

ردیف	محل مهر با امضاء مدیر	سؤالات
۱	دو انتهای یکی از قطرهای دایره ای نقاط A(۳,۶) و B(-۱,۲) است. الف) مختصات مرکز دایره را بیابید. ب) آیا نقطه C(۵,۴) روی محیط این دایره قرار دارد؟ چرا؟	۰,۵ ۰,۷۵
۲	معادله $7x^3 - 8x^2 = 1$ را به روش تغییر متغیر حل کنید.	۰,۷۵
۳	در ذوزنقه ABCD: $MN \parallel AB \parallel CD$ مقادیر x و y و AD و BC را بدست آورید.	۲
۴	به کمک برهان خلف ثابت کنید از یک نقطه واقع بر یک خط نمی توان دو عمود بر آن رسم کرد.	۰,۵
۵	یک به یک بودن تابع $f(x) = \frac{1}{3-x}$ را بررسی کنید و سپس ضابطه تابع وارون آن را بدست آورید.	۱
۶	اگر $f(x) = \sqrt{x+3}$ و $g(x) = \frac{3}{x-2}$ دو تابع باشند: الف) مقدار $(f \circ g)(1)$ را بدست آورید. ب) دامنه تابع $(f \times g)(x)$ را بدست آورید.	۱
۷	تابع $y=f(x)$ با دامنه [-۲, ۱] و برد [-۳, ۴] را در نظر بگیرید: دامنه تابع $+1$ باشد، حاصل عبارت زیر را بدست آورید.	۰,۵
۸	اگر $\cos 10^\circ = 0.99$ و $\sin 10^\circ = 0.17$ باشد، $A = \sin 350^\circ + \sin 100^\circ - \cos 260^\circ - \cos 190^\circ$ را بدست آورید.	۲
۹	مقدار $x = \frac{\pi}{6}$ را به ازای $y = 4 \cos(2x + \frac{\pi}{2})$ بدست آورید.	۰,۵
۱۰	نمودار تابع $y = \frac{1}{2} \sin(x + \frac{\pi}{4})$ را در بازه ای به طول 2π رسم کنید.	۰,۵
۱۱	از معادله $\log(x-3) = 2 - \frac{1}{2} \log 25$ مقدار x را بدست آورید.	۰,۷۵
۱۲	جهای خالی را پر کنید. الف) دامنه تابع $y = (\sqrt{3})^x$ برابر و برد آن برابر است. ب) تابع $y = \log_{0.2}^x$ تابعی یک به یک و در نتیجه معکوس پذیر است. پ) نمودار تابع $y = (\frac{1}{6})^x$ محور عرض ها را در نقطه ای به عرض قطع می کند. ت) نمودار تابع $y = \log_5^x$ محور طول ها را در نقطه ای به طول قطع می کند.	۱,۵
	صفحه ۱ از ۲	

ردیف	محل مهر یا امضاء مدیر	ادامه‌ی سوالات
۰,۷۵	<p>الف) معادله $\frac{1}{25})^{3-x} = 625^{3x-1}$ را حل کنید.</p> <p>ب) نامعادله $\frac{1}{256} \leq 8^{4p-2}$ را حل کنید.</p>	۱۳
۱,۵	<p>حدود زیر را محاسبه کنید.</p> <p>(الف) $\lim_{x \rightarrow 3} \sqrt{x-3}$</p> <p>(ب) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cos^3 x}{1-\sin x}$</p> <p>(ج) $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{ 9-x^2 }{x-3}$</p>	۱۴
۱	<p>مقدار a را چنان بیابید که تابع $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-1}{x^2-3x+2} & x \neq 1 \\ a+2 & x=1 \end{cases}$ در نقطه $x=1$ پیوسته باشد.</p>	۱۵
۱	<p>الف) تابع $[x]=x$ را رسم کنید و سپس وضعیت پیوستگی آن را در بازه‌های $[0,1)$ و $(-1,0)$ بررسی کنید.</p> <p>ب) آیا تابع در بازه‌های $[-1,1], [0,1]$ پیوسته است؟ چرا؟</p>	۱۶
۰,۵	<p>تاس را دو بار پرتاب کرده‌ایم. اگر بدانیم مجموع اعداد ظاهر شده بیشتر از ۸ است، با چه احتمالی این دو عدد با هم برابرند؟</p>	۱۷
۱,۵	<p>احتمال قبولی مهتاب در کنکور سراسری ۰,۸ و احتمال قبولی هیلا ۰,۷ است.</p> <p>الف) با چه احتمالی حداقل یکی از این دو نفر در کنکور سراسری قبول می‌شوند؟</p> <p>ب) با چه احتمالی <u> فقط</u> یکی از این دو نفر در کنکور سراسری قبول می‌شوند؟</p>	۱۸
۰,۵	<p>اگر واریانس داده‌های 10 و $2b$ و $5a$ برابر صفر باشد. میانگین این داده‌ها را بدست آورید.</p>	۱۹
۱	<p>برای داده‌های زیر:</p> <p>۱۰۰, ۴۵, ۸۰, ۹۵, ۱۰۲, ۴۳, ۵۲, ۳۱, ۱۲, ۸۱, ۲۵۰, ۱۸, ۳۵, ۱۳۰, ۴۲, ۹۴, ۸۱, ۵۶</p> <p>الف) دامنه تغییرات را بدست آورید.</p> <p>ب) تقریباً 25% داده‌ها قبل از کدام عدد هستند؟</p> <p>پ) تقریباً 50% داده‌ها بعد از کدام عدد هستند؟</p> <p>ت) تقریباً 75% داده‌ها قبل از کدام عدد هستند؟</p>	۲۰
	صفحه‌ی ۱۱ از ۲	

جمع بارم : ۲۰ نمره

**راهنمای تصحیح**

ردیف

محل مهر یا امضاء مدیر

$$x_0 = \frac{(xA + xB)}{2} = \frac{3-1}{2} = 1 \\ \rightarrow o(1, 4)$$

$$y_0 = \frac{(yA + yB)}{2} = \frac{6+2}{2} = 4$$

$$o_A = \sqrt{(3-1)^2 + (6-4)^2} = \sqrt{4+4} = 2\sqrt{2}$$

$$o_c = \sqrt{(5-1)^2 + (4-4)^2} = \sqrt{16} = 4$$

$o_c > o_A$ پس c خارج دایره است.

$$8x^6 - 7x^3 - 1 = 0$$

$$t = x^3 \rightarrow 8t^2 - 7t - 1 = 0 \xrightarrow{\text{مجموع ضرایب صفر}} t = 1 \rightarrow x = 1 \\ t = \frac{-1}{8} \rightarrow x = \frac{-1}{2}$$

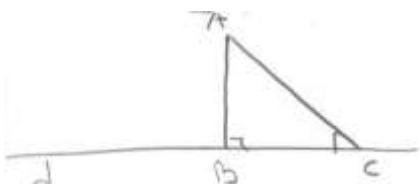
$$\Delta ABD: AB \parallel ME \xrightarrow{\text{تالیس}} \frac{MD}{MA} = \frac{ED}{EB} \Rightarrow \frac{x+4}{x} = \frac{10}{5} \Rightarrow x = 4$$

$$\Delta BDC: DC \parallel EN \xrightarrow{\text{تالیس}} \frac{BN}{NC} = \frac{BE}{DE} \Rightarrow \frac{5}{10} = \frac{3}{y} \Rightarrow 5y = 30 \Rightarrow y = 6$$

$$AD = x + x + 4 = 12$$

$$BC = 3 + y = 9$$

فرض خلف: از A دو عمود بر d می‌توان رسم کرد.



$$AB \perp d$$

$$\{ \angle Bt < C = 180^\circ$$

$$AB \perp d$$

مجموع زوایا بیشتر از 180° می‌شود که این غیر ممکن است. پس به تناقض می‌رسیم. (خلاف فرض) پس حکم ثابت می‌شود.

در مثلث ΔABD شود.

$$f(x) = \frac{1}{3-x}$$

با توجه به شکل هر خط موازی محور x ها تابع را حداقل در یک نقطه قطع می‌کند. پس تابع یک به یک است پس وارون پذیر است.

$$y = \frac{1}{3-x} \rightarrow 3y - xy = 3 \rightarrow 3y - 3 = xy \rightarrow x = \frac{3y-3}{y} \rightarrow f^{-1}(x) = \frac{3x-3}{x}$$

۱

۲

۳

۴

۵

$3f(1) - 3g(1) = 3(2) - 3(-3) = 6 + 9 = 17$ $D_{f \times g} = D_f \cap D_g = x \geq -3 \cap x \neq 2 = [-3, +\infty] - \{2\}$ $D_g = \left[-1, \frac{1}{2}\right] \quad R_g = [-2, 7]$ $A = \sin(360 - 10) + \sin(90 + 10) - \cos(270 - 10) - \cos(180 + 10) = -\sin 10 + \cos 10 + \sin 10 + \cos 10 = 2 \cos 10 = 2(0/99) = 1/98$ $y = 4 \cos(2 \times \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{2}) = 4 \cos(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{3}) = -4 \sin \frac{\pi}{3} = -2\sqrt{3}$ $\log(x-3) + \frac{1}{2} \log 25 = 2$ $\log(x-3)5 = 2 \rightarrow 5x-15 = 100 \rightarrow 5x = 115 \rightarrow x = 23$ ت) یک پ) یک ب) است - است الف) $(0, +\infty) - R$	الف) ۶ ب) ۷ ۸ ۹ ۱۰ ۱۱ ۱۲ الف)
$5^{-6+2x} = 5^{12x-4} \rightarrow -6 + 2x = 12x - 4 \rightarrow x = \frac{-1}{5}$ $2^{-8} \leq 2^{12p-6} \rightarrow -8 \leq 12p - 6 \rightarrow p > \frac{-1}{6}$ الف) $D: x \geq 3 \leftarrow$ در همسایگی چپ ۳ تعریف نشده \leftarrow حد ندارد ب)	۱۳ ۱۴ الف) ۱۵ ۱۶ ۱۷
$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cos^2 x \cos x}{1 - \sin x} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{(1 - \sin^2 x) \cos x}{1 - \sin x} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} (1 + \sin x) \cos x = 0$ $f(1) = \lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ $f(1) = a + 2$ $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+1)}{(x-1)(x-2)} = -2$ $\rightarrow a + 2 = -2 \rightarrow a = -4$	
در بازه $[0, 1]$ پیوسته است. چون در یک پیوستگی چپ و در صفر پیوستگی راست ئارد و در تمام نقاط میانی نیز پیوسته است. در بازه $[1, -1]$ پیوسته نیست. چون در صفر پیوسته نیست. $B = \{(4, 5)(5, 4)(4, 6)(6, 4)(5, 5)(5, 6)(6, 5)(6, 6)\}$ $A = \{(1, 1)(2, 2)(3, 3)(4, 4)(5, 5)(6, 6)\}$ $P(B A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{2}{36}}{\frac{8}{36}} = \frac{1}{6}$	

(الف)

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0.8 + 0.7 - 0.8 \times 0.7 = 0.94$$

(ب)

$$P(A - B) + P(B - A) = P(A \cap \bar{B}) + P(B \cap \bar{A}) = 0.8 \times 0.3 + 0.7 \times 0.2 = 3.8$$

١٨

تمام داده ها با هم برابرند

$$5a - 5 = 10 \rightarrow a = 3$$

$$2b = 10 \rightarrow b = 5$$

$$\frac{c}{3} = 10 \rightarrow c = 30$$

$$\frac{3+5+30}{3} = \frac{38}{3}$$

١٩

$$R = \text{max} - \text{min} = 250 - 12 = 238$$

(الف)

(ب)

$$Q_1 = 43$$

(پ)

$$Q_2 = 80.5$$

(ت)

$$Q_3 = 100$$

٢٠

امضاء:

نام و نام خانوادگی مصحح : فائزه جوادزاده

جمع بارم ٢٠: نمره