

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس: حسابان	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۱۰/۳۰ صبح	مدت امتحان: ۱۵۰ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه سالی - واحدی (۲۰ نمره ای)		تاریخ امتحان: ۱۳۸۲/۱۰/۱۷	
ویژه دانش آموزان و داوطلبان آزاد شهر تهران در نوبت دی ماه سال ۱۳۸۲		سازمان آموزش و پرورش شهر تهران کارشناسی سنجش و ارزشیابی تحصیلی متوسطه	

ردیف	سؤالات	نمره
۱	اگر $f = \{(4, a^2), (3, -1), (4, 2)\}$ معرف تابع باشد، مقدار a را تعیین کنید.	۰/۵
۲	دامنه توابع زیر را بدست آورید. الف) $f(x) = \frac{\Delta x - 1}{ x - 3}$ ب) $g(x) = \sqrt[3]{\frac{x+1}{x-1}}$	۱
۳	توابع $f(x) = \sqrt{x+3}$ و $g(x) = 2 - \frac{x}{3}$ مفروضند. مطلوبست: الف) دامنه تابع $g \circ f$ ب) ضابطه تابع $g \circ f$	۱
۴	اگر α و β ریشه های معادله $x^2 - 7x + 4 = 0$ باشند، بدون محاسبه α و β مقدار عددی $\alpha\sqrt{\beta} + \beta\sqrt{\alpha}$ را تعیین کنید.	۱
۵	اگر $4 = n + 4m$ بر $2x^2 + 3x^2 - 2mx + n$ بخش پذیر باشد نشان دهید $4 = n + 4m$	۰/۵
۶	با فرض معکوس پذیری توابع f, g ، معکوس تابع $f(x) = 1 - \frac{g(x-1)}{3}$ را تعیین کنید.	۱
۷	حدود توابع زیر را، در صورت وجود، محاسبه کنید. ([] نماد جزء صحیح است.) الف) $\lim_{x \rightarrow \pi^+} \frac{\cos x}{2 + [\sin x]}$ ب) $\lim_{x \rightarrow 1} (x^2 - 1) \tan \frac{\pi}{2} x$ ج) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{4x^2 + 1} - x)$ د) $\lim_{x \rightarrow 1} \sqrt{1-x}$	۲/۲۵
۸	معادله خطوط مجانبهای افقی و قائم تابع $y = \frac{1}{\sqrt{x+1}} - \frac{1}{x}$ را در صورت وجود تعیین کنید.	۱/۲۵
۹	تابع $f(x) = \begin{cases} \frac{ x+1 }{x+1} + 2, & x \neq -1 \\ 1, & x = -1 \end{cases}$ مفروض است. پیوستگی این تابع را در نقطه $x_0 = -1$ بررسی کنید. ادامه‌ی سؤالات در صفحه‌ی دوم	۱/۵

سؤالات امتحان نهایی درس: حسابان	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۱۰/۳۰ صبح	مدت امتحان: ۱۵۰ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه سالی - واحدی (۲۰ نمره ای)		تاریخ امتحان: ۱۳۸۲/۱۰/۱۷	
ویژه دانش آموزان و داوطلبان آزاد شهر تهران در نوبت دی ماه سال ۱۳۸۲		سازمان آموزش و پرورش شهر تهران کارشناسی سنجش و ارزشیابی تحصیلی متوسطه	

۱۰	۱ - مشتق بگیرید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست)	۱/۲۵
	$y = \sqrt[3]{(2x-1)^2} \cos x$ ج) $y = \sin^2 x \cdot \cot 2x$ ب) $y = \frac{x^2 - 1}{(3x+5)^2}$ الف)	
	۲- اگر $f'(x) = x^2$ مشتق $y = f(\sqrt{2x})$ را محاسبه کنید. (y'_x)	۰/۵
۱۱	تابع $y = \frac{ax+b}{cx+1}$ ، $c \neq 0$ مفروض است. مقادیر a و b و c را به قسمی بیابید که منحنی تابع از نقطه $(2, 0)$ بگذرد و نقطه $(-1, 2)$ مرکز تقارن آن باشد.	۱/۵
۱۲	اگر شعاع یک کره ۳ سانتیمتر باشد، آهنگ آنی تغییر سطح و تغییر حجم آن را پیدا کنید.	۱
۱۳	مشتق پذیری تابع f با ضابطه $f(x) = 3x - x^3 $ را در $x = 0$ بررسی کنید.	۱
۱۴	معادله خط قائم بر منحنی $y = x^3 - 3x + 1$ را در نقطه عطف آن بنویسید.	۰/۷۵
۱۵	تابع $y = \tan x \cdot \cot x$ مفروض است نمودار تابع را رسم کنید و سپس دوره تناوب آن را تعیین کنید.	۰/۷۵
۱۶	کدامیک از نقاط مشخص شده زیر بحرانی واکسترمم مطلق است؟	۰/۷۵
۱۷	جدول تغییرات و نمودار تابع $y = \text{Arc sin } \sqrt{x-1}$ را رسم کنید.	۱/۲۵
۱۸	ابتدا نمودار تابع $y = 2x - 5$ را رسم کنید و با استفاده از نمودار، حاصل $\int_{-1}^{\frac{1}{2}} (2x-5) dx$ را حساب کنید.	۱/۲۵
۲۰	جمع نمرات	۲۰
	« موفق باشید »	

رشته: ریاضی و فیزیک	راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: حسابان
تاریخ امتحان: ۱۳۸۲/۱۰/۱۷	سال سوم آموزش متوسطه سالی - واحدی (۲۰ نمره ای)
سازمان آموزش و پرورش شهر تهران کارشناسی سنجش و ارزشیابی تحصیلی متوسطه	ویژه دانش آموزان و داوطلبان آزاد شهر تهران در نوبت دی ماه سال ۱۳۸۲

ردیف	راهنمای تصحیح
۱	برای آن که f تابع باشد لازم است که $(f, a^r) = (f, 2) = (4, 2)$ $a^r = 2 \Rightarrow a = \pm\sqrt{2}$ (./۲۵)
۲	الف: $ x - 3 = 0 \Rightarrow x = \pm 3$ (./۲۵) $\Rightarrow D_f = R - \{3, -3\}$ (./۲۵) ب: $x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1$ (./۲۵) $\Rightarrow D_g = R - \{1\}$ (./۲۵)
۳	الف) $D_{gof} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\} = [-3, +\infty)$ (./۵) ب) $(gof)(x) = g(f(x)) = 2 - \frac{\sqrt{x+3}}{3}$ (./۵)
۴	$S = 7$ و $P = 4$ (./۲۵) $A = \alpha\sqrt{\beta} + \beta\sqrt{\alpha} \Rightarrow A^2 = \alpha^2\beta + \beta^2\alpha + 2\alpha\beta\sqrt{\alpha\beta} = \alpha\beta(\alpha + \beta) + 2\alpha\beta\sqrt{\alpha\beta} = 44$ (./۲۵) (./۲۵) $\rightarrow A = 2\sqrt{11}$ (./۲۵)
۵	$P(-2) = 0 \Rightarrow 2(-8) + 12 + 4m + n = 0$ (./۲۵) $\Rightarrow 4m + n = 4$ (./۲۵)
۶	$f(x) = y \Rightarrow f^{-1}(y) = x$ (۱) $y = 1 - \frac{g(x-1)}{3}$ (./۲۵) $\Rightarrow 3y - 3 = -g(x-1) \Rightarrow x-1 = g^{-1}(3-3y)$ (./۲۵) $x = 1 + g^{-1}(3-3y)$ (۲) (./۲۵) $\Rightarrow f^{-1}(x) = 1 + g^{-1}(3-3x)$ (./۲۵)
۷	الف) $\lim_{x \rightarrow \pi^+} \frac{\cos x}{2 + (-1)} = \frac{-1}{1} = -1$ (./۲۵) ب) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x^2 - 1)\sin \frac{\pi}{2}x}{\cos \frac{\pi}{2}x} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{t(t+2)\sin \frac{\pi}{2}(t+1)}{\cos \frac{\pi}{2}(t+1)} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\frac{\pi}{2}t(t+2)\cos \frac{\pi}{2}t}{\frac{\pi}{2}(-\sin \frac{\pi t}{2})} = \frac{-4}{\pi}$ (./۲۵) ج) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(\sqrt{4x^2+1}-x)(\sqrt{4x^2+1}+x)}{\sqrt{4x^2+1}+x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4x^2+1-x^2}{2x\sqrt{1+\frac{1}{4x^2}}+x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} x = +\infty$ (./۲۵) د) $\lim_{x \rightarrow 1^+} \sqrt{1-x}$ وجود ندارد $\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} \sqrt{1-x}$ وجود نیست (./۲۵)

ادامه در صفحه‌ی دوم

باسمه تعالی

رشته: ریاضی و فیزیک	راهنمای تصحیح سوالات امتحان نهایی درس: حسابان
تاریخ امتحان: ۱۳۸۲/۱۰/۱۷	سال سوم آموزش متوسطه سالی - واحدی (۲۰ نمره ای)
سازمان آموزش و پرورش شهر تهران کارشناسی سنجش و ارزشیابی تحصیلی متوسطه	ویژه دانش آموزان و داوطلبان آزاد شهر تهران در نوبت دی ماه سال ۱۳۸۲

$x+1 > 0 \quad x > -1 \quad D = (-1, +\infty)$ $x+1 = 0 \quad \boxed{x = -1}$ مجانب قائم (۰/۲۵) $y = \frac{x - \sqrt{x+1}}{x\sqrt{x+1}} \quad (۰/۲۵)$ $\boxed{x = 0}$ مجانب قائم (۰/۲۵) $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x - \sqrt{x+1}}{x\sqrt{x+1}} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x}{x\sqrt{x}} = 0 \quad \boxed{y = 0}$ مجانب افقی (۰/۲۵)	۸
<p>مقدار تابع $f(-1) = 1 \quad (۰/۲۵)$</p> $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1} \left(\frac{ x+1 }{x+1} + 2 \right) = \begin{cases} \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \left(\frac{x+1}{x+1} + 2 \right) = 3 \quad (۰/۵) \\ \lim_{x \rightarrow (-1)^-} \left(\frac{-(x+1)}{x+1} + 2 \right) = 1 \quad (۰/۵) \end{cases}$ <p>تابع در $x = -1$ پیوستگی چپ دارد ولی پیوسته نیست. (۰/۲۵)</p>	۹
<p>الف) $y' = \frac{2x(3x+5)^2 - 2(3x+5)^2 \times (x^2-1)}{(3x+5)^4} \quad (۰/۲۵)$</p> <p>ب) $y' = 2\sin^2 x \cos x \cdot \cot 2x + (-2) \left(1 + \cot^2 2x \right) (\sin^2 x) \quad (۰/۲۵)$</p> <p>ج) $y' = \frac{2(2)}{2^2 \sqrt{2x-1}} \cos x + (-\sin x) \sqrt{(2x-1)^2} \quad (۰/۲۵)$</p> <p>$y' = \frac{2}{2\sqrt{2x}} \times f'(\sqrt{2x}) = \frac{1}{\sqrt{2x}} \times (\sqrt{2x})^2 = \frac{2x}{\sqrt{2x}} = \sqrt{2x} \quad (۰/۲۵)$</p>	۱۰
$\left. \begin{aligned} (2, \cdot) \rightarrow \cdot &= \frac{2a+b}{2c+1} \rightarrow 2a+b = \cdot \quad (۰/۲۵) \\ c(-1)+1 &= \cdot \rightarrow c = 1 \quad (۰/۲۵) \\ \frac{a}{c} &= 2 \quad (۰/۲۵) \rightarrow a = 2c \end{aligned} \right\} \rightarrow a = 2 \quad (۰/۲۵)$ <p>(۰/۲۵)</p>	۱۱
<p>$S = 4\pi R^2 \rightarrow S' = 8\pi R \rightarrow S' = 8\pi(2) = 16\pi \quad (۰/۵)$</p> <p>$V = \frac{4}{3}\pi R^3 \rightarrow V' = 4\pi R^2 \rightarrow V' = 4\pi(2)^2 = 16\pi \quad (۰/۵)$</p>	۱۲

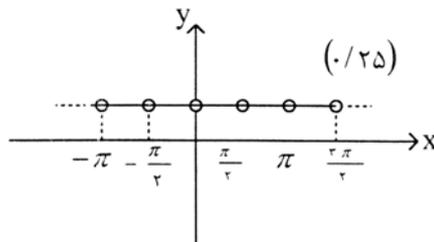
ادامه در صفحه سوم

رشته: ریاضی و فیزیک	راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: حسابان
تاریخ امتحان: ۱۳۸۲/۱۰/۱۷	سال سوم آموزش متوسطه سالی - واحدی (۲۰ نمره ای)
سازمان آموزش و پرورش شهر تهران کارشناسی سنجش و ارزشیابی تحصیلی متوسطه	ویژه دانش آموزان و داوطلبان آزاد شهر تهران در نوبت دی ماه سال ۱۳۸۲

$f'(\cdot) = \lim_{x \rightarrow \cdot} \frac{f(x) - f(\cdot)}{x - \cdot} = \lim_{x \rightarrow \cdot} \frac{ 3x - x^2 }{x} = \lim_{x \rightarrow \cdot} \frac{ x 3 - x^2 }{x}$ $= \begin{cases} \lim_{x \rightarrow \cdot^+} \frac{x 3 - x^2 }{x} = 3 & \text{در } x = 0 \text{ وجود ندارد} \\ \lim_{x \rightarrow \cdot^-} \frac{(-x) 3 - x^2 }{x} = -3 \end{cases}$ <p style="text-align: center;">$\rightarrow f'(\cdot) \neq f'(\cdot) \rightarrow$ عطف</p>	۱۳
--	----

$y' = 3x^2 - 3$ $m = -3 \rightarrow m = \frac{1}{3}$ $y'' = 6x = 0 \rightarrow x = 0 \rightarrow y = 1 \rightarrow (0, 1)$ عطف $y - 1 = \frac{1}{3}(x - 0) \rightarrow y = \frac{1}{3}x + 1$	۱۴
---	----

$y = \tan x \cdot \cot x = 1$ $\cos x \neq 0, \sin x \neq 0$ $\Rightarrow D = \{x \in \mathbb{R} \mid x \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}, x \neq k\pi + \frac{\pi}{2}\}$	$T = \frac{\pi}{2}$ دوره تناوب اصلی	۱۵
---	--	----



F: مطلق Max (۰/۲۵)	M: مطلق Min (۰/۲۵)	M, A, B, C, D, E, F بحرانی (۰/۲۵)	۱۶
--------------------	--------------------	-----------------------------------	----

ادامه در صفحه چهارم

رشته: ریاضی و فیزیک	راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: حسابان
تاریخ امتحان: ۱۳۸۲/۱۰/۱۷	سال سوم آموزش متوسطه سالی - واحدی (۲۰ نمره ای)
سازمان آموزش و پرورش شهر تهران کارشناسی سنجش و ارزشیابی تحصیلی متوسطه	ویژه دانش آموزان و داوطلبان آزاد شهر تهران در نوبت دی ماه سال ۱۳۸۲

۱۷

$\cdot \leq \sqrt{x-1} \leq 1 \rightarrow 0 \leq x-1 \leq 1 \rightarrow 1 \leq x \leq 2 \quad (0/25)$

$x=1 \rightarrow y=0$

$x=2 \rightarrow y=\frac{\pi}{2}$

$y' = \frac{1}{2\sqrt{x-1} \sqrt{1-(x-1)}}$

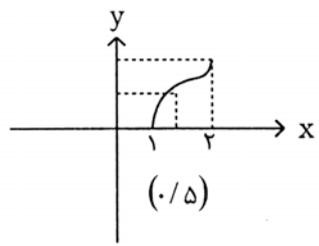
$x=1 \rightarrow y' = \infty$

$x=2 \rightarrow y' = \infty$

(0/25)

x	1	$\frac{2}{2}$	2
y'	∞	— —	∞
y	0	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}$

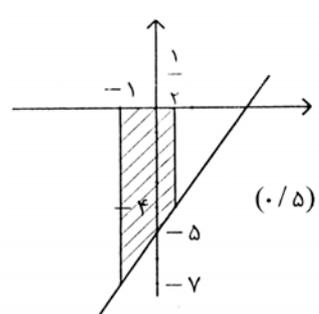
(0/25)



(0/5)

۱۸

$\int_{-1}^{\frac{1}{2}} (2x-5)dx = -\frac{(7+4)(\frac{3}{2})}{2} = -\frac{33}{4} \quad (0/75)$



(0/5)

با عرض سلام و خسته نباشید

لطفاً برای کلیه روشهای حل درست دیگر بارم را به تناسب تقسیم فرمایید. با تشکر