به نام خدا

دبیرستان علامه حلی (۱) دوره اول

جزوه درس ریاضی (مباحث آزمون ترم)

مدرس: جناب لعل

تالیف: انجمن گنج کلاس ۷.۴ (گروه نویسندگان جزوه کلاس ۷.۴)

دبیران گروه ریاضیات: کابینر آزما، آرشین فلاح، سامیار سلطانی

فهرست مطالب

فصل اول: اعداد صحیح

شناخت اعداد صحیح و قرار داد ها:

۱- اعداد صحیح شامل اعداد مثبت،صفر و اعداد منفی هستند.

۲- اعداد صحیح شامل اعداد گویا نمی شوند.

۳- صفر نه مثبت است نه منفی و مبدا محور اعداد صحیح است.

۴- تمام اعداد مثبت و صفر از اعداد منفی بزرگتر هستند.

۵- هرچه اختلاف عدد از صفر بیشتر باشد،عدد کوچک تر است برای مثال اختلاف ۱۰۰- تا صفر از اختلاف ۱- تا صفر بیشتر است ((۱۰۰-)-۰>(۱-) -۰). درنتیجه ۱۰۰- از ۱- کوچک تر است.

۶- قرینه هر عدد منفی از خود عدد بزرگ تر و قرینه هر عدد مثبت از خود عدد کوچک تر است.

۷- اگر تعداد قرینه کردن های یک عدد، زوج بودحاصل خود عدد و اگر فرد بود حاصل قرینه عدد می شود.

جمع و تفریق اعداد صحیح:

جمع اعداد صحیح سه حالت دارد:

۱- **دو عدد مثبت**:(جمع عادی).

۲- **یک عدد مثبت یک عدد منفی**:اگر عدد منفی بزرگتر باشد،قرینه اش می کنیم سپس عدد مثبت را از آن کم می کنیم و حاصل را قرینه می کنیم. اگر عدد مثبت بزرگتر باشد،عدد منفی را از آن کم می کنیم.

۳- **دو عدد منفی**:دو عدد را قرینه می کنیم سپس به صورت عادی جمع می کنیم و حاصل را قرینه می کنیم.

تفریق اعداد صحیح هم سه حالت دارد:

۱- **دو عدد مثبت**:تفریق عادی

۲- **یک عدد مثبت یک عدد منفی**:عدد دوم را قرینه می کنیم و علامت تفریق را تبدیل به جمع سپس از قواعد جمع برای پیدا کردن حاصل نهایی استفاده می کنیم.

۳- **دو عدد منفی**:مانند روش بالا،عدد دوم را قرینه می کنیم سپس علامت تفریق را به جمع تبدیل می کنیم و از قواعد جمع برای پیدا کردن حاصل نهایی استفاده می کنیم.

ضرب و تقسیم اعداد صحیح:

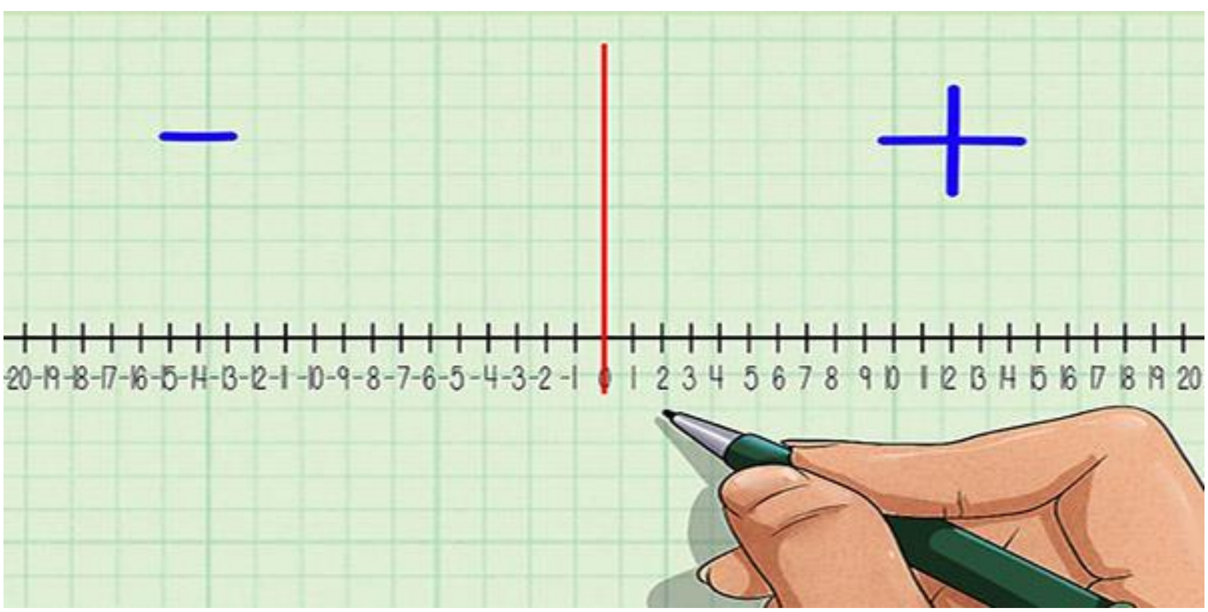
ضرب و تقسیم اعداد صحیح مانند ضرب و تقسیم اعداد طبیعی است با این تفاوت که حاصل همیشه مثبت نیست:

۱- مثبت و مثبت: حاصل عددی مثبت می شود.

۲- مثبت و منفی:حاصل عددی منفی می شود.

۳- منفی و منفی:حاصل عددی مثبت می شود.

برای مثال: ۲×−۲=−۴



فصل دوم: جبر و معادله

عبارت جبری چیست؟

عبارت‌های جبری عبارت‌هایی هستند که با انجام عملیاتی مانند جمع، تفریق، ضرب، تقسیم و غیره بین متغیرها حاصل می‌شوند. یک عبارت جبری سه بخش دارد: متغیر، ثابت و ضریب. در ریاضیات، نمادی که مقدار ثابتی ندارد، متغیر نامیده می‌شود. متغیر هر مقداری می‌تواند داشته باشد. اعدادی که در متغیرها ضرب می‌شوند، ضریب نام دارند. به نمادی که مقدار عددی ثابتی دارد، ثابت می‌گویند. همه اعداد، ثابت هستند.

ساده کردن عبارت های جبری:

در یک عبارت جبری،یک جمله عبارتی است که در آن بین متغیر و ثابت ها فقط از ضرب یا تقسیم استفاده شده باشد. اگر بین متغیر ها و ثابت ها جمع یا تفریق باشد،عبارت دو جمله ای است. اگر سه جمع یا تفریق باشد،عبارت سه جمله و...

جملات متشابه جملاتی هستند که متغیر هایشان برابر باشد. برای مثال 2abc با 4abc متشابه است.

برای ساده کردن عبارات جبری ابتدا جملات متشابه را مشخص می کنیم سپس آنها را جمع یا تفریق می کنیم.

برای مثال: $2a-3b+3a+2b=5a-b$

معادله:

معادله در ریاضیات بیان برابری دو چیز با استفاده از نمادهاست.در تمام معادله‌ها علامت تساوی (=) دیده می‌شود. هر معادله دو طرف دارد که در دو طرف علامت تساوی ظاهر می‌شوند. مقادیری از متغیرها را که باعث برقراری رابطه برابری در معادله می‌شود، «جواب معادله» می‌نامند.

حل معادله:

در حل معادله می توانیم از قوانینی کمک بگیریم زیرا استفاده از آنها تعادل معادله را بر هم نمی زند:

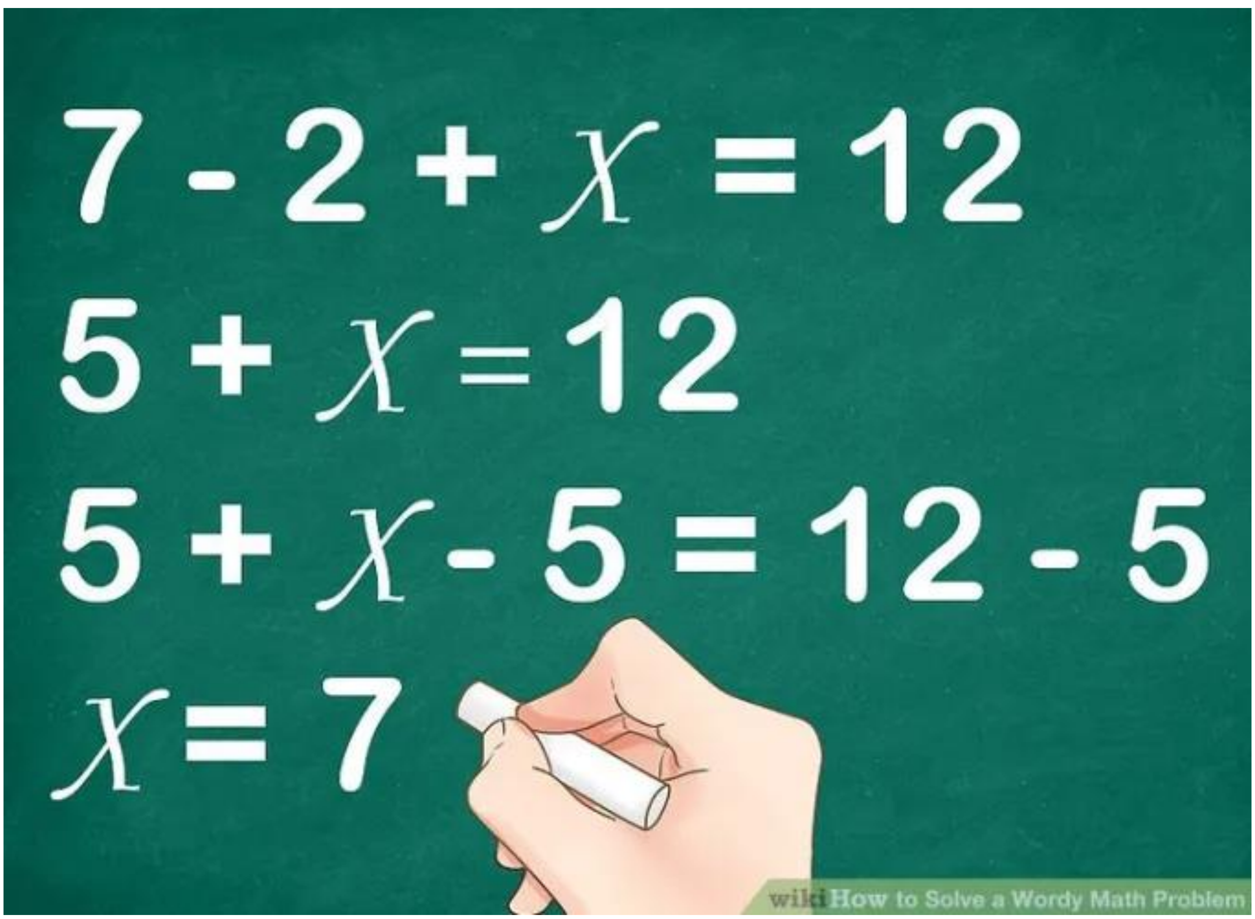
۱- طرفین را با عددی ثابت جمع کنیم
۲- عددی ثابت را از طرفین کم کنیم
۳- طرفین را در عددی ثابت ضرب کنیم
۴- طرفین بر مقداری ثابت تقسیم شوند

با این چهار قانون می توان یک معادله را حل کرد.

برای مثال: $2x+7=11$

۱- عددی ثابت از طرفین کم می کنیم: $2x=4$

۲- طرفین را بر مقداری تقسیم می کنیم: $X=2$



فصل سوم: توان و جذر

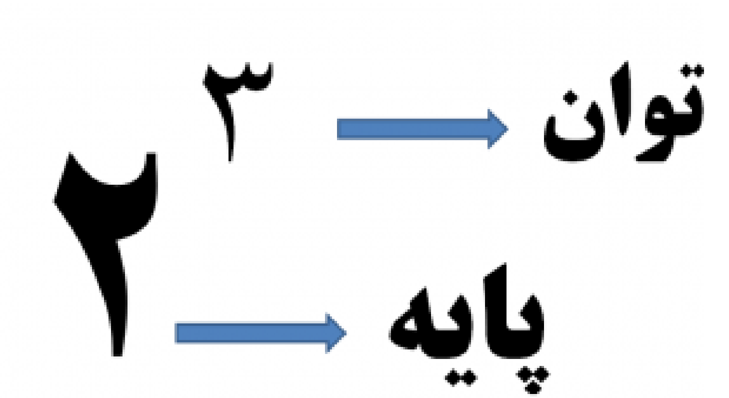
همانطور که از ضرب استفاده کردیم تا نوشته هایمان خلاصه و کمتر بشوند

از توان هم به همین دلیل استفاده میکنیم:

$3\times2=2+2+2$

$3^4=3\times3\times3\times3$

توان و پایه:



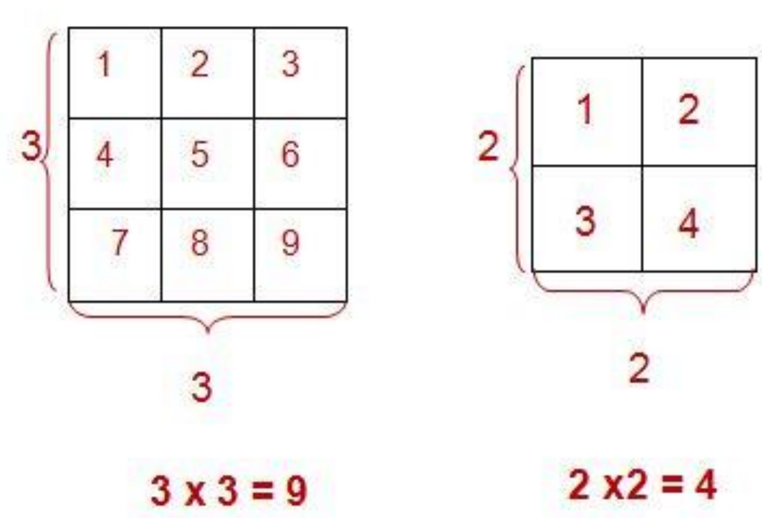
(**نکته:** عدد یک به توان هر عددی برسد همان ۱ خواهد شد)

مجذور یک عدد:

مجذور یا مربع یک عدد یعنی حاصل ضرب یک عدد در خودش یا یک عدد به توان دو. دلیل اینکه به آن مربع یک عدد می گویند این است که حاصل آن برابر با مساحت مربعی با ضلع عدد مورد نظر می شود.

مربع عدد ۴: $4^2=4\times4=16$

مربع عدد ۶: $6^2=6\times6=36$



ضرب و تقسیم اعداد توان دار:

ضرب:

پایه ها یکسان	$a^m. a^n=a^{m+n}$
توان ها یکسان	$a^m. b^m=(a.b)^m$
هیچکدام یکسان نباشد	باید جدا جدا حساب کرد

تقسیم:

پایه ها یکسان	$a^m. a^n=a^{m-n}$
توان ها یکسان	$a^m. b^m=(a/b)^m$
هیچکدام یکسان نباشد	باید جدا جدا حساب کرد

به توان رساندن اعداد توان دار:

اگر داشته باشیم a^x آنگاه $(a^x)^b$ برابر است با $a^{x\times b}$. دقت کنید اگر عبارت در پرانتز نباشد توان،به توان میرسد.

مقایسه اعداد توان دار:

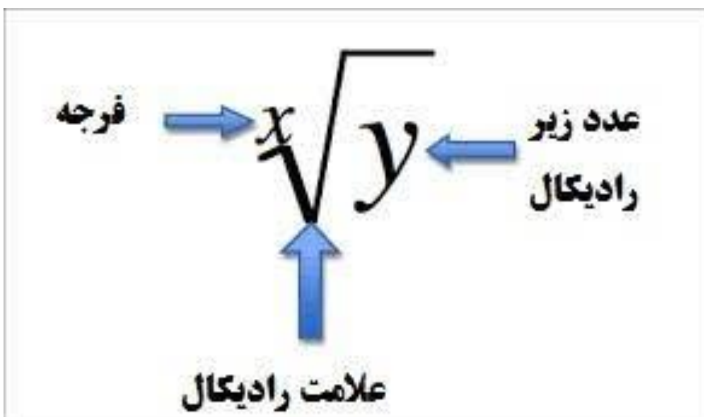
برای مقایسه اعداد توان دار حتما باید پایه های یکسان باشد یا توان ها یکسان باشد. اگر پایه ها یکسان باشد عددی بزرگتر است که توان بیشتری داشته باشد و اگر توان یکسان باشد عددی بزرگتر است که پایه بیشتری داشته باشد.

جذر:

اگر داشته باشیم $b = a^n$ آنگاه می گوییم a ریشه n ام b است. a برابر است با جذر n ام b: $\sqrt[n]{b} = a$

اجزاء رادیکال ها:

۱- فرجه
۲- عدد زیر رادیکال



ضرب و تقسیم رادیکال ها:

می دانیم رادیکال را می توان با توان 1/n هم نشان داد یعنی اگر $b = a^n$ آنگاه $b^{1/n} = a$.

در نتیجه برای ضرب رادیکال ها هم باید از قواعد ضرب اعداد توان دار استفاده کرد:

فرجه مساوی : $\sqrt{9} \times \sqrt{4} = 9^{1/2} \times 4^{1/2} = 36^{1/2} = \sqrt{36} = 6$

عدد مساوی: $\sqrt[3]{4} \times \sqrt{4} = 4^{1/3} \times 4^{1/2} = 4^{5/6} = \sqrt[6]{4^5}$

هیچ کدام مساوی نباشد: باید جدا جدا حساب کرد و ضرب کرد

$\sqrt{1}$	$\sqrt{4}$	$\sqrt{9}$	$\sqrt{16}$
$\sqrt{25}$	$\sqrt{36}$	$\sqrt{49}$	$\sqrt{64}$
$\sqrt{81}$	$\sqrt{100}$	$\sqrt{121}$	$\sqrt{144}$
$\sqrt[3]{1}$	$\sqrt[3]{8}$	$\sqrt[3]{27}$	

Product Property of Square Roots

$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \quad a,b \geq 0$

$\sqrt{36} = 6$	$\sqrt{54}$	$\sqrt{x^3}$
$\sqrt{4 \cdot 9} = 2 \cdot 3$	$= \sqrt{6 \cdot 9}$	$= \sqrt{x^2 \cdot x}$
$2 \cdot 3 = \sqrt{4} \cdot \sqrt{9}$	$= \sqrt{6} \cdot \sqrt{9}$	$= \sqrt{x^2} \cdot \sqrt{x}$
$\sqrt{4 \cdot 9} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{9}$	$= 3\sqrt{6}$	$= x$

فصل چهارم: شمارنده ها و اعداد اول

شمارنده های طبیعی، اعداد طبیعی:

عدد a بر عدد b بخش پذیر است اگر باقی مانده تقسیم انها صفر شود.

به مجموعه اعدادی که عدد اولیه بر آنها بخش پذیر است شمارنده های آن عدد میگویند. در واقع شمارنده های یک عدد اعدادی هستند که بتوانند عدد را بشمارند و عدد اولیه بر آنها بخش پذیر باشد.

عدد اول چه عددی است؟

تعریف ۱	تعریف ۲
عدد طبیعی باشد	عدد طبیعی باشد
دقیقا ۲ تا شمارنده داشته باشد	فقط بر ۱ و خودش بخش پذیر باشد

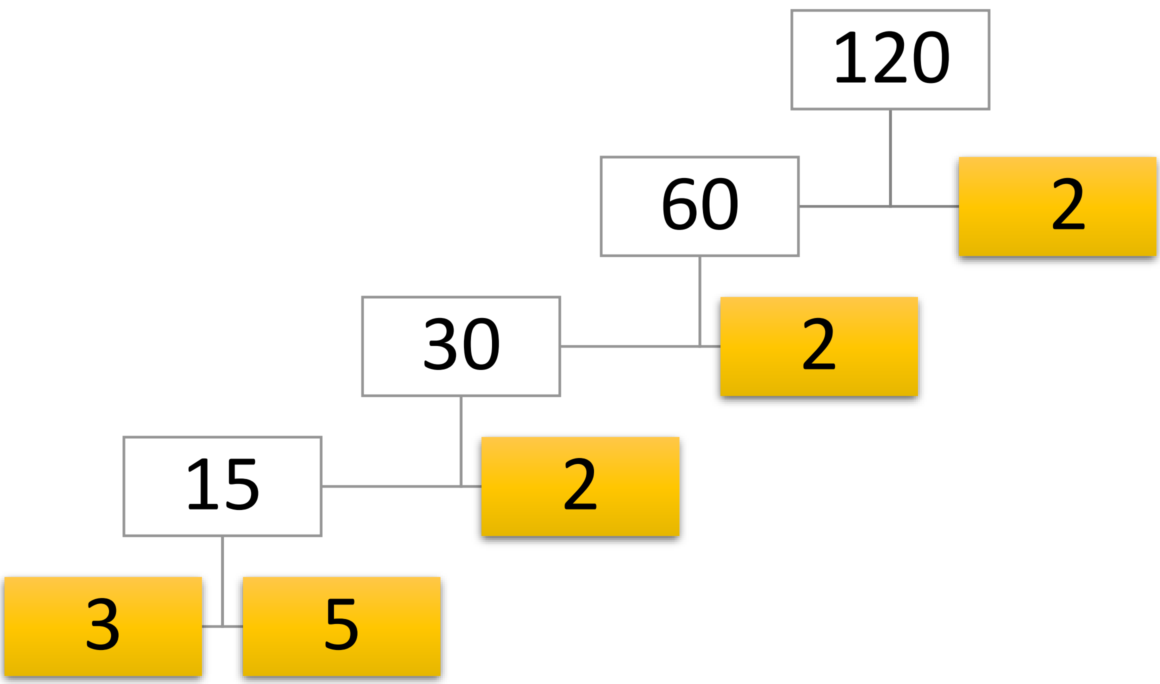
(**نکته:** تنها عدد اول زوج ۲ است)

اعداد طبیعی:

عدد ۱
اعداد اول
اعداد مرکب

تجزیه یک عدد به عوامل اول:

۱) روش نمودار درختی:



$$120=2^3\times3\times5$$

۲) روش ستونی:

۶۳۰	۳
۲۱۰	۳
۷۰	۷
۱۰	۵
۲	۲
۱	

$630=3^2\times7\times5\times2$

۱۲۰	۲
۶۰	۳
۲۰	۵
۴	۲
۲	۲
۱	

$120=2^3\times3\times5$

ب.م.م و ک.م.م:

ب.م.م(بزرگ ترین مقسوم علیه مشترک): بزرگترین شمارنده طبیعی مشترک میان دو عدد. (a,b).

یافتن ب.م.م ۲ یا چند عدد به روش تجزیه:

۱) ابتدا اعداد را تجزیه میکنیم و بر حسب عوامل اولشان می نوسیم

۲) پایه های مشترک،با کوچکترین توان در هم ضرب می کنیم

۳)حاصل ضرب ب.ب.م دو یا چند عدد است.

$$(x,y) = ?$$

$$[x,y] = ?$$

ک.م.م(کوچکترین مضرب مشترک): کوچک ترین عددی که مضرب دو یا چند عدد دیگر باشد. [a,b]

یافتن ک.م.م ۲ یا چند عدد به روش تجزیه:

۱) ابتدا اعداد را تجزیه میکنیم و بر حسب عوامل اولشان می نوسیم.

۲) پایه های مشترک، با بزرگترین توان در هم ضرب می کنیم.

۳) پایه های غیر مشترک را هم همراه با پایه های مشترک ضرب می کنیم.

۴) حاصل ضرب ک. م. م دو یا چند عدد است.

دو عدد متباین(نسبت به هم اول): که ب.م.م آن ها برابر ۱ شود یا هیچ شمارنده مشترکی به جز ۱ نداشته باشند.

(**نکته:** هردو عدد طبیعی متوالی قطعا متباین هستند)

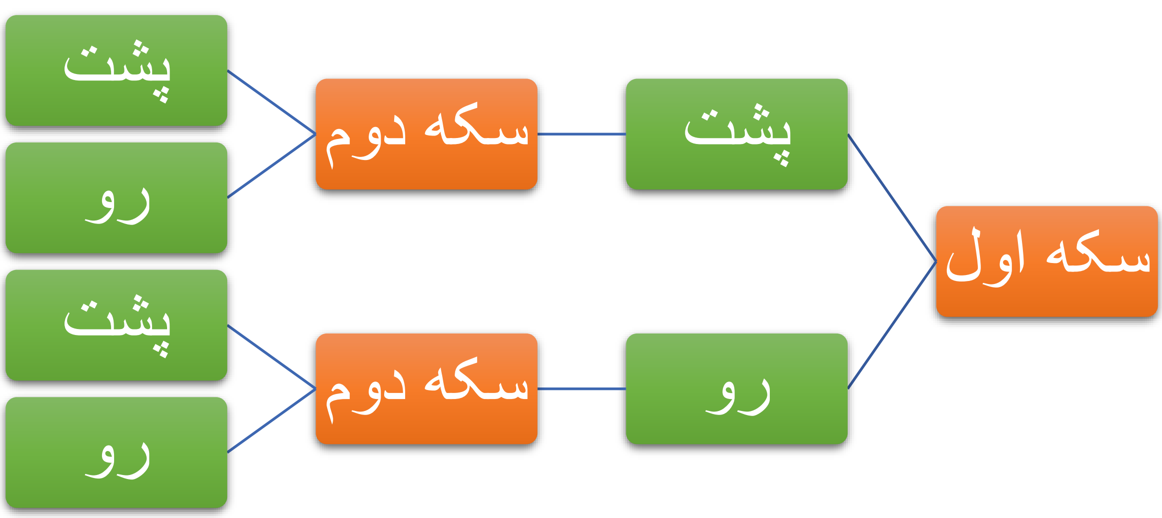
(**نکته ۲ :** ب.م.م هر عدد با عددی اول برابر با ۱ است(به جز خود عدد))

(**نکته ۳:** $[a,b]\times(a,b)=a\times b$)

فصل پنجم: شمارش

نمودار درختی: در بسیاری از مساله ها نیاز داریم حالت های مختلف یک کار را شمارش کنیم مهم است که دچار اضافه شماری یا کم شماری نشویم بنابرین باید طبق نظم مشخصی شمارش کنیم تا حالتی از رقم نیفتد. یکی از راه های خوب استفاده از نمودار درختی است.

مثال: ۲ سکه را باهم پرت میکنیم چند های ممکن است بوجود بیاید؟ **۴ حالت**



اصل جمع: اگر کاری را بتوان به دو روش انجام داد به طوری که در روش اول m انتخاب و در روش دوم n انتخاب وجود داشته باشد آنگاه به طور کلی برای انجام این کار m+n روش وجود دارد.

اصل ضرب: اگر کاری را بتوان به m روش انجام داد و خود m روش را به n روش بتوان انجام داد،آنگاه به طور کلی برای انجام این کار m×n روش وجود دارد.

روش متمم : گاهی برای حل مساله به جای بررسی تک تک شرایط حکم از روش نقیض حکم یا متمم استفاده میکنیم در این ضورت حل مساله ساده تر میشود:

تعداد حالت های نامطلوب – تعداد کل = حالت های مطلوب

جایگشت: فرض کنید چند شی متمایز داریم این اشیا را میتوانیم به حالت های گوناگونی کنار هم بگذاریم. به هر حالتی از قرار گرفتن این اشیا در کنار هم یک جایگشت میگوییم.

تبدیل: تعداد جایگشت های r تایی n شی متمایز و یا به عبارتی تعداد انتخاب های r شی از بین n شی متمایز را که در آنها ترتیب قرار گرفتن مهم باشد با p(n,r)

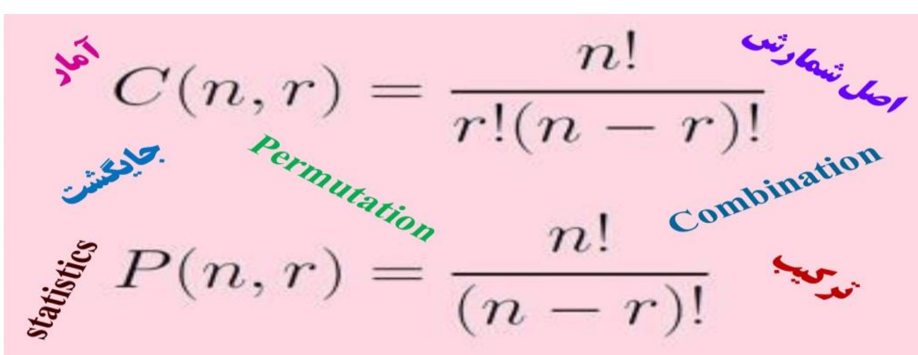
نشان میدهیم که به این رابطه تبدیل r شی از n شی متمایز گفته میشود:

P(n,r)=n!/(n-r)!

ترکیب: در حالت کلی انتخاب r شی از n شی متمایز را که در آن ترتیب انتخاب شده مهم نباشد ترکیب r از n میگوییم و با نماد c(n,r) نشان می دهیم که برابر است با:

c(n,r)=n!/(n-r)!r!

$$C(n,k)=\frac{n!}{(n-k)!k!} \qquad P(n,k)=\frac{n!}{(n-k)!}$$



فصل ششم: احتمال

پدیده تصادفی: هر پدیده ای که قبل از روی دادن نتیجه آن را نتوان مشخص کرد اما از همه نتایج ممکن در به وقوع پیوستن آن ها مطلع باشیم پدیده یا آزمایش تصادفی مینامیم

فضای نمونه ای : مجموعه تمام نتایج ممکن از انجام یک پدیده تصادفی را فضای نمونه ای میگویند و با S نشان میدهند. هر عضو فضای نمونه ای یک برآمد نامیده میشود.

احتمال رخ دادن:

p= تعداد حالت های مطلوب / تعداد کل حالات

(**نکته:** محاسبه احتمال تعداد کل حالات ممکن را میابیم و در مخرج قرار میدهیم همچنین تعداد کل حالات مطلوب را میابیم و در صورت قرار میدهیم)

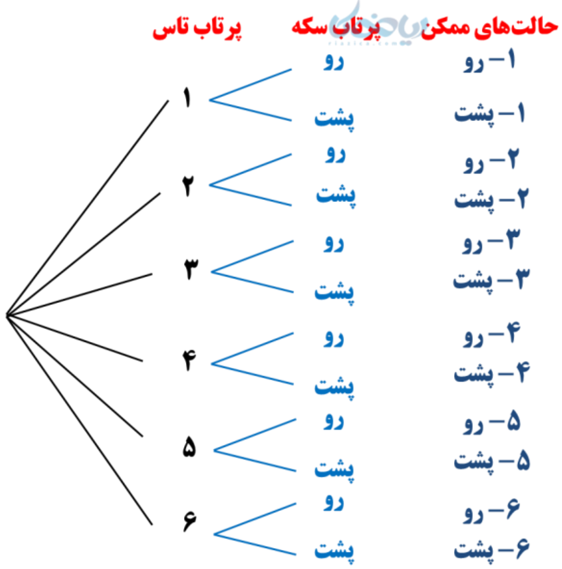
برای محاسبه احتمال چهار حالت در نظر میگیریم:

۱.اگر حالت های مطلوب کم بوده به صورت مستقیم میابیم محاسه می کنیم.

۲. کمی زیاد بود از اصل ضرب استفاده می کنیم.

۳.زیاد بود از فرمول های ترکیب و تریب استفاده می کنیم.

۴.خیلی زیاد بود از قانون متمم استفاده می کنیم.




مثال : بر روی ۹ کارت، اعداد طبیعی ۱ تا ۹ نوشته شده است، دو کارت به تصادف انتخاب می کنیم، مطلوبست احتمال اینکه : (۳۴)

الف) مجموع ارقام روی دوکارت، عددی زوج باشد.

۲ ۴ ۶ ۸   ۱ ۳ ۵ ۷ ۹

$n(S)=\binom{۹}{۲}$ $n(A)=\binom{۴}{۲}+\binom{۵}{۲}$

$A=$ مجموع زوج $P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\_\_\_$

آموزش ریاضی دهم «انتشارات تاجیک» ۲۱و۶۶۹۵۳۶۲۰-۰۲۱