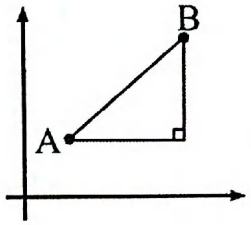
ما در این فصل، سعی کرده‌ایم این مبحث را طوری به شما آموزش بدهیم که نه گیج شوید و نه ذهنتان تبدیل به یک انباری به هم ریخته شود. در این فصل، شما با ابتدایی‌ترین و پایه‌ای‌ترین موضوع این مبحث، یعنی محاسبهٔ فاصلهٔ دو نقطه، شروع می‌کنید و در نهایت یاد خواهید گرفت که معادلهٔ خط‌های مختلف را بنویسید. مانند فصل قبل، یادتان باشد که حل کردن مثال‌ها، نقش مهمی در یادگیری شما خواهند داشت!

ثابت کنید فاصلهٔ دو نقطهٔ $A(x_A , y_A)$ و $B(x_B , y_B)$ برابر است با:

$$|AB|=\sqrt{(x_A-x_B)^2+(y_A-y_B)^2}$$

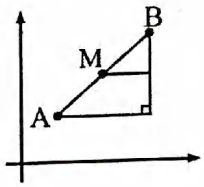
برای اثبات این رابطه، از رابطهٔ فیثاغورس در شکل زیر استفاده کنید:



ثابت کنید مختصات نقطهٔ M، وسط پاره‌خط AB، برابر است با:

$$\begin{cases} x_M=\dfrac{x_A+x_B}{2} \\ y_M=\dfrac{y_A+y_B}{2} \end{cases}$$

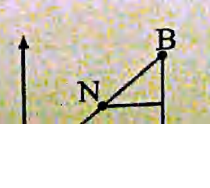
می‌توانید این رابطه را با استفاده از رابطهٔ تالس در شکل زیر ثابت کنید.



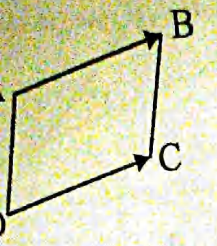
اگر N روی پاره‌خط AB (بین A و B)، طوری قرار بگیرد که $\frac{AN}{NB}=\frac{2}{3}$، ثابت کنید:

$$\begin{cases} x_N=\dfrac{3x_A+2x_B}{5} \\ y_N=\dfrac{3y_A+2y_B}{5} \end{cases}$$

اگر از تشابه مثلث‌ها در شکل استفاده کنید، رابطه اثبات می‌شود.



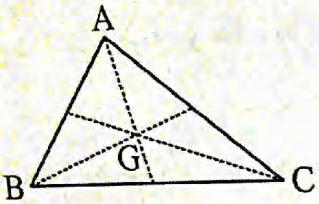
اگر چهارضلعی ABCD متوازی‌الاضلاع باشد، داریم:



$$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} x_B-x_A=x_C-x_D \\ y_B-y_A=y_C-y_D \end{cases} \Rightarrow \boxed{\begin{cases} x_A+x_C=x_B+x_D \\ y_A+y_C=y_B+y_D \end{cases}}$$

در نتیجه، در هر متوازی‌الاضلاع مجموع مختصات دو سر قطرها برابر است و برعکس.

ثابت کنید مختصات مرکز ثقل مثلث ABC (یعنی محل برخورد میانه‌ها) از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

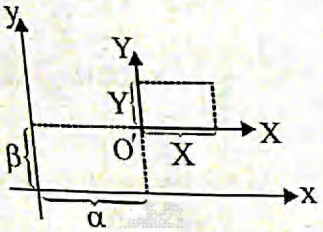


$$\boxed{\begin{cases} x_G=\dfrac{x_A+x_B+x_C}{3} \\ y_G=\dfrac{y_A+y_B+y_C}{3} \end{cases}}$$

توجه کنید که مرکز ثقل، هر میانه را به نسبت ۱ به ۲ تقسیم می‌کند. پس روابط مثال‌های دوم و سوم را به‌کار ببرید.

اگر محورهای مختصات را با حفظ جهت به نقطهٔ $(-3,2)$ منتقل کنیم، معادلهٔ $y^2=2x+1$ در دستگاه جدید به چه صورتی خواهد بود؟

اگر مبدأ مختصات را به نقطهٔ $O'(\alpha,\beta)$ منتقل کنیم و محورها موازی محورهای اولیه باشند، با توجه به شکل رابطهٔ بین مختصات اولیه و مختصات جدید به صورت زیر است:



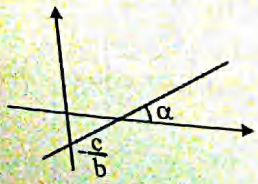
$$\begin{cases} X_{\text{جدید}}=x_{\text{اولیه}}-\alpha \\ Y_{\text{جدید}}=y_{\text{اولیه}}-\beta \end{cases}$$

مثلاً اگر مبدأ مختصات به نقطه $O'(2,-3)$ منتقل شود، مختصات نقطه $A(5,7)$ در دستگاه جدید، $\begin{pmatrix}3\\10\end{pmatrix}$ خواهد بود.

بنابراین کافی است در معادلهٔ داده شده، x را به $x+2$، و y را به $y-3$ تبدیل کنید.

پس به یاد داشته باشید که اگر مبدأ مختصات به نقطهٔ (α,β) منتقل شود، برای نوشتن هر معادله‌ای در دستگاه جدید، کافی است x را به $x+\alpha$ و y را به $y+\beta$ تبدیل کنیم.

معادلهٔ خط راست به صورت $ax+by+c=0$ است که اگر آن را به صورت $y=-\frac{a}{b}x-\frac{c}{b}$ بنویسیم، ضریب x شیب خط و عدد ثابت $-\frac{c}{b}$ عرض از مبدأ است.

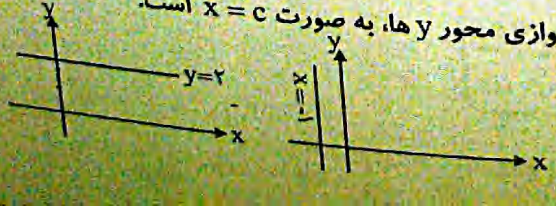


شیب $m=-\frac{a}{b}=\tan\alpha$

(شیب، تانژانت زاویه‌ای است که خط با جهت مثبت محور افقی می‌سازد)

(عرض از مبدأ، همان y محل برخورد خط با محور عمودی است)

معادلهٔ یک خط موازی محور xها، به صورت $y=c$ و معادلهٔ یک خط موازی محور yها، به صورت $x=c$ است.



دو خط، در صورتی موازی هستند که شیب یکسان داشته باشند، بنابراین:

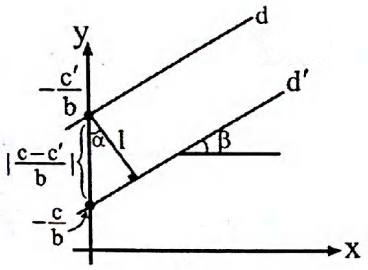
$$\begin{cases} d: ax+by+c=0 \\ d': a'x+b'y+c'=0 \end{cases} \xrightarrow{d \parallel d'} \frac{a}{a'}=\frac{b}{b'}$$

پس می‌شود با ضرب کردن یکی از معادلات دو خط موازی در یک عدد ثابت، آن را طوری نوشت که ضریب x و y در دو معادله مساوی باشد.

ثابت کنید فاصلهٔ دو خط موازی d و d'، از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

$$\begin{cases} d: ax+by+c=0 \\ d': ax+by+c'=0 \end{cases} \Rightarrow \text{فاصله} = \frac{|c-c'|}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

به شکل مقابل توجه کنید. عرض از مبدأ دو خط و فاصلهٔ نقاط برخورد با محور yها، محاسبه شده است. از طرفی زاویه‌های α و β برابرند. (چرا؟)



بنابراین: $\tan\alpha = \tan\beta = -\frac{a}{b}$

در نتیجه: $\frac{1}{\cos^2\alpha} = 1+\tan^2\alpha = \frac{a^2+b^2}{b^2} \Rightarrow \cos\alpha = \frac{|b|}{\sqrt{a^2+b^2}}$

از طرفی: $l = \frac{|c-c'|}{|b|} \times \cos\alpha$

بنابراین: $l = \frac{|c-c'|}{\sqrt{a^2+b^2}}$

فاصلهٔ دو خط $d: x+2y+5=0$ و $d'=2x+4y=8$ را حساب کنید.

معادلهٔ خطی که با شیب m، از نقطهٔ $A(x_A, y_A)$ می‌گذرد، به‌صورت زیر است (چرا؟)،

$$y-y_A = m(x-x_A)$$

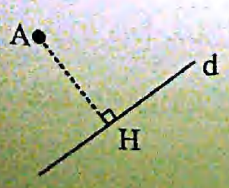
شیب پاره‌خط AB برابر است با (چرا؟)،

$$m_{AB} = \frac{y_A-y_B}{x_A-x_B}$$

بنابراین معادله خطی که از نقاط A و B می‌گذرد، به‌صورت زیر است:

$$y-y_A = m_{AB}(x-x_A)$$

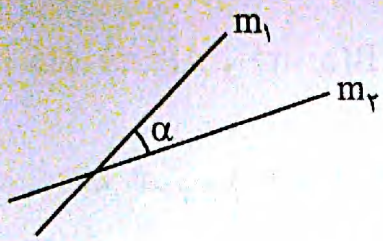
ثابت کنید فاصلهٔ نقطهٔ $A(x_A, y_A)$ از خط $ax+by+c=0$، برابر است با:



$$|AH| = \frac{|ax_A+by_A+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

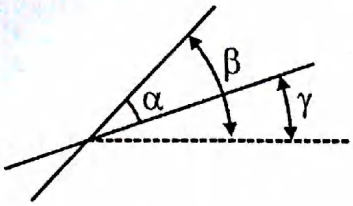
ابتدا معادلهٔ خطی که از A، موازی d رسم می‌شود را بنویسید. سپس از رابطه‌ای که برای فاصلهٔ دو خط موازی به‌دست آوردیم، کمک بگیرید.

ثابت کنید اگر α زاویهٔ بین دو خط با شیب‌های m_1 و m_2 باشد، داریم:



$$\tan\alpha = \left|\frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 m_2}\right|$$

با توجه به شکل، $\alpha = \beta - \gamma$ است، بنابراین:



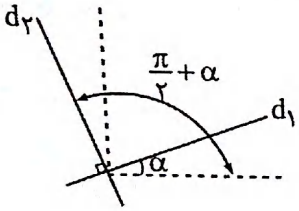
$$\tan\alpha = \tan(\beta-\gamma) = \frac{\tan\beta - \tan\gamma}{1+\tan\beta\tan\gamma} = \frac{m_1 - m_2}{1+m_1 m_2}$$

(دقت کنید که قدرمطلق باعث می‌شود به جای زوایای بین 90° و 180°، مکمل آن‌ها به‌دست بیاید)

نشان دهید اگر m_1 و m_2 شیب خط‌های d_1 و d_2 باشند، شرط عمود بودن دو خط آن است که شیب‌های آن‌ها عکس و قرینه هم باشند:

$$d_1 \perp d_2 \Leftrightarrow m_1 = -\frac{1}{m_2}$$

با توجه به شکل:



$$m_1 = \tan\alpha$$

$$m_2 = \tan(\frac{\pi}{2}+\alpha) = -\cot\alpha$$

و در نتیجه حکم ثابت است.

ثابت کنید معادلهٔ نیمسازهای دو خط $ax+by+c=0$ و $a'x+b'y+c'=0$ به صورت زیر است:

$$\frac{ax+by+c}{\sqrt{a^2+b^2}} = \pm\frac{a'x+b'y+c'}{\sqrt{a'^2+b'^2}}$$

توجه کنید نیمساز، مکان هندسی نقطه‌ای است که از دو خط به یک فاصله است. سپس رابطهٔ فاصلهٔ نقطه از خط را به‌کار ببرید.

قرینهٔ نقطهٔ (x,y) نسبت به هر کدام را به‌دست آورید:

الف) محور xها　　ب) محور yها　　ج) مبدأ مختصات　　د) خط $y=x$

هـ) خط $y=-x$　　و) نقطه (m,n)　　ز) خط $x=k$　　ح) خط $y=k$

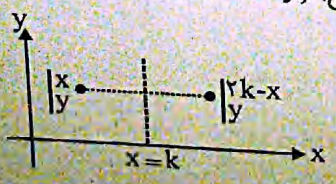
جواب‌ها عبارتند از:

الف) $(x,-y)$　　ب) $(-x,y)$　　ج) $(-x,-y)$　　د) (y,x)

هـ) $(-y,-x)$　　و) $(2m-x,2n-y)$　　ز) $(2k-x,y)$　　ح) $(x,2k-y)$

در قسمت (و) دقت کنید که نقطه (m,n)، وسط پاره‌خط وصل‌کننده دو نقطهٔ دیگر است.

شکل روبه‌رو قرینهٔ نقطهٔ (x,y)، نسبت به خط $x=k$ را به‌خوبی نشان می‌دهد.



اگر نقاط $A(۲,۳)$ و $B(۵,-۲)$ و $C=(۱۱,k)$ روی یک خط باشند، k کدام است؟

باید داشته باشیم $m_{AB}=m_{BC}$، بنابراین:

$$\frac{۳-(-۲)}{۲-۵}=\frac{-۲-k}{۵-۱۱} \Rightarrow k=-۱۲$$

معادلهٔ $(m+۲)x+(۲m-۶)y+m-۵=۰$ به ازای مقادیر مختلف m خطوط مختلفی را مشخص می‌کند. ثابت کنید تمام این خطوط از نقطه ثابتی از صفحه می‌گذرند و مختصات این نقطه را بیابید.

دو خط دلخواه از بین این بی‌شمار خط را قطع می‌دهیم:

$$\begin{cases} m=-۲ \Rightarrow -۱۰y-۷=۰ \Rightarrow y=\frac{-۷}{۱۰} \\ m=۳ \Rightarrow ۵x-۲=۰ \Rightarrow x=\frac{۲}{۵} \end{cases} \xrightarrow{\text{محل برخورد}} M(\frac{۲}{۵},\frac{-۷}{۱۰})$$

حالا ثابت می‌کنیم نقطهٔ M همواره در معادلهٔ ما صدق می‌کند:

$$(m+۲)\times\frac{۲}{۵}+(۲m-۶)\times(\frac{-۷}{۱۰})+m-۵=۰$$

$$\frac{۲m}{۵}+\frac{۴}{۵}-\frac{۷m}{۵}+\frac{۲۱}{۵}+m-۵=۰ \Leftrightarrow ۰=۰$$

سؤالات چهارگزینه‌ای

۱- یک رأس از یک متوازی الاضلاع نقطهٔ $A(۷,۹)$ و معادلات دو ضلع آن به صورت $۲y = x + ۳$ و $y = ۳x + ۴$ است. مختصات محل تلاقی دو قطر آن کدام است؟

۱) $(۲,۴)$ ۲) $(۳,۴)$ ۳) $(۳,۵)$ ۴) $(۴,۵)$

۲- خطی گذرنده بر نقطهٔ $(\sqrt{۳},۱)$ با خط $۳y = \sqrt{۳}x$ زاویهٔ ۳۰° می‌سازد. عرض از مبدأ آن کدام است؟

۱) -۱ ۲) -۲ ۳) -۳ ۴) -۴

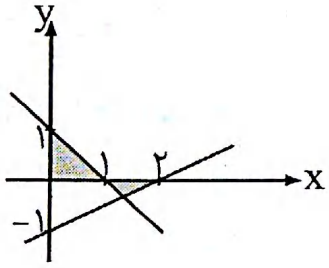
۳- نمودار خط به معادلهٔ $۲x + ۵y = ۳$ از کدام ناحیهٔ محورهای مختصات نمی‌گذرد؟

۱) اول ۲) دوم ۳) سوم ۴) چهارم

۴- معادله‌های دو ضلع از یک مربع عبارتند از $y = ۲x$ و $۲y - ۴x = ۵$. مساحت مربع کدام است؟

۱) $\frac{۳}{۴}$ ۲) $\frac{۴}{۵}$ ۳) $\frac{۵}{۴}$ ۴) $\frac{۶}{۵}$

۵- با توجه به شکل مقابل، مساحت قسمت هاشورزده کدام است؟



۱) $\frac{۲}{۳}$ ۲) $\frac{۳}{۴}$ ۳) $\frac{۳}{۵}$ ۴) $\frac{۴}{۵}$

۶- به ازای کدام مقدار a، سه خط به معادله‌های $y = x - ۲$، $y = ۲x - ۳$ و $y = -x + a$ از یک نقطه می‌گذرند؟

۱) -۱ ۲) صفر ۳) ۱ ۴) ۲

۷- مساحت مثلث محدود به خط به معادلهٔ $۲x + y = ۳$ و نیمساز ناحیهٔ چهارم و محور xها، کدام است؟

۱) $\frac{۹}{۴}$ ۲) $\frac{۳}{۲}$ ۳) $\frac{۹}{۲}$ ۴) ۳

۸- خطی که از نقطهٔ $A(۱,۲)$ می‌گذرد و شیب آن برابر ۱ است. از کدام نقطهٔ زیر می‌گذرد؟

۱) $(۲,۲)$ ۲) $(۳,۲)$ ۳) $(۲,۳)$ ۴) $(۳,۳)$

۹- نقطهٔ $A(۶,m)$ بالای محور xها قرار دارد و فاصلهٔ آن از مرکز مختصات ۱۰ است. m کدام است؟

۱) ۶ ۲) ۷ ۳) ۸ ۴) ۹

۱۰- فاصله محل تلاقی خطوط $y = ۲x + ۳$ و $y = x + ۳$ از مبدأ مختصات کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۱۱- نقطهٔ $A(۲m - ۵, ۳m - ۶)$ مفروض است. به ازای چه مقدار m نقطهٔ A روی خط $y = x + ۱$ واقع است؟

۱) $m = -۱$ ۲) $m = ۱$ ۳) $m = ۲$ ۴) $m = \frac{۵}{۲}$

۱۲- به ازای کدام مقدار m نقطهٔ $A(2m+1, 3m-2)$ روی نیمساز ربع اول و سوم است؟

۱) -3 ۲) -1 ۳) ۱ ۴) ۳

۱۳- معادلهٔ خط موازی محور yها گذرنده از نقطهٔ $(-1, 3)$ کدام است؟

۱) $y=2$ ۲) $x=2$ ۳) $x=-1$ ۴) $y=1$

۱۴- به ازای چه مقدار m، دو خط $y=2x+1$ و $y+mx+2=0$ بر هم عمودند؟

۱) -2 ۲) $-\frac{1}{2}$ ۳) $\frac{1}{2}$ ۴) ۲

۱۵- مختصات نقطه‌ای که خط $(m-2)x+3my+m+4=0$ به ازای جمیع مقادیر m، از آن می‌گذرد، کدام است؟

۱) $(0,1)$ ۲) $(2,-1)$ ۳) $(2,1)$ ۴) $(2,2)$

۱۶- به ازای چه مقدار m، دو خط $mx+2(m^2+1)y=3m+2$ و $2x+5my=4$ بر هم منطبق هستند؟

۱) $m=-2$ ۲) $m=2$ ۳) $m=1$ ۴) $m=-1$

۱۷- محل برخورد دو خط به معادله‌های $y=x+2$ و $my=x+n$ روی محور ox قرار دارد. n کدام است؟

۱) -2 ۲) -1 ۳) ۱ ۴) ۲

۱۸- فاصلهٔ دو خط به معادله‌های $y=x+1$ و $y=x+2$ کدام است؟

۱) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ۲) ۱ ۳) $\sqrt{2}$ ۴) ۲

۱۹- معادلهٔ خطی که از مبدأ مختصات و محل برخورد دو خط به معادله‌های $2x+3y+8=0$ و $2x-7y+12=0$ می‌گذرد، کدام است؟

۱) $2x+23y=0$ ۲) $3x+19y=0$ ۳) $4x+15y=0$ ۴) $5x+11y=0$

۲۰- نقاط تلاقی خط $y=3x-4$ را با محور xها و محور yها به ترتیب A و B می‌نامیم. نقطهٔ P بر روی پاره‌خط AB چنان است که $BA=4PA$. فاصلهٔ نقطهٔ P تا مبدأ مختصات کدام است؟

۱) $\sqrt{2}$ ۲) $\sqrt{3}$ ۳) ۲ ۴) ۳

۲۱- طول قطر مربعی که یک ضلع آن واقع بر خط به معادلهٔ $x+y=5$ و مختصات یک رأس آن $(-2,1)$ است، کدام است؟

۱) $3\sqrt{2}$ ۲) $4\sqrt{2}$ ۳) ۵ ۴) ۶

۲۲- مبدأ مختصات به کدام‌یک از خطوط زیر نزدیک‌تر است؟

۱) $y=-x+2$ ۲) $4x=3$ ۳) $7y=3$ ۴) $x+y=1$

۲۳- معادلهٔ مکان هندسی نقاطی که از دو خط $y=x+k$ و $y=x-k$ به یک فاصله هستند، کدام است؟

۱) $y=x$ ۲) $y=-x$ ۳) $y=x-2k$ ۴) $y=x+2k$

۲۴- نقطهٔ تلاقی سه ارتفاع مثلث ABC که سه رأس آن $A(1,1)$، $B(5,1)$ و $C(1,3)$ است، کدام است؟

۱) $(\frac{3}{2},\frac{3}{2})$ ۲) $(3,2)$ ۳) $(1,1)$ ۴) $(0,1)$

۲۵- معادلهٔ خطی که یک سر آن روی محور xها و سر دیگر آن روی محور yها بوده و نقطهٔ $(3, 2)$ در وسط آن قرار دارد، کدام است؟

۱) $3x+2y-12=0$ ۲) $3x-2y-12=0$ ۳) $2x-3y-12=0$ ۴) $3x+2y+12=0$

۲۶- زاویهٔ خطی که از نقاط $A(۱,۰)$ و $B(۰,۱)$ می‌گذرد، با خط $y=\sqrt{۳}x-۱$ چقدر است؟

۱) ۶۰° ۲) ۷۵° ۳) ۹۰° ۴) ۱۰۰°

۲۷- معادلهٔ خطی که از وسط پاره‌خط AB که در آن $A(۲,۲)$ و $B(۴,-۴)$ هستند، می‌گذرد و بر خط $۲y-x-۱=۰$ عمود است، کدام است؟

۱) $y+۲x-۵=۰$ ۲) $y+۲x-۱=۰$ ۳) $y-۲x+۵=۰$ ۴) $y-۲x-۵=۰$

۲۸- طول نقطهٔ M، واقع بر محور طول‌ها، که از دو نقطهٔ $B(-۲,۳)$ و $C(۴,-۱)$ به یک فاصله باشد، کدام است؟

۱) $-\frac{۱}{۳}$ ۲) $\frac{۲}{۳}$ ۳) $\frac{۱}{۳}$ ۴) $-\frac{۲}{۳}$

۲۹- معادلهٔ میانهٔ AM، در مثلثی که مختصات سه رأس آن $A(۱,۰)$، $B(۰,۲)$ و $C(۲,۲)$ باشد، کدام است؟

۱) $y=۱$ ۲) $x=۱$ ۳) $x+y=۱$ ۴) $x-y=۱$

۳۰- معادلهٔ خطی با شیب ۱، که از نقاط $(۱,a)$ و $(a,۳)$ بگذرد، به چه صورت است؟

۱) $y=x+۲$ ۲) $y=x-۱$ ۳) $y=x-۲$ ۴) $y=x+۱$

۳۱- معادلهٔ قرینهٔ خط $۳y-۲x=۶$ نسبت به محور xها، کدام است؟

۱) $۳y+۲x-۶=۰$ ۲) $۲x-۳y+۶=۰$ ۳) $۳y+۲x+۶=۰$ ۴) $۳y-۲x-۶=۰$

۳۲- اگر فاصلهٔ دو نقطهٔ $A(a,۱)$ و $B(-۲,۴)$ برابر ۵ واحد باشد، a کدام است؟

۱) -۲ و ۶ ۲) ۲ و -۶ ۳) ۱ و -۳ ۴) ۳ و -۱

۳۳- اگر سه نقطهٔ $(k,۲)$، $(۰,k)$ و $(-۱,۰)$ روی یک خط راست باشند، k چقدر است؟

۱) -۱ ۲) -۱ و ۲ ۳) -۲ و ۱ ۴) ۲

۳۴- فاصلهٔ نقطهٔ $A(۲,۴)$ از خط به معادلهٔ $x=-۳$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۵ ۴) ۶

۳۵- نقاط $A(۲,۵)$ و $B(۲۶,۱۷)$ مفروضند. نقطهٔ C روی پاره خط AB است و $\overline{BC}=۲\overline{AC}$. مجموع طول و عرض نقطهٔ C کدام است؟

۱) ۱۷ ۲) ۱۹ ۳) ۲۱ ۴) ۲۳

۳۶- مختصات قرینهٔ نقطهٔ $A(۱۷,۱)$ نسبت به خط $y=۲x+۷$ کدام است؟

۱) $(-۱۵,۱۷)$ ۲) $(۱۷,۱۷)$ ۳) $(-۱۷,۱۳)$ ۴) $(-۱۳,۱۶)$

۳۷- مساحت مثلثی با رأس‌های $A(۱۵,۲۰)$ و $B(۲۵,۵)$ و $C(۵,۱۰)$ کدام است؟

۱) ۱۷۵ ۲) ۱۲۵ ۳) ۲۲۵ ۴) ۷۵

۳۸- معادلهٔ $mx+(m+۲)y+۲m-۵=۰$ به ازای مقادیر مختلف m بی‌شمار خط را مشخص می‌کند که تمام آن‌ها را از نقطهٔ ثابتی می‌گذرند. مجموع طول و عرض این نقطه کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) -۱ ۴) -۲

۳۹- خطی با شیب m از نقطهٔ $(۳,۲)$ می‌گذرد و با محورهای مختصات، مثلثی قائم‌الزاویه به مساحت ۱۲ می‌سازد. مقدار m کدام است؟

۱) -۲ ۲) $-\frac{۴}{۳}$ ۳) $-\frac{۳}{۲}$ ۴) $-\frac{۱}{۲}$

راهنمایی و حل بعضی از سؤالات

۱- محل تلاقی دو ضلع داده شده، مختصات رأسی است که مقابل A قرار دارد؛ چون A روی هیچ کدام از دو خط نیست، وسط AC جواب سؤال است.

۲- خط داده شده $y=\frac{\sqrt{۳}}{۳}x$ با محور xها زاویهٔ ۳۰° می‌سازد. پس خط جواب یا باید موازی محور xها باشد یا با محور xها زاویهٔ ۶۰° بسازد. در حالت اول، معادلهٔ برابر با $y=۱$ است که با گزینه‌ها سازگار نیست...

۴- چون دو خط داده شده موازی هستند، فاصلهٔ آن‌ها طول ضلع مربع خواهد بود.

۵- از هر کدام از خط‌ها دو نقطه معلوم است. پس معادلهٔ خط‌ها را می‌توان نوشت ...

۶- اول دو خط بدون پارامتر را تلاقی دهید.

۷- شکل بکشید.

۱۵- می‌شود به ازای دو مقدار خاص m معادله را نوشت و محل تلاقی این دو خط را به‌دست آورد.

۱۶- $\frac{۲}{m}=\frac{۵m}{۲(m^۲+۱)}=\frac{۴}{۳m+۲}$

۱۹- معادلهٔ تمام خطوطی که از نقطهٔ برخورد دو خط داده شده می‌گذرند، به صورت زیر است:

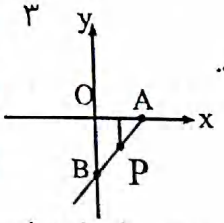
$m(۲x-۷y+۱۲)+۲x+۳y+۸=۰$

بنابراین، کافی است m را طوری به‌دست آورید که مبدأ مختصات در آن صدق کند. سپس مقدار m را جاگذاری کنید.

۲۰- $B(۰,-۴)$ $A(\frac{۴}{۳},۰)$

OAB تالس در مثلث $\rightarrow \frac{xP}{OA}=\frac{BP}{AB}$

$\frac{xP}{\frac{۴}{۳}}=\frac{۳}{۴}\rightarrow xP=۱$



به همین ترتیب y_P را هم حساب کنید.

۲۴- باید معادلهٔ دو تا از ارتفاع‌ها را بنویسیم. برای ارتفاع AH ، می‌دانید نقطهٔ A روی آن است و شیب آن عکس و قرینهٔ BC است.

(البته در این مسأله نقاط خاصی دارید و بدون محاسبه هم محل تلاقی ارتفاع‌ها مشخص است!)

۲۶- خط اول با محور xها زاویهٔ ۱۳۵° و خط دوم با این محور زاویهٔ ۶۰° می‌سازد.

(لازم نیست $\tan ۷۵^\circ$ را حفظ باشید!)

۳۱- نقطه‌های $(-۳,۰)$ و $(۰,۲)$ روی خط قرار دارند. قرینهٔ آن‌ها نسبت به محور xها به ترتیب $(-۳,۰)$ و $(۰,-۲)$ است. جواب مسأله، خط گذرنده از این دو نقطه است.

۳۳- شیب دو تا از پاره‌خط‌های تشکیل شده با این سه نقطه را با هم برابر قرار دهید تا سؤال حل شود.

پاسخ‌نامه

۱ ۱ ۲ ۳ ۴	۱۱ ۱ ۲ ۳ ۴	۲۱ ۱ ۲ ۳ ۴	۳۱ ۱ ۲ ۳ ۴	۴۱ ۱ ۲ ۳ ۴
۲ ۱ ۲ ۳ ۴	۱۲ ۱ ۲ ۳ ۴	۲۲ ۱ ۲ ۳ ۴	۳۲ ۱ ۲ ۳ ۴	۴۲ ۱ ۲ ۳ ۴
۳ ۱ ۲ ۳ ۴	۱۳ ۱ ۲ ۳ ۴	۲۳ ۱ ۲ ۳ ۴	۳۳ ۱ ۲ ۳ ۴	۴۳ ۱ ۲ ۳ ۴
۴ ۱ ۲ ۳ ۴	۱۴ ۱ ۲ ۳ ۴	۲۴ ۱ ۲ ۳ ۴	۳۴ ۱ ۲ ۳ ۴	۴۴ ۱ ۲ ۳ ۴
۵ ۱ ۲ ۳ ۴	۱۵ ۱ ۲ ۳ ۴	۲۵ ۱ ۲ ۳ ۴	۳۵ ۱ ۲ ۳ ۴	۴۵ ۱ ۲ ۳ ۴
۶ ۱ ۲ ۳ ۴	۱۶ ۱ ۲ ۳ ۴	۲۶ ۱ ۲ ۳ ۴	۳۶ ۱ ۲ ۳ ۴	۴۶ ۱ ۲ ۳ ۴
۷ ۱ ۲ ۳ ۴	۱۷ ۱ ۲ ۳ ۴	۲۷ ۱ ۲ ۳ ۴	۳۷ ۱ ۲ ۳ ۴	۴۷ ۱ ۲ ۳ ۴
۸ ۱ ۲ ۳ ۴	۱۸ ۱ ۲ ۳ ۴	۲۸ ۱ ۲ ۳ ۴	۳۸ ۱ ۲ ۳ ۴	۴۸ ۱ ۲ ۳ ۴
۹ ۱ ۲ ۳ ۴	۱۹ ۱ ۲ ۳ ۴	۲۹ ۱ ۲ ۳ ۴	۳۹ ۱ ۲ ۳ ۴	۴۹ ۱ ۲ ۳ ۴
۱۰ ۱ ۲ ۳ ۴	۲۰ ۱ ۲ ۳ ۴	۳۰ ۱ ۲ ۳ ۴	۴۰ ۱ ۲ ۳ ۴	۵۰ ۱ ۲ ۳ ۴