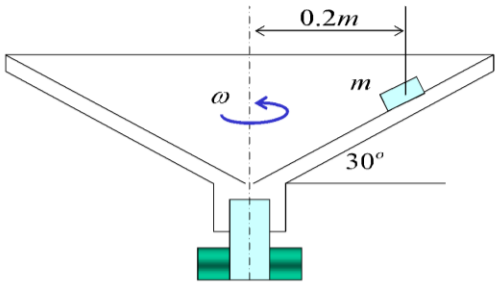
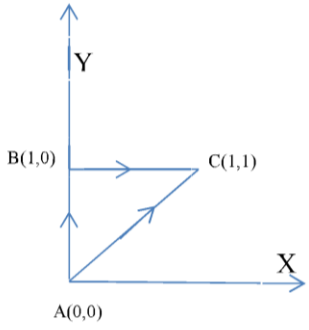
**به نام خدا**

1- قایقی با سرعت اولیه $v_0$ در خلاف جهت جریان رودخانه به آب انداخته می‌شود. جریان مخالف رودخانه با وارد آوردن نیروی $F=-\alpha e^{\beta v}$ از سرعت آن می‌کاهد. الف) عبارتی برای سرعت $v(t)$ بیابید. ب) زمان و ج) مسافتی را بیابید که قایق تا هنگام توقف می‌پیماید (پارامترهای $\alpha,\beta$ در رابطه نیرو ثابت می‌باشند).

2- شیء کوچکی روی دیواره داخلی دیسک مخروطی، در شعاع نشان داده شده، قرار داده می‌شود. اگر ضریب اصطکاک ایستایی بین شیء و دیسک 0.3 باشد، در چه محدوده سرعت دورانی، شیء مزبور موقعیت خود را حفظ می کند و نمی‌لغزد؟ فرض کنید که سرعت دورانی ثابت است و از تغییراتش می توان نسبت به زمان صرف نظر کرد. ( $g=9.81\frac{m}{s^2}$ )

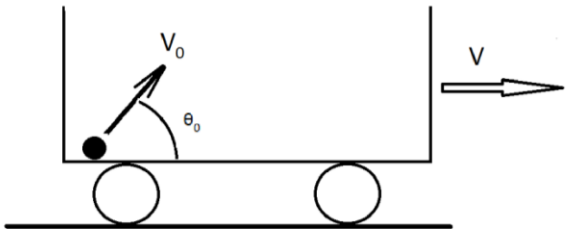



| | | |
|---|---|---|
| 1 | جسمی تحت تأثیر شتاب $\vec{a}=-2b\sqrt{b^2-v^2}\,\vec{i}$ قرار دارد. با فرض اینکه در زمان صفر در حالت سکون و در مکان $x_0$ قرار گرفته باشد، مقدار $b$ را طوری تعیین نمایید که در زمان $t$ در مکان $nx_0$ قرار بگیرد. ( $n$ عددی طبیعی می باشد. مقدار را برحسب پارامترهای مسئله $n$ ، $x_0$ و $t$ محاسبه نمایید.) | |
| 2 | نیرویی مطابق $\vec{F}=2xy\vec{i}+y\,\vec{j}$ به جسمی وارد می‌شود. این جسم برای رفتن از نقطه $A$ به نقطه $C$ از دو مسیر زیر عبور می‌نماید:<br>مسیر یک: $A\to B\to C$<br>مسیر دو: $A\to C$<br>الف)کار انجام شده توسط این نیرو را روی این دو مسیر محاسبه نمایید.<br>ب) آیا این نیرو پایستار است؟<br>  | |

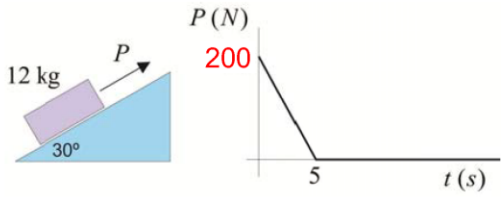
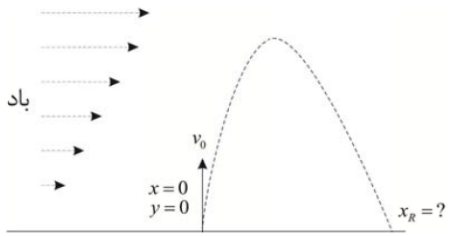
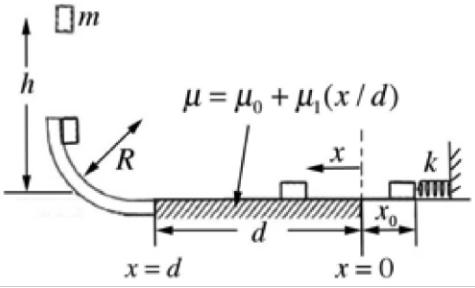
**به نام خدا**

۱. ذره‌ای به جرم $m$ تحت تأثیر پتانسیل $U(x)=-\frac{B}{x^2}$ با سرعت اولیه صفر از مکان اولیه $x=l$ شروع به حرکت می‌کند که در آن مقدار پارامتر $B$ ثابت می‌باشد. مدت زمانی که طول می‌کشد تا ذره به $x=0$ برسد را محاسبه کنید. (ذره فقط تحت تأثیر این پتانسیل قرار دارد و با هیچ اتلاف انرژی روبرو نیست). **(۲ نمره)**

۲. از روی واگنی که با تندی ثابت $V=\frac{V_0}{\sqrt{2}}$ در جاده مستقیم در حال حرکت است، گلوله‌ای با سرعت $V_0$ و زاویه $\theta_0$ نسبت به واگن پرتاب می‌شود. زاویه $\theta_0$ چقدر باشد تا از دید ناظر ساکن بر روی زمین برد گلوله بیشینه باشد؟ سرعت واگن همواره ثابت است. (به دست آوردن معادله‌ای که از حل آن $\theta_0$ به دست می‌آید کافی است). **(۲ نمره)**



**به نام خدا**

| | | |
|---|---|---|
| ۱ | یک قطعه به جرم $12\ \text{kg}$ روی یک سطح شیبدار بدون اصطکاک به طرف بالا تحت تأثیر نیروی متغیر $P$ می‌لغزد که تغییرات $P$ بر حسب زمان در شکل زیر نشان داده شده است. با توجه به اینکه ابتدا قطعه ساکن بوده،<br>الف) سرعت قطعه را در زمان $t = 5\ \text{s}$ تعیین نمائید. شتاب جاذبه را $g = 10\ \text{m/s}^2$ در نظر بگیرید.<br>ب) در چه زمانی مجدداً سرعت قطعه صفر می‌شود؟<br>  | |
| ۲ | پرتابه‌ای مطابق شکل از سطح زمین با سرعت قائم $v_0$ پرتاب می‌شود. به علت نحوه وزش باد، پرتابه یک شتاب افقی به صورت $ky$ می‌گیرد که در آن $k > 0$ عددی ثابت و $y$ ارتفاع از سطح زمین می‌باشد. اگر شتاب جاذبه $g$ باشد، بُرد پرتابه $x_R$ را به دست آورید.<br>  | |
| ۳ | مطابق شکل جسمی به جرم $m$ از مقابل فنر فشرده‌شده‌ای به میزان $\Delta x = x_0$ از حالت سکون رها می‌شود. جسم پس از جدا شدن از فنر، در نقطه $x = 0$ که در آن فنر در حالت طبیعی خود قرار دارد، فاصله $d$ را در مسیری افقی که در آن ضریب اصطکاک به صورت تابعی از مکان با رابطه $\mu = \mu_0 + \mu_1(x/d)$ داده شده است، طی می‌کند. سپس جسم وارد یک مسیر ربع دایره، بدون اصطکاک و به شعاع $R$ می‌شود. در نهایت از این مسیر نیز خارج شده و تا ارتفاع $h$ از سطح زمین، که متوقف می‌شود در مسیر عمودی حرکت می‌کند. مقدار بیشینه $h$ که جسم به آن دست می‌یابد را برحسب پارامترهای داده شده، محاسبه کنید.<br>  | |