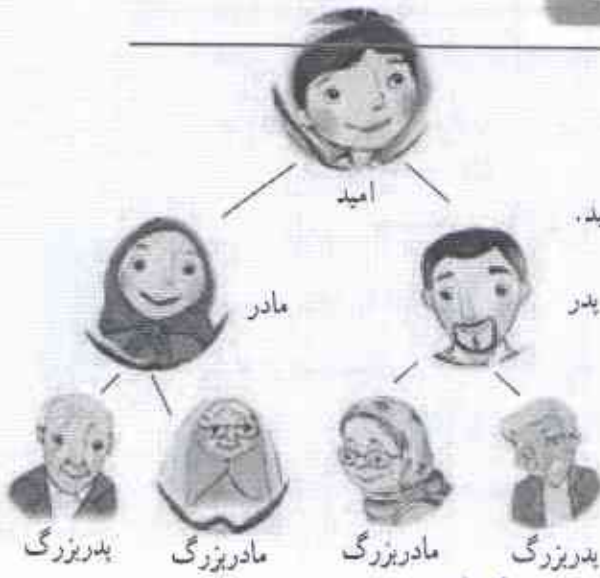


وقتی یک سلول به سلول‌های دیگر تبدیل می‌شود و این عمل تکرار می‌گردد، در مدت کوتاهی تعداد سلول‌ها به سرعت افزایش پیدا می‌کنند. رشد تعداد سلول‌ها به صورت توانی است. نباید به همین علت است که چراخت پوست در مدت کوتاهی نرم می‌شود و سلول‌های جدید جایگزین سلول‌های مرده می‌شوند.

تعریف توان

- محاسبه عبارت‌های توان‌دار
- ساده کردن عبارت‌های توان‌دار
- جذر و ریشه

تعریف توان



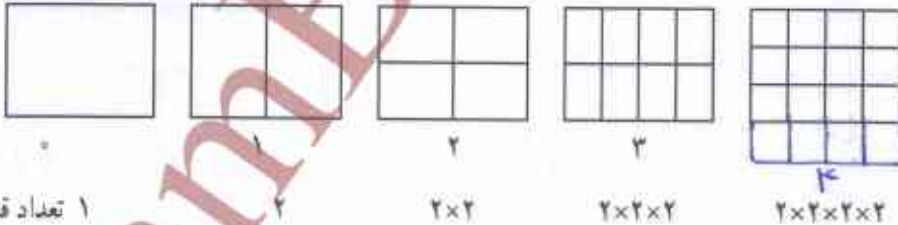
۱- امید می‌داند که نوه چهار نفر است. این چهار نفر پدر بزرگ‌ها و مادر بزرگ‌های امیدند. او می‌خواهد بداند که نتیجه چند نفر است؟ (به فرزند نوه، نتیجه می‌گویند). امید برای پاسخ سؤال خود شکل زیر را کشید.

پدر و مادرها نسبت خویشاوندی ندارند

الف) شکل را کامل کنید و با استفاده از آن بگویید که امید نتیجه چند نفر است؟ ۸ نفر
ب) به نظر شما تعداد افرادی که امید نیره آنها است، چند نفرند؟ (به فرزند نتیجه، نیره می‌گویند). ۱۶ نفر
ج) جدول زیر را کامل کنید. برای محاسبه تعداد از ماشین حساب نیز می‌توانید کمک بگیرید.

تعداد	روش محاسبه	بستگان امید
۲	۲	پدر و مادر
۴	2×2	پدر بزرگ و مادر بزرگ
۸	$2 \times 2 \times 2$	نسل سوم
۱۶	$2 \times 2 \times 2 \times 2$	نسل چهارم
۱۲۸	$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$	نسل هشتم

۲- یک کاغذ را چند بار تا می‌زنیم و هر بار تعداد قسمت‌هایی را که کاغذ تقسیم شده است، می‌شماریم. چه الگویی در



تعداد قسمت‌ها می‌بینید؟

اصلا می‌توانید در ردیف اضافه شود

اگر تا زدن را به همین ترتیب ادامه دهیم، در تای هشتم چند تا قسمت خواهیم داشت؟
در تای دهم چند قسمت خواهیم داشت؟
در تای n ام چند قسمت خواهیم داشت؟
چه راهی برای خلاصه کردن عبارت‌های بالا پیشنهاد می‌کنید؟

$(2 \times 2 \times \dots \times 2) = 2^8$

$2 \times 2 \times 2 \times \dots \times 2 = 1024$

$2 \times 2 \times 2 \times \dots \times 2 = 2^n$

عبارتی مانند $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$ را در ریاضیات برای ساده تر شدن به صورت 2^5 می نویسیم و آن را چنین می خوانیم: ۲ به توان ۵. در عبارت 2^5 ، ۲ را پایه و ۵ را توان می نامیم. درست شبیه همان کاری که در ساده کردن و خلاصه کردن جمع انجام می دادیم.

$$(2+2+2+2+2=5 \times 2)$$

توان $\rightarrow$ ۵
پایه $\rightarrow$ ۲
 $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^5$ (بخانیم روی توان و بیخ)

عبارت	شکل ساده شده	خوانده می شود	حاصل
7×7	7^2	هفت به توان ۲	۴۹
$7+7$	2×7	دو ضرب در ۷	۱۴
$2/5 \times 2/5 \times 2/5$	$2/5^3$	دو پنجم به توان ۳	۱۵/۴۲۵
$1 \times 1 \times 1$	1^3	یک به توان ۳	۱
$1+1$	2×1	دو ضرب در ۱	۲
$\frac{5}{3} \times \frac{5}{3}$	$(\frac{5}{3})^2$	پنج سوم به توان ۲	$\frac{25}{9}$

۱- جدول مقابل را کامل کنید.

پس از آن عبارت های زیر را به صورت ساده شده بنویسید.

$$2 \times 2 \times 2 = 2^3$$

$$9 \times 9 \times 9 \times 9 \times 9 = 9^5$$

$$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^8$$

$$a \times a \times a = a^3 \quad b \times b = b^2$$

۲- عدد های داده شده را مانند نمونه تجزیه کنید و به صورت عدد توان دار بنویسید.

$$36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 2^2 \times 3^2$$

$$144 = 2^4 \times 3^2 \quad 200 = 2^3 \times 5^2$$

$$135 = 3^3 \times 5$$

۳- کدام یک درست و کدام یک نادرست است؟ در صورت امکان موارد نادرست را اصلاح کنید.

$$4^2 = 64 \quad \times \quad 5^2 = 14 \quad \times \quad 5^2 = 5 \times 2 \quad \times \quad 25$$

$$(\frac{2}{3})^2 = \frac{2}{9} \quad \checkmark$$

$$2^3 = 3^2 \quad \times \quad 8 \neq 9 \quad \times \quad 9^2 = 18 \quad \times \quad 81$$

$$(\frac{3}{1})^2 = \frac{4}{81} \quad \times \quad 3^2 = 81$$

$$\frac{3^2}{5} = \frac{9}{25} \quad \times \quad \frac{3^2}{5} = \frac{9}{5} \quad \times \quad 5^2 = 25 \quad \times \quad 25$$

$$(\frac{3}{4})^2 = \frac{9}{4} \quad \times \quad (\frac{3}{4})^2 = \frac{9}{14}$$

۴- تساوی ها را کامل کنید.

$$a \times a \times a \times a = a^4 \quad b^2 = b \times b \times b$$

$$(\frac{a}{b})^2 = \frac{a}{b} \times \frac{a}{b}$$

$$\frac{a \times a \times a}{b} = \frac{a^3}{b} \quad x \times x = x^2$$

$$(y+x)(y+x) = (y+x)^2$$

$$(ab)^2 = ab \times ab \quad \frac{x \times x \times x}{y \times y \times y \times y \times y} = \frac{x^3}{y^5}$$

۵- در تکثیر سلول ها، هر سلول به ۲ سلول تقسیم می شود. دوباره هر کدام از آن سلول ها خودشان به ۲ سلول تقسیم

می شوند و این کار ادامه پیدا می کند. جدول زیر را کامل کنید و حاصل را به صورت عدد توان دار بنویسید.

مرحله تکثیر	۱	۲	۳	۴	۷	n
تعداد سلول	۲	2×2	$2 \times 2 \times 2$	$2 \times 2 \times 2 \times 2$	$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$	$2 \times 2 \times 2 \times \dots \times 2$
به صورت توان دار	2^1	2^2	2^3	2^4	2^7	2^n

$$\begin{aligned}
 11^0 &= 1 \rightarrow 1 & 0+1 &= 1 \\
 11^1 &= 11 \rightarrow 2 & 1+1 &= 2 \\
 11^2 &= 121 \rightarrow 3 & 2+1 &= 3 \\
 11^3 &= 1331 \rightarrow 4 & 3+1 &= 4
 \end{aligned}$$

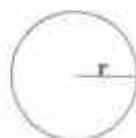
الگویابی
 بس عدد ۱۱
 رقم دار (۱۲+۱=۱۳)

MATH-HOME.IR

۱- با توجه به شکل های زیر مساحت و حجم های خواسته شده را با عبارت های توان دار جبری نمایش دهید.



$$S = a \times a = a^2$$



$$S = \pi r^2$$



$$V = a \times a \times a = a^3$$



$$V = a^2 b$$

۲- جمله های کلامی زیر را به صورت عبارت جبری نشان دهید.

$$(a \neq 0)$$

✓ هر عدد به توان یک برابر خودش می شود: $a^1 = a$

$$1^a = 1$$

✓ یک به توان هر عدد برابر یک می شود:

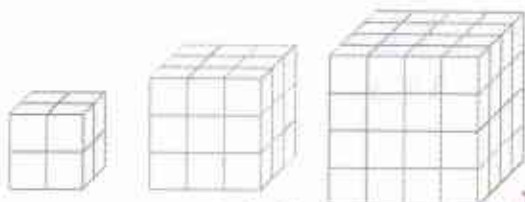
✓ مجذور هر عدد یعنی آن عدد به توان ۲: $a^2 = \text{مجذور } a$

✓ مکعب یک عدد یعنی آن عدد به توان ۳: $a^3 = \text{مکعب } a$

$$0^a = 0$$

✓ صفر به توان هر عدد به جز صفر برابر است با ۰

۳- تعداد مکعب های کوچک $1 \times 1 \times 1$ را در هر شکل با یک عدد



توان دار نشان دهید.

$$2 \times 2 \times 2 = 8$$

$$3^2 = 9$$

$$4^2 = 16$$

$$5^2 = 25$$

$$6^2 = 36$$

$$7^2 = 49$$

$$8^2 = 64$$

$$9^2 = 81$$

$$10^2 = 100$$

$$11^2 = 121$$

$$12^2 = 144$$

$$\text{مجذور دو} = 4$$

$$\text{مجذور یک} = 1$$

$$\text{مکعب دو} = 8$$

$$\text{مکعب یک} = 1$$

$$\frac{2^3}{5^2} = \frac{8}{25}$$

$$\left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{9}{16}$$

$$\frac{2^4}{5} = \frac{16}{5}$$

$$1/2^2 = 1/4$$

$$1/10^2 = 1/100$$

$$1/2^3 = 1/8$$

$$2/1^2 = 2$$

$$1/5^2 = 1/25$$

۵- مقدار عبارت 3^n را به ازای عددهای داده شده به دست آورید.

n	1	2	3	4
3^n	$3^1 = 3$	$3^2 = 9$	$3^3 = 27$	$3^4 = 81$

۶- حاصل عددهای $2^0, 2^1, 2^2, 2^3, 2^4, 2^5$ را به دست آورید و به صورت نمودار ستونی در دفتر خود رسم کنید (باید واحد

مناسبی برای محور عددی رسم کنید). در مورد نحوه رسم هر ستون توضیح دهید. آیا می توانید 2^6 یا 2^7 را در دفتر خود رسم

کنید؟ چرا؟ تقریباً غیر ممکن است یا نه؟ یعنی می توان این کار را انجام داد

۷- عدد 11^{12} به طور تقریبی چند رقمی است؟ چرا؟

$$11^{12} \approx 10^{12} = 1,000,000,000,000$$

۱۰۶
 بس ۱۳ رقم دار

$$11^{12} = 3,138,105,960,566,168,429,750,081$$



آموزش الویتها (یادآوری)

مجموعه

توان

ترتیب انجام عملیات را در دوره دبستان آموخته‌اید. با توجه به درس توان، ترتیب انجام دادن عملیات مختلف ریاضی به صورت (۱) پرانتز (۲) توان (۳) ضرب و تقسیم (۴) جمع و تفریق انجام می‌شود. با کامل کردن مراحل محاسبه عبارت و همچنین ترتیب انجام عملیات و نحوه نوشتن راه حل توجه کنید.

$$\frac{2^2 \times 4 + 10}{9^2 - 5^2} = \frac{4 \times 4 + 10}{81 - 25} = \frac{26 + 10}{56} = \frac{36}{56} = \frac{9}{14}$$

ساده کردن محاسبه جمع و تفریق محاسبه ضرب محاسبه توان‌ها

محاسبه‌های بعدی را کامل کنید.

$$2 \times 3^2 - (2^2 + 2) = 2 \times 9 - (4 + 2) = 18 - 6 = 12$$

$$\frac{10 + (8 - 6) + 9 \times 4}{25 + 35} = \frac{10 + 2 + 36}{60} = \frac{48}{60} = \frac{4}{5}$$

۱- حاصل عبارت‌ها را به دست آورید.

$$2^0 + 3^2 = 1 + 9 = 10 \quad 2^0 \times 3^2 = 1 \times 9 = 9 \quad 2^0 - 3^2 = 1 - 9 = -8$$

$$2^0 \div 8 = 1 \div 8 = \frac{1}{8} \quad \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{8} = \frac{1}{4} + \frac{3}{8} = \frac{2}{8} + \frac{3}{8} = \frac{5}{8} \quad 5^0 - 5 \times 2 = 1 - 10 = -9$$

$$= \frac{420 - 14}{100} = \frac{406}{100}$$

$$\left(\frac{5}{4}\right)^2 - \left(\frac{2}{5}\right)^2 = \frac{25}{16} - \frac{4}{25} = \frac{625 - 64}{400} = \frac{561}{400}$$

$$2^2 - 3^2 + 10 = 4 - 9 + 10 = 5$$

۲- کدام یک درست و کدام یک نادرست است؟ دلیل خود را توضیح دهید.

$$(3+2)^2 = 3^2 + 2^2 \quad \text{غلط} \quad 144 = 9 \times 16 \Rightarrow 144 = 144 \quad \text{درست} \quad (4 \times 3)^2 = 3^2 \times 4^2 \quad \text{درست}$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{2^2}{3^2} \quad \text{درست} \quad \frac{4}{9} \neq \frac{22}{32} \quad \text{غلط} \quad 5 \times 6^2 = (6 \times 5)^2 \quad \text{غلط} \quad 5 \times 36 \neq 30^2 \Rightarrow 180 \neq 900 \quad \text{غلط}$$

$$1^2 \times 5^2 = 10^2 \quad \text{درست} \quad 100 \neq 10000 \quad \text{غلط} \quad 2^2 \times 2^2 = 2^4 \quad \text{درست} \quad 8 \times 14 = 128 \quad \text{درست}$$

۳- نحوه محاسبه را توضیح دهید.

$$2^8 + 8^2 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 + 8 \times 8 = 256 + 64 = 320$$

۱) چون الویت اول توان است پس ابتدا حاصل 2^8 را محاسبه می‌کنیم

۲) و سپس 8^2 را محاسبه می‌کنیم

۳) حاصل را با هم جمع می‌کنیم

۱- مانند نمونه عبارت‌های توان‌دار را محاسبه کنید.

$$2^3 = 2 \times 2 \times 2 =$$

$$(-2)^2 = (-2) \times (-2)$$

$$(-2)^3 = (-2) \times (-2) \times (-2)$$

$$(-2)^4 = (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2)$$

$$(-2)^5 = (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2)$$

با توجه به توان‌ها و حاصل عبارت‌ها چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

۲- عبارت‌های زیر را محاسبه کنید.

اصلاح شود

$$-(2 \times 2 \times 2) = -8$$

$$-2^3 = 2 \times 2 \times 2 = -8$$

$$(-2)^3 = (-2) \times (-2) \times (-2) = -8$$

$$-2^4 = -(2 \times 2 \times 2 \times 2) = -16$$

$$(-2)^4 = (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) = +16$$

۳- الگوی عددی زیر را کامل کنید.

$$2^6 \rightarrow 2^5 \rightarrow 2^4 \rightarrow 2^3 \rightarrow 2^2 \rightarrow 2^1 \rightarrow 2^0$$

$$64 \rightarrow 32 \rightarrow 16 \rightarrow 8 \rightarrow 4 \rightarrow 2 \rightarrow 1$$

$$\Rightarrow 2^0 = 1$$

ارتباط بین عددهای توان‌دار و حاصل آنها را توضیح دهید. اعداد توان‌دار در ردیف اول با عدد مناسب در ردیف دوم به نظر شما در جای خالی چه عددی باید نوشت؟

$$2^5 = 32 \quad \text{برابری باشد مثال}$$

$$\Rightarrow 2^0 = 1 \quad \text{هر عدد توان صفر (به غیر صفر) برابر یک است}$$

۱- حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

$$-3^2 = -9$$

$$(-5)^2 = +25$$

$$-1^5 = -1$$

$$(-1)^5 = -1$$

$$(-1)^2 = 1$$

$$-1^2 = -1$$

$$7^0 = 1$$

$$\left(\frac{2}{7}\right)^0 = 1$$

$$(-9)^0 = 1$$

$$5^0 + 1/1^0 = 0 + 1 = 1 \quad 4 + 2^0 = 4 + 1 = 5$$

$$-1^5 = -1$$

$$2^2 = 4$$

$$(-2)^2 = -4$$

$$5^0 = 1$$

۲- در جای خالی علامت < یا > بگذارید.

$$2^0 \bigcirc 2^1$$

$$7^0 \bigcirc 7^1$$

$$\left(\frac{3}{5}\right)^2 \bigcirc 2^0$$

$$(-2) \bigcirc (-2)^0$$

۱- کدام درست و کدام نادرست هستند؟ علت نادرستی را توضیح دهید.

$$(2+2)^2 = 2^2 + 2^2 \quad \times$$

$$4 + 2^2 = 6 \quad \times$$

$$2 + 1 \neq 6$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^2 > \left(-\frac{1}{3}\right)^2 \quad \checkmark$$

$$2^2 + 3^2 + 5^2 = 1 \quad \times$$

$$1+1+1 \neq 1$$

$$\left(-\frac{2}{3}\right)^2 + \left(\frac{1}{3}\right)^2 > 1 \quad \checkmark$$

$$4^2 < (-2)^2 \quad \times$$

$$1 < 4$$

۲- الف) حاصل عبارت های زیر را به دست آورید.

$$2 \times 10^2 + 4 \times 10^2 + 7 \times 10^1 + 2 \times 10^0 = 2000 + 400 + 70 + 2 = 2472$$

$$5 \times 10^2 + 0 \times 10^2 + 1 \times 10^1 + 9 \times 10^0 = 5000 + 0 + 10 + 9 = 5019$$

ب) با توجه به تمرین های بالا عددهای زیر را به صورت گسترده و سپس توانی نمایش دهید.

$$2235 = 4000 + 200 + 30 + 5 = 2 \times 10^3 + 2 \times 10^2 + 3 \times 10^1 + 5 \times 10^0$$

$$9207 = 9000 + 200 + 0 + 7 = 9 \times 10^3 + 2 \times 10^2 + 0 \times 10^1 + 7 \times 10^0$$

۳- به جای n عددهای ۱ تا ۵ را قرار دهید و در عبارت 4^n و n^4 را با هم مقایسه کنید. برای محاسبات از ماشین حساب

استفاده کنید.

n	۱	۲	۳	۴	۵
4^n	$4^1 = 4$	$4^2 = 16$	$4^3 = 64$	$4^4 = 256$	$4^5 = 1024$
n^4	$1^4 = 1$	$2^4 = 16$	$3^4 = 81$	$4^4 = 256$	$5^4 = 625$

$$4^1 = 1, 4, 16, 64, 256$$

$$1^4 = 1000$$

برای $n=10$ کدام یک بزرگ تر از دیگری است؟

۴- در بعضی از ماشین حساب ها کلید توان به صورت زیر استفاده می شود. عددهای توان دار را محاسبه می کنند. برای

مثال 2^3 به صورت زیر محاسبه می شود. حالا شما عددهای مختلف را در ماشین حساب وارد و حاصل آنها را ملاحظه کنید. چه

راه دیگری برای پیدا کردن جواب 2^3 وجود دارد؟

$$2 \times 2 \times 2$$

$$2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$$

۵- حاصل عبارت ها را به ازای عددهای داده شده به دست آورید.

$$a^2 - b^2 + ab \quad a = -2 \quad b = 2$$

$$\Rightarrow (-2)^2 - 2^2 + (-2) \times 2 = 4 - 4 + (-4) = -4$$

$$a^2 - 2b^2 + a^2b \quad a = 1 \quad b = -2$$

$$\Rightarrow 1^2 - 2 \times (-2)^2 + 1^2 \times (-2) = 1 - 8 - 2 = -9$$

$$1 = 9$$

۱- زهره می خواست مسئله هایی را که معلم داده بود، حل کند. معلم ریاضی خواسته بود که دانش آموزان مساحت مستطیل به طول 2^4 و عرض 2^3 را به دست آورند. زهره به صورت زیر عمل کرد و عبارت ها را به صورت ضرب نوشت.

$$S = a \times b = 2^4 \times 2^3 = \underbrace{2 \times 2 \times 2 \times 2}_{\text{مرتبۀ ۴}} \times \underbrace{2 \times 2 \times 2}_{\text{مرتبۀ ۳}}$$

سیمما با مشاهده عبارت زهره به او گفت: هفت تا ۲ ضرب شده است. پس عبارت تو با 2^7 برابر است. نتیجه گیری سیمما

$$2^4 \times 2^3 = 2^7$$

را با یک تساوی نشان دهید.

$$5^4 \times 5^3 = \underbrace{5 \times 5 \times 5 \times 5}_{\text{مرتبۀ ۴}} \times \underbrace{5 \times 5 \times 5}_{\text{مرتبۀ ۳}} = 5^7$$

۲- مانند نمونه عمل کنید.

$$2^4 \times 2^3 = \underbrace{2 \times 2 \times 2 \times 2}_{\text{مرتبۀ ۴}} \times \underbrace{2 \times 2 \times 2}_{\text{مرتبۀ ۳}} = 2^7$$

$$7^3 \times 7^2 = \underbrace{7 \times 7 \times 7}_{\text{مرتبۀ ۳}} \times \underbrace{7 \times 7}_{\text{مرتبۀ ۲}} = 7^5$$

$$x^4 \times x^3 = \underbrace{x \times x \times x \times x}_{\text{مرتبۀ ۴}} \times \underbrace{x \times x \times x}_{\text{مرتبۀ ۳}} = x^7$$

$$a^4 \times a^3 = \underbrace{a \times a \times a \times a}_{\text{مرتبۀ ۴}} \times \underbrace{a \times a \times a}_{\text{مرتبۀ ۳}} = a^7$$

با توجه به تساوی های بالا یک رابطه برای ساده کردن عبارت های توان دار با پایه های مساوی بنویسید.

۳- با توجه به رابطه بالا، مانند نمونه عبارت توان دار را به صورت ضرب ۲ با چند عبارت توان دار بنویسید.

$$\frac{b^c}{a^b} = \frac{b^c}{a^b} = a^{b+c}$$

$$2^4 = 2^2 \times 2^2$$

$$2^4 = 2^2 \times 2^2$$

$$2^4 = 2^2 \times 2^2 \times 2^0$$

$$5^4 = 5^2 \times 5^2 \times 5^0$$

پاسخ نازنین

۱- حاصل عبارت های زیر را به صورت یک عدد توان دار بنویسید.

$$5^4 \times 5^4 = 5^8$$

$$(-2)^4 \times (-2)^4 = (-2)^8 = 2^8$$

$$(-4)^4 \times (-4)^4 = (-4)^8$$

$$7^4 \times 7^4 = 7^8$$

$$\left(\frac{1}{5}\right)^4 \times \left(\frac{1}{5}\right)^4 = \left(\frac{1}{5}\right)^8$$

$$1/5^4 \times \left(\frac{1}{5}\right)^4 = 1/5^8$$

۲- با باز کردن عبارت توان دار جواب را ساده تر کنید و محاسبات را مانند نمونه پاسخ دهید.

$$3^4 = 3^2 \times 3^2 = 9 \times 9 = 81$$

$$2^4 = 2^2 \times 2^2 = 4 \times 4 = 16$$

$$4^4 = 4^2 \times 4^2 = 16 \times 16 = 256$$

$$5^4 = 5^2 \times 5^2 = 25 \times 25 = 625$$

۳- اگر $2^4 = 16$ باشد حاصل 2^{12} را به دست آورید.

$$2^{12} = 2^4 \times 2^4 \times 2^4 = 16 \times 16 \times 16 = 4096$$

۱- مانند نمونه عبارت‌ها را باز کرده و دوباره به صورت عدد توان دار بنویسید.

$$2^3 \times 5^3 = 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 5 = 1 \times 1 \times 1 =$$

$$3^2 \times 4^2 = (3 \times 3) \times (4 \times 4) = (3 \times 4) \times (3 \times 4) = \left(\frac{3}{4}\right)^2 \times 5^2 = \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} \times \frac{5}{5} \times \frac{5}{5} \times \frac{5}{5} = \frac{15}{4} \times \frac{15}{4} \times \frac{15}{4} = \left(\frac{15}{4}\right)^3$$

$$a^x \times b^x = a \times a \times \dots \times b \times b = (a \times b) \times (a \times b) \times \dots \times (a \times b) = (xy)^x$$

با مقایسه تساوی‌ها یک قانون کلی برای ساده کردن عبارت‌های توان دار با توان‌های مساوی به دست آورید. پایه‌ها را در هم ضرب کنید.

۲- با قانونی که به دست آوردید، عبارت‌های زیر را ساده کنید.

$$a^m \times b^m = (ab)^m$$

$$2^3 \times 3^3 = 6^3$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^6 \times \left(\frac{3}{4}\right)^6 = \left(\frac{1}{2}\right)^6$$

$$\left(\frac{1}{4}\right)^5 \times 3^5 = \left(\frac{3}{4}\right)^5$$

$$(-2)^4 \times (-1)^4 = (+2)^4 = 2^4$$

$$(-2)^5 \times 3^5 = (-6)^5$$

$$x^3 \times y^3 = (xy)^3$$

$$(ab)^x = a^x \times b^x$$

$$6^5 = (2 \times 3)^5 = 2^5 \times 3^5$$

۳- به تساوی‌های رویه‌رو توجه کنید.

مانند نمونه‌های بالا عددهای توان دار زیر را باز کنید.

$$15^3 = (3 \times 5)^3 = 3^3 \times 5^3$$

$$10^4 = 2^4 \times 5^4$$

$$12^3 = 2^3 \times 2^3 \times 3^3 = 4^3 \times 3^3$$

$$(xy)^{10} = x^{10} \times y^{10}$$

$$(xyz)^8 = x^8 \times y^8 \times z^8$$

$$30^5 = 2^5 \times 3^5 \times 5^5$$

۱- مانند نمونه عبارت‌های توان دار را تا حد امکان ساده کنید.

$$5^3 \times 5^3 \times 7^3 = 5^6 \times 7^3 = 35^3$$

$$7^5 \times 7^3 \times 9^5 = 7^8 \times 9^5 = 63^5$$

ضرب یا توان‌های مساوی

$$2^3 \times 6^3 \times 3^3 \times 4^3 = 12^3 \times 12^3 = 12^6$$

$$(2^5 \times 3^2 \times 5) \times (2^2 \times 3^3 \times 5^2) = (2^5 \times 2^2) \times (3^2 \times 3^3) \times (5 \times 5^2) = 2^7 \times 3^5 \times 5^3 = 30^5$$

$$2^a \times 3^b = 2^{a+b}$$

۲- عبارت توان دار مقابل را تا حد امکان ساده کنید.

بجای a و b عددهای ۳ و ۵ و یک بار ۴ و ۷ قرار دهید و تساوی‌ها را به صورت عددی بنویسید.

$$2^3 \times 2^5 = 2^8$$

$$2^4 \times 2^7 = 2^{11}$$

$$4 + 7 = 11$$

$$5 + 3 = 8$$

توان عدد	۰	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴
شماره ی عدد	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵
تعداد ارقام	۱	۱	۲	۲	۳	۴	۴	۵	۵	۶	۷	۷	۸	۸	۹

مصارف ۳ یک بار تکرار شده است

$$\text{توان} \quad \text{تعداد ارقام} = \left[\frac{3n}{5} \right] + 1$$

پاسخ باز است

$a=5$
 $b=3$
 $c=2$

۱- در تساوی های زیر به جای a و b و c عددهای مختلفی قرار دهید و تساوی های عددی بسازید.

$$a^n \times a^m = a^{n+m} \quad 5^3 \times 5^2 = 5^{3+2}$$

$$a^m \times b^m = (a \times b)^m \quad 5^2 \times 3^2 = (5 \times 3)^2$$

۲- با استفاده از تجزیه به عددهای اول، هر عدد را به صورت توان بنویسید.

$121 = 11 \times 11 = 11^2$
 $256 = 2^8$
 $441 = 3^2 \times 7^2$
 $10000 = 2^4 \times 5^4$

ج) مساحت مربعی به ضلع ۵ را بدست آورید

۳- مسئله هایی طرح کنید که پاسخ آنها:

الف) 2^2 (ب) 2×3 (ج) 5^2 باشد.

ب) مساحت مستطیلی به طول عرضی ۲، ۳، ۲، ۳ را بدست آورید

۴- عددهای توان دار را از کوچک به بزرگ مرتب کنید.

$4^0, 8^1, 9^2, 3^5, 4^{10}$
 $2^0, 1^1, 9^2, 3^5, 4^{10}$

۵- کدام یک درست و کدام یک نادرست است؟ توضیح دهید.

$4^2 \times 4^2 = 4^{12}$ ✗
 $3^2 \times 2^2 = 6^5$ ✗
 $2^2 + 2^2 = 6^2$ ✗
 $4^2 + 8 \neq 216$
 $4^2 \times 4^2 = 4^4$ ✓
 $3^2 \times 2^2 = 6^2$ ✓
 $4^1 + 3^1 = 7^1$ ✓
 $4 + 3 = 7$ ✓
 $(-2^2) \times 7^2 = (-14)^2$ ✓
 $(\frac{2}{3})^2 \times (\frac{2}{3})^2 = (\frac{2}{3})^4$ ✓

۶- کدام یک از عبارت های زیر $(\frac{2}{3})^2$ را نشان می دهد؟

$\frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3}$ ✗
 $\frac{2+2+2}{3}$ ✗
 $\frac{3 \times 2}{3}$ ✗
 $\frac{2}{3} \times 3$ ✗
 $\frac{2}{3} + \frac{2}{3} + \frac{2}{3}$ ✗
 $\frac{2}{3} + 3$ ✗

۷- به جدول زیر توجه کنید و با توجه به آن سوال ها را جواب دهید.

۲	۴	۸	۱۶	۳۲	۶۴	۱۲۸	۲۵۶	۵۱۲	۱۰۲۴	۲۰۴۸	۴۰۹۶	۸۱۹۲	۱۶۳۸۴	۳۲۷۶۸	۶۵۵۳۶	۱۳۱۰۷۲	۲۶۲۱۴۴	۵۲۴۲۸۸	۱۰۴۸۵۷۶
۱	۲	۴	۸	۱۶	۳۲	۶۴	۱۲۸	۲۵۶	۵۱۲	۱۰۲۴	۲۰۴۸	۴۰۹۶	۸۱۹۲	۱۶۳۸۴	۳۲۷۶۸	۶۵۵۳۶	۱۳۱۰۷۲	۲۶۲۱۴۴	۵۲۴۲۸۸

تعداد ارقام

حاصل عبارت 4096×65536 را به صورت توان دار بنویسید.

تعداد رقم های 4^{10} را پیش بینی کنید. 4^{20} چند رقمی می شود؟ چرا؟

۸- جاهای خالی را کامل کنید. چه الگویی مشاهده می کنید؟ یک تساوی دیگر بنویسید.

$1^2 - 0^2 = 1^3$
 $2^2 - 1^2 = 2^3$
 $3^2 - 2^2 = 3^3$
 $4^2 - 3^2 = 4^3$
 $5^2 - 4^2 = 5^3$
 $6^2 - 5^2 = 6^3$
 $7^2 - 6^2 = 7^3$
 $8^2 - 7^2 = 8^3$
 $9^2 - 8^2 = 9^3$

۹- در جای خالی یکی از عمل های + یا - یا $\times$ یا $\div$ را قرار دهید تا تساوی برقرار باشد.

$2^0 \div 8 = 4$
 $3^2 + 7^2 = 58$
 $(-7)^2 + 8^2 = 3^2$
 $2^2 \div 16 = 2^0 + 3^1$

$$\left[\left(\frac{n(n+1)}{2} \right)^2 - \left(\frac{(n-1)n}{2} \right)^2 \right] = n^3$$

فرمول نهایی

$$(1+2+3+\dots+n)^2 - (0+1+2+3+\dots+(n-1))^2 = n^3$$

۱- یک شرکت برای محوطه سازی، سنگ های مرمر در اندازه های 25×50 سانتی متر خریداری کرده است. سنگ فروش در مجموع ۸۱ متر مربع سنگ به این شرکت فروخته است. ضلع بزرگ ترین مربعی که می توان با این سنگ ها ساخت چند متر است؟

۲- مساحت یک زمین بازی کودکان که به شکل مربع است، برابر ۱۴۴ متر مربع است. طول ضلع این مربع چند متر است؟

$$10 \times 10 = 100 \quad x \quad 12 \times 12 = 144 \quad \checkmark$$

$$11 \times 11 = 121 \quad x$$

۳- جدول زیر طول ضلع تعدادی مربع و مساحت آنها داده شده است. جاهای خالی را کامل کنید.

طول ضلع	۳	۴	$\frac{1}{5}$	$\frac{2}{5}$	۹	$\frac{7}{2}$	$\frac{11}{9}$	۲۰	$\frac{1}{9}$
مساحت مربع	۹	۱۶	$\frac{1}{25}$	$\frac{4}{25}$	۸۱	$\frac{49}{4}$	$\frac{121}{81}$	۴۰۰	$\frac{1}{81}$

۴- در الگوی عددی زیر آیا عدد ۱۵ قرار می گیرد؟ چرا؟ *خیر، مجذور هیچ عددی ۱۵ نمی شود*

$$1^2, 2^2, 3^2, 4^2, \dots, n^2$$

با کمک ماشین حساب، حدس و آزمایش عددی پیدا کنید که بتوان به جای x قرار داد. *وجود ندارد* $x^2 = 15$

در تساوی $9 = 3^2$ ، عدد ۹ را توان دوم یا مجذور عدد ۳ و عدد ۳ را نیز ریشه دوم یا جذر ۹ می نامند. آیا ۳- نیز

$$(-3) \times (-3) = 9 \quad \text{ریشه دوم ۹ است؟ چرا؟ بله}$$

پس ۲- هم جذر یا ریشه دوم عدد ۹ می باشد

جدول زیر را کامل کنید.

عدد	۹	۲۵	$\frac{1}{4}$	۴۹
ریشه دوم (جذر)	۳ و -۳	۵ و -۵	$\frac{1}{2}$ و $-\frac{1}{2}$	۷ و -۷
رابطه ریاضی	$(-3)^2 = 9$ $3^2 = 9$	$(-5)^2 = 25$ $5^2 = 25$	$(-\frac{1}{2})^2 = \frac{1}{4}$ $(\frac{1}{2})^2 = \frac{1}{4}$	$(-7)^2 = 49$ $7^2 = 49$

توان دوم یا مجذور عدد ۳ را با 3^2 و توان دوم یا مجذور عدد ۳- را با $(-3)^2$ نمایش می‌دهیم. برای نمایش ریشه دوم از نماد $\sqrt{\quad}$ (بخوانید رادیکال) استفاده می‌کنیم.

اصلاح شود

ریشه‌های دوم عدد ۹ را با $\sqrt{9}$ و $-\sqrt{9}$ نشان می‌دهیم. به عبارت دیگر $\sqrt{9} = 3$ و $-\sqrt{9} = -3$.

مثبت

۱- تساوی‌ها را کامل کنید.

$$\begin{array}{llll} \sqrt{16} = 4 & -\sqrt{16} = -4 & \sqrt{36} = 6 & -\sqrt{81} = -9 \\ \sqrt{\frac{1}{100}} = \frac{1}{10} & -\sqrt{\frac{9}{25}} = -\frac{3}{5} & \sqrt{49} = 7 & \sqrt{\frac{1}{81}} = \frac{1}{9} \end{array}$$

۲- کدام یک درست و کدام یک نادرست هستند؟ علت نادرستی را توضیح دهید.

$$\begin{array}{llll} \sqrt{25} = 5 & \sqrt{25} > 5 \times & \sqrt{25} = 5 \checkmark & \sqrt{25} = 5 \times 2 \times \\ \sqrt{25} = 5^2 \times & \sqrt{25} = -5 \times & -\sqrt{25} = -5 \checkmark & \sqrt{25} < 5 \times \end{array}$$

در این درس منظور از جذرها، جذر مثبت یا عدد است

تغییر

۱- مربع به مساحت‌های ۸، ۴ و ۹ سانتی متر مربع در شکل زیر نمایش داده شده است. طول ضلع‌های مربع‌ها نیز مشخص شده است. با کمک شکل عبارت را کامل کنید.



شکل اصلاح شود

$$\sqrt{4} < \sqrt{8} < \sqrt{9}$$

به نظر شما به کدام یک از این دو عدد نزدیک‌تر است؟

۲- به کمک روش فوق و با توجه به سطر اول جدول زیر، جذر تقریبی عددهای داده شده را به دست آورید و جدول را کامل کنید.

جذر تقریبی	مربع کامل بعدی	عدد	مربع کامل قبلی
$\sqrt{5}$ بین عددهای ۲ و ۳ است	۹	۵	۴
$\sqrt{17}$ بین دو عدد ۴ و ۵ است	۲۵	۱۷	۱۶
$\sqrt{41}$ بین عددهای ۶ و ۷ است	۴۹	۴۱	۳۶
$\sqrt{30}$ بین عددهای ۵ و ۶ است	۳۶	۳۰	۲۵

$\sqrt{28}$ به $5/3$ نزدیک تر است یا $5/2$

$$\sqrt{25} < \sqrt{28} < \sqrt{36} \Rightarrow 5 < \sqrt{28} < 6$$

۱- می خواهیم مقدار تقریبی $\sqrt{28}$ را به دست آوریم.

الف) $\sqrt{28}$ بین کدام دو عدد قرار دارد؟ چرا؟

ب) به کدام یک نزدیک تر است؟ چرا؟ عدد ۵ چون ۲۸ به ۲۵ نزدیک تر است

ج) با توجه به جدول زیر جای خالی را کامل کنید: $\sqrt{28} \approx 5/2$ حواشی در نظر گرفته شود با ماشین حساب مطابقت

اصلاح (نیازی نیست)

عدد	۵	۵/۱	۵/۲	۵/۳	۵/۴
مجدور	۲۵	۲۶/۰۱	۲۷/۰۴	۲۸/۰۹	۲۹/۱۶

با ماشین حساب انجام شود

۲- به همین روش مقدار تقریبی عددهای زیر را به دست آورید. راهبرد حدس و آزمایش

$$\sqrt{20} \approx$$

$$\sqrt{14} \approx$$

$$\sqrt{8} \approx$$

۱- چرا عددهای منفی جذر ندارند؟ یعنی عبارت مقابل بی معناست؟ $\sqrt{-25} = ?$

چون حاصل ضرب دو عدد مثبت و یا دو عدد منفی عددی مثبت است

۲- کدام یک درست و کدام یک نادرست اند؟

$$\sqrt{5} > 4 \quad \times$$

$$\sqrt{6} \text{ بین } 7 \text{ و } 5 \text{ است} \quad \times$$

$$\sqrt{15} < \sqrt{21} \quad \checkmark$$

$$\sqrt{12} < 4 \quad \checkmark$$

$$\sqrt{40} \text{ بین } 7 \text{ و } 5 \text{ است} \quad \checkmark$$

$$\sqrt{3} > 2 \quad \times$$

۳- به جای $\square$ در محور اعداد زیر یکی از عددهای $\sqrt{9}$ ، $-\sqrt{4}$ ، $\sqrt{1}$ ، $-\sqrt{4}$ ، $\sqrt{9}$ ، $-\sqrt{1}$ ، $\sqrt{4}$ و $-\sqrt{9}$ را قرار دهید.



۴- جاهای خالی را کامل کنید.

الف) ۷ و $-\sqrt{7}$ ریشه های هستند. ۴۹

ب) مجذور عدد صفر همان است.

ج) اگر عددی صفر نباشد، توان دوم آن همیشه است.

د) هر عدد مثبت دارای ریشه دوم است که یکی از آنها دیگری است.

۵- جذر تقریبی عددهای زیر را به دست آورید.

$$\sqrt{1000}$$

$$\sqrt{500}$$

$$\sqrt{300}$$

$$\sqrt{400}$$

اصلاح شود

جذر $\sqrt{81}$ برابر است با

۹ (۱) ۳ (۲)

-۳ (۳)

±۳ (۳)

در این فصل واژه‌های زیر به کار رفته‌اند. مطمئن شوید که می‌توانید با جملات خود آنها را تعریف کنید و برای هر کدام یک مثال بزنید.

• توان • پایه • مجذور • مکعب • جذر • جذر تقریبی

در این فصل روش‌های اصلی زیر مطرح شده‌اند. با یک مثال هر کدام را توضیح دهید و در دفتر خود یک خلاصه درس تهیه کنید.

- محاسبه عدد توان دار
- محاسبه یک عبارت توان دار با رعایت ترتیب
- محاسبه عبارت توان دار با پایه‌های منفی
- قانون ضرب با پایه‌های مساوی
- استفاده از قانون ضرب با پایه‌های مساوی در محاسبه
- قانون ضرب با توان‌های مساوی
- استفاده از قانون ضرب با پایه‌های مساوی در تجزیه عددها
- ساده کردن یک عبارت توان دار
- مفهوم جذر و ریشه
- پیدا کردن جذر یا ریشه عددهای مربع کامل و جذر تقریبی
- تاثیر پوانتز در محاسبه عبارت توان دار
- توان صفر
- مفهوم مجذور و مکعب

از این درس در ساده کردن عبارت‌های جبری و نوشتن رابطه‌های ریاضی در محاسبه سطح و حجم استفاده می‌کنیم.

در صورتی که تمرین‌های زیر را بتوانید انجام دهید، مطمئن می‌شوید که این فصل را به خوبی فرا گرفته‌اید.

۱- عبارت توان دار زیر را محاسبه کنید.

$$(2^2 + 0)^1 + 2^2 \times 3^2 - 1^2 = (1 + 0)^1 + 4 \times 9 - 1 = 1 + 36 - 1 = 40$$

۲- عبارت توان دار را تا حد امکان ساده کنید. **اصلاحی**

$$(0.25)^2 \times \left(\frac{1}{4}\right)^2 \times \frac{1}{4^5} = 225 \quad 4^2 \times 8^2 \times 6^2 \times 3^3 = 24 \times 24 = 24$$

۳- جذر تقریبی عدد ۳۲ را بنویسید.

$$\sqrt{32} \approx 5.6$$

۴- ریشه‌های عدد ۱۲۱ را بنویسید و تساوی‌های زیر را کامل کنید.

۱۱، -۱۱

$$\sqrt{49} = 7$$

$$-\sqrt{25} = -5$$

مقدار	۵	۵/۱	۵/۲	۵/۳	۵/۳	۵/۴	۵/۵	۵/۶	۵/۷
مقدور	۲۵	۲۴/۱	۲۷/۴	۲۸/۹	۲۸/۹	۲۹/۱۶	۳۰/۲۵	۳۱/۳۶	۳۲/۴۹

$$5 < \sqrt{32} < 6$$

① کم می شود $\frac{100}{100} a \times \frac{100}{100} a = \frac{96}{100} a^2 = 96\% S \Rightarrow 100\% - 96\% = 4\%$

$a = 30$ $\frac{20}{100} \times 30 = 6$ $S_1 = 900$ $S_2 = 24^2 = 576$
 $900 - 576 = 324$

دوش دوم: راهبرد مثال

$x \mid 324$
 $100 \mid 900$
 $\Rightarrow x = 34\%$

تمرین های دوره ای ۴

$a = 10 \rightarrow \frac{10}{100} \times 10 = 1$
 $S_1 = 100$ $S_2 = 94$
 $100 - 94 = 6$

$(+49) \times (-65) = +$
 $(+13) \times (-35) = +$

$(-4-3) \div (-7) =$

۱- حاصل عبارت ها را پیدا کنید.
 $(-24) \times (-35) = +$
 $(-21) \times (-20) = +$

$(7-18) \times (-2) =$

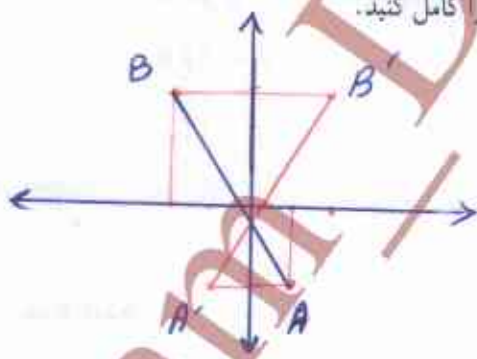
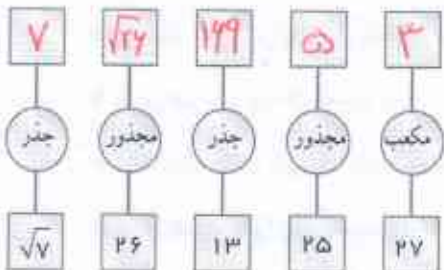
۲- مساحت مربعی به ضلع a برابر است با a^2 . اگر از ضلع مربع 20% کم کنیم. مساحت مربع چند درصد کم می شود؟

۳- الگوی زیر را توصیف کنید و چهار عدد بعدی آن را بنویسید.

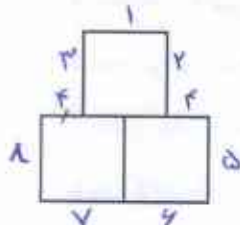
۵، ۲۵، ۱۲۵، ۶۲۵، ۳۱۲۵، ۱۵۶۲۵، ۷۸۱۲۵
 $\times 5 \quad \times 5 \quad \times 5$

توان های عدد ۵ است

۴- نمودارهای زیر را کامل کنید.



۵- مساحت شکل مقابل ۷۵ است. محیط شکل را پیدا کنید. (سه مربع مساوی هستند).



$75 \div 3 = 25$

$\sqrt{25} = 5$

$8 \times 5 = 40$

$12 - 4 = 8$

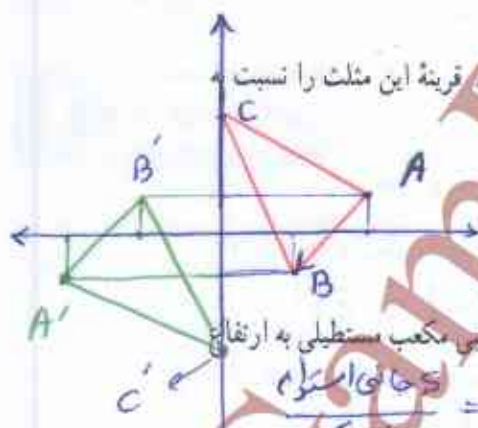
اضلاع مانده

۶- نقاط به مختصات $A = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} -2 \\ 3 \end{bmatrix}$ را پیدا کنید و پاره خط AB را رسم کنید. قرینه این پاره خط را نسبت

به محور عرض ها پیدا کنید و مختصات رأس های A' و B' را بنویسید.

۷- مختصات سه رأس مثلث ABC عبارت اند از $A = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}$ و $C = \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \end{bmatrix}$ قرینه این مثلث را نسبت

مبدأ مختصات پیدا کنید.



$AB = \begin{bmatrix} -2 \\ -2 \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -2 \\ -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \end{bmatrix}$

مختصات بردار AB را بنویسید.

جمع متناظر با بردار AC را بنویسید.

۸- مساحت جانبی استوانه ای به ارتفاع 10 و شعاع قاعده 3 بیشتر است یا مساحت جانبی مکعب مستطیلی به ارتفاع

$\frac{2 \times 3 \times 3 \times 14 \times 10}{4 \times 3 \times 10} = \frac{314}{2} > 1$

۱۰ که قاعده اش مربعی به ضلع 3 است؟

۹- آیا اگر هر عدد را به توان 2 برسانیم، از خودش بزرگ تر می شود؟ چرا؟

۱۰- حاصل ضرب های زیر را بنویسید.

$2x \times 3x = 6x^2$

$-4n^2 \times 7n = -28n^3$

$-5n \times n^2 \times 8n^3 = -40n^6$

$15 \rightarrow 15^2 = 225$

$15 > 225$

⑨ خیر

x	$x^2 - 3x$	تجزیه	x	$x^2 - 3x$	تجزیه
0	0	کم است	4	$16 - 12 = 4$	✓
1	$1 - 3 = -2$	"	-1	$1 + 3 = 4$	کم است
2	$4 - 6 = -2$	"	-2	$4 + 6 = 10$	"
3	$9 - 9 = 0$	"	-3	$9 + 9 = 18$	✓
4	$16 - 12 = 4$	"			
5	$25 - 15 = 10$	"			

$$2x \times 3x = 6x^2$$

$$-6x^2 \times 7x = -42x^3 \quad -4x \times x^2 \times 8x^2 = -32x^4$$

۱۱- عبارت های جبری زیر را ساده کنید.

$$2(x+1) - 2(1-x) = 4x$$

$$2(x-1) + 3x - 1 - x = 4x - 3$$

$$2(x^2y - xy^2) - 2(y^2x - yx^2) = 2x^2y - 2xy^2 - 2y^2x + 2yx^2 = 0$$

$$x^2 - 3x - 18 = 0 \Rightarrow (x-6)(x+3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=6 \\ x=-3 \end{cases}$$

۱۲- با راهبرد حدس و آزمایش پاسخ معادله $x^2 - 3x = 18$ را به دست آورید.
 ۱۳- قاعده یک منشور به صورت زیر است. اگر ارتفاع این منشور ۱۰ سانتی متر باشد، حجم و مساحت جانبی و مساحت کل آن را پیدا کنید.



پس حجم را هم می توانیم محاسبه کنیم

۱۴- عبارت توان دار زیر را تا حد امکان ساده کنید.

$$\left(-\frac{1}{2}\right)^2 \times \left(\frac{6}{5}\right)^3 \times \left(1\frac{1}{5}\right)^2 = \left(-\frac{1}{2}\right)^2 \times \left(\frac{6}{5}\right)^3 \times \left(\frac{6}{5}\right)^2$$

$$144 = 2 \times 3^2$$

۱۵- عدد ۱۴۴ را تجزیه کنید و به صورت توان دار بنویسید.

$$[24, 24] = 72$$

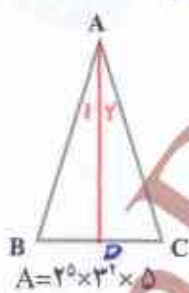
$$[12, 48] = 48$$

$$(24, 24) = 12$$

$$(12, 48) = 12$$

$$(50, 35) = 5 \quad [50, 35] = 350$$

۱۶- ب.م.م و ک.م.م عددهای زیر را پیدا کنید.
 ۱۷- مثلث ABC متساوی الساقین است. نیمساز زاویه A را رسم می کنیم. چرا این نیمساز ضلع BC را نصف می کند؟



$$\left. \begin{array}{l} A_1 = A_2 \text{ (تعیین نیمساز)} \\ AD = AD \\ AB = AC \text{ (فرض)} \end{array} \right\} \xRightarrow{\text{قضی فرضی}} \triangle ABD = \triangle ACD \Rightarrow BD = CD$$

۱۸- ب.م.م و ک.م.م دو عدد A و B را به دست آورید.

$$B = 2^2 \times 3^5 \times 7$$

$$(A, B) = 2^2 \times 3^2$$

$$[A, B] = 2^5 \times 3^5 \times 5 \times 7$$

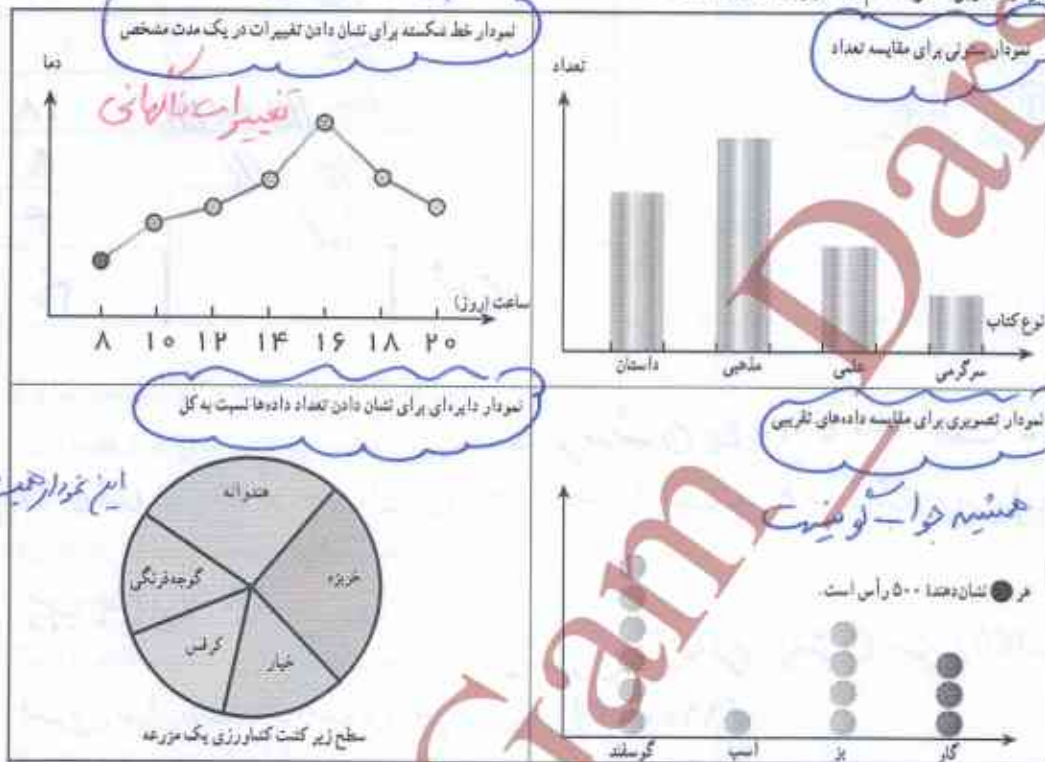
- کلاس ششم
- ۱- تعریف علم آمار
 - ۲- جدول داده‌ها
 - ۳- جوب خط
 - ۴- انواع نمودارها

دسته‌بندی داده‌ها

بررسی

علم آمار

در دوره دبستان با علم آمار که علم جمع‌آوری، سازمان‌دهی، تحلیل و تفسیر اطلاعات (داده‌ها) است، آشنا شدید. داده‌ها را با جوب خط سرشماری و در جدول سازماندهی کردید. سپس با توجه به موضوع و هدف آمارگیری نمودار آن اطلاعات را رسم کردید. در زیر ۲ نوع نمودار و کاربرد هر کدام یادآوری شده است:



نمودار میله‌ای

این نمودار همیشه جواگونی باشد

همیشه جواگونی نیست

اگر تعداد داده‌های جمع‌آوری شده زیاد باشند، بررسی آنها طولانی و غیرمفید می‌شود. به همین دلیل داده‌ها را دسته‌بندی می‌کنند و سازمان‌دهی جدیدی متناسب با آن موضوع آماری و برای کسب نتایج بهتر ارائه می‌کنند.

در زیر داده‌های جمع‌آوری شده در مورد اندازه قد ۴۰ نفر از مردان ساکن یک روستا بر حسب سانتی‌متر مشخص شده

است. ($n=40$)

۱۶۴	۱۶۸	۱۷۳	۱۸۵	۱۵۳	۱۷۴	۱۷۸	۱۹۲	۱۵۰	۱۷۵	۱۶۷	۱۸۴	۱۴۷	۱۸۱
۱۵۱	۱۶۲	۱۶۷	۱۷۳	۱۴۲	۱۶۳	۱۳۸	۱۶۵	۱۳۷	۱۷۱	۱۹۳	۱۶۸	۱۷۰	۱۳۰
۱۶۵	۱۸۳	۱۵۷	۱۷۹	۱۷۶	۱۶۹	۱۷۰	۲۰۵	۱۶۸	۱۷۳	۱۹۰	۱۴۳		Min

دامنه تغییرات = $Max - Min$

به فاصله بین این دو عدد دامنه تغییرات می‌گویند.

برای دسته‌بندی داده‌ها با فاصله مساوی، دامنه تغییرات را بر تعداد دسته‌ها تقسیم می‌کنیم تا طول دسته‌ها بدست آید.

دامنه تغییرات = $\frac{تعداد دسته‌ها}{طول هر دسته}$

در این فعالیت، چون می‌خواهیم ۵ دسته داشته باشیم، دامنه تغییرات را بر ۵ تقسیم می‌کنیم.

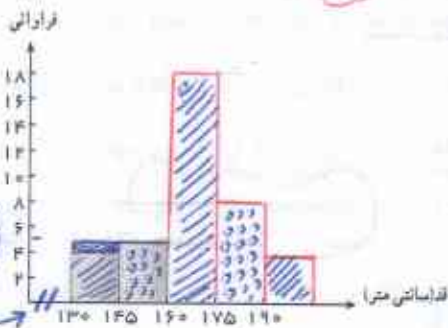
معنای $145 \leq x < 130$ را توضیح دهید. چه تفاوتی بین $<$ و $\leq$ وجود دارد؟

۱۲۰ داده‌هایی که بزرگ‌تر یا مساوی عدد ۱۳۰ است و کوچک‌تر از ۱۴۵ است

$\frac{۷۵}{۵} = ۱۵$

تغیلات

با توجه به حدود دسته ها، با استفاده از چوب خط تعداد داده های هر دسته را که به آن فراوانی می گویند، تعیین کنید.



فراوانی	چوب خط	حدود دسته ها
۵	###	$130 \leq x < 140$
۵	###	$140 \leq x < 150$
۱۸	#####	$150 \leq x < 160$
۸	####	$160 \leq x < 170$
۴	####	$170 \leq x < 180$
۳۰	جمع	

زمانی که داده ها پیوسته باشند در نمودار ستونی ها را هم می کشیم و نام نمودار، نمودار مستطیلی (هیستوگرام) است

- با توجه به فعالیت بالا به سوال های زیر پاسخ دهید.
- ۱- با توجه به اندازه ها معنای هر دسته را بنویسید.
 - ۲- قد اکثر افراد در چه محدوده ای است؟

- ۳- با توجه به نمودار متوجه چه چیزی می شوید؟
- ۴- فکر می کنید متوسط میانگین قد مردان این روستا در چه دسته ای قرار می گیرد؟

- ۵- دانستن این آمار، اطلاعات و نمودار چه کاربردی دارد؟

اگر فراوانی داده ها به صورتی باشد که نمودار (بلوکی) متقارن شود، میانگین داده ها در دسته وسط قرار می گیرد. یکی از ویژگی های خلقت و آفرینش این است که اگر پدیده های طبیعی مثل قد انسان ها، وزن آنها، هوش و استعداد، شدت بزرگی زلزله، طوفان و ... اندازه گیری کنند، پس از دسته بندی و پیدا کردن فراوانی دسته ها نمودار آن را رسم کنند مانند شکل متقارن زیر خواهد شد.

در اصطلاح می گویند داده ها به صورت طبیعی توزیع شده اند. برای مثال در مسئله بالا به همان تعداد مردان قد کوتاه، مردان قد بلند وجود دارد. به طور تقریبی به همان تعداد افرادی که قدشان کمتر از میانگین است افرادی وجود دارند که قد آنها بیشتر از میانگین است.

نمودار منحنی: هر یک از نمودارهای منحنی



۱- میانگین دمای هوا در روزهای مختلف یک منطقه به صورت زیر گزارش شده است:

+۲	+۲	+۴	+۵	+۶	۰	-۱	-۲	۰	-۳	-۷	-۲	-۱	۰
-۱	-۳	-۶	-۷	-۸	+۸	+۷	+۸	+۷	+۶	+۳	+۱	+۲	+۳
+۲	+۲	-۴	-۲	-۱	۰	-۵	-۳	۰	۰	+۱	+۱	+۲	+۶

جدول فراوانی داده‌ها را بر اساس سؤالات زیر مشخص و نمودار ستونی را رسم کنید.

● دامنه تغییرات چقدر است؟ $1 - (-8) = 9$ **دامنه تغییرات**

● داده‌ها را به چهار دسته تقسیم می‌کنیم، طول هر دسته چقدر است؟ $9 \div 4 = 2.25$ **طول هر دسته**

۲- نمرات درس ریاضی دانش‌آموزان یک کلاس به صورت زیر است. با توجه به دامنه تغییرات آنها را به ۵ دسته مساوی

دسته‌بندی کنید و پس از رسم جدول نمودار ستونی فراوانی هر دسته را رسم کنید. با توجه به نمودار وضعیت این کلاس را توصیف کنید.

۱۶	۱۸	۱۵	۹/۵	۱۲/۵	۱۳	۱۲	۱۳/۵	۱۴	۱۱	۱۳	۹	۸
۱۵	۱۴	۱۹	۱۸/۵	۱۷	۱۵/۵	۱۶/۵	۱۱	۸/۵	۷	۵	۱۳	۱۵
۱۴	۱۰/۵	۱۱/۵	۱۵	۱۸	۱۷	۱۲	۶	۱۲/۵	۲۰	۲۰	۱۲	۱۵

۳- در یک کارگاه تولید لامپ، ۳۰ لامپ به صورت تصادفی انتخاب و طول عمر آنها بر حسب ساعت اندازه‌گیری شده

است. داده‌ها را به ۵ دسته با فاصله ۵ ساعت تقسیم کنید و جدول فراوانی و نمودار ستونی آن را رسم کنید.

۱۵۶	۱۵۹	۱۶۵	۱۶۳	۱۶۱	۱۵۷	۱۵۴	۱۵۷	۱۶۸	۱۷۲	۱۶۳	۱۵۸	۱۵۷	۱۶۱	۱۷۱
۱۶۳	۱۶۸	۱۶۷	۱۵۹	۱۵۷	۱۵۳	۱۵۸	۱۵۷	۱۶۹	۱۷۰	۱۵۳	۱۶۹	۱۵۸	۱۶۵	۱۵۶

۴- از دانش‌آموزان یک کلاس مدت زمانی که طول می‌کشد تا از خانه به مدرسه بروند، سؤال شده و پس از دسته‌بندی

داده‌ها نمودار ستونی مقابل رسم شده است. چند دانش‌آموز بیشتر از ۱۰ دقیقه طول می‌کشد تا از خانه به مدرسه بروند؟ این



کلاس چند دانش‌آموز دارد؟ **۴ نفر**

۵- نمودار نمرات یک کلاس به صورت زیر است.

این کلاس چند دانش‌آموز دارد؟ $2 + 12 + 14 = 28$ **۳ نفر**

آیا این دسته‌بندی مناسب است؟ چرا؟ **بله**

آیا این کلاس وضعیت خوبی دارد؟ چرا؟ **بله**

چون بیشترین فراوانی

۱۲۲

در دسته ۱۴-۲۰ قرار دارد

$$\frac{20 - 5}{5} = 3 \text{ طول هر دسته}$$

۱- نمرات ریاضی یک دانش آموز: ۱۲، ۱۸، ۱۵، ۱۷، ۱۹ است. میانگین نمرات او را حساب کنید.

$$\text{میانگین} = \frac{\text{مجموع داده‌ها}}{\text{تعداد داده‌ها}} = \bar{X} = \frac{S}{n}$$

اضافه شود، میانگین جدید را پیدا کنید.

$$18V,0 \div 9 = 14,3A$$

آیا می‌توان میانگین دو نمره ۱۵ و ۱۷ را پیدا کرد (۱۶ می‌شود) و سپس میانگین ۱۶ و ۱۶/۵ را حساب کرد؟ چرا؟

میانگین معایرت $\frac{15+17}{2} = 16$

$$\frac{14 + 14,0}{2} = 14,0$$

$$14,20 \neq 14,38$$

۳- نمرات یک دانش آموز به صورت زیر است:

10/0 19 10 17 19 18/0 19 19/0 17/0

میانگین نمرات او را پیدا کنید. چند نمره بالاتر از میانگین و چند نمره پایین تر از میانگین قرار می گیرند؟ آیا این دو تعداد ۴ نمره بالاتر

مساوی است؟ بله $\bar{X} = \frac{15,0 + 14 + 13 + \dots + 12,0}{9} = \frac{149}{9} \approx 16,5$ میانگین و ۴ نفر پایین تر

اختلاف نمرات بالای میانگین را با آن حساب کنید. حاصل جمع آنها را پیدا کنید. به همین ترتیب مجموع اختلاف نمرات

باین تراز میانگین را هم پیدا کنید. نتایج بالا را با هم مقایسه کنید.

$\frac{1}{2}K$ $\frac{1}{2}K$

$$y_{\Delta+1} + y_{\Delta} + y_0 = y$$

$$9/5 + 1 + 1/5 + 1/5 = 5/5$$

اگر مقدار داده‌ها زیاد باشند و داده‌ها دسته‌بندی شده باشند، می‌توان میانگین داده‌ها را با تقریب بسیار

خوب به دست آورد.

۱- با کمک ماشین حساب میانگین قد = ۳ نفر را که در درس قبل مطرح شده بود، پیدا کنید.

$$\frac{13. + 180}{2} = 134.5$$
[illegible]

۴- چرا در عدد های بالا ۲ تا ۱۹۷/۵ وجود دارد؟ چون تعداد دایره های این دستگاه ۴ تا بود

۵- با توجه به عددهای بالا میانگین عدد جدید را پیدا کنید.

چگونه برای این کار از ضرب استفاده می‌کنید و این ضرب‌ها چه رابطه‌ای با فراوانی جدول دارد؟

۶- میانگین به دست آمده را با میانگین واقعی که با ماهیچ حساب پیدا کردید، مقایسه کنید. مقدار خطای این روش

$147,170 - 147,470 = 9\%$ چقدر است؟

با توجه به فعالیت بالا با کامل کردن جدول زیر میانگین داده‌ها را دوباره محاسبه کنید.

$$\text{میانگین} = \frac{4710}{F_2} = \frac{147,170}{F_2}$$

- ۱- میانگین دمای هوا، میانگین نمرات ریاضی کلاس، میانگین ساعات عمر لامپ مربوط به تمرین های قبل را پیدا کنید. از جدول فراوانی استفاده کنید.
- ۲- جدول زیر را کامل و میانگین را حساب کنید.

دسته ها	خط نشان	فراوانی	متوسط دسته	متوسط $\times$ فراوانی
$0 \leq x < 4$		4	2	8
$4 \leq x < 8$		4	6	24
$8 \leq x < 12$		8	10	80
$12 \leq x < 16$		17	14	238
$16 \leq x < 20$		9	18	162
جمع		44		512

۳- میانگین نمرات زیر را به دست آورید. چه رابطه ای بین این عددها وجود دارد؟ فاصله هر عدد تا میانگین چقدر است؟

۱۱ ۱۲ ۱۲ ۱۳ ۱۳ ۱۳ ۱۴ ۱۴ ۱۵

$$\bar{x} = \frac{117}{9} = 13$$

$$\frac{11+15}{2} = \frac{26}{2} = 13$$

با توجه به رابطه ای که پیدا کرده اید، میانگین عددهای زیر را به دست آورید.

۱۷ ۱۴ ۱۱ ۱۵ ۱۳ ۱۸ ۱۷ ۱۳ ۱۶

$$\bar{x} = \frac{130}{9} = 15$$

$$\frac{17+13}{2} = 15$$

۴- میانگین نمرات ریاضی دانش آموزان یک کلاس که ۳۰ دانش آموز دارد، ۱۷/۲۵ شده است. یکی از دانش آموزان نمره اش



خیلی کم است و در این امتحان نمره ۳/۵ گرفته است؛ در حالی که بقیه دانش آموزان نمره بالای

۱۵ گرفته اند. اگر این دانش آموز را از کلاس کنار بگذاریم، معدل کلاس چند می شود؟ از این

$$\frac{17 \times 25 - 3.5}{29} = \frac{517.5 - 3.5}{29} = \frac{514}{29} = 17.72$$

سؤال چه نتیجه ای می گیرید؟ حالا فرض کنید همه دانش آموزان کلاس نمره کمتر از ۱۴ گرفته اند و معدل کلاس ۳۰

نفره ۱۰/۲۵ شده است. به جز یک دانش آموز که نمره ۲۰ گرفته است. اگر این دانش آموز را

$$\frac{30 \times 10.25 - 20}{29} = \frac{307.5 - 20}{29} = \frac{287.5}{29} \approx 9.9$$

نتیجه می گیریم نمرات بالا و پایین تاثیر زیادی روی میانگین دارند



۱- در یک کیسه ۵ مهره قرمز، ۳ مهره سفید و ۸ مهره آبی وجود دارد. اگر بدون نگاه کردن به داخل کیسه یک مهره را در بیاریم، چه رنگی خواهد داشت؟ چرا؟
 زیرا از مهره رنگ قرمز در کیسه داریم و ما نگاه نمی کنیم

اولین مهره ای که از کیسه در آوردیم، به رنگ آبی بود. آن را داخل کیسه می گذاریم و دوباره یک مهره را بیرون می آوریم. این بار احتمال اینکه دوباره آبی بیاید بیشتر است یا اینکه قرمز بیاید؟ چرا؟ آبی، چون تعداد مهره های آبی بیشتر است

۲- یک سکه را یک بار می اندازیم، چند حالت ممکن است اتفاق بیفتد؟ دو حالت، پشت یا رو
 «اگر بار اول سکه رو آمد، بار دوم حتماً پشت می آید.» آیا این جمله درست است؟ چرا؟ خیر
 زیرا در بار دوم هم شانس رو یا پشت آمدن یکی است

«امروز هوا ابری است، احتمال دارد باران بیاید.» شانس آوردم همه سوال های امتحان را قبل از آزمون خوانده بودم.
 از این جملات روزانه زیاد استفاده می کنیم. کلماتی مثل احتمال، شانس، بخت و اقبال به صورت های مختلف در زندگی روزمره ما به کار می روند. شما هم چند مثال بیاورید. بیرون آوردن مهره از داخل کیسه، رو یا پشت آمدن سکه یک پیشامد تصادفی یا اتفاقی است چون ما در نتیجه آنها نقشی نداریم. وقتی یک سکه را می اندازید، تعداد پیشامدهای ممکن ۲ است و بالاخره یکی از آن دو اتفاق می افتد. شانس را بر تاپ می کنیم، احتمال اینکه شانس بیاورم.

آلردر قرعه کشی برنده شوم، ما شانس می خورم

۱- در هر یک از موارد زیر یک پیشامد توصیف شده است. مشخص کنید چه امکانی برای وقوع (اتفاق افتادن) دارد.

احتمال دارد

قطعاً اتفاق می افتد

امکان ندارد

☐	☒	☐
☐	☐	☐
☐	☐	☐
☐	☐	☒
☐	☐	☐
☐	☐	☐
☐	☐	☐
☒	☐	☐

- یک انسان بدون داشتن قلب و مغز زندگی نمی کند. قطعاً است
- هوا سرد است و از ایرهای خاکستری یکدست پوشیده شده است؛ پس برف می آید. احتمال دارد
- یک سکه را انداختیم، رو می آید. احتمال دارد
- ظرفیت یک ماشین سواری ۵ نفر است. قطعاً است (نظر طراح نشاء)
- من درس هایم را خوانده ام و برای امتحان کاملاً آماده ام؛ پس امتحان ریاضی را ۲۰ می شوم.
- فصل بهار است، هوا کمی ابری است ولی احتمال دارد باران بیاید.
- در یک کیسه ۴ مهره آبی و سفید است. احتمال اینکه یک مهره به رنگ قرمز دربیاید.

امکان ندارد



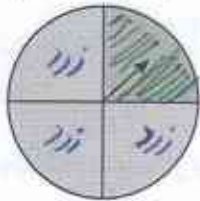
۱- در هر یک از مثال های زیر تمام حالت های ممکن را بنویسید.

• انداختن یک سکه : رو - پشت

• انداختن یک تاس : ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶

• حالت هایی که برای روشنایی یک لامپ برق اتفاق می افتد : روشن - خاموش

• در داخل یک کیسه مهره های سبز، زرد و آبی به تعداد مساوی وجود دارد. حالت های ممکن برای یک مهره که از



کیسه بیرون می آید : سه حالت (سبز، زرد، آبی)

• رنگی که عقربه پس از چرخیدن و ایستادن روی آن می ایستد. سبز - زرد

۲- وقتی دو تاس را بیندازیم، برای مثال ممکن است ۳ و ۵ بیاید. این حالت را به صورت (۳، ۵) و اگر ۵ و ۳ بیاید را با

(۵، ۳) نشان می دهیم. تمام پیشامدهای ممکن پس از انداختن دو تاس را بنویسید.

از چه راهبردی برای حل این مسئله استفاده می کنید؟ آگوسازی

چرا از این راهبرد استفاده کردید؟ تکراری نویسیم و جانبداریم

۳- وقتی حمید می خواهد از مدرسه به خانه برگردد، چندین راه مختلف برای او وجود دارد. برای سادگی کار نام

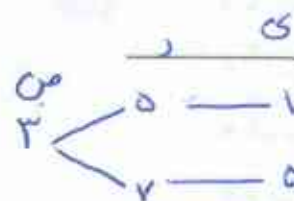
کوچه ها و خیابان ها را با حروف بیان می کنیم. حمید از مدرسه که خارج شود، می تواند از خیابان a یا b حرکت کند. اگر از

خیابان a برود، از ۳ کوچه c و d و e می تواند به خانه برسد. و اگر از راه b برود، باید از یکی از کوچه های f و g برود تا به خانه

برسد. تمام حالت های ممکن برای رفتن از مدرسه به خانه را با کامل کردن شکل زیر بنویسید. چند حالت ممکن است اتفاق



بیفتند؟ حالت



تمام حالات ممکن را برای هر یک از موارد زیر پیدا کنید.

• اعداد سه رقمی که در آنها رقم های ۷ و ۵ و ۳ به کار رفته است (بدون رقم تکراری).

$$3 \times 2 \times 1 = 6$$

• حالت های مختلف برای اینکه از داخل کیسه ای که حاوی ۳ مهره به رنگ های آبی و قرمز و سبز، مهره ای خارج کنیم.

(یک یا دو یا سه مهره می توانیم خارج کنیم.)

۱ مهره → ۳ حالت (آبی، قرمز یا سبز)

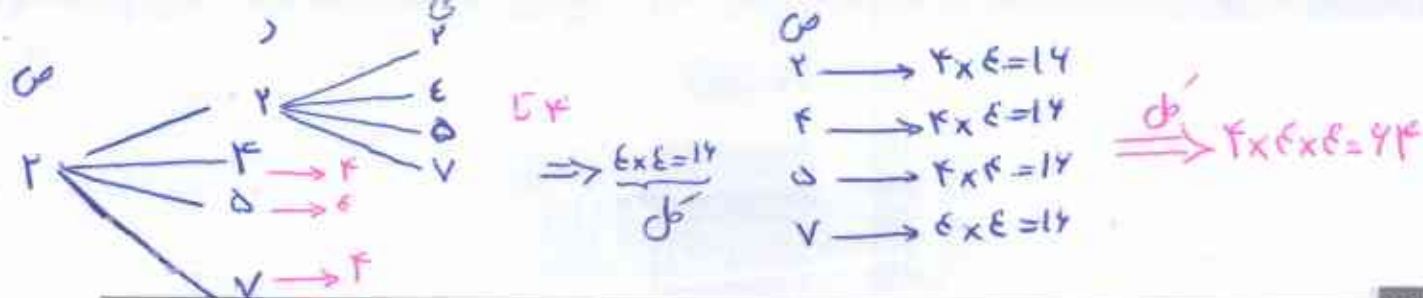
۲ مهره → ۳ حالت

۳ مهره → ۱ حالت

۱۲۷

• حالت های ممکن از پرتاب یک سکه و یک تاس.

تاس	سکه
۱	س
۲	س
۳	س
۴	س
۵	س



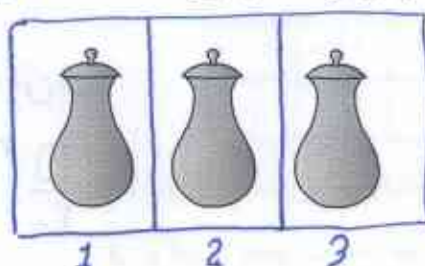
۱- تعداد عددهای ۳ رقمی را که با رقم‌های ۲، ۵، ۷، ۴ می‌توان ساخت، پیدا کنید. اگر هر عدد رقم تکراری نداشته

باشد، چه کسری از این عددها زوج هستند؟

۲- تعداد کلمات دو حرفی را که با سه حرف a، b، c می‌توان ساخت، پیدا کنید. *یکبار از*

۳- یک ماشین ۴ چرخ و یک چرخ اضافه (زایاس) دارد. به چند حالت ممکن است که این چرخ‌ها پنجر باشند؟ *۵ حالت*

۴- در سه ظرف زیر شکر، نمک و جای قرار دارد. به چه حالت می‌توان این سه ظرف را در این سه مکان قرار داد؟ *اصلاح شود*



۱	۲	۳
ش	ن	ج
ش	ج	ن
ن	ش	ج
ن	ج	ش
ج	ش	ن
ج	ن	ش

۱	۲	۳
ش	ن	ج
ش	ج	ن
ن	ش	ج
ن	ج	ش
ج	ش	ن
ج	ن	ش

۶ حالت می‌توان
جای دار

۵- به چند حالت می‌توان کره، مربا، پنیر و گردو را در ۴ قسمت ظرف مقابل قرار داد؟



$$(4-1)! = 3! = 6$$

$$\frac{4 \times 3 \times 2 \times 1}{4} = 6$$

هر حالت ۴ بار
تکرار می‌شود



۶- اگر یک سکه را بیندازیم، یا پشت بارو می‌آید. در چهار پرتاب متوالی یک سکه، هر ۴ بار رو آمده است. فکر

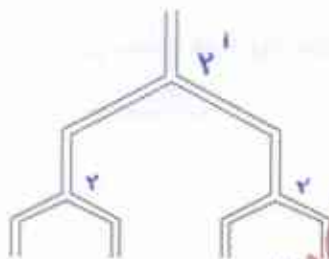
می‌کنید اگر بار پنجم سکه را بیندازیم چه می‌آید؟ چرا؟ *بار رو یا پشت*

الف) این بار حتماً پشت می‌آید. *نادرست* ب) این بار هم رو می‌آید. *نامناسب* ج) احتمال رو یا پشت آمدن مساوی

است. *درست* زیرا برای بار پنجم نیز برای هر دو حالت سانس مساوی داریم

۷- لوله‌های انشعاب آب به هر قسمت که برسند، دو شاخه می‌شوند پس از طی کردن ۵ قسمت چند خروجی خواهیم

داشت؟ با عدد توان‌دار نشان دهید.



$$2^5 = 32$$

$$1 \times 12 = 12$$

$$4 \times 3 = 12$$

$$2 \times 4 = 8$$

$$3 \times 2 = 6$$

$$3 \times 4 = 12$$

$$12 \times 1 = 12$$

۸- ۱۲ مهره داریم. به چند صورت می‌توان این ۱۲ مهره را به دسته‌های مساوی تقسیم کرد؟ *۶ حالت*

به چند حالت می‌توان به دو دسته تقسیم کرد؟ *۶ حالت* $(1,11), (2,10), (3,9), (4,8), (5,7), (6,6)$

۸ مهره را به چند صورت می‌توان به سه دسته تقسیم کرد؟

(همراه با نظم و ترتیب فکر کنید و با راهبرد الگوسازی تمام حالت‌های ممکن را به دست آورید. هیچ دسته‌ای نمی‌تواند ۰ تا

مهره داشته باشد.)

۱۲۸



۱- در داخل یک کیسه ۳ مهره آبی و ۲ مهره قرمز قرار دهید (می توانید از نخود و لوبیا استفاده کنید). بدون نگاه کردن به داخل کیسه یک مهره خارج و رنگ آن را در جدول زیر یادداشت کنید. مهره را سر جایش بگذارید و این آزمایش را ۲۰ بار تکرار کنید.

آزمایش	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰
رنگ																				

آزمایش شود
۲۰

چه کسری از آزمایش ها به رنگ آبی درآمد؟ چه کسری از مهره ها به رنگ آبی است؟ هر دو کسر را به صورت عدد اعشاری بنویسید و با هم مقایسه کنید.

قرمز
آبی

هر ۵ دانش آموز نتایج آزمایش های خود را با هم جمع کنند. از مجموع ۱۰۰ بار چند بار آبی و چند بار قرمز است؟

اکنون بنویسید چه کسری از آزمایش ها به رنگ آبی درآمد؟ چه کسری از مهره ها به رنگ آبی است؟

آبی
۳
۵

۱۰۰

حالا دو کسر را مقایسه کنید. آیا به هم نزدیک شده اند؟ بله

اگر آزمایش ۱۰۰ دانش آموز (یعنی ۲۰۰ بار) را بنویسید، آیا این کسرها به هم نزدیک تر می شوند؟ بله

وقتی بخواهیم از داخل کیسه بالا یک مهره خارج کنیم، از چند مهره می توانیم یکی را انتخاب کنیم؟ ۵ مهره

چند تا از آن مهره ها آبی است؟ ۳ چه کسری از مهره ها آبی است؟ ۳

هر چه قدر تعداد آزمایش ها بیشتر شود، جواب به ۳/۵ نزدیک تر می شود



۲- یک صفحه چرخنده به شکل مقابل است. هر بار صفحه را عقربه را می چرخانیم و پس

از ایستادن عقربه روی یکی از رنگ ها قرار می گیرد. این آزمایش را ۲۰ بار انجام دهید و نتیجه را یادداشت کنید.

آزمایش	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰
رنگ																				

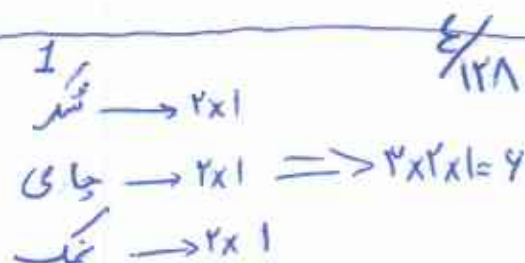
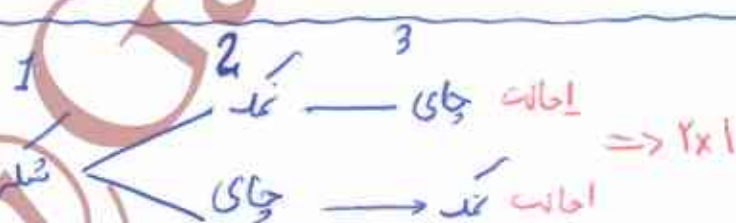
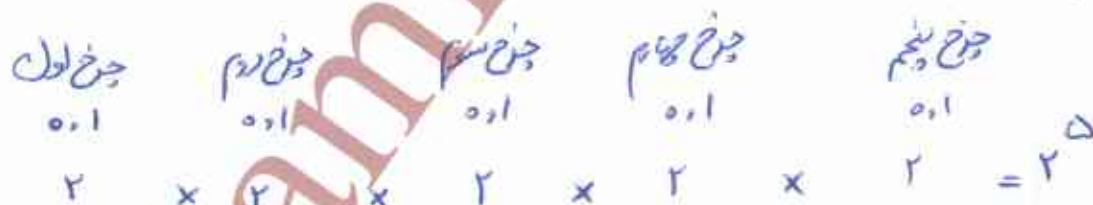
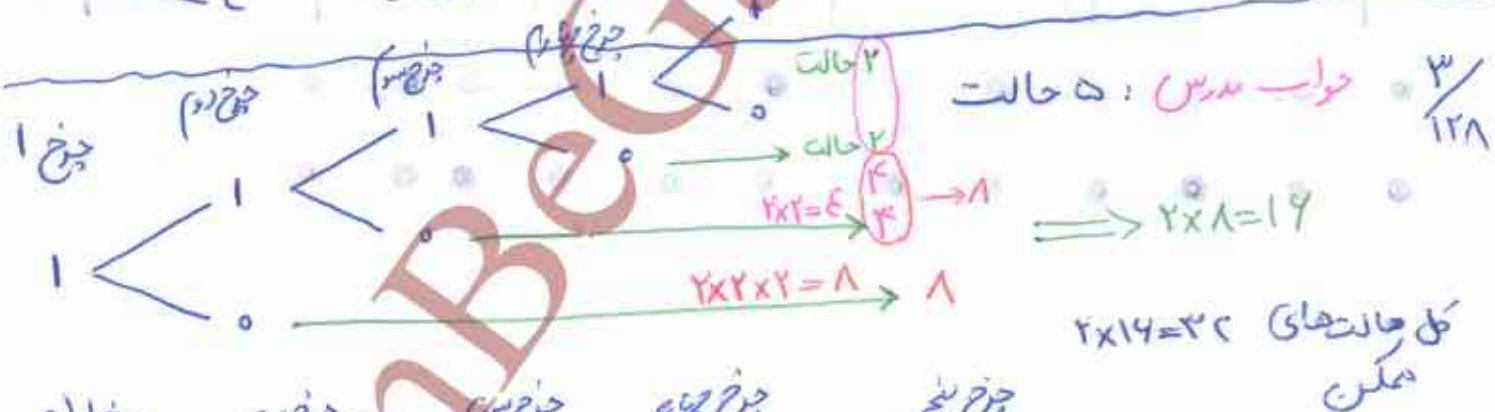
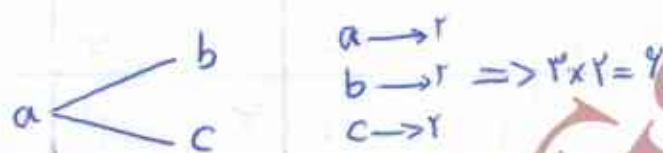
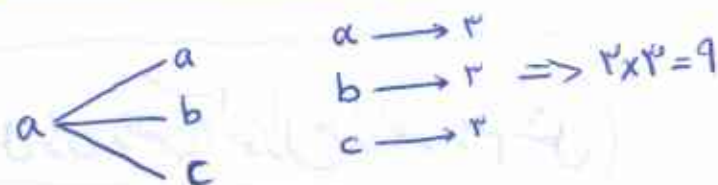
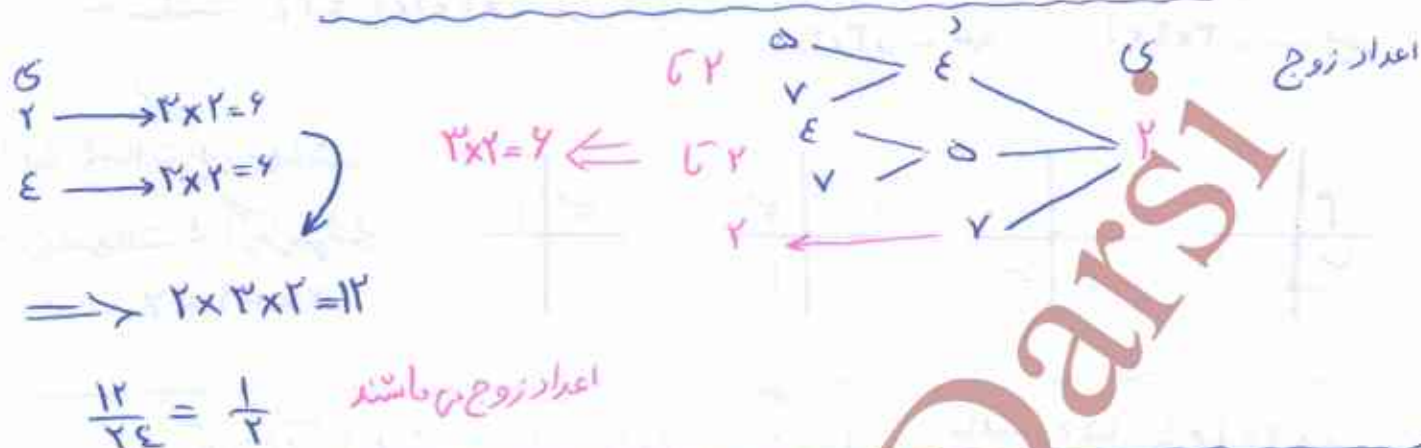
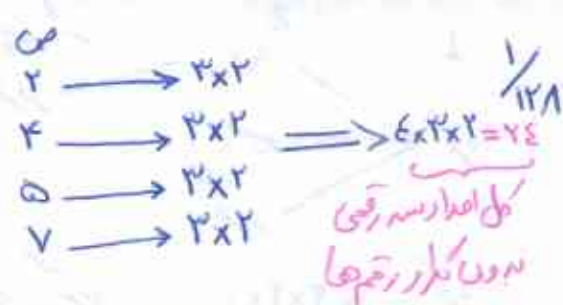
۵ نفر نتایج خود را با هم جمع کنند. تعداد نتیجه آزمایش به رنگ سبز: قرمز: آبی:

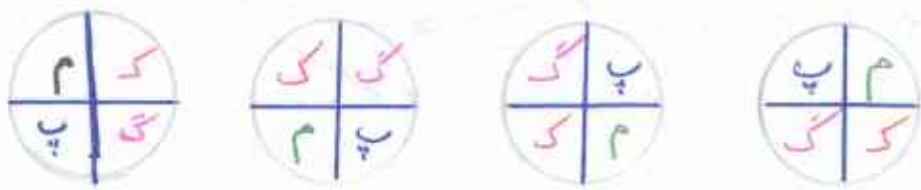
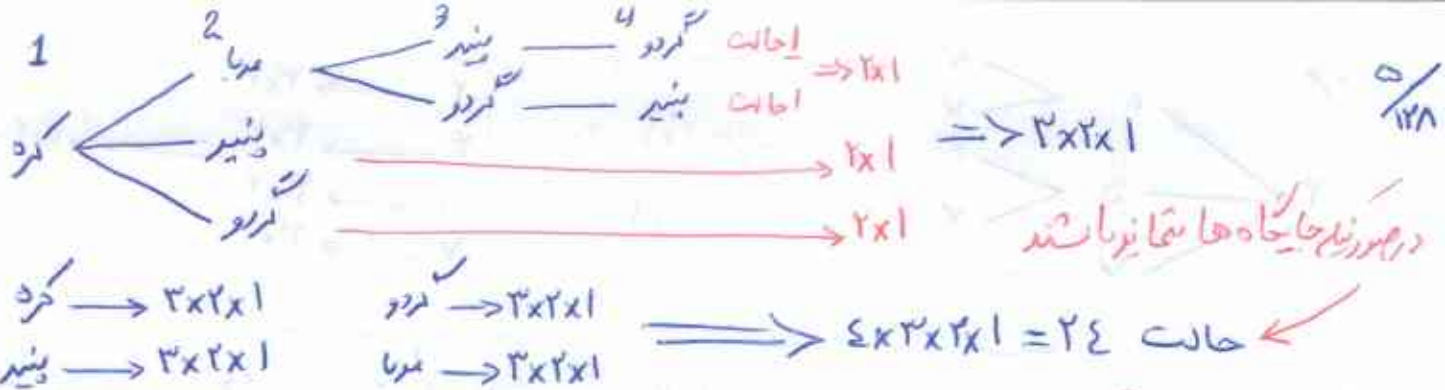
تعداد سبز

۱۲۹ ۱۵۵

چه کسری از شکل به رنگ سبز است؟ ۱/۶ چه کسری از آزمایش ها به رنگ سبز درآمد؟

آیا این دو کسر به هم نزدیک شده اند؟ بله



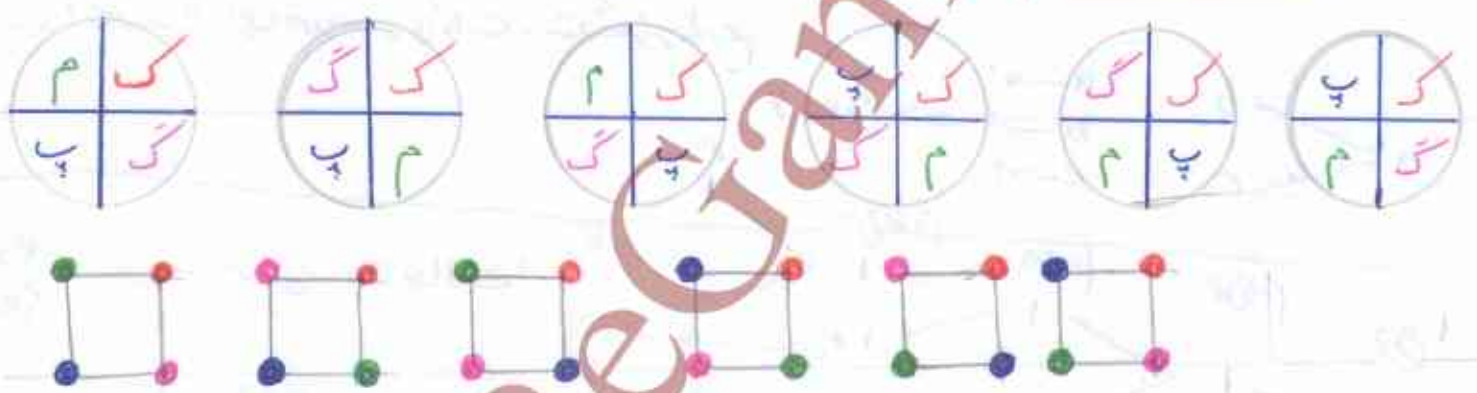


این ۴ حالت یکی می باشند
سین هر حالت ۴ بار تکرار می شود
 $24 \div 4 = 6$

حالت $4 \times 4 \times 4 \times 4 = 256$

در هر رنگ ما در جایگذاری آزاد داریم و می توانیم تکراری نیز استفاده کنیم

راه حل برای دانش آموزان (راهنما در رسم شکل)



در ریاضی احتمال اتفاق افتادن یک پیشامد برابر است با نسبت تعداد اتفاق افتادن آن پیشامد به تمام حالت‌های ممکن برای اتفاق افتادن آن پیشامد. احتمال اتفاق افتادن پیشامد a را با P_a ، تعداد حالت‌های ممکن بر اتفاق افتادن پیشامد

$$P_a = \frac{n(a)}{n(s)} \quad \text{پس: } n(s) \text{ نمایش می‌دهیم.}$$

۱- وقتی یک سکه را می‌اندازیم، احتمال رو آمدن آن $\frac{1}{2}$ و احتمال پشت آمدن آن $\frac{1}{2}$ است. وقتی یک تاس را می‌اندازیم احتمال این که عدد ۱ بیاید $\frac{1}{6}$ ، عدد ۲ بیاید $\frac{1}{6}$ و عدد ۶ بیاید $\frac{1}{6}$ است.

۲- وقتی یک تاس را می‌اندازیم احتمال این که عدد زوج بیاید، چند است؟ $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$
چون ۲، ۴ یا ۶ اعداد زوج هستند.

چون تاس می‌تواند ۱ یا ۲ یا ۳ یا ۴ یا ۵ یا ۶ بیاید.

$$P = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

پس:

۳- چرا احتمال وقوع یک پیشامد عددی بین ۰ و ۱ است؟ زیرا اگر اتفاق نیفتد برابر صفر است

و اگر صد درصد اتفاق بیفتد احتمال آن برابر ۱ است

پس احتمال وقوع یک پیشامد عددی بین صفر و یک است

در هر یک از موارد زیر احتمال وقوع هر پیشامد را بنویسید و احتمال‌ها را با هم جمع کنید.

$$\begin{aligned} \text{احتمال رو آمدن} &= \frac{1}{2} \\ \text{احتمال پشت آمدن} &= \frac{1}{2} \end{aligned} \quad \rightarrow \quad \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$$

$$\text{ایستادن عقربه روی یک رنگ:} \quad \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{6}{6} = 1$$

ایستادن عقربه روی یک رنگ



$$\text{احتمال رنگ سبز} = \frac{1}{6}$$

$$\text{احتمال رنگ قرمز} = \frac{1}{6}$$

$$\text{احتمال رنگ آبی} = \frac{2}{6}$$

$$\rightarrow \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{2}{6} = 1$$

چه نتیجه‌ای از این فعالیت می‌گیرید؟

مجموع احتمال‌های وقوع تمام پیشامدها برابر ۱ می‌شود

۱- دو هدف تیراندازی به شکل مقابل است. احتمال اینکه تیر در قسمت

آبی بخورد، در کدام هدف بیشتر است؟ چرا؟

در هدف سمت راست احتمال تیر در قسمت آبی بخورد بیشتر است زیرا $\frac{1}{3} > \frac{1}{6}$

۲- در هر کدام از کیسه‌های مقابل فقط یک مهره سیاه هست و بقیه

سفیدند. اگر یک مهره از هر کیسه برداشته شود، احتمال اینکه سیاه باشد در

کدام یک بیشتر است؟ چرا؟ در کیسه اول که ۱ مهره دارد احتمال

بیشتری دارد چون $\frac{1}{10} > \frac{1}{100} > \frac{1}{1000}$

۳- یک صفحه چرخنده به صورت مقابل است. اگر آن را ۱۰۰۰ بار

بچرخانیم، به احتمال زیاد چند بار روی رنگ سبز قرار می‌گیرد؟ چرا؟ ۲۵۰ بار زیرا $\frac{1}{4}$ شکل

سبز رنگ است برای بد دور $\frac{1}{4}$

۴- نه مهره را که روی آنها عددهای ۱ تا ۹ نوشته شده است، در کیسه ریخته‌ایم. مریم یک مهره را از کیسه بیرون

می‌آورد. احتمال این که مهره خارج شده زوج باشد چقدر است؟ $\frac{4}{9}$

احتمال این که مهره خارج شده مضرب ۳ باشد، چقدر است؟ $\frac{3}{9} = \frac{1}{3}$

۵- در یک کیسه تعدادی مهره است. $\frac{1}{6}$ آنها سبز، $\frac{1}{12}$ آنها زرد، $\frac{1}{4}$ آنها سفید و $\frac{1}{3}$ آنها آبی هستند. اگر فردی بدون

نگاه کردن به داخل کیسه مهره‌ای را بیرون بیاورد، احتمال بیرون آمدن کدام رنگ بیشتر است؟ چرا؟ سفید $\frac{1}{3} > \frac{1}{4} > \frac{1}{6} > \frac{1}{12}$

۶- دانشگاهی ۱۲۰۰ دانشجو دارد (دختر و پسر). یک نمونه ۱۰۰ نفری از دانشجویان این دانشگاه به طور تصادفی

انتخاب می‌شوند. در این نمونه ۴۵ دانشجوی پسر وجود دارد. به احتمال زیاد تعداد دانشجویان پسر این دانشگاه چند نفر

است؟ $\frac{45}{120} = \frac{x}{100} \Rightarrow x = 540$ پسر

۷- از یک بسته که ۳۰۰ لامپ در آن است، ۱۰۰ لامپ به طور تصادفی برای آزمایش خارج می‌کنیم. اگر ۵ لامپ از

این تعداد سوخته باشد، احتمالاً چند لامپ سوخته در کل بسته وجود دارد؟ $\frac{100}{300} = \frac{5}{x} \Rightarrow x = 15$

۸- یک سکه و یک تاس را با هم انداخته‌ایم. احتمال اینکه سکه رو و تاس عدد فرد را نشان دهد، چقدر است؟

۹- در یک کیسه ۱۰ لوبیای قرمز، ۵ لوبیای سفید و ۵ لوبیای جیتی قرار دارد. اگر یک دانه را از کیسه بیرون بیاوریم،

احتمال این که لوبیا جیتی باشد، چقدر است؟

$$\frac{5}{12} = \frac{1}{x}$$

$$\frac{5}{12} = \frac{1}{x} \Rightarrow x = \frac{12}{5}$$

$$2 \times 2 = 4$$

در این فصل واژه‌های زیر به کار رفته‌اند. مطمئن شوید که می‌توانید با جملات خود آنها را تعریف کنید و برای هر کدام یک مثال بزنید:

- آمار • داده • دامنه تغییرات • حدود دسته • متوسط دسته • فراوانی
- در این فصل روش اصلی زیر مطرح شده‌اند. با یک مثال هر کدام را توضیح دهید و در دفتر خود یک خلاصه درس تهیه کنید.
- دانشتن کاربرد هر یک از نمودارها • پیدا کردن فراوانی تعدادی داده‌ها پس از دسته‌بندی کردن آنها
- رسم نمودار بلوکی • درک مفهوم توزیع نرمال یا طبیعی داده‌ها در یک پدیده طبیعی
- پیدا کردن میانگین چند عدد • پیدا کردن میانگین داده‌ها پس از دسته‌بندی آنها
- درک مفهوم پیشامد • نوشتن تمام پیشامدهای ممکن
- درک مفهوم احتمال اتفاق افتادن یک پیشامد • پیدا کردن تمام حالت‌های ممکن برای وقوع یک پیشامد
- احتمال ریاضی یک پیشامد • پیدا کردن احتمال یک پیشامد با نوشتن رابطه آن
- احتمال یک پیشامد عددی بین ۰ و ۱ است. • مجموع احتمال‌ها برابر ۱ می‌شود.

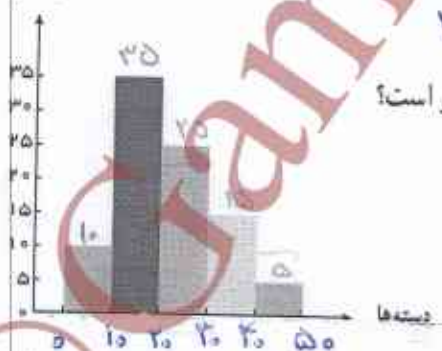
درس آمار و احتمال در زندگی روزمره کاربرد وسیعی دارد. به کمک کارهای آماری و با درک مفهوم احتمال می‌توانیم وقوع

پیشامدها را پیش‌بینی کنیم $\frac{1950}{90} \approx 21\frac{2}{3}$

$$= \frac{10 \times 5 + 25 \times 15 + 25 \times 20 + 15 \times 35 + 5 \times 40}{90} = 21\frac{2}{3}$$

میانگین

فراوانی



در صورتی که بتوانید تمرین‌های زیر را انجام دهید، مطمئن شوید که این فصل را به خوبی فرا گرفته‌اید.

۲۱/۶

۱- با توجه به نمودار بلوکی مقابل میانگین داده‌ها را به دست آورید.

۲- دو تاس را با هم می‌اندازیم. احتمال این که یکی فرد و یکی زوج بیاید، چقدر است؟

$$4 \times 4 = 16$$

کل حالت‌ها

$$3 \times 3 = 9$$

$$\Rightarrow 4 + 4 = 8$$

$$\Rightarrow \frac{8}{16} = \frac{1}{2}$$

توین دو حالت هست یک بار اولی فرد

$$3 \times 3 = 9$$

۱۳۲

و دومی زوج باشد و حالت بعدی اولی زوج و دومی فرد باشد