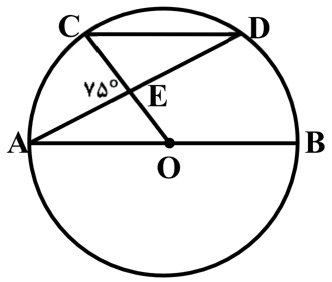
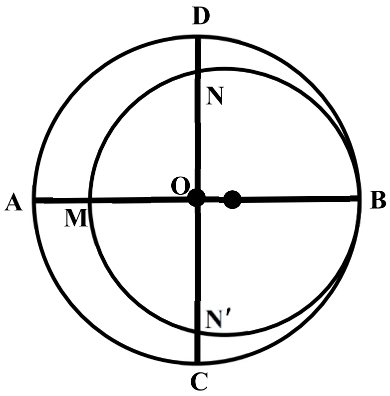
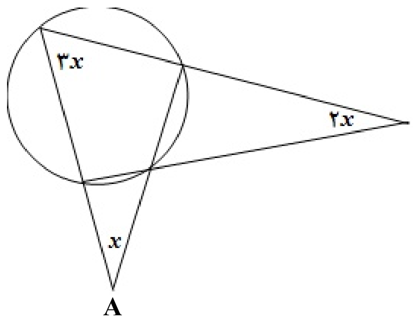
بأسمه تعالی

<table>
<tr><td rowspan="2">مهر آموزشگاه</td><td colspan="3">مدیریت آموزش و پرورش آبادان
دبیرستان ....</td></tr>
<tr><td>پایه: یازدهم</td><td>رشته : ریاضی و فیزیک</td><td>آزمون درس: هندسه (۲)</td></tr>
<tr><td>امتحان : نوبت دوم سال ۹۷-۹۶</td><td>مدت : ۱۲۰ دقیقه</td><td>ساعت شروع :</td><td>روز و تاریخ :</td></tr>
<tr><td>نام دبیر : عادل محمدی</td><td>شماره کارت :</td><td>نام پدر :</td><td>نام و نام خانوادگی :</td></tr>
</table>

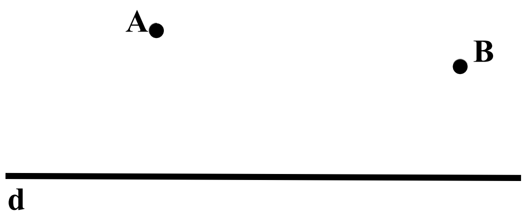
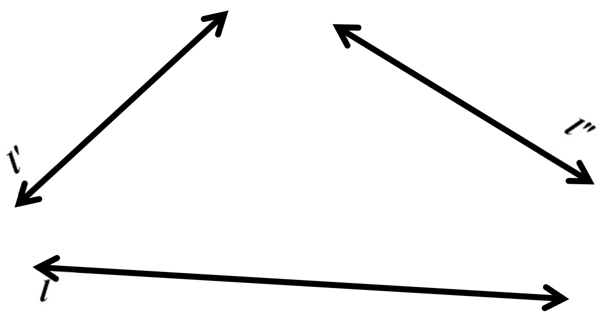
شماره	متن سوالات	بارم
۱	مفاهیم زیر را تعریف کنید . الف : چند ضلعی محاطی:.. ب : تبدیل :..	۰/۷۵
۲	قضیه : اگر در یک چهار ضلعی مجموع طول های اضلاع مقابل هم ، دو به دو مساوی یکدیگر باشند. آنگاه آن چهار ضلعی ، محیطی است.	۲
۳	در شکل مقابل O مرکز دایره است اگر قطر AB و وتر CD موازی باشند . اندازه کمان CD و زاویه $\angle OCD$ برحسب درجه چقدر است ؟  	۱

ادامه سوالات در صفحه ی ۲

ردیف		بارم
۴	در شکل مقابل دو دایره مماس درون و دو قطر AB و CD از دایره بزرگتر بر هم عمودند اگر $AM=۱۶, ND=۱۰$ نسبت مساحت دایره کوچکتر به مساحت دایره بزرگتر چقدر است ؟. 	۱/۲۵
۵	جاهای خالی را با کلمه یا عبارت مناسب پر کنید. الف : مساحت قطعه ای از دایره $C(O,۶)$ که روبروی زاویه محاطی ۳۰ درجه می باشد برابر است با .... ب : در شکل مقابل اندازه زاویه A برابر .... درجه می باشد.  پ : تبدیلی که در آن طول هر پاره خط با طول تصویرش برابر باشد را .... می نامند. ت : یک تجانس با مقیاس .... یک تبدیل همانی است .	۱
۶	قضیه : در هر تبدیل طولپا اندازه هر زاویه با اندازه تصویرش برابر است.	۱
۷	قضیه : در هر انتقال ، اندازه ی هر پاره خط و اندازه ی تصویر آن با هم برابرند.(قضیه را فقط درحالتی که بردار انتقال با پاره خط در یک راستا نباشند بررسی کنید.)	۱/۵

ادامه سوالات در صفحه ی ۳

مدیریت آموزش و پرورش آبادان دبیرستان			مهر آموزشگاه
آزمون درس: هندسه (۲)	رشته : ریاضی و فیزیک	پایه: یازدهم	
روز و تاریخ :	ساعت شروع :	مدت : ۱۲۰ دقیقه	امتحان : نوبت دوم سال ۹۷-۹۶
نام و نام خانوادگی :	نام پدر :	شماره کارت :	نام دبیر : عادل محمدی

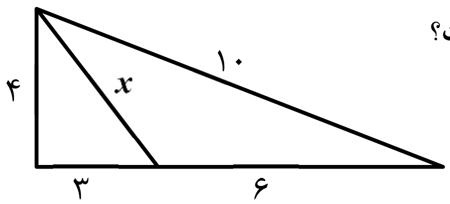
شماره	صفحه ی ۳	بارم
۸	درستی یا نادرستی جمله های زیر را تعیین کنید.(صحیح-غلط) الف : دوران همواره شیب خط را حفظ نمی کند. (..................) ب : انتقال طولپا است شیب خط را حفظ می کند ولی نمی تواند همانی باشد. (..................)	۰/۵
۹	خط $\mathbf{d}$ و دو نقطه $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$ در یک طرف آن در یک صفحه قرار دارند نقطه های $\mathbf{M,N}$ را روی خط $\mathbf{d}$ چنان تعیین کنید که مسیر $\mathbf{AMNB}$ کوتاهترین مسیر ممکن باشد.(روش کار را توضیح دهید.)  	۱/۷۵
۱۰	سه خط دو به دو ناموازی l'', l', l در یک صفحه مفروض اند . پاره خطی به طول ۵ سانتی متر رسم کنید که دو سر آن روی l'', l' بوده و با l موازی باشد. .(روش کار را توضیح دهید.)  	۱/۲۵

ادامه سوالات در صفحه ی ۴

بارم	صفحه ی ۴	ردیف
۱/۵	قضیه : در هر مثلث مربع اندازه هر نیمساز داخلی برابر است با حاصل ضرب اندازه ی دو ضلع زاویه ، منهای حاصل ضرب اندازه ی دو قطعه ای که آن نیمساز روی ضلع مقابلش ایجاد می کند.	۱۱
۲	در مثلث ABC ، $\angle A = ۶۰^\circ , AC = \sqrt{۲}+\sqrt{۶} , AB = ۲\sqrt{۲}$ مطلوب است محاسبه اندازه های $\angle B , \angle C , BC$	۱۲
۲	در مثلث ABC ، نقطه ی دلخواه D روی ضلع BC مفروض است . به کمک قضیه کسینوس ها درستی تساوی زیر را ثابت کنید. $AB^{۲}.DC + AC^{۲}.DB = BC.\left(AD^{۲} + BD.DC\right)$	۱۳

ادامه سوالات در صفحه ی ۵

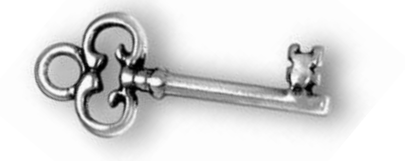
مهر آموزشگاه	مدیریت آموزش و پرورش آبادان دبیرستان		
	پایه: یازدهم	رشته : ریاضی و فیزیک	آزمون درس: هندسه (۲)
امتحان : نوبت دوم سال ۹۷-۹۶	مدت : ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع :	روز و تاریخ :
نام دبیر : عادل محمدی	شماره کارت :	نام پدر :	نام و نام خانوادگی :

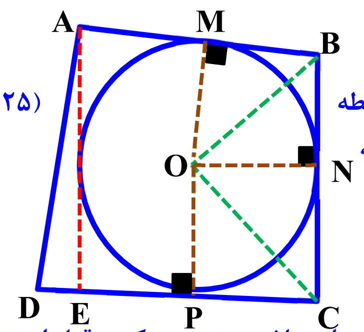
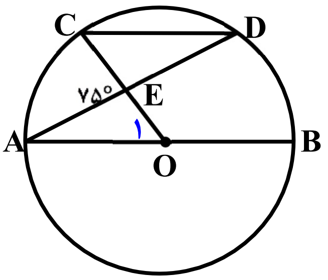
شماره	صفحه ی ۵	بارم
۱۴	**سوال های چهار گزینه ای (فقط یک گزینه صحیح است.)** **الف : مساحت مثلثی به اضلاع ۱۰,۹,۷ کدام است ؟** ۱) $\sqrt{۹۴}$ ☐ ۲) $۸\sqrt{۳}$ ☐ ۳) $۹\sqrt{۵}$ ☐ ۴) $۶\sqrt{۲۶}$ ☐ **ب : با توجه به اندازه های مشخص شده در شکل مقابل ، اندازه x کدام است؟** ۱) ۴ ☐ ۲) $\sqrt{۲۶}$ ☐ ۳) $۶\sqrt{۲}$ ☐ ۴) $\sqrt{۳۴}$ ☐  	۱
۱۵	اگر در مثلث ABC داشته باشیم : $BC=a\,,AC=b\,,AB=c$ و نیمساز $AD=d_a$ نشان دهید : $d_a=\dfrac{۲bc.\cos\frac{A}{۲}}{b+c}$	۱/۵

موفق باشید.

تهیه کننده : گروه ریاضی دورهٔ دوّم متوسطه استان خوزستان

بأسمه تعالی

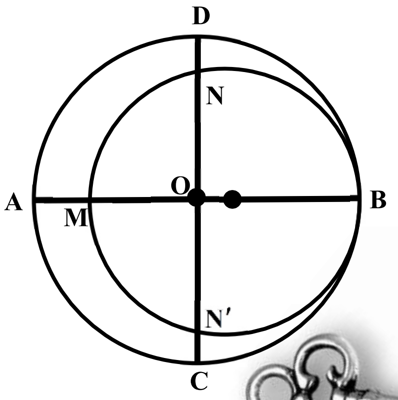
	مدیریت آموزش و پرورش آبادان دبیرستان		
پاسخنامه آزمون درس: هندسه (۲)	رشته : ریاضی و فیزیک	پایه: یازدهم	
روز و تاریخ :	ساعت شروع :	مدت : ۱۲۰ دقیقه	امتحان : نوبت دوم سال ۹۷-۹۶
نام و نام خانوادگی :	نام پدر :	شماره کارت :	نام دبیر : عادل محمدی

شماره	متن سوالات	بارم
۱	مفاهیم زیر را تعریف کنید . الف : چند ضلعی محاطی: یک چند ضلعی را محاطی می نامند اگر وتنها اگر دایره ای باشد که از تمام رئوس آن بگذرد. (۰/۲۵) ب : تبدیل : تبدیل T در صفحه P تابعی است که به هر نقطه از صفحه P ، دقیقا یک نقطه مانند A' را از صفحه P نظیر می کند و برعکس هر نقطه از صفحه ی P ، تصویر دقیقاً یک نقطه A از صفحه P است. (۰/۵)	۰/۷۵
۲	قضیه : اگر در یک چهار ضلعی مجموع طول های اضلاع مقابل هم ، دو به دو مساوی یکدیگر باشند. آنگاه آن چهار ضلعی ، محیطی است.  (۰/۲۵) فرض : $AB+CD=AD+BC$ حکم : $ABCD$ محیطی است. اثبات : فرض کنیم نیمسازهای زاویه های B و C یکدیگر را در نقطه O قطع کنند . از نقطه O عمودهای OP,ON,OM را بر اضلاع CD,BC,AB وارد می کنیم.با توجه به ویژگی نیمسازها : $OM=ON,ON=OP\Rightarrow OM=ON=OP=R$ (۰/۵) پس اضلاع CD,BC,AB بر دایره $C(O,R)$ مماس اند. اگر AD نیز براین دایره مماس باشد درستی حکم برقرار است . بنابر این فرض کنیم AD براین دایره مماس نیست. از راس A مماسی بر دایره رسم نموده تا CD را در E قطع کند چهار ضلعی $ABCE$ محیطی است . (۰/۵) پس : $AB+CE=BC+AE\Rightarrow AB-BC=AE-CE$ (۱) $AB+CD=BC+AD\Rightarrow AB-BC=AD-CD$ (۲) $(۱),(۲)\Rightarrow AE-CE=AD-CD\Rightarrow AE\underline{-CE+CD}=AD$ $\Rightarrow AE+DE=AD$ که رابطه اخیر با نامساوی مثلث در تناقض است (۰/۷۵)	۲
۳	در شکل مقابل O مرکز دایره است اگر قطر AB و وتر CD موازی باشند . اندازه کمان CD و زاویه $\angle OCD$ برحسب درجه چقدر است ؟  $AB \parallel CD\Rightarrow AC=BD=۲\alpha$ (۰/۲۵) $\Delta AEO;\angle AEC=\angle A+\angle O_۱\Rightarrow \alpha+۲\alpha=۷۵°\Rightarrow \alpha=۲۵°$ (۰/۵) $\Rightarrow AC=BD=۲\times ۲۵°=۵۰°\Rightarrow CD=۱۸۰°-۱۰۰°=۸۰°$ (۰/۲۵)	۱

ادامه سوالات در صفحه ی ۲

۴ — (بارم: ۱/۲۵)

در شکل مقابل دو دایره مماس درون و دو قطر AB و CD از دایره بزرگتر بر هم عمودند اگر $AM = ۱۶ , ND = ۱۰$ نسبت مساحت دایره کوچکتر به مساحت دایره بزرگتر چقدر است ؟.



فرض کنیم شعاع دایره بزرگتر R وشعاع دایره کوچکتر r باشد.

$MB \perp NN' \Rightarrow ON = ON' = R - ۱۰ \ (۰/۲۵)$

$ON \times ON' = OM \times OB \Rightarrow (R - ۱۰)^۲ = R(R - ۱۶) \ (۰/۵)$

$\Rightarrow R^۲ - ۲۰R + ۱۰۰ = R^۲ - ۱۶R \Rightarrow R = ۲۵ \ (۰/۲۵)$

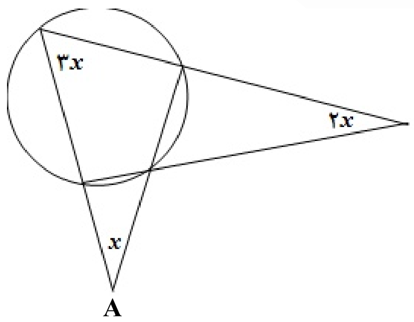
$BM = OM + OB \Rightarrow ۲r = ۹ + ۲۵ = ۳۴ \Rightarrow r = ۱۷ \ (۰/۲۵)$

۵ — (بارم: ۱)

جاهای خالی را با کلمه یا عبارت مناسب پر کنید. (هرکدام ۰/۲۵)

الف : مساحت قطعه ای از دایره $C(O,۶)$ که روبروی زاویه محاطی ۳۰ درجه می باشد برابر است با $۶\pi - ۹\sqrt{۳}$

ب : در شکل مقابل اندازه زاویه A برابر .... ۲۰° .... درجه می باشد.



پ : تبدیلی که در آن طول هر پاره خط با طول تصویرش برابر باشد را ....طولپا یا ایزومتری......... می نامند.

ت : یک تجانس با مقیاس .... $k = ۱$ .... یک تبدیل همانی است .

۶ — (بارم: ۱)

قضیه : در هر تبدیل طولپا اندازه هر زاویه با اندازه تصویرش برابر است.

برهان : فرض کنیم T یک تبدیل طولپا و تصویر زاویه AOB تحت تبدیل T زاویه $A'O'B'$ باشد یعنی

$T(A) = A', T(O) = O', T(B) = B' \ (۰/۲۵)$

$\Rightarrow T(OA) = O'A', T(OB) = O'B', T(AB) = A'B' \ (۰/۲۵)$

T یک تبدیل طولپا است پس :

$OA = O'A', OB = O'B', AB = A'B' \Rightarrow \Delta OAB \cong \Delta O'A'B' \Rightarrow \angle AOB \cong \angle A'O'B' \ (۰/۵)$

۷ — (بارم: ۱/۵)

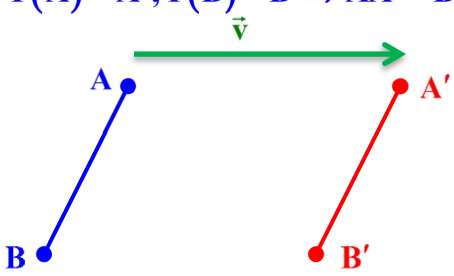
قضیه : در هر انتقال ، اندازه ی هر پاره خط و اندازه ی تصویر آن با هم برابرند.(قضیه را فقط درحالتی که بردار انتقال با پاره خط در یک راستا نباشند بررسی کنید.)

برهان : فرض کنیم T یک انتقال تحت بردار $\vec{v}$ در صفحه p و AB پاره خطی در این صفحه باشد. سه حالت زیر را به تفکیک در نظر بگیرید (۰/۵)

الف : اگر $\vec{v} \nparallel AB$: بنا به تعریف انتقال داریم

$T(A) = A', T(B) = B' \Rightarrow \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{BB'} = \vec{v} \Rightarrow AA' = BB', AA' \parallel BB' \ (۰/۵)$

پس چهارضلعی $AA'B'B$ متوازی الاضلاع است لذا (۰/۲۵)



(۰/۲۵)

ادامه سوالات در صفحه ی ۳

شماره	صفحه ی ۳	بارم

۸ — بارم: ۰/۵

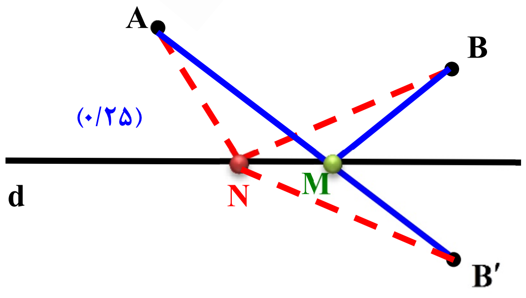
درستی یا نادرستی جمله های زیر را تعیین کنید.(صحیح-غلط)

الف : دوران همواره شیب خط را حفظ نمی کند. (.........غلط..........)

ب : انتقال طولپا است شیب خط را حفظ می کند ولی نمی تواند همانی باشد. (..........غلط.........)

۹ — بارم: ۱/۷۵

خط d و دو نقطه A ,B در یک طرف آن در یک صفحه قرار دارند نقطه ی M را روی خط d چنان تعیین کنید که مسیر AMB کوتاهترین مسیر ممکن باشد.(روش کار را توضیح دهید.)



پاسخ : قرینه نقطه B نسبت به خط d را B' نامیده سپس

پاره خط AB' را رسم نموده تا d را در نقطه M قطع کند. (۰/۲۵)

d عمود منصف BB' است پس :

$$MB = MB' \Rightarrow AM + MB = AM + MB' \Rightarrow AM + MB = AB' \ \boxed{۱} \ (۰/۲۵)$$

فرض کنیم N نقطه ای دلخواه (متمایز با M) روی d باشد به طرق مشابه و با توجه به نامساوی مثلث :(۰/۲۵)

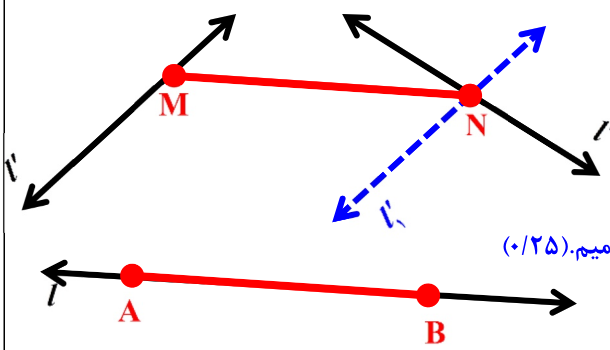
$$NB = NB' \Rightarrow AN + NB = AN + NB' \Rightarrow AN + NB > AB' \ \boxed{۲} \ (۰/۲۵)$$

$$\boxed{۱},\boxed{۲} \Rightarrow AN + NB > AM + MB (۰/۲۵)$$

پس نقطه M همان نقطه ی مطلوب است. (۰/۲۵)

۱۰ — بارم: ۱/۲۵

سه خط دو به دو ناموازی l, l', l'' در یک صفحه مفروض اند . پاره خطی به طول ۵ سانتی متر رسم کنید که دو سر آن روی l', l'' بوده و با l موازی باشد. .(روش کار را توضیح دهید.)



(رسم شکل ۰/۲۵ نمره)

پاسخ : نقاط دلخواه A و B را روی خط l را چنان اختیار می کنیم که $AB = ۵cm$ (۰/۲۵)

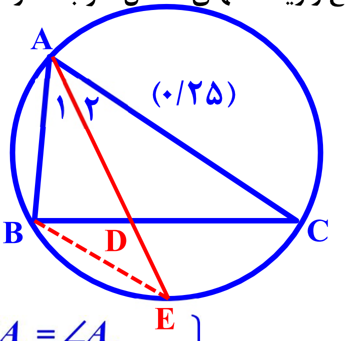
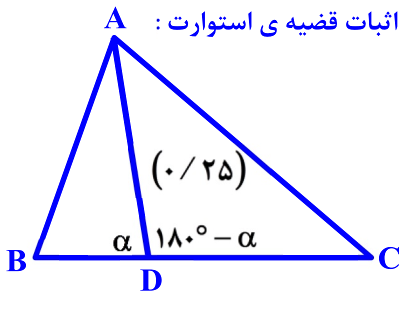
خط l' را به کمک بردار $\overrightarrow{AB}$ انتقال داده وتصویر آن را l'_1 می نامیم.(۰/۲۵)

محل تقاطع l'', l'_1 را N نامیده سپس از N خطی موازی l

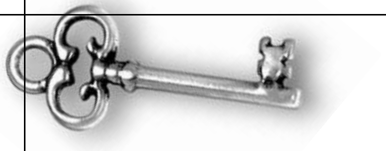
رسم می کنیم تا l' را در M قطع کند.(۰/۲۵)

پاره خط MN پاسخ مساله است. (۰/۲۵)

ادامه سوالات در صفحه ی ۴

ردیف	صفحه ی ۴	بارم
۱۱	قضیه : در هر مثلث مربع اندازه هر نیمساز داخلی برابر است با حاصل ضرب اندازه ی دو ضلع زاویه ، منهای حاصل ضرب اندازه ی دو قطعه ای که آن نیمساز روی ضلع مقابلش ایجاد می کند.  فرض : AD نیمساز زاویه ی A از مثلث ABC حکم : $AD^{۲} = AB.AC - BD.DC$ اثبات : فرض کنیم امتداد AD دایره محیطی مثلث ABC را در نقطه E قطع کند.(۰/۲۵) در دو مثلث ABE و ADC داریم : $\left.\begin{array}{l}\angle A_{۱} = \angle A_{۲} \\ \angle E = \angle C = \frac{AB}{۲}\end{array}\right\} \Rightarrow \Delta ABE \sim \Delta ACD \Rightarrow \frac{AB}{AD} = \frac{AE}{AC}(۰/۵)$  $\Rightarrow AD.AE = AB.AC \Rightarrow AD.(AD+DE) = AB.AC(۰/۲۵)$ $\Rightarrow AD^{۲} = AB.AC - AD.AE \Rightarrow AD^{۲} = AB.AC - BD.DC(۰/۲۵)$	۱/۵
۱۲	در مثلث ABC ، $AB = ۲\sqrt{۲}, AC = \sqrt{۲}+\sqrt{۶}, \angle A = ۶۰^\circ$ مطلوب است محاسبه اندازه های $\angle B, \angle C, BC$ $BC^{۲} = AB^{۲} + AC^{۲} - ۲AB.AC.\cos A(۰/۲۵)$ $\Rightarrow BC^{۲} = (۲\sqrt{۲})^{۲} + (\sqrt{۲}+\sqrt{۶})^{۲} - ۲(۲\sqrt{۲})(\sqrt{۲}+\sqrt{۶})\cos ۶۰^\circ(۰/۲۵)$ $\Rightarrow BC^{۲} = ۸+۸+۴\sqrt{۳}-۴-۴\sqrt{۳} = ۱۲ \Rightarrow BC = \sqrt{۱۲} = ۲\sqrt{۳}(۰/۵)$ $\frac{c}{\sin C} = \frac{a}{\sin A}(۰/۲۵) \Rightarrow \frac{۲\sqrt{۲}}{\sin C} = \frac{۲\sqrt{۳}}{\sin ۶۰^\circ}(۰/۲۵) \Rightarrow \sin C = \frac{۲\sqrt{۲} \times \frac{\sqrt{۳}}{۲}}{۲\sqrt{۳}} = \frac{\sqrt{۲}}{۲} \Rightarrow \begin{cases}\angle C = ۴۵^\circ \\ \angle C = ۱۳۵^\circ\end{cases}$ غ ق ق $(۰/۲۵)$ $\Rightarrow \angle B = ۱۸۰^\circ - (۶۰^\circ + ۴۵^\circ) = ۷۵^\circ(۰/۲۵)$	۲
۱۳	در مثلث ABC ، نقطه ی دلخواه D روی ضلع BC مفروض است . به کمک قضیه کسینوس ها درستی تساوی زیر را ثابت کنید. $AB^{۲}.DC + AC^{۲}.DB = BC.\left(AD^{۲} + BD.DC\right)$ اثبات قضیه ی استوارت :  $AB^{۲} = AD^{۲} + BD^{۲} - ۲AD.BD.\cos\alpha(۰/۲۵)$ $\xrightarrow{\times DC} AB^{۲}.DC = AD^{۲}.DC + BD^{۲}.DC - ۲DC.AD.BD.\cos\alpha \boxed{۱}\ (۰/۲۵)$ $AC^{۲} = AD^{۲} + CD^{۲} - ۲AD.CD.\cos(۱۸۰^\circ - \alpha)(۰/۲۵)$ $\xrightarrow{\times DB} AC^{۲}.DB = AD^{۲}.DB + CD^{۲}.DB + ۲DB.AD.CD.\cos\alpha \boxed{۲}\ (۰/۲۵)$ $\boxed{۱} + \boxed{۲} \Rightarrow AB^{۲}.DC + AC^{۲}.DB = \underline{AD^{۲}.DC} + \underline{BD^{۲}.DC} - \cancel{۲DC.AD.BD.\cos\alpha} + \underline{AD^{۲}.DB} + \underline{CD^{۲}.DB} + \cancel{۲DB.AD.CD.\cos\alpha}(۰/۲۵)$ $\Rightarrow AB^{۲}.DC + AC^{۲}.DB = AD^{۲}(DC + DB) + BD.CD(BD + DC)(۰/۲۵)$ $\Rightarrow AB^{۲}.DC + AC^{۲}.DB = AD^{۲}.BC + BD.CD.BC = BC.\left(AD^{۲} + BD.CD\right)(۰/۲۵)$	۲

شماره	صفحه ی ۵	بارم
۱۴	سوال های چهار گزینه ای (فقط یک گزینه صحیح است.)	۱

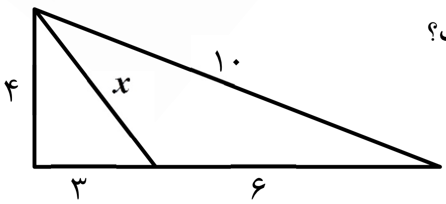


الف : مساحت مثلثی به اضلاع ۱۰,۹,۷ کدام است ؟

۱) $\sqrt{۹۴}$ ☐ ۲) $۸\sqrt{۳}$ ☐ ۳) $۹\sqrt{۵}$ ☐ ۴) $۶\sqrt{۲۶}$ ☒

ب : با توجه به اندازه های مشخص شده در شکل مقابل ، اندازه x کدام است؟

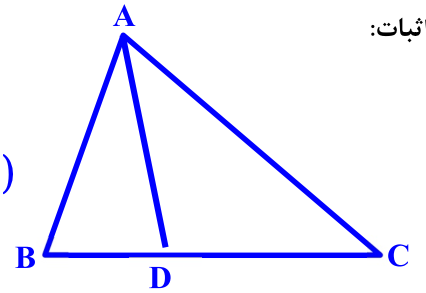
۱) ۴ ☐ ۲) $\sqrt{۲۶}$ ☒ ۳) $۶\sqrt{۲}$ ☐ ۴) $\sqrt{۳۴}$ ☐



شماره		بارم
۱۵	اگر در مثلث ABC داشته باشیم : $BC=a\,,AC=b\,,AB=c$ و نیمساز $AD=d_a$ نشان دهید :	۱/۵

$$d_a=\frac{۲bc.\cos\frac{A}{۲}}{b+c}$$

اثبات:



$$S_{\Delta ABC}=S_{\Delta ABD}+S_{\Delta ACD}\;(۰/۲۵)$$

$$\Rightarrow \frac{۱}{۲}AB.AC.\sin A=\frac{۱}{۲}AB.AD.\sin\frac{A}{۲}+\frac{۱}{۲}AC.AD.\sin\frac{A}{۲}\;(۰/۲۵)$$

$$\Rightarrow AB.AC.\sin A=(AB+AC).AD.\sin\frac{A}{۲}\;(۰/۲۵)$$

$$\Rightarrow ۲AB.AC.\cancel{\sin\frac{A}{۲}}\cos\frac{A}{۲}=(AB+AC).AD.\cancel{\sin\frac{A}{۲}}\;(۰/۲۵)$$

$$\Rightarrow ۲bc\cos\frac{A}{۲}=(b+c)d_a\;(۰/۲۵)\Rightarrow d_a=\frac{۲bc\cos\frac{A}{۲}}{b+c}\;(۰/۲۵)$$

موفق باشید.

تهیه کننده : گروه ریاضی دوره‌ی دوّم متوسطه استان خوزستان