

به نام خدا

نام و نام خانوادگی: شماره دانشجویی: تاریخ: ۱۳۹۷/۰۲/۱۹ مدت امتحان: ۹۰ دقیقه

در جدول زیر چیزی ننویسید.

سوال ۱	سوال ۲	سوال ۳	سوال ۴	سوال ۵	سوال ۶	جمع
۱۵	۲۴	۱۲	۲۷	۱۳	۹	۱۰۰

سوال ۱: دوره تناوب اصلی سیگنال‌های زیر را بیابید.

الف-

$$x[n] = e^{j\frac{\pi}{3}n} + e^{j\frac{4\pi}{5}n}$$

حل:

$$N_1 = m \frac{2\pi}{\omega} = m \frac{2\pi}{\frac{2\pi}{3}} = 6m \xrightarrow{m=1} N_1 = 6$$

$$N_2 = m \frac{2\pi}{\omega} = m \frac{2\pi}{\frac{4\pi}{5}} = m \frac{5}{2} \xrightarrow{m=2} N_2 = 5 \Rightarrow N = 6 \times 5 = 30$$

ب-

$$x(t) = \cos\left(4t + \frac{\pi}{3}\right) + \cos\left(\frac{1}{5}t\right)$$

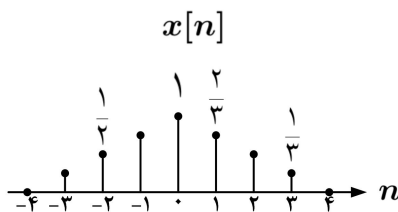
حل:

$$T_1 = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$$

$$T_2 = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\frac{1}{5}} = 10\pi \Rightarrow T = 10\pi$$

سوال ۲: مطلوبست $x[2n]$ و $x[\frac{1}{2}n]$ ، اگر $x[n]$ به صورت شکل ۱ باشد.

حل:



شکل ۱: سیگنال $x[n]$

حل: تعریف می‌کنیم: $y[n] = x[2n]$ در این صورت داریم:

$$y[-2] = x[-4] = 0 \quad y[-1] = x[-2] = \frac{1}{2} \quad y[0] = x[0] = 1$$

$$y[1] = x[2] = \frac{1}{2} \quad y[2] = x[4] = 0$$

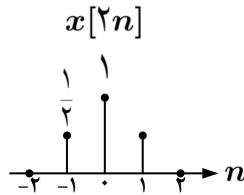


fig28

شکل ۲: سیگنال $x[2n]$

بنابراین دنباله $y[n] = x[2n]$ بصورت شکل ۲ است (مقادیر موجود در n های فرد حذف شده‌اند).

برای قسمت بعد تعریف می‌کنیم: $y[n] = x[\frac{1}{2}n]$ بنابراین، مشاهده می‌شود که به ازای n های فرد $y[n]$ تعریف نشده است و به ازای n های زوج داریم:

$$\begin{aligned}
 y[-8] &= x[-4] = 0 & y[-6] &= x[-3] = \frac{1}{3} & y[-4] &= x[-2] = \frac{1}{2} \\
 y[-2] &= x[-1] = \frac{2}{3} & y[0] &= x[0] = 0 & y[2] &= x[1] = \frac{2}{3} \\
 y[4] &= x[2] = \frac{1}{2} & y[6] &= x[3] = \frac{1}{3} & y[8] &= x[4] = 0
 \end{aligned}$$

بنابراین شکل این دنباله مشابه شکل ۳ خواهد شد با این تفاوت که مقادیر n باید هر یک دو برابر شوند و در نقاطی که در آنجا n فرد است دنباله تعریف نشده است.

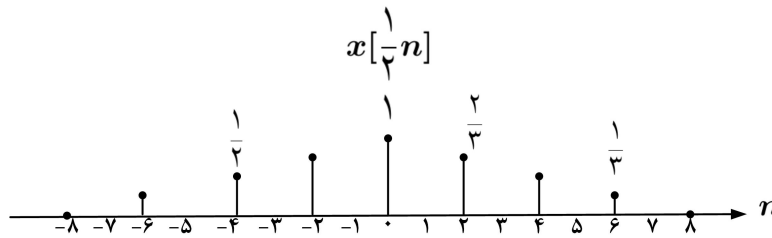


fig29

شکل ۳: سیگنال $x[\frac{1}{2}n]$

سوال ۳: از روی سیگنال $x(t)$ در شکل ۴ (الف) سیگنال $x(-3t+2)$ را رسم کنید.
حل:

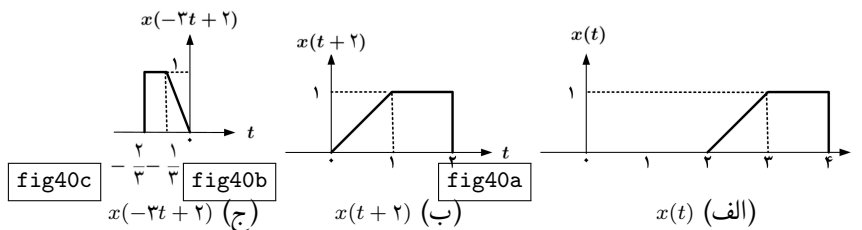


fig40

شکل ۴: سیگنال

سوال ۴: بخش‌های زوج و فرد سیگنال نشان داده شده در شکل ۵ (الف) را تعیین و رسم کنید. ترسیم‌های

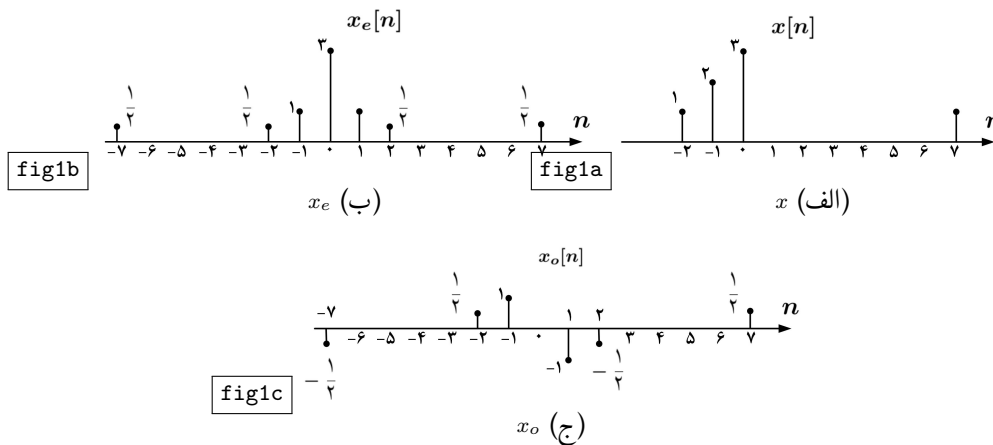
خود را به دقت مدرج کنید.

$$x[n] = \delta[n+2] + 2\delta[n+1] + 3\delta[n] + \delta[n-7]$$

$$x[-n] = \delta[n-2] + 2\delta[n-1] + 3\delta[n] + \delta[n+7]$$

$$x_e[n] = \frac{1}{2}\{x[n] + x[-n]\} = \frac{1}{2}\delta[n+2] + \delta[n+1] + 3\delta[n] + \frac{1}{2}\delta[n-7] + \frac{1}{2}\delta[n-2] + \delta[n-1] + \frac{1}{2}\delta[n+7]$$

$$x_o[n] = \frac{1}{2}\{x[n] - x[-n]\} = \frac{1}{2}\delta[n+2] + \delta[n+1] + \frac{1}{2}\delta[n-7] - \frac{1}{2}\delta[n-2] - \delta[n-1] - \frac{1}{2}\delta[n+7]$$



شکل ۵: سیگنال

fig1

سوال ۵: انواع سیگنال‌ها را از نظر انرژی و توان نام ببرید و خصوصیات آن‌ها را بیان کنید.

۱- $x(t)$ یک سیگنال انرژی است، اگر و فقط اگر $0 < E_\infty < \infty$ بنابراین $P_\infty = 0$. (برای سیگنال‌های انرژی محدود ($E_\infty < \infty$) داریم: $P_\infty = 0$).

۲- $x(t)$ یک سیگنال توان است، اگر و فقط اگر $0 < P_\infty < \infty$ بنابراین $E_\infty = \infty$. (برای سیگنال‌های با توان بزرگتر از صفر ($P_\infty > 0$) داریم: $E_\infty = \infty$ این جمله عکس نقیض جمله بالا است).

۳- سیگنال‌هایی که جزو دو دسته اول نیستند، نه سیگنال انرژی هستند و نه سیگنال توان. (سیگنال ممکن است هم انرژی بی‌نهایت داشته باشد و هم توان بی‌نهایت، مثلا $x(t) = t$).

سوال ۶: با توجه به خواص تابع ضربه، مقدار نهایی روابط زیر را بدست آورید.

الف-

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta[n+1] = 1$$

ب-

$$\int_0^\infty \delta(t+1) dt = 0$$

ج-

$$\left(2 \cos\left(t - \frac{1}{2}\right) - t^2 \right) \delta(2t-1) = \frac{1}{2} \delta(2t-1)$$

موفق باشید-آدینه