

پاسخنامه کلیدی آزمون با کد: ۵۲۱۵۳۶

۲ -۵	۱ -۴	۴ -۳	۲ -۲	۲ -۱
۱ -۱۰	۱ -۹	۳ -۸	۲ -۷	۱ -۶
۴ -۱۵	۲ -۱۴	۲ -۱۳	۴ -۱۲	۳ -۱۱
۲ -۲۰	۳ -۱۹	۲ -۱۸	۱ -۱۷	۱ -۱۶
۴ -۲۵	۲ -۲۴	۳ -۲۳	۲ -۲۲	۲ -۲۱
۴ -۳۰	۳ -۲۹	۲ -۲۸	۳ -۲۷	۳ -۲۶
۳ -۳۵	۳ -۳۴	۱ -۳۳	۲ -۳۲	۳ -۳۱
۲ -۴۰	۳ -۳۹	۱ -۳۸	۴ -۳۷	۳ -۳۶
۱ -۴۵	۲ -۴۴	۳ -۴۳	۱ -۴۲	۳ -۴۱
۱ -۵۰	۳ -۴۹	۳ -۴۸	۲ -۴۷	۲ -۴۶
۲ -۵۵	۱ -۵۴	۲ -۵۳	۴ -۵۲	۳ -۵۱
۳ -۶۰	۱ -۵۹	۳ -۵۸	۳ -۵۷	۴ -۵۶
۳ -۶۵	۱ -۶۴	۳ -۶۳	۳ -۶۲	۲ -۶۱
۳ -۷۰	۴ -۶۹	۲ -۶۸	۲ -۶۷	۳ -۶۶
۴ -۷۵	۴ -۷۴	۲ -۷۳	۳ -۷۲	۲ -۷۱
۱ -۸۰	۳ -۷۹	۲ -۷۸	۲ -۷۷	۱ -۷۶
۱ -۸۵	۴ -۸۴	۳ -۸۳	۱ -۸۲	۳ -۸۱
۴ -۹۰	۱ -۸۹	۲ -۸۸	۲ -۸۷	۳ -۸۶
۴ -۹۵	۳ -۹۴	۴ -۹۳	۴ -۹۲	۳ -۹۱
۲-۱۰۰	۱ -۹۹	۲ -۹۸	۴ -۹۷	۳ -۹۶
۳-۱۰۵	۲-۱۰۴	۳-۱۰۳	۱-۱۰۲	۲-۱۰۱
۱-۱۱۰	۳-۱۰۹	۴-۱۰۸	۲-۱۰۷	۱-۱۰۶
۳-۱۱۵	۲-۱۱۴	۱-۱۱۳	۴-۱۱۲	۴-۱۱۱
۳-۱۲۰	۴-۱۱۹	۲-۱۱۸	۱-۱۱۷	۳-۱۱۶
۴-۱۲۵	۲-۱۲۴	۲-۱۲۳	۲-۱۲۲	۲-۱۲۱



۱. گزینه ۲ مفهوم بیت فروتنی نابه جاست ولی در ابیات دیگر به ستایش فروتنی و تواضع اشاره شده است.

۲. گزینه ۲ مفهوم مشترک «ریاکار و متظاهر نبودن».

مفهوم سایر ابیات:

گزینه ی «۱» یکی بودن ظاهر و باطن

گزینه ی «۳» دیدار معنوی بامعشوق

گزینه ی «۴» دعوت به مبارزه با نفس

۳. گزینه ۴ شعر «چشمه و سنگ» اثر نیمایوشیج / قالب: مثنوی

۴. گزینه ۱ همه ی ابیات مفهوم به ناپایداری دنیا اشاره دارند، به جز گزینه ی «۱» که مخاطب را به برگزیدن جایگاهی بهتر دعوت می کند.

۵. گزینه ۲ سجع مانند قافیه در شعر است که در پایان دو جمله قرار می گیرد. در گزینه «۲» پایان جمله ها هیچ سجوی دیده نمی شود.

سجع در سایر گزینه ها: گزینه «۱»: نیاید / نشاید، گزینه «۳»: نیکوست / اوست / پوست، گزینه «۴»: بسی ندارم / کسی ندارم

۶. گزینه ۱ معنی بیت: «وقتی که غرّش شیران (انسان های بزرگ و لایق) سپری شد، مطمئن باشید که این پارس سگان (عوامل نالایق) شما سپری خواهد شد.

۷. گزینه ۲ مفهوم، به مقام والای امام حسین (ع) اشاره دارد.

۸. گزینه ۳ خاک در گزینه اول در معنای مجازی گور و در گزینه های دوم و چهارم در معنای مجازی سرزمین به کار رفته است. (البته

باید طراح محترم توجه داشته باشند که «خاک» در گزینه «۳» هم می تواند مجاز از «زمین» باشد.)

۹. گزینه ۱ بررسی گزینه ها:

گزینه ۱: در این بیت هیچ تشبیهی وجود ندارد.

گزینه ۲: «جان» مجاز (استعاره) از «یار» است.

گزینه ۳: بین واژه های «گل» و «گل» جناس ناقص حرکتی وجود دارد.

گزینه ۴: بین واژه های «بدنام» و «نیک نام» آرایه تضاد دیده می شود.

۱۰. گزینه ۱ بررسی گزینه ها:

گزینه (۱): همه واژه ها در معنای حقیقی خود به کار رفته است.

گزینه (۲): «سر» به معنای «قصد».

گزینه (۳): «سر» به معنای «عقل».

گزینه (۴): «دل» به معنای «فکر و میل» به کار رفته است که همگی مجاز هستند.

۱۱. گزینه ۳ مفهوم بیت: «بی تأثیری مرگ انسان بر روزگار و زمین و آسمان» مفهوم مشترک سایر گزینه ها «قطعی بودن مرگ»

۱۲. گزینه ۴ مفهوم مشترک «پاک بازی عاشق» است که عاشق در راه معشوق از جان خود نیز می گذرد.

۱۳. گزینه ۲ حس آمیزی، آمیختن دو حس متفاوت بگونه ای که باعث زیبایی کلام شود. در گزینه ۲ واژه «شیرین سخن» به دلیل

آمیختن دو حس شنوایی (سخن) و چشایی (شیرین) آرایه حس آمیزی را می توان دید.

۱۴. گزینه ۲ این مصراع اشاره به این دارد که خداوند همه وجود ماست.

بررسی سایر گزینه ها:

گزینه (۱): شاعر از خداوند طلب فضل و بخشش دارد.

گزینه (۳): زینت بخش بوته گل و صحرا من هستم.

گزینه (۴): خود را از حادثه نجات دهد.

۱۵. گزینه ۴ شیرین سخن: نسبت دادن حس شیرینی به سخن ← حس آمیزی

۱۶. گزینه ۱ بیت گزینه «۱» فاقد آرایه مجاز است.

در سایر ابیات: (۲) «چه» مجاز از گودی چانه. / (۳) «نرگس» مجاز از چشم معشوق. / (۴) «آتش» مجاز از شراب.

۱۷. گزینه ۱ همه واژه ها در معنای اصلی خود به کار رفته اند و مجازی وجود ندارد.

بررسی سایر ابیات:

گزینه «۲»: با توجه به مصراع نخست، «ماه» مجاز از یار زیبارو است.

گزینهٔ «۳»: «درخت گل» مجاز از یار است.
گزینهٔ «۴»: «سر» مجاز از اندیشه و قصد است.



۱۸. **گزینه ۲** ابیات «ج» و «د» به گمنام بودن اشاره می‌کنند و شاعر گله می‌کند که روزگار و زمانه و فلک، قدر او را نشناخته‌اند. این مفهوم در عبارت «همچون مروارید در دل صدف کج و کوله‌ای سال‌ها بسته ماند» (درس «پیرمرد چشم ما بود») آمده است. بیت «الف» به «خاموشی و سکوت» دعوت می‌کند. بیت «ب» به «توصیف، تمجید و مدح» می‌پردازد و می‌گوید: «قدر ممدوح بالاتر از آسمان و فلک است، همچنان که ارزش گوهر برتر از صدف است.»
۱۹. **گزینه ۳** سعدی در بیت گزینه ۳، می‌گوید هر کسی به امید کارهای نیکی که کرده، به درگاه خدا می‌رود. اما سعدی، فقط به لطف خداوند امیدوار است و نه چیزی دیگر، از جمله اعمالش، پس اگرچه کار نیکی ندارد، به رحمت خداوند امیدوار است که فقط او را دارد.
۲۰. **گزینه ۲** در سایر گزینه‌ها میان بوم (جغد) و ویرانی (خرابی) ارتباطی هست. گذشتگان معتقد بودند که جغد در ویرانه زندگی می‌کند. بیت زیر هم اشاره به همین عقیده عامیانه دارد:
«وین بوم محنت از پی آن تا کند خراب
بر دولت آشیان شما نیز بگذرد»
شومی جغد هم از دیگر اعتقادات عامیانه درباره این پرنده است.
۲۱. **گزینه ۲** زیرا در این گزینه «هاتان» مبتدا و «جزیرتان» که بدون آل است خبر می‌باشد نه مشارالیه. در گزینه‌های دیگر «المکان» و نیز السیدات در گزینه ی ۱ و الجبل والقاره در گزینه ی ۳ و المعلمون در گزینه ی ۴ همگی دارای آل و مشارالیه می‌باشند.
۲۲. **گزینه ۲** زیرا در اعداد سه رقمی ابتدا صدگان و سپس یکان و پس از آن دهگان می‌آید.
۲۳. **گزینه ۳** زیرا معدود «سبعة» از نظر جنس برعکس آن می‌آید. (ردّ گزینه‌های ۱ و ۲) زیرا «عیون» مؤنث است، در عدد سیزده بخش اول آن برعکس معدود است پس در گزینه ی ۴ «شجره» غلط است.
۲۴. **گزینه ۲** ما كُنْتُ أَظُنُّ: گمان نمی‌کردم (فعل ماضی منفی استمراری است)
مَطَرُ السَّمَكِ: باران ماهی فلم خیالی: فیلمی خیالی
«فلم خیالی» اسم نکره است، بنابراین «فیلم خیالی» نادرست است. باید با «یک» یا «ی» نکره بیاید.
۲۵. **گزینه ۴** در این گزینه باید مفرد و جمع بودن معدود و همچنین به منصوب یا مجرور بودن معدود توجه کنیم که با توجه به این دو اصل گزینه ی ۴ درست است.
۲۶. **گزینه ۳** به دلیل این که «أشكرُ» فعل متکلم وحده است باید "کان" نیز به صورت متکلم وحده بیاید بنابراین «كُنْتُ أَشْكُرُ» صحیح است.
۲۷. **گزینه ۳** «پس از سال‌های بسیار، برادر بزرگم از اروپا آمد و هدیه‌ی گرانی برایمان آورد!»
«آتی»: آمد/آتی ب: آورد
۲۸. **گزینه ۲** «تَسَاقَطَ» بر وزن تَفَاعَلَ می‌باشد و صیغه ی ۱ ماضی در باب تفاعل است. پس ضمیر مناسب، برای آن، «هُوَ» می‌باشد: «هُوَ تَسَاقَطَ»
۲۹. **گزینه ۳** فعل‌های «نَزَلُوا»، «نَزَلُوا» و «أَنْزَلُوا» ماضی و فعل «أَنْزَلُوا» امر است و تنها فعل امر باتوجه به معنا درست است. زیرا جمله با «یا» آغاز شده است و به فعل مخاطب نیاز دارد.
۳۰. **گزینه ۴** «لَمَّا»: زمانی، هنگامی که (وقتی با فعل ماضی بیاید) / «الأسماك»: ماهی‌ها / «مطراً»: به صورت باران / «فلم»: فیلم
تشریح گزینه‌های دیگر:
گزینه ی ۱: «هنوز»، «ندیده بودم» و «انگار» نادرست هستند.
گزینه ی ۲: «ماهی‌های افتاده» نادرست است.
گزینه ی ۳: «در این هنگام»، «لذا» و «دارم می‌بینم» نادرست هستند.
۳۱. **گزینه ۳** در گزینه‌های ۱ و ۲ و ۴ به ترتیب جهاد، تنزیل، مُعَالَجَة مصادر ثلاثی مزیدند.
۳۲. **گزینه ۲** زیرا «انت» مفرد مؤنث مخاطب (صیغه ی دهم) است بنابراین «جاهدی» که امر و از صیغه ی دهم «تُجَاهِدِينَ» ساخته شده مناسب است.
۳۳. **گزینه ۱** زیرا با توجه به فعل اجلس این گزینه درست است.
۳۴. **گزینه ۳** زیرا تَشَابَهَ باب تَفَاعَلَ وَ تَقَاتَلُونَ نیز در باب تفاعل می‌باشد.

۳۵. گزینه ۳ ۲ باب تفاعل و تفعّل برخی از صیغه‌های ماضی و امر آن کاملاً شبیه هم می‌باشند.

تعارفوا ← ماضی للغائبین و امر للمخاطبین است.

در سایر باب‌ها «عین الفعل» اگر مفتوح باشد ماضی و اگر مکسور باشد امر حاضر است، بنابراین «انْتَصَرُوا» به دلیل مفتوح العین بودن فعل ماضی است. بنابراین ۲ گزینه‌ی ۱ و ۲ نادرست است و در گزینه‌ی ۴ «انتصار» باب افتعال است.



هر گاه حرف اول کلمه «ن» باشد به باب افتعال رود شبیه باب انفعال می شود.

۳۶. گزینه ۳ افعال در گزینه های دیگر به ترتیب زیر می باشد.

در گزینه ی ۱ ماضی . امر . مضارع، در گزینه ی ۲ امر . ماضی . مضارع، در گزینه ی ۴ مضارع . امر . ماضی.

۳۷. گزینه ۴ با توجه به «البنات» جمع مؤنث در جای خالی «هؤلاء» قرار می گیرد. (نادرستی گزینه های ۲ و ۳)

با توجه به «ايتها العزیزات» فعل جای خالی دوم باید جمع مؤنث مخاطب باشد. (نادرستی گزینه های ۱ جَمَعْنَ، و ۳ یَجْمَعْنَ)

«الأشجار» جمع غیر عاقل است، پس اسم اشاره ی آن، مفرد مؤنث می آید. (نادرستی گزینه های ۱ و ۲)

۳۸. گزینه ۱ گزینه ی ۱

در این گزینه «اثنان»: دو ۲ معدود ندارد زیرا معدود اعداد یک و دو قبل آنها می آید.

۳۹. گزینه ۳ «زیاده» بر وزن «فعالة» مصدر ثلاثی مجرد است و «التَّعَرَّفُ» مصدر باب «تَفَعَّلُ» در گزینه های «۱» «تَصَدَّقُ» فعل مضارع

«۲» «تحدثُ» فعل مضارع و در گزینه «۴» «تَعَلَّمَ» فعل امر مخاطب است.

۴۰. گزینه ۲ جمع های مکسر عبارتند از:

(۱) عقائد - أشخاص (۲) الرِّیاح - عُصون - الأشجار (۳) الجمارک - حَقَائِب (۴) أسماکاً - الرِّجَال

۴۱. گزینه ۳ بررسی گزینه ها:

(۱) C نامتناهی و B متناهی است. پس $B - C$ قطعاً نامتناهی است. از طرفی A نیز نامتناهی است و (نامتناهی - A) ممکن است متناهی یا نامتناهی باشد.

(۲) $A - C$ تفاضل دو مجموعه نامتناهی است و ممکن است متناهی یا نامتناهی باشد؛ بنابراین اجتماع آن با مجموعه ی متناهی B نیز ممکن است متناهی یا نامتناهی باشد.

(۳) $B - C$ (تفاضل یک مجموعه نامتناهی از یک مجموعه متناهی) قطعاً متناهی است؛ پس $A - (B - C)$ یعنی (متناهی - A) حتماً نامتناهی خواهد بود.

(۴) $B \cap C$ اشتراک یک مجموعه متناهی با یک مجموعه نامتناهی است و حتماً متناهی است؛ پس $(B \cap C) - A$ متناهی خواهد بود.

۴۲. گزینه ۱ یادآوری ۱: اگر $A \subseteq B$ ، آن گاه اجتماع آن ها برابر با B و اشتراکشان برابر با A است.

یادآوری ۲: $A - B = A \cap B'$ (این طوری تفاضل را با اشتراک بیان می کنیم).

$$\frac{((A \cup B) - C)' \stackrel{A \cup B = B}{=} (B - C)' = (B \cap C')'}{\overline{B \subseteq C'} (B)' = B'}$$

$$\Rightarrow n((A \cup B) - C)' = n(B') = n(V) - n(B) = ۳۰ - ۶ = ۲۴$$

۴۳. گزینه ۳ یادآوری: در هر دنباله ی حسابی، هر جمله میانگین جملات طرفین خود است:

$$۳p + ۴ = \frac{(۲p + ۳) + (۵p - ۱)}{۲} \Rightarrow ۶p + ۸ = ۷p + ۲ \Rightarrow p = ۶$$

پس دنباله ما به صورت زیر است:

$$\dots, ۲ \times ۶ + ۳, ۳ \times ۶ + ۴, ۵ \times ۶ - ۱, \dots$$

$$\Rightarrow \dots, ۱۵, ۲۲, ۲۹, \dots \Rightarrow \text{قدر نسبت} = d = ۲۲ - ۱۵ = ۷$$

از طرفی جمله پنجم این دنباله $۲p + ۳$ یعنی $۱۵ = ۲ \times ۶ + ۳$ است. برای رسیدن از جمله پنجم به جمله یازدهم، به $۶d$ نیاز

داریم؛ یعنی:

$$t_{۱۱} = t_۵ + ۶d = ۱۵ + ۶ \times ۷ = ۵۷$$

۴۴. گزینه ۲ دنباله اعداد طبیعی که در تقسیم بر ۷ باقیمانده ۵ داشته باشند، یک دنباله حسابی با جمله اول ۵ و قدر نسبت ۷ است:

$$۵, ۱۲, ۱۹, \dots$$

از آنجا که جمله عمومی هر دنباله حسابی بصورت $t_n = t_۱ + (n - 1)d$ است. داریم:

$$t_n = ۵ + (n - 1) \times ۷ = ۷n - ۲$$

اعداد ۳ رقمی این دنباله در شرایط زیر صدق می کنند:

$$۱۰۰ \leq ۷n - ۲ \leq ۹۹۹$$

پس دو معادله زیر را حل می کنیم:

$$a_n \geq 100 \Rightarrow \forall n - 3 \geq 100 \Rightarrow \forall n \geq 103 \Rightarrow n \geq 14 \Rightarrow n \geq 15$$

$$a_n \leq 999 \Rightarrow \forall n - 2 \leq 999 \Rightarrow \forall n \leq 1001 \Rightarrow n \leq 143$$

پس $15 \leq n \leq 143$ است و تعداد n ها عبارتست از: $143 - 15 + 1 = 129$



۴۵. گزینه ۱

واسطه‌ی هندسی بین دو عدد مثبت a و c از رابطه‌ی $b^2 = ac$ بدست می‌آید.
 جمله‌ی عمومی دنباله‌ی حسابی $t_n = t_1 + (n-1)d$ است.

در دنباله‌ی حسابی $10, 16, 22, 28, \dots$ ، قدر نسبت ۴ و جمله‌ی اول ۲- است.

$$t_7 = -2 + 6 \times 4 = 22$$

$$t_{18} = -2 + 17 \times 4 = 68 - 2 = 66 \Rightarrow \text{واسطه‌ی هندسی: } b^2 = 22 \times 66 = 2 \times 11 \times 6 \times 11$$

$$= 2 \times 11 \times 2 \times 3 \times 11 = 2^2 \times 11^2 \times 3$$

$$\sqrt{\quad} \rightarrow b = \pm 2 \times 11 \sqrt{3} = \pm 22 \sqrt{3}$$

۴۶. گزینه ۲ جمله‌ی عمومی دنباله‌ی هندسی: $t_n = t_1 q^{n-1}$

$$t_1 + t_2 + t_3 = 63 \Rightarrow t_1 + t_1 q + t_1 q^2 = 63 \Rightarrow t_1 (1 + q + q^2) = 63$$

$$\Rightarrow 1 + q + q^2 = \frac{63}{t_1}$$

$$\text{از طرفی: } \frac{1}{t_1} + \frac{1}{t_2} + \frac{1}{t_3} = \frac{21}{48} \Rightarrow \frac{1}{t_1} + \frac{1}{t_1 q} + \frac{1}{t_1 q^2} = \frac{21}{48} \Rightarrow \frac{q^2 + q + 1}{t_1 q^2} = \frac{21}{48} \xrightarrow{q^2 + q + 1 = \frac{63}{t_1}} \frac{63}{t_1 q^2} = \frac{21}{48}$$

$$= \frac{21}{48}$$

$$\Rightarrow \frac{63}{t_1^2 q^2} = \frac{21}{48} \Rightarrow t_1^2 q^2 = \frac{9 \times 48}{3} = 144 \xrightarrow{\sqrt{\quad}} t_1 q = \pm \sqrt{144}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t_2 = +12 \\ t_2 = -12 \end{cases}$$

۴۷. گزینه ۲

$$n! = n(n-1)!$$

$$\frac{8! + 7!}{8! - 7!} = \frac{8 \times 7! + 7!}{8 \times 7! - 7!} = \frac{7!(8+1)}{7!(8-1)} = \frac{8+1}{8-1} = \frac{9}{7}$$

۴۸. گزینه ۳

اصل ضرب: اگر عملی طی دو مرحله انجام شود که مرحله‌ی اول آن به m راه و مرحله دوم آن عمل به n راه قابل انجام باشد $m \times n$ راه قابل انجام خواهد بود.

رمز

حرف	رقم	رقم	رقم	رقم	حرف
-----	-----	-----	-----	-----	-----

$$: 2 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 1 = 2 \times 10^4 = 20000$$

حرف باقیمانده a یا b

دقیقه $1000 = 60000$ ثانیه $\times 3$ حالت $20000 =$ زمان مورد نیاز

۴۹. گزینه ۳ هر مسافر برای پیاده شدن ۷ انتخاب (ایستگاه) در اختیار دارد:

$$\underbrace{7 \times 7 \times \dots \times 7}_{20 \text{ مسافر}} = 7^{20}$$

۵۰. گزینه ۱ پیشامد خواسته شده همان $B - (A \cup C)$ است، پس داریم:

پس نمودار گزینه‌ی ۱ درست است.

نمودار سایر گزینه‌ها موارد زیر را نشان می‌دهند:

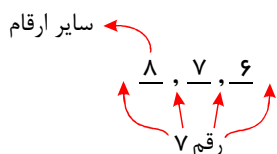
گزینه‌ی ۲: پیشامدهای A و C رخ می‌دهد، ولی B رخ ندهد. $(A \cap C) - B$

گزینه ی ۳: پیشامد A رخ دهد، ولی B یا C رخ ندهد. $A - (B \cup C)$
گزینه ی ۴: پیشامدهای A یا C رخ دهد، اما هر ۳ پیشامد با هم رخ ندهند. $(A \cup C) - (A \cap B \cap C)$
۵۱. گزینه ۳ اعدادی که فقط یکبار عدد ۵ در آنها به کار رفته، در یکی از سه دسته ی زیر جای می گیرند:



$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{5}{1} \times \frac{9}{9} \times \frac{8}{8} \\ \frac{5}{1} \times \frac{9}{9} \times \frac{8}{8} \\ \frac{5}{1} \times \frac{9}{9} \times \frac{8}{8} \end{array} \right. \Rightarrow \text{تعداد حالات} = 8 \times 9 \times 1 + 8 \times 1 \times 9 + 1 \times 9 \times 9 = 225$$

دقت: صفر نمی تواند در جایگاه صدگان قرار گیرد؛ چون در آن صورت عدد دو رقمی حاصل می شود.
۵۲. گزینه ۴ برای ساختن عددی که صفر در آن بکار نرفته باشد، ۹ رقم در اختیار داریم. اگر بخواهیم رقم ۷ در آن به کار رفته باشد، عدد را بصورت زیر در نظر می گیریم:



یعنی ۷ می تواند در یکی از جاهای نشان داده شده قرار گیرد. پس:

$$\text{تعداد حالات} = 8 \times 7 \times 6 \times 4 = 1344$$

تعداد انتخاب های که عدد ۷ برای قرار گرفتن، در اختیار دارد.

$$\boxed{1! = 1, 0! = 1} \quad \text{۵۳. گزینه ۲}$$

$$(2x^2 - x)! = 1 \Rightarrow \begin{cases} 2x^2 - x = 1 \Rightarrow 2x^2 - x - 1 = 0 \Rightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{1+8}}{4} \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -\frac{1}{2} \end{cases} \\ 2x^2 - x = 0 \Rightarrow x(2x - 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{1}{2} \end{cases} \end{cases}$$

در این میان، مقادیر $x = 1$ و $x = 0$ صحیح هستند.

۵۴. گزینه ۱

$$n(S) = 6! = \text{تعداد حالات قرار گرفتن ۶ نفر در کنار هم}$$

پیشامد A را به صورت زیر در نظر می گیریم:

$$\boxed{\text{فرزند}} \quad \boxed{\text{پدر و مادر}} : n(A) = \underset{\text{جایگشت}}{4!} \times \underset{\text{پدر و مادر}}{2!} \Rightarrow P(A) = \frac{4! \times 2!}{6!} = \frac{4! \times 2 \times 1}{6 \times 5 \times 4!} = \frac{2}{6 \times 5} = \frac{1}{15}$$

۵۵. گزینه ۲ ۴ جایگاه داریم که باید ۲ تا از آن ها حتماً با عدد زوج اشغال شوند و دو جایگاه دیگر با اعداد فرد پر شوند:

$$\binom{4}{2} \times 2^2 \times 3^2 = 6 \times 4 \times 9 = 216$$

\downarrow انتخاب ۲ جایگاه برای اعداد زوج از میان ۴ جایگاه
 \downarrow جایگشت دو عدد زوج (تکرار مجاز است)
 \downarrow جایگشت ارقام فرد (تکرار مجاز است)

۵۶. گزینه ۴ a را باید در جایی از محور اعداد قرار دهیم که سه عدد فرد بزرگتر از ۶ یعنی ۷ و ۹ و ۱۱ در بازه $(a, 6]$ قرار

گیرند. بنابراین a باید بزرگتر از ۱۱ باشد یعنی: $a > 11$

از طرفی اگر a برابر با ۱۳ شود، چهارمین عدد فرد یعنی ۱۳ نیز در این بازه قرار می گیرد که برخلاف خواسته ی مسئله است، اما چون

بازه، نیم باز است، a خود مقدار ۱۳ را نیز می تواند اختیار کند. پس مجموعاً داریم: $11 < a \leq 13$

می دانیم: در هر دنباله حسابی که در آن جمله اول t_1 و قدر نسبت d باشد جمله می دانیم: عمومی از رابطه ی

$$t_n = t_1 + (n - 1)d$$



دنباله حسابی حاصل را به صورت زیر در نظر می‌گیریم:

$$\begin{array}{ccc} \boxed{a-3} & , & \text{به تعداد } 3a \text{ جمله} & , & \boxed{10a} \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\ \text{جمله ی اول} & & \text{جمله } 3a & & \text{جمله } 3a+2 \text{ ام} \end{array}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t_1 = a-3 \\ t_{3a+2} = t_1 + ((3a+2)-1) \times d = 10a \Rightarrow t_1 + (3a+1) \times d = 10a \end{cases}$$

$$\Rightarrow 10a = (a-3) + (3a+1)d \Rightarrow 10a - a + 3 = (3a+1)d$$

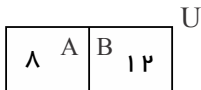
$$\Rightarrow 9a + 3 = (3a+1)d \Rightarrow d = \frac{9a+3}{3a+1} = \frac{3(3a+1)}{3a+1} = 3$$

۵۸. گزینه ۳ در جدول مقابل تعداد نقاط تو خالی و توپر و اختلاف آن‌ها را در هر شکل مشخص می‌کنیم:

شماره‌ی شکل	۱	۲	۳	۴	...	۹
تعداد نقاط تو خالی	۰	۳	۳	۱۰	...	۳۶
تعداد نقاط توپر	۱	۱	۶	۶	...	۴۵
اختلاف	۱	۲	۳	۴	...	۹

با توجه به جدول، اختلاف تعداد نقاط تو پر و تو خالی برابر شماره شکل است، پس در شکل نهم اختلاف آن‌ها برابر ۹ می‌باشد.

۵۹. گزینه ۱ با توجه به داده‌های مسئله نمودار ون را رسم می‌کنیم:

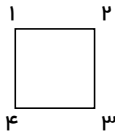


$$n(B') = n(A) = 8$$

۶۰. گزینه ۳

می‌دانیم: اگر کاری در دو مرحله انجام بگیرد به طوریکه در مرحله اول m روش و در مرحله دوم n روش داشته باشد بنابراین اصل ضرب، کل کار مورد نظر به $m \times n$ روش قابل انجام است.
اگر کاری را بتوان به یکی از دو روش انجام داد که روش اول m حالت و روش دوم n حالت داشته باشد انجام کل کار مورد نظر بنابراین اصل جمع $m+n$ حالت دارد.

چهارضلعی مقابل را در نظر بگیرید.



رأس اول را به ۳ طریق می‌توان رنگ کرد

رأس دوم نباید با رأس اول هم‌رنگ باشد. بنابراین به ۲ طریق قابل رنگ است.

رأس سوم نباید با رأس دوم هم‌رنگ باشد و می‌تواند با رأس اول هم‌رنگ باشد یا نباشد.

رأس چهارم اگر رئوس اول و سوم هم‌رنگ باشند، به ۲ طریق و اگر رئوس اول و سوم هم‌رنگ نباشند به ۱ طریق قابل رنگ است.

بنابراین طبق اصول ضرب و جمع داریم:

$$\left. \begin{array}{l} \text{راس اول و سوم هم‌رنگ} : 3 \times 2 \times 1 \times 2 = 12 \\ \text{راس اول و سوم ناهم‌رنگ} : 3 \times 2 \times 1 \times 1 = 6 \end{array} \right\} \Rightarrow 6 + 12 = 18$$

۶۱. گزینه ۲ اصل ضرب:

می‌دانیم: اگر انجام کاری شامل n مرحله باشد که در مرحله اول m_1 روش و در مرحله دوم m_2 روش و ... و در مرحله m_n روش داشته باشیم، کار مورد نظر به $m_1 \times m_2 \times \dots \times m_n$ حالت قابل انجام است.

خانه اول با هر یک از ۴ رنگ دلخواه قابل رنگ کردن است.

خانه بعدی هر رنگی می‌تواند باشد بجز رنگ خانه اول، بنابراین به ۳ طریق قابل رنگ کردن است.

به همین ترتیب، سایر خانه‌ها نیز به ۳ حالت قابل رنگ کردن اند.
بنابراین در کل طبق اصل ضرب داریم:

$$4 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 4 \times 3^4 = 4 \times 81 = 324$$



۶۲. گزینه ۳

می‌دانیم: تعداد جایگشت‌های n شیء متمایز برابر است با $n!$
 اگر انجام کاری شامل n مرحله باشد که در مرحله اول m_1 روش و در مرحله دوم m_2 روش و ... و در مرحله m_n روش داشته باشیم، کار مورد نظر به $m_1 \times m_2 \times \dots \times m_n$ حالت قابل انجام است.

ابتدا ۳ نفر از ۵ نفر را انتخاب می‌کنیم و سپس ۳ کتاب را بین آن‌ها توزیع می‌کنیم که همان $p(5, 3)$ است. بنابراین:

$$p(5, 3) = \frac{5!}{2!} = \frac{5 \times 4 \times 3 \times 2!}{2!} = 60$$

۶۳. گزینه ۳

می‌دانیم: $n!$ حاصل ضرب اعداد طبیعی از ۱ تا n است.

$$n! = n(n-1)! = n(n-1)(n-2)! = \dots$$

طبق قرارداد $0! = 1$

تعداد جایگشت‌های r تایی از n شیء متمایز که در آن‌ها ترتیب اهمیت دارد را با $p(n, r)$ نشان می‌دهیم و داریم:

$$p(n, r) = \frac{n!}{(n-r)!}$$

اگر تعداد دبیران را n فرض کنیم. کار مورد نظر $p(n, 3)$ حالت دارد. بنابراین:

$$p(n, 3) = 120 = \frac{n!}{(n-3)!} = \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)!}{(n-3)!} = n(n-1)(n-2) = 120 \Rightarrow n = 6$$

۶۴. گزینه ۱ با توجه به سؤال، ۲ حالت داریم:

حالت اول: رقم یکان ۴ باشد:

$$\frac{2}{5 \text{ یا } 3}, \frac{4}{3}, \frac{3}{4}, \frac{1}{4} = 24$$

حالت دوم: رقم یکان صفر یا ۲ باشد:

$$\frac{3}{5 \text{ یا } 4 \text{ یا } 3}, \frac{4}{3}, \frac{3}{2}, \frac{2}{2 \text{ یا } 0} = 72$$

بنابر اصل جمع در کل $72 + 24 = 96$ حالت داریم.

۶۵. گزینه ۳

می‌دانیم: تعداد جایگشت‌های n شیء متمایز برابر است با $n!$

در نیمی از حالات قرار گرفتن این ۵ نفر در صف، علی پشت محمد قرار می‌گیرد.

بنابراین جواب مسئله برابر است با:

$$\frac{5!}{2} = \frac{120}{2} = 60$$

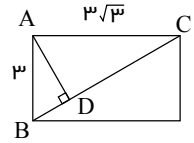
۶۶. گزینه ۳

$$S = \frac{1}{2} AC \times BD \times \sin \theta = \frac{1}{2} \times 9 \times 8 \times \sin 120^\circ = 36 \frac{\sqrt{3}}{2} = 18\sqrt{3}$$



۶۷. گزینه ۲

$$BC^2 = AC^2 + AB^2 = (3\sqrt{3})^2 + 3^2 = 27 + 9 = 36 \Rightarrow BC = 6$$



راه حل اول:

$$BD \times BC = AB^2 \xrightarrow{BC=6} BD = \frac{3}{2} \Rightarrow AD^2 = AB^2 - BD^2$$

$$= 9 - \frac{9}{4} = \frac{27}{4} \Rightarrow AD = \frac{3\sqrt{3}}{2}$$

راه حل دوم (استفاده از فرمول مساحت):

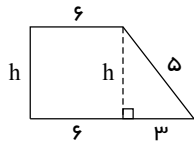
$$2S = AB \times AC = AD \times BC \xrightarrow{AB=3, AC=3\sqrt{3}} 3 \times 3\sqrt{3} = AD \times 6$$

$$\Rightarrow AD = \frac{9\sqrt{3}}{6} = \frac{3\sqrt{3}}{2}$$

۶۸. گزینه ۲

$$h = \sqrt{25 - 9} = 4$$

$$S = \frac{1}{2} (6 + 9) \times 4 = 30$$



۶۹. گزینه ۴ از رابطه‌ی فیثاغورس داریم:

$$BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = \sqrt{34 - 9} = \sqrt{25} = 5$$

$$S_{EFCA} = S_{EFCEB} - S_{ABC} = 5^2 - \left(\frac{3 \times 5}{2}\right) = 25 - \frac{15}{2} = \frac{35}{2}$$

۱ - اضلاع موازی (روبه‌رو) مساویند.

۲ - زاویه‌های روبه‌رو مساویند.

۳ - زاویه‌های مجاور مکملند.

۴ - قطرهای همدیگر را نصف می‌کنند.

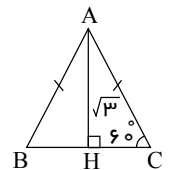
بنابراین قطرهای، نیمساز زاویه‌ها نیستند و در حالت خاص (مربع و لوزی) نیمساز می‌شوند.

۷۰. گزینه ۳ نکته: ویژگی‌های متوازی‌الاضلاع

۷۱. گزینه ۲

$$AH = \frac{\sqrt{3}}{2} AC \Rightarrow \sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{2} AC \Rightarrow AC = 2$$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AH \times BC = \frac{1}{2} \times \sqrt{3} \times 2 = \sqrt{3}$$

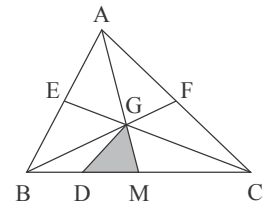


۷۲. گزینه ۳ با رسم سه میانه‌ی یک مثلث، آن مثلث به ۶ قسمت هم مساحت تقسیم می‌شود و محل برخورد میانه‌ها نیز مرکز ثقل مثلث است.

با رسم هر میانه نیز یک مثلث به دو مثلث هم مساحت تقسیم می‌شود. بنابراین:

$$S_{\triangle AGE} = S_{\triangle AGF} = S_{\triangle FGC} = S_{\triangle CGM} = S_{\triangle BGM} = S_{\triangle EGB} = \frac{1}{6} S_{\triangle ABC}$$

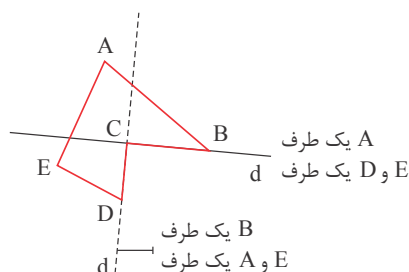
$$\left. \begin{array}{l} S_{\triangle DGM} = \frac{1}{2} S_{\triangle BGM} \\ \triangle BGM \text{ میانه‌ی } GD \end{array} \right\} \Rightarrow S_{\triangle DGM} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{6} S_{\triangle ABC} \right) = \frac{1}{12} S_{\triangle ABC}$$





۷۳. گزینه ۲

هم ضلع BC و هم ضلع DC می‌تواند جواب باشد ولی در گزینه‌ها فقط BC وجود دارد.

۷۴. گزینه ۴ نکته ۱) مساحت هر مثلث متساوی‌الاضلاع به ضلع a برابر است با: $\frac{\sqrt{3}}{4} a^2$.

نکته ۲) مجموع فاصله‌های هر نقطه‌ای دلخواه روی (درون) یک مثلث متساوی‌الاضلاع، با ارتفاع آن مثلث برابر است. بنابراین خواهیم داشت:

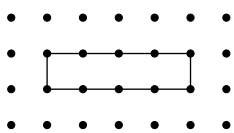
$$\frac{\sqrt{3}}{4} a^2 = 6a \Rightarrow \sqrt{3} a = 24 \xrightarrow{\times \sqrt{3}} 3a = 24\sqrt{3} \Rightarrow a = 8\sqrt{3} \text{ (اندازه ضلع مثلث)}$$

اندازه ارتفاع مثلث متساوی‌الاضلاع به ضلع a برابر است با $\frac{\sqrt{3}}{2} a$ ، بنابراین:

$$h = \frac{\sqrt{3}}{2} (8\sqrt{3}) = 4 \times 3 = 12$$

۷۵. گزینه ۴

در مثال زیر، چهارضلعی شبکه‌ای به مساحت ۴، نقطه درونی ندارد.



۷۶. گزینه ۱

$$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow \frac{84}{100} \times Pt = 0,5 \times 4200 \times (70 - 20) \Rightarrow 840t = 2100 \times 50 \Rightarrow t = 125s$$

۷۷. گزینه ۲ با تقسیم همه‌ی ثابت‌ها بر ۴۲۰۰ خواهیم داشت:

$$LV = 540 \frac{cal}{g}, LF = 80 \frac{cal}{g}, c_{آب} = 1 \frac{cal}{g^{\circ}C}, c_{یخ} = 0,5 \frac{cal}{g^{\circ}C}$$

$$بخار (100^{\circ}C) \leftarrow آب (100^{\circ}C) \leftarrow آب (0^{\circ}C) \rightarrow یخ (0^{\circ}C) \rightarrow یخ (-32^{\circ}C)$$

$$40 \times \frac{1}{2} \times 32 + 40 \times 80 = (1 \times 100 + 540)m \Rightarrow m = 6g$$

۷۸. گزینه ۲

$$P_1 = P_0 + \frac{mg}{A} = 0,8 \times 10^5 + \frac{200}{100 \times 10^{-4}} = 10^5 Pa$$

$$P_2 = P_1 + \frac{m'g}{A} = 10^5 + \frac{200}{100 \times 10^{-4}} = 1,2 \times 10^5 Pa$$

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \Rightarrow 10^5 \times 60 A = 1,2 \times 10^5 \times h_2 A \Rightarrow h_2 = 50 cm$$

یعنی پیستون ۱۰ سانتی‌متر پایین می‌رود.

$$LF = 80$$

لازم نیست $LV =$

$$c_{\text{یخ}} = 0.5$$

$$c_{\text{آب}} = 1$$

تمام واحدها را بر 4200 تقسیم می‌کنیم:

آب $2^{\circ}C \rightarrow$ آب صفر \rightarrow یخ صفر

گرمایی که باید بدهیم:

$$60 \times 80 + \underbrace{100}_{40+60} \times 2 = 4800 + 200 = 5000 = Q_1$$

آب صفر \leftarrow یخ صفر \leftarrow یخ $2^{\circ}C$

گرمایی که باید بگیریم:

$$100 \times \frac{1}{2} \times 2 + 40 \times 80 = 100 + 3200 = 3300 = Q_2$$

$$\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{3300}{5000} = \frac{33}{50}$$

۸۰. گزینه ۱

$$Q = \frac{kAt\Delta\theta}{L} \Rightarrow \frac{kAt(\theta_1 - \theta_M)}{L} = \frac{kAt(\theta_M - \theta_2)}{2L}$$

$$\frac{\theta_1 - \theta_M}{1} = \frac{\theta_M - \theta_2}{2} \Rightarrow 2(\theta_1 - \theta_M) = \theta_M - \theta_2$$

$$\Rightarrow 2(100 - 90) = 90 - \theta_2 \Rightarrow \theta_2 = 70^{\circ}C$$

۸۱. گزینه ۳ ابتدا مرتبه‌ی بزرگی هر یک از کمیت‌ها را برحسب یگاهای اصلی در SI تخمین می‌زنیم:

$$\rho = 3,9335 \frac{g}{cm^3} = 3,9335 \times 10^3 \frac{kg}{m^3} \sim 10^0 \times 10^3 = 10^3 \frac{kg}{m^3}$$

$$m = 6,4171 \times 10^{23} kg \sim 10^1 \times 10^{23} kg = 10^{24} kg$$

پس مرتبه‌ی بزرگی حجم سیاره مریخ برابر است با:

$$\rho = \frac{m}{V} \sim 10^3 = \frac{10^{24}}{V} \Rightarrow V \sim 10^{21} m^3$$

بنابراین با توجه به رابطه‌ی حجم کره می‌توان نوشت:

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3 \sim 10^{21} = \frac{4}{3} \times 3 \times r^3 \Rightarrow 10^{21} \sim 10^0 \times r^3 \Rightarrow r \sim 10^7 m$$

۸۲. گزینه ۱ شرط شناور ماندن جسمی روی آب این است که چگالی آن کوچکتر یا مساوی چگالی آب باشد، پس داریم:

$$\rho_{\text{جسم}} \leq \rho_{\text{آب}} \Rightarrow \frac{m_{\text{جسم}}}{V_{\text{جسم}}} \leq 1 \frac{g}{cm^3} \Rightarrow \frac{3 \times 10^3 g}{V_{\text{جسم}}} \leq 1 \frac{g}{cm^3} \Rightarrow$$

$$V_{\text{جسم}} \geq 3 \times 10^3 cm^3 \Rightarrow V_{\text{min}} = 3000 cm^3$$

۸۳. گزینه ۳ با توجه به روابط تبدیل واحدهای دما به یکدیگر $(T = 273 + \theta)$, $(F = 1,8\theta + 32)$ به بررسی هر یک از گزینه‌ها

می‌پردازیم:

$$(1) \text{گزینه ی } F = 1,8 \times 50 + 32 = 122^{\circ}F \quad \times$$

$$(2) \text{گزینه ی } T = 273 + 23 = 296K \quad \times$$

$$(3) \text{گزینه ی } F = 1,8 \times 20 + 32 = 68^{\circ}F \quad \checkmark$$

$$(4) \text{گزینه ی } T = 273 + (-20) = 253K \quad \times$$

۸۴. گزینه ۴ بررسی گزینه‌ها:

گزینه‌ی (۱): دانشمندان برای کارهای علمی، سه دماسنج: گازی، مقاومت پلاتینی و تفسنج (پیرومتر) را به‌عنوان دماسنج معیار برای

اندازه‌گیری گسترده‌ی دماهای مختلف پذیرفته‌اند.

گزینه ی (۲): با توجه به توضیحات گزینه ی (۱)، دماسنج ترموکوپل جزء دماسنج‌های معیار نیست.
گزینه ی (۳): اساس کار دماسنج گازی مبتنی بر قانون گازهای کامل است و همچنین اساس کار تف‌سنج، بر تابش گرمایی استوار است.



گزینه ی (۴): با توجه به توضیحات گزینه ی (۳)، این گزینه درست است.

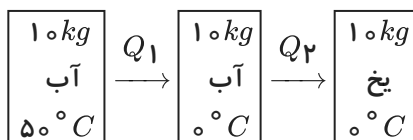
۸۵. گزینه ۱

چگالی مخلوطی از دو ماده ی A و B از رابطه ی $\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{mA + mB}{VA + VB}$ به دست می آید و طبق رابطه ی $\rho = \frac{m}{V}$ می توان نوشت: پس داریم: $V = \frac{m}{\rho}$

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{mA + mB}{VA + VB} = \frac{mA + mB}{\frac{mA}{\rho_A} + \frac{mB}{\rho_B}} = \frac{2mB + mB}{\frac{2mB}{2.1} + \frac{mB}{4.2}} = \frac{3mB}{\frac{4mB + mB}{4.2}} = \frac{3mB \times 4.2}{5mB} = \frac{12.6}{5}$$

$$\Rightarrow \rho_{\text{مخلوط}} = 2.52 \frac{g}{cm^3} \approx 2.5 \frac{g}{cm^3}$$

۸۶. گزینه ۳ مرحله های این فرآیند به صورت زیر است:



اکنون می توان گرمای گرفته شده از ۱۰ kg آب را محاسبه کرد:

$$Q = Q_1 + Q_2 = (mc\Delta T)_{\text{آب}} + mLf = 10 \times 4200 \times (-50) + (-10 \times 334 \times 10^3)$$

$$\Rightarrow Q = -544 \times 10^4 = -5440 kJ$$

۸۷. گزینه ۲

با توجه به رابطه ی انبساط طولی و تناسب افزایش طول با تغییر دما می توان نوشت:

$$\Delta L = \alpha L_1 \Delta T \Rightarrow \frac{\Delta L_2}{\Delta L_1} = \frac{\Delta T_2}{\Delta T_1} = \frac{(110 - 20)}{(60 - 20)} = \frac{90}{40} \Rightarrow \frac{\Delta L_2}{2mm} = \frac{9}{4} \Rightarrow \Delta L_2 = 4.5mm$$

۸۸. گزینه ۲ با توجه به رابطه ی $Q = mc\Delta\theta$ می توان نوشت:

$$\frac{QA}{QB} = \frac{mA}{mB} \times \frac{cA}{cB} \times \frac{\Delta\theta A}{\Delta\theta B} \Rightarrow 1 = 3 \times \frac{cA}{cB} \times \frac{(40 - 20)}{(40 - 30)} = 3 \times \frac{cA}{cB} \times 2 \Rightarrow \frac{cA}{cB} = \frac{1}{6}$$

۸۹. گزینه ۱ ابتدا مقدار گرمایی که نیاز است تا آب ۱۰ °C به آب با دمای صفر درجه ی سلسیوس برسد را محاسبه می کنیم:

$$|Q| = |mc\Delta\theta| = |0.4 \times 4200 \times (0 - 10)| = +16800J = +16.8kJ$$

اکنون گرمایی که موجب انجماد آب می شود را به دست می آوریم:

$$50.2 - 16.8 = 33.4kJ$$

حال باید دید باقی مانده ی گرما (۳۳.۴kJ) سبب انجماد چه مقدار آب می شود.

$$|Q| = mLf \Rightarrow 33.4 \times 1000 \Rightarrow m \times 334000 \Rightarrow m = 0.1kg = 100g \Rightarrow \frac{100}{400} = \frac{1}{4}$$

پس ۱/۴ جرم آب که معادل ۲۵ درصد است، منجمد می شود.

۹۰. گزینه ۴ جرم مایع برابر اختلاف جرم ظرف در حالت پُر و خالی است.

$$m_{\text{مایع}} = 273g - 145g = 128g$$

پس بنا بر رابطه چگالی $\rho = \frac{m}{V}$ داریم:

$$\rho_{\text{مایع}} = \frac{m_{\text{مایع}}}{V_{\text{مایع}}} \Rightarrow \rho = \frac{128g}{80 cm^3} = 1.6 \frac{g}{cm^3}$$

و بنا بر روش تبدیل واحد زنجیره ای می توان نوشت:

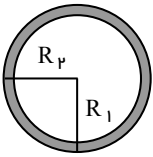
$$\rho_{\text{مایع}} = 1,6 \frac{g}{cm^3} = 1,6 \frac{g}{cm^3} \times \left(\frac{1000 cm^3}{1 L} \right) = 1600 \frac{g}{L}$$

۹۱. گزینه ۳ با توجه به رابطه چگالی آلیاژ (مخلوط)، داریم:



$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_A + m_B}{V_A + V_B} = \frac{\rho_A V_A + \rho_B V_B}{V_A + V_B} \Rightarrow 0,8 = \frac{0,7 \times V_A + 1 \times V_B}{V_A + V_B} \Rightarrow 0,8 V_A + 0,8 V_B = 0,7 V_A + V_B \Rightarrow 0,1 V_A = 0,2 V_B \Rightarrow \frac{V_A}{V_B} = 2$$

گزینه ۴



$$\Delta R_2 = R_2 \alpha \Delta \theta \Rightarrow 0,020 = 10,0 \times \alpha \times 80 \Rightarrow \alpha = 25,0 \times 10^{-6} K^{-1}$$

$$\frac{\Delta R_2}{\Delta R_1} = \frac{R_2 \alpha \Delta \theta}{R_1 \alpha \Delta \theta} = \frac{R_2}{R_1} \Rightarrow \frac{0,020}{\Delta R_1} = \frac{10}{12} \Rightarrow \Delta R = 0,24 cm$$

گزینه ۴

$$Q = mc\Delta\theta \rightarrow 12600 = \frac{1}{2} \times 4200 \Delta\theta \rightarrow \Delta\theta = 6^\circ C$$

چگالی آب از صفر درجه سلسیوس تا $4^\circ C$ افزایش و از $4^\circ C$ تا $6^\circ C$ کاهش می‌یابد.

گزینه ۳

$$Q_{\text{فلز}} = mc\Delta\theta = C\Delta\theta = 1088 \times (-50) = -54400 J$$

$$Q_{\text{آب}} = mc\Delta\theta - mL = 0,4(4200 \times (-50) - 334000)$$

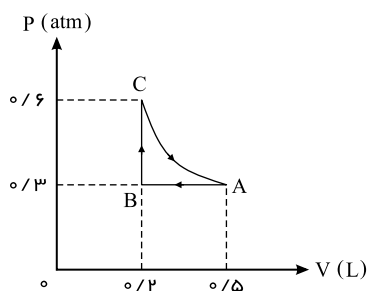
$$= -0,4(210000 + 334000) = -0,4 \times 544000 = -4 \times 54400$$

برای ساده‌تر شدن محاسبه، این چنین پیش می‌رویم:

$$\frac{Q_{\text{فلز}}}{Q_{\text{فلز}} + Q_{\text{آب}}} \times 100 = \frac{-54400}{-54400 - 4 \times 54400} \times 100 = \frac{54400}{5 \times 54400} \times 100 = \frac{1}{5} \times 100 = 20\%$$

$$T = 273 + \theta = 273 + 10 = 283 K$$

گزینه ۴



$$\Delta U_{\text{چرخه}} = 0 \rightarrow Q_{\text{کل}} = -W_{\text{کل}} = -(W_{AB} + W_{BC} + W_{CA})$$

$$\rightarrow +2 = -(0,3 \times 0,3 \times 100 + 0 + W_{CA})$$

$$\rightarrow W_{CA} = -11 J \rightarrow |W_{CA}| = 11 J$$

گزینه ۳ در دماسنج‌های جیوه‌ای، کمیت دماسنجی ارتفاع مایع درون لوله دماسنج است. در این دماسنج به ازای $100^\circ C$ تغییر دما، طول ستون جیوه $20 = 25 - 5$ افزایش می‌یابد. با توجه به متناسب بودن تغییر طول ستون جیوه با تغییر دما می‌توان گفت که به

ازای هر درجه تغییر دما، $0,2$ سانتی‌متر افزایش طول خواهیم داشت $(\frac{20}{100} = 0,2 cm)$. در نتیجه:

$$40^\circ C \text{ تغییر طول به ازای تغییر دمای } = 40 \times 0,2 = 8 cm$$

$$\text{طول ستون جیوه} = 8 + 5 = 13 cm$$

گزینه ۴

$$Q_1 = Q_2 \Rightarrow m_1 c_1 \Delta\theta_1 = m_2 c_2 \Delta\theta_2 \Rightarrow c_2 = \frac{m_1 c_1 \Delta\theta_1}{m_2 \Delta\theta_2} = \frac{0,2 \times 900 \times 50}{0,1 \times 100} = 500 \frac{J}{kg \cdot K}$$

پس جنس این گلوله از فولاد زنگ نزن است.



۹۸. گزینه ۲

$$\Delta L = L_1 \alpha \Delta T \Rightarrow \frac{\Delta L}{L_1} = \alpha \Delta T \Rightarrow 2 \times 10^{-4} = \alpha \times 20 \Rightarrow \alpha = \frac{2 \times 10^{-4}}{20} = 10^{-5} K^{-1}$$

$$\Delta V = V_1 \beta \Delta T \Rightarrow \frac{\Delta V}{V_1} = \beta \Delta T \Rightarrow \frac{\Delta V}{V_1} = 3 \times 10^{-5} \times 50 = 15 \times 10^{-4}$$

$$\text{درصد افزایش حجم: } \frac{\Delta V}{V_1} \times 100 = 15 \times 10^{-2} = 0.15\%$$

۹۹. گزینه ۱

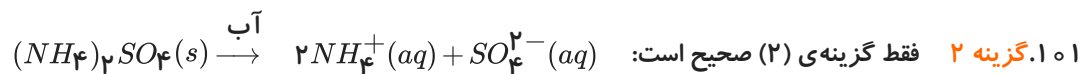
$$\Delta V = V_2 - V_1 = V_1 \beta \Delta T \Rightarrow V_2 = V_1 (1 + \beta \Delta T)$$

$$\rho_2 = \frac{m}{V_2} = \frac{m}{V_1 (1 + \beta \Delta T)} \xrightarrow{\rho_1 = \frac{m}{V_1}} \rho_2 = \frac{\rho_1}{1 + \beta \Delta T}$$

۱۰۰. گزینه ۲

$$H = \frac{Q}{t} = kA \frac{(T_H - T_L)}{L} = \frac{mLV}{t}$$

$$\Rightarrow 225.6 \times 2400 \times 10^{-4} \times \frac{10}{6 \times 10^{-3}} = \frac{0.5 \times 2256 \times 10^3}{t} \Rightarrow t = 12.5s$$

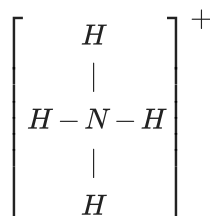


یون ۳ = تعداد یون = مجموع ضرایب

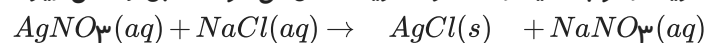
بررسی گزینه های نادرست:

(۱) آمونیم سولفات یکی از کودهایی است که دو عنصر S, N را در اختیار گیاه قرار می دهد. $(NH_4)_2SO_4$ (۳) NH_4^+ , CO_3^{2-} دارای بار یون متفاوت هستند.

(۴) در ساختار لوویس این یون، چهار پیوند کووالانسی وجود دارد.



۱۰۲. گزینه ۱ از واکنش محلول های نقره نیترات و سدیم کلرید، رسوب سفید رنگ نقره کلرید حاصل می شود. مطابق واکنش زیر:



رسوب سفید رنگ

«نقره کلرید»

۱۰۳. گزینه ۳

$$\text{جرم مولی } KNO_3 = 39 + 14 + (3 \times 16) = 101 g \cdot mol^{-1}$$

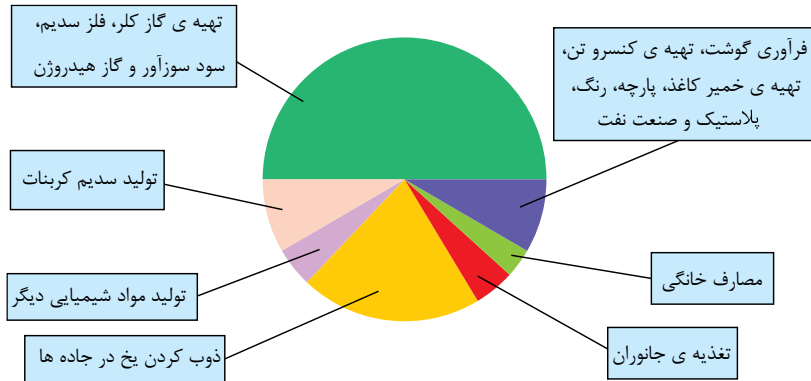
$$\text{چگالی} = \frac{m}{V} \Rightarrow \boxed{250 \text{ ml محلول} = 250 \text{ g محلول}}$$

$$ppm = \frac{\text{گرم جرم حل شونده}}{\text{گرم محلول}} \times 10^6 \Rightarrow 220 = \frac{x \text{ g KNO}_3}{250 \text{ g محلول}} \times 10^6 \Rightarrow x = 5,05 \times 10^{-2} \text{ g}$$

$$? \text{ mol KNO}_3 = 5,05 \times 10^{-2} \text{ g KNO}_3 \times \frac{1 \text{ mol KNO}_3}{101 \text{ g KNO}_3} = 5 \times 10^{-4} \text{ mol KNO}_3$$



۱۰۴. گزینه ۲ به نمودار ۱ در صفحه ۱۰۵ کتاب درسی توجه کنید. بیشترین میزان مصرف این نمک مربوط به تهیه ی گاز کلر، فلز سدیم، سود سوز آور و گاز هیدروژن است. (۵۰٪) و کمترین آن مربوط به مصارف خانگی است (۳٪)



۱۰۵. گزینه ۳

$$\left\{ \begin{array}{l} 75 \text{ mL} \\ 0.4 \frac{\text{mol}}{\text{L}} \end{array} \right. \text{ (محلول (رقیق))} \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{حجم آب} = ? \text{ mL} \\ 0.3 \frac{\text{mol}}{\text{L}} \end{array} \right.$$

$$\text{غلظت مولار (غلظت مولار)} = \frac{\text{مول حل شونده}}{\text{لیتر محلول}} \Rightarrow 0.4 = \frac{x \text{ mol}}{75 \times 10^{-3} \text{ L}} \Rightarrow x = 3 \times 10^{-2} \text{ mol Na}_3\text{PO}_4$$

با افزودن آب به محلول غلیظ و تشکیل محلول رقیق مقدار حل شونده ثابت است و تغییر نمی کند پس مول ها برابرند. و فقط حجم آب را زیاد می کنیم.

$$\text{غلظت مولار (رقیق)} = \frac{\text{مول حل شونده}}{\text{لیتر محلول}} \Rightarrow 0.3 = \frac{3 \times 10^{-2} \text{ mol}}{x \text{ L}} \Rightarrow x = 1 \text{ L محلول}$$

$$1 \text{ L} = 1000 \text{ mL} \Rightarrow \text{حجم آب اضافه شده} + \text{حجم اولیه محلول} = \text{حجم کل محلول} \Rightarrow 1000 \text{ mL} = 75 \text{ mL} + x$$

$$\Rightarrow x = 925 \text{ mL} \text{ آب اضافه شده}$$

۱۰۶. گزینه ۱ فقط (پ) صحیح است.

بررسی گزینه های نادرست:

(الف) مواد شیمیایی موجود در آب دریا را می توان به روش های فیزیکی و شیمیایی از آن جدا کرد.

(ب) سدیم کلرید (NaCl) را با روش تبلور از آب دریا جدا می کنند.

(ت) فلز منیزیم را در آخرین مرحله از منیزیم کلرید (MgCl_2) استخراج می کنند.

۱۰۷. گزینه ۲ انحلال پذیری یک ماده برابر است با بیش ترین مقدار گرم ماده ی حل شونده در ۱۰۰ گرم آب نه محلول .

۱۰۸. گزینه ۴ زمین از دیدگاه شیمیایی پویاست و بخش های گوناگون آن با یکدیگر برهم کنش های فیزیکی و شیمیایی دارند. به

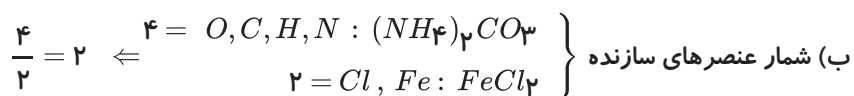
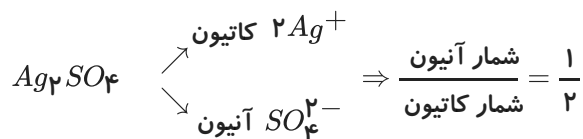
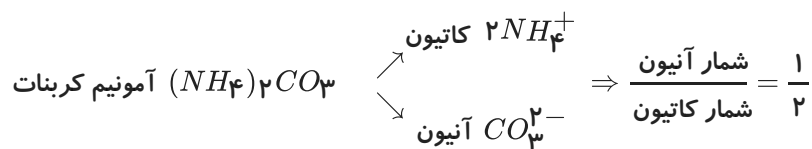
عبارتی مواد شیمیایی گوناگون به طور پیوسته میان بخش های مختلف کره زمین در یک چرخه طبیعی جابه جا می شوند.

۱۰۹. گزینه ۳ با اضافه کردن محلول سدیم کلرید بر محلول نقره نترات، رسوب سفید رنگ نقره کلرید ($\text{AgCl}(s)$) تشکیل می شود.

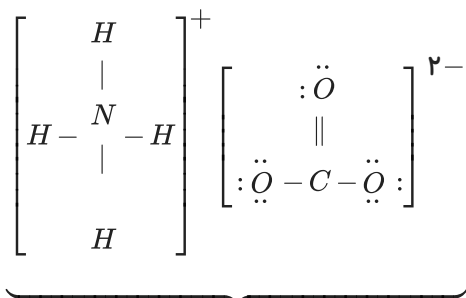


۱۱۰. گزینه ۱

(الف)



(پ) هر مول $(NH_4)_2CO_3$ دارای «مول اتم» ۱۴ «O» و ۳ «C» و ۸ «H» و ۲ «N»
 (ت) تعداد پیوند کووالانسی: ۴ در هر دو برابر است.



پس در هر دو برابر است

۱۱۱. گزینه ۴



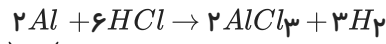
در هر چهار مورد داده شده، مجموع تعداد یون‌های سازنده یک واحد از هر دو ترکیب، با هم برابر است.

۱۱۲. گزینه ۴ بررسی گزینه‌های نادرست:

(۱) گشتاور دو قطبی آب از مولکول هیدروژن سولفید بیش تر است به همین علت قطبیت مولکول آب بیش تر است.

(۲) به جز پیوند هیدروژنی، به نیروهای جاذبه بین مولکولی، نیروهای واندروالس می‌گویند.

(۳) هر مولکول آب می‌تواند حداکثر با ۴ پیوند هیدروژنی، با ۴ مولکول آب دیگر در ارتباط باشد.



$$m = ? \text{ گرم} \begin{cases} 200 \text{ mL} \\ 0,5 \frac{\text{mol}}{L} \end{cases}$$

ابتدا به کمک فرمول غلظت مولار، مول اسید را تعیین می‌کنیم:

$$\underbrace{M}_{\text{غلظت مولار}} = \frac{n}{V} \rightarrow \begin{matrix} \text{mol} \\ \text{حجم (L)} \end{matrix} \Rightarrow 0,5 = \frac{n}{0,2} \rightarrow n_{HCl} = 0,1 \text{ mol}$$

$$?g \text{ Al} = 0,1 \text{ mol HCl} \times \frac{2 \text{ mol Al}}{6 \text{ mol HCl}} \times \frac{27g \text{ Al}}{1 \text{ mol Al}} = 0,9g \text{ Al}$$

۱۱۴.گزینه ۲ بررسی گزینه (۱): با عمود کردن از دمای $10^\circ C$ بر هر یک از نمودارهای KNO_3 و KCl مقدار نمک حل شده در 100 گرم آب را تعیین می‌کنیم و برای KNO_3 حدود 18 گرم و برای KCl حدود 28 گرم نمک لازم است تا محلول سیر شده باشد.

$$\text{نمک } (KCl) > 40g \Rightarrow 200g \text{ آب} \times \frac{28g \text{ نمک}}{100g \text{ آب}} = 56g \text{ نمک } (KCl) > 40g \Rightarrow$$

زیرا برای 200 گرم آب، 56 گرم نمک لازم است تا محلول سیر شود و 40 گرم کم‌تر از این مقدار است پس محلول سیر نشده می‌شود.

$$\text{نمک } (KNO_3) < 40g \Rightarrow 200g \text{ آب} \times \frac{18g \text{ نمک}}{100g \text{ آب}} = 36g \text{ } (KNO_3) < 40g$$

چون $40g$ بیشتر از 36 گرم نمک برای تهیه محلول سیر شده است پس محلول حاصل فراسیر شده می‌شود.

حل شونده $35g$

$$A \text{ درصد جرمی نمک‌ها در نقطه } A \begin{cases} \nearrow \\ \searrow \end{cases} \Rightarrow \frac{w}{w} = \frac{35}{135} \times 100 = \%25,9$$

$$35g + 100g = 135g \Rightarrow \begin{matrix} \text{آب} & \text{محلول} \end{matrix}$$

بررسی گزینه (۳): تغییر دما بر انحلال پذیری KNO_3 تاثیر بیشتری دارد چون شیب آن تندتر و تغییرات بیشتر است. بررسی گزینه (۴): عرض از مبدا منحنی انحلال یک نمک را در دمای صفر درجه سانتیگراد نشان می‌دهد و در KCl بیشتر از KNO_3 است.

۱۱۵.گزینه ۳ بررسی موارد نادرست:

(الف) آمونیوم نترات: NH_4NO_3 (ب) منیزیم سولفات: $MgSO_4$

۱۱۶.گزینه ۳ در حالت‌های الف، ب و پ یون موجود در محلول A با محلول B مورد نظر واکنش داده و تشکیل رسوب‌های $AgCl$ ، $Mg(OH)_2$ و $Ca_3(PO_4)_2$ می‌دهند. و در حالت (ت) یون باریم با محلول $CuCl_2$ تشکیل $BaCl_2$ محلول می‌دهد نه رسوب.

۱۱۷.گزینه ۱ الف و ث درست هستند.

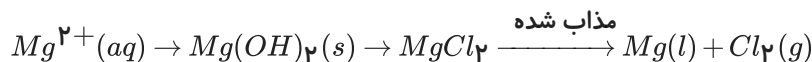
بررسی موارد نادرست:

(ب) همه محلول‌ها بی‌رنگ نیستند. مانند محلول مس (II) سولفات $CuSO_4$ که آبی رنگ است.

(پ) همه محلول‌ها مایع نیستند مانند هوا که مخلوطی همگن (محلول) از چند گاز است.

(ت) محلول‌ها، مخلوط‌هایی همگن هستند که از حلال و حل‌شونده تشکیل شده‌اند.

۱۱۸.گزینه ۲ منیزیم در آب دریا به صورت $Mg^{2+}(aq)$ وجود دارد.



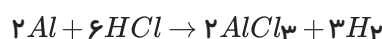
جریان برق

توجه: در گزینه ۴ چون گرم آب و اتانول داده شده برای تعیین حلال و حل شونده باید مول هر ماده را تعیین کنیم:

$$?mol H_2O = 100g \times \frac{1mol}{18g} = 5,56mol$$

$$?mol C_2H_5OH = 200g \times \frac{1mol}{46g} = 4,35mol \Rightarrow 5,56 > 4,35 \text{ آب حلال است}$$

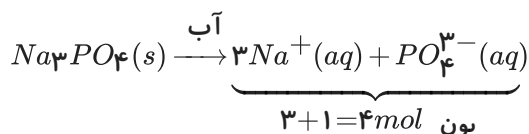
۱۱۹.گزینه ۴



$$?ml H_2 = 200ml HCl \times \frac{1L}{1000mL} \times \frac{0,5mol HCl}{1L HCl} \times \frac{3mol H_2}{6mol HCl} \times \frac{2g H_2}{1mol H_2} \times \frac{1mol H_2}{0,08g H_2}$$

$$= 1,25ml H_2$$

۱۲۰.گزینه ۳



$$82g = A \text{ نمک}$$

$$?mol \text{ یون} = 82g A \times \frac{1mol A}{164g A} \times \frac{4mol \text{ یون}}{1mol A} = 2mol \text{ یون}$$

$$? \text{ حجم محلول} = 520g \text{ محلول} \times \frac{1ml \text{ محلول}}{1,3g \text{ محلول}} \times \frac{1L}{1000ml} = 0,4L$$

$$M = \frac{n}{V} \begin{cases} \nearrow \text{مول حل شونده} \\ \searrow \text{لیتر محلول} \end{cases} \Rightarrow M = \frac{2mol \text{ یون}}{0,4L \text{ محلول}} = 5mol \cdot L^{-1}$$

۱۲۱.گزینه ۲ عبارت‌های «الف و ت» درست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

(ب) برای شناسایی یون باریم (Ba^{2+}) اگر از محلول KCl استفاده شود، $BaCl_2$ تشکیل می‌شود که در آب محلول است و رسوبی تشکیل نمی‌دهد.

(پ) درون یک نمونه آب آشامیدنی، یون‌های کلسیم و فسفات نمی‌توانند همزمان وجود داشته باشند زیرا با یکدیگر تشکیل رسوب سفیدرنگ کلسیم فسفات $Ca_3(PO_4)_2$ می‌دهند.

۱۲۲.گزینه ۲ چون درصد جرمی این دو محلول برابر است پس باتوجه به مقادیر منبسط سولفات، درصد جرمی را تعیین می‌کنیم.

$$MgSO_4 : \% \frac{w}{w} = \frac{\text{جرم حل شونده}}{\text{جرم محلول}} \times 100 \Rightarrow \frac{3}{50} \times 100 = \%6 = \text{درصد جرمی برای هر دو محلول}$$

$$\downarrow$$

$$(\text{حل شونده} + \text{حلال})$$

$$47 + 3 = 50$$

$$Li_3PO_4 : \% \frac{w}{w} = \frac{\text{جرم حل شونده}}{\text{جرم محلول}} \times 100 \Rightarrow 6 = \frac{x}{200} \times 100 \Rightarrow x = 12g Li_3PO_4$$

$$\text{حلال (آب)} = 200 = x + 12 \Rightarrow x = 188g$$



۱۲۳. گزینه ۲

$$\text{محلول اولیه } \begin{cases} 100g \times \frac{1ml}{1g} = 100ml \\ \text{درصد جرمی } 4,25 \end{cases} \Rightarrow \text{محلول اولیه } = 0,1L$$

$$\% \frac{w}{w} = \frac{\text{جرم حل شونده}}{\text{جرم محلول}} \times 100 \Rightarrow 4,25 = \frac{x}{100} \times 100 \Rightarrow x = 4,25g \text{ حل شونده } (NaNO_3) \times \frac{1 \text{ mol } NaNO_3}{85g NaNO_3}$$

$$= 0,05 \text{ mol } NaNO_3$$

$$\text{آب } V = 0,1L = 100ml \Rightarrow \frac{\text{مول حل شونده}}{\text{لیتر محلول}} = 0,25 = \frac{0,05}{(0,1 + V)} \Rightarrow V = 0,1L = 100ml$$

۱۲۴. گزینه ۲ ابتدا ۸۰ درصد نمک که به صورت جامد در ته ظرف باقی مانده را حساب می‌کنیم تا مقدار نمک حل شده را تعیین کنیم:

$$50 \times \frac{80}{100} = 40g \text{ نمک باقی مانده } \Rightarrow 50 - 40 = 10g \text{ نمک حل شده}$$

$$?g \text{ نمک } (KNO_3) = 100g H_2O \times \frac{10g KNO_3}{25g H_2O} = 40g KNO_3$$

$$\text{درصد جرمی} = \frac{\text{جرم ماده حل شونده}}{\text{جرم محلول}} \times 100 \Rightarrow \frac{10}{35} \times 100 = 28,6\%$$

(حل شونده + حلال)

$$25 + 10 = 35$$

۱۲۵. گزینه ۴ با افزایش جرم مولی، نیروهای بین مولکولی افزایش می‌یابند و نقطه جوش نیز افزایش می‌یابد. (رد گزینه ۱)
* یکی از عوامل مؤثر بر نقطه جوش، قطبیت مولکول است و برخی مولکول‌های قطبی مانند H_2S نقطه جوش پایینی دارند ($-60^\circ C$) و مولکول ناقطبی مانند CH_4 نیز دارای نقطه جوش بالایی است. (رد گزینه‌های ۲ و ۳)