

بسمه تعالی

جزوه می ریاضی، مقسم

ترم دوم (فصل ششم تا نهم)

(دوره اول متوسط)

تهیه و تنظیم
حسین شایخی



فهرست مطالب ریاضی هفتم-ترم اول

فصل ۱: راهبردهای حل مساله

- ✓ راهبرد رسم شکل و الگوسازی
- ✓ راهبرد حذف حالت های نامطلوب و الگویابی
- ✓ راهبرد حدس و آزمایش و زیرمسئله
- ✓ راهبرد حل مساله ساده تر و روش نمادین

فصل ۲: عددهای صحیح

- ✓ معرفی عددهای علامت دار
- ✓ جمع و تفریق اعداد صحیح
- ✓ ضرب و تقسیم اعداد صحیح
- ✓ تمرین های فصل

فصل ۳: جبر و معادله

- ✓ الگوهای عددی
- ✓ عبارت های جبری
- ✓ مقدار عددی یک عبارت جبری
- ✓ معادله
- ✓ تمرین های فصل

فصل ۴: هندسه و استدلال

- ✓ روابط بین پاره خط ها
- ✓ زاویه ها و روابط بین زاویه ها
- ✓ تبدیلات هندسی (انتقال، تقارن، دوران)
- ✓ شکل های مساوی (همنهشت)
- ✓ تمرین های فصل

فصل ۵: شمارنده ها و اعداد اول

- ✓ عدد اول
- ✓ شمارنده اول
- ✓ بزرگترین شمارنده مشترک (ب.م.م)
- ✓ کوچک ترین مضرب مشترک (ک.م.م)
- ✓ تمرین های فصل

فهرست مطالب ریاضی هفتم-ترم دوم

فصل ۶: سطح و حجم

- ✓ حجم های هندسی
- ✓ محاسبه حجم های منشوری
- ✓ مساحت جانبی و کل
- ✓ حجم و سطح
- ✓ تمرین های فصل

فصل ۷: توان و جذر

- ✓ تعریف توان
- ✓ محاسبه عبارت های تواندار
- ✓ ساده کردن عبارت های تواندار
- ✓ جذر و ریشه
- ✓ تمرین های فصل

فصل ۸: بردار و مختصات

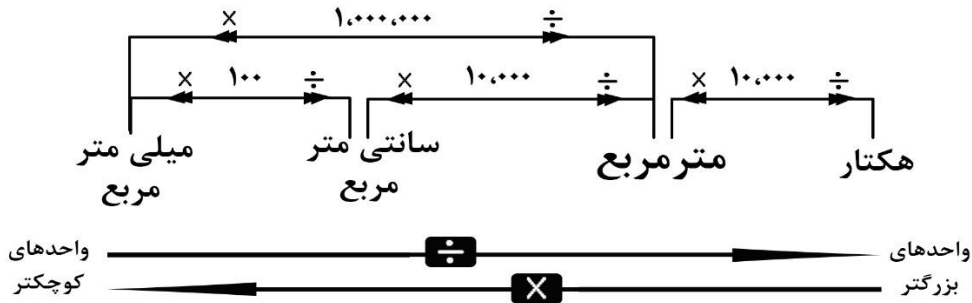
- ✓ پاره خط جهت دار
- ✓ بردارهای مساوی و قرینه
- ✓ مختصات
- ✓ بردار انتقال
- ✓ تمرین های فصل

فصل ۹: آمار و احتمال

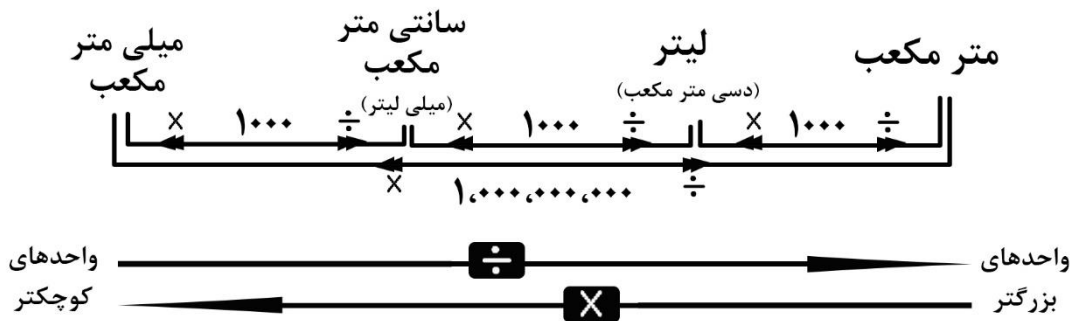
- ✓ جمع آوری و نمایش داده ها
- ✓ نمودارها و تفسیر نتیجه ها
- ✓ احتمال یا اندازه گیری شانس
- ✓ احتمال و تجربه
- ✓ تمرین های فصل

فصل ششم: سطح و حجم

✓ واحد اندازه گیری سطح: متر مربع (استفاده از پیشوندهای سانتی، میلی و واحد هکتار و ...)



✓ واحد اندازه گیری حجم: متر مکعب (استفاده از پیشوندهای سانتی، میلی و واحد لیتر و سی سی و ...)



(۱) مساحت مربعی به ضلع ۸۰ سانتیمتر چند متر مربع می باشد؟

(۲) مساحت قاعده سطحی استوانه ای ۲۵ سانتیمتر مربع و ارتفاع آن ۰,۲ متر می باشد. داخل این سطح چند لیتر آب جای می گیرد؟ چند سانتیمتر مکعب آب داخل این سطح جای می گیرد؟

(۳) حجم مکعب مستطیلی به طول ۰,۶۵ متر عرض ۳۰ سانتیمتر و ارتفاع ۰,۲۵ متر چند متر مکعب است؟

حجم

۱. غیر هندسی
۲. هندسی

الف) کروی } تعداد یال و رأس: صفر
حجم: $\frac{4}{3}\pi r^3$
مساحت کل (مساحت جانبی): $4\pi r^2$

ب) هرم } تعداد یالها: هرم n پهلو $2n =$
تعداد رأسها: هرم n پهلو $n+1 =$
حجم: مساحت قاعده \times ارتفاع $\frac{1}{3}$
مساحت کل: مساحت قاعده + جمع مساحت صفحات جانبی

ج) منشور } تعداد یالها: منشور n پهلو $3n =$
تعداد رأسها: منشور n پهلو $2n =$
حجم: مساحت قاعده \times ارتفاع
مساحت جانبی: محیط قاعده \times ارتفاع
مساحت کل: مساحت جانبی + (مساحت قاعده $\times 2$)

کره: مکان هندسی نقاطی از فضا که از یک نقطه ثابت (مرکز کره) دارای یک فاصله ثابت (شعاع کره) می باشد.
هرم: حجمی که دارای یک قاعده بوده و صفحات جانبی (همگی مثلث اند) در یک نقطه به نام رأس هرم هم‌رسند.
منشور: حجمی که دارای دو قاعده هم‌نهشت و موازی بوده و صفحات جانبی آن مستطیلی می باشد.
• گاهی برخی از حجم‌ها ترکیبی از چندین حجم هندسی بالا می باشد.

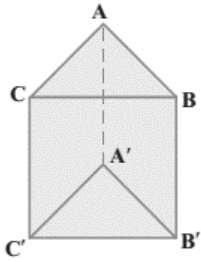
یال: محل برخورد دو صفحه (سطح) در فضا، یک خط می باشد که آن را یال می گویند.
راس: محل برخورد سه صفحه (سطح) در فضا، یک نقطه می باشد که به آن راس می گویند.

مکعب: یک منشور چهار پهلو که قاعده آن مربع بوده و طول تمام یالهای آن با هم برابر و دارای شش صفحه (وجه) می باشد. بنابراین اگر طول یال مکعب a باشد حجم آن برابر $a \times a \times a$ بوده و مساحت کل آن $6 \times a \times a$ می باشد. مکعب دارای ۱۲ یال و ۸ رأس می باشد.

استوانه: منشوری با قاعده دایره می باشد. بنابراین حجم استوانه‌ای به شعاع قاعده r و ارتفاع h برابر ضرب مساحت قاعده در ارتفاع $(\pi \times r \times r \times h)$ ، مساحت جانبی برابر محیط قاعده ضربدر ارتفاع $(2 \times \pi \times r \times h)$ و مساحت کل آن برابر حاصلجمع مساحت جانبی و دو برابر مساحت قاعده می باشد. استوانه فاقد رأس بوده و یال می باشد. (یا مطابق برخی منابع دارای بینهایت یال و راس می باشد)

مخروط: هرمی با قاعده دایره‌ای شکل، که دارای یک رأس و فاقد یال می باشد. (یا مطابق برخی منابع دارای بینهایت یال و راس می باشد)

۴) تعداد یالها، رئوس و قاعده منشورهای زیر را مشخص کرده و نام آنها را بنویسید. (صفحه ۷۱ کتاب)

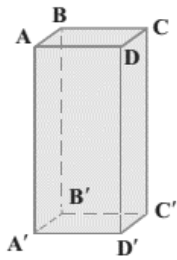


قاعده :

راس :

یال :

وجه جانبی :

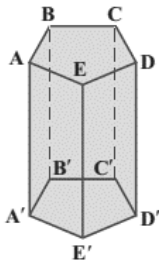


قاعده :

راس :

یال :

وجه جانبی :



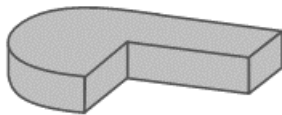
قاعده :

راس :

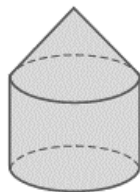
یال :

وجه جانبی :

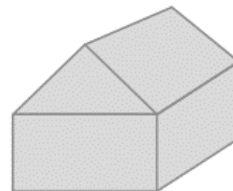
۵) مشخص کنید هر کدام از شکل‌های زیر از چه حجم‌هایی ساخته شده است و دارای چند راس، یال و وجه می باشد.



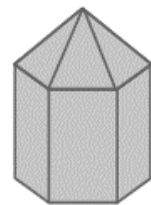
(د)



(ج)



(ب)

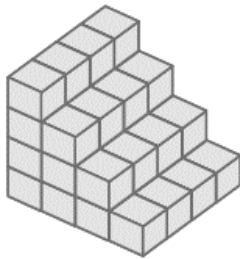


(الف)

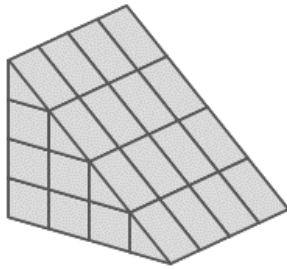
۶) حجم مکعب مستطیلی به ارتفاع $2h$ و طول a و عرض $2b$ چند است؟ اگر طول این حجم دوبرابر و عرض آن نصف شود حجم چه تغییری می کند؟

۷) حجم منشوری با قاعده مربع که طول ضلع قاعده ۵ متر و ارتفاع ۶ متر می باشد را بدست آورید؟ مساحت جانبی و مساحت کل این منشور چقدر است؟

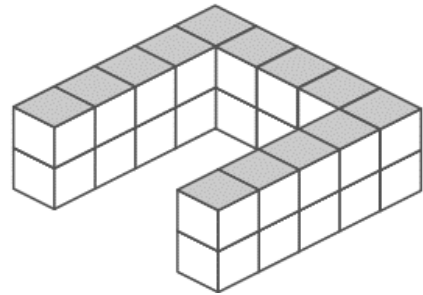
۸) حجم شکل‌های زیر که از مکعبهایی به حجم واحد ساخته شده اند را بدست آورید. (صفحه ۷۳ کتاب)



(ج)

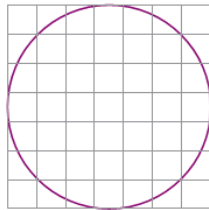


(ب)

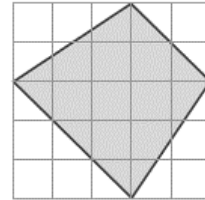


(الف)

۹) مساحت شکل‌های زیر را محاسبه کنید (طول هر ضلع مربع صفحه شطرنجی را یک واحد در نظر بگیرید)

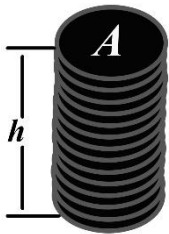


(ب)



(الف)

✓ حجم منشور



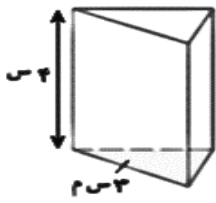
تمامی منشورها از دو قاعده همنهشت و موازی تشکیل شده اند که در یک راستا (عمودی یا افقی) تا مسافتی (به اندازه ارتفاع) پیشروی می کنند. در واقع یک منشور از کنارهم چیدن قاعده به اندازه ارتفاع ایجاد می شود. بنابراین اگر صفحه ای به مساحت A را به تعدادی روی هم بچینیم که تا ارتفاع h بالا آید، حجمی که ایجاد خواهد شد $A \times h$ می باشد.

بنابراین می توان نتیجه گرفت که حجم منشور از حاصلضرب مساحت قاعده در ارتفاع بدست می آید.

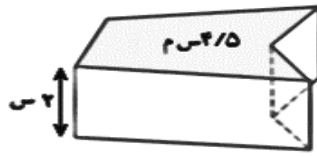
۱۰) حجم منشوری با مساحت قاعده ۱۴,۵ مترمربع و ارتفاع ۶۰ سانتیمتر چند مترمکعب می باشد؟

۱۱) حجم استوانه ای با مساحت قاعده ۲۲۰۰ سانتیمتر مربع و ۲,۵ متر ارتفاع چند مترمکعب می باشد؟

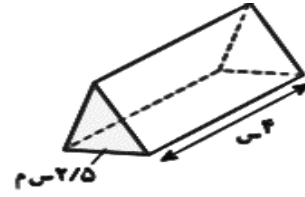
۱۲) حجم منشورهای زیر را بدست آورید.



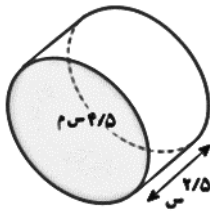
(ت)



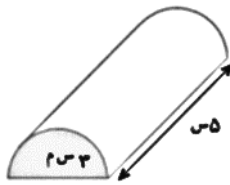
(ب)



(الف)



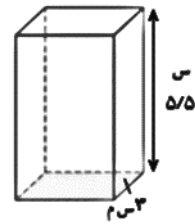
(ح)



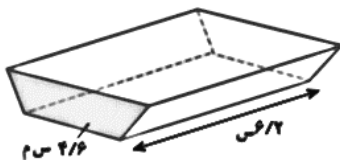
(چ)



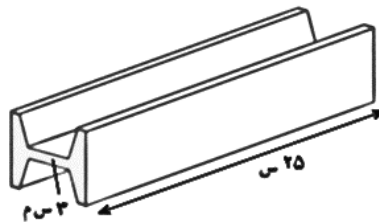
(ج)



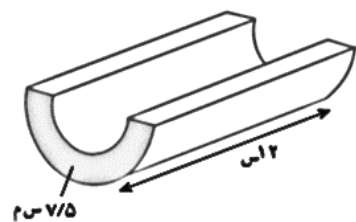
(ث)



(ذ)



(د)



(خ)

۱۳) حجم منشوری چهار پهلو با قاعده مربع و به ضلع ۲,۵ متر و ارتفاع ۱۶۰ سانتیمتر چند متر مکعب است؟

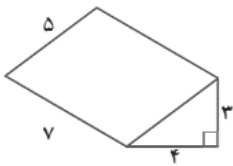
۱۴) حجم استوانه ای با شعاع قاعده ۲ متر و ارتفاع ۲,۵ متر چند است؟

۱۵) محیط قاعده استوانه ای ۳,۱۴ متر می باشد. اگر ارتفاع این استوانه ۴ متر باشد، حجم این استوانه را بیابید.

۱۶) ۱۲۰ لیتر آب داخل بشکه ای می ریزیم. اگر شعاع دهانه استوانه ۴۰ سانتیمتر باشد با فرض اینکه آب سرریز نکند تا چه ارتفاعی بالا می آید؟ ($\pi=3$)

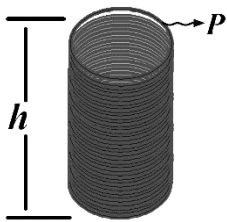
۱۷) قوطی رنگ استوانه ای شکل به شعاع قاعده ۱۰ سانتیمتر و ارتفاع ۵۰ سانتیمتر را باز کرده و داخل ظرفی منشوری ریخته و با ۳ لیتر تینر مخلوط می کنیم. این مخلوط ظرف را تا ارتفاع ۱۲ سانتیمتر پر می کند. مساحت قاعده این منشور چند متر مربع است؟ ($\pi=3$)

۱۸) حجم منشور زیر با قاعده مثلث برابر حجم مکعب با قاعده مربع و به ضلع ۴ می باشد. ارتفاع این مکعب چند سانتیمتر باید باشد؟

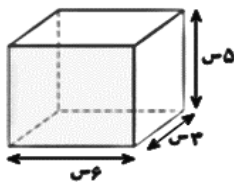


✓ مساحت جانبی و مساحت کل منشور

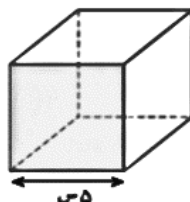
مساحت جانبی اجسام در واقع جمع مساحت وجه های جانبی می باشد. برای بدست آوردن مساحت جانبی منشورها محیط قاعده را در ارتفاع ضرب می کنیم. در واقع اگر محیط قاعده را حلقه ای با محیط p در نظر بگیریم و این حلقه تا ارتفاع h بالا آید، سطحی را ایجاد میکند که همان وجه جانبی منشور بوده و مساحت آن $A \times h$ می باشد. مساحت کل نیز از جمع مساحت جانبی با دو برابر مساحت قاعده بدست می آید.



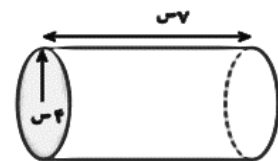
۱۹) حجم، مساحت جانبی و مساحت کل حجم های زیر را بدست آورید.



(ج)

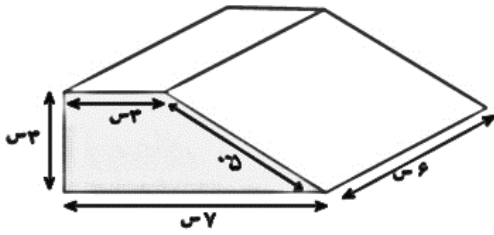


(ب)

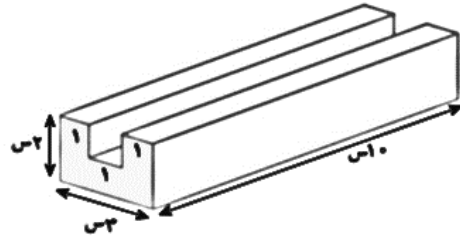


(الف)

۲۰) حجم و مساحت کل شکلهای زیر را بدست آورید.



(ب)



(الف)

۲۱) حجم منبع آبی به شکل استوانه و به شعاع قاعده ۱,۲ متر و ارتفاع ۳ متر، چند متر مکعب است؟

۲۲) مکعب مستطیلی به ابعاد ۳۲، ۱۶ و ۲۴ متر در اختیار داریم. می خواهیم داخل این مکعب مستطیل را با مکعب هایی که تمام ابعاد آن برابر باشد، پر کنیم حجم این مکعب چند است و با چند مکعب، مکعب مستطیل بزرگ پر می شود؟

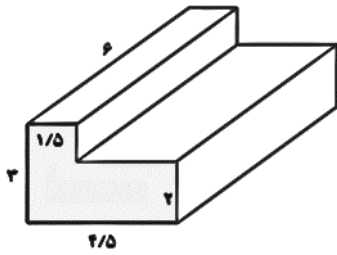
۲۳) قاعده منشوری مثلث می باشد. اگر ارتفاع این منشور نصف و ارتفاع و قاعده مثلث هر کدام ۲۵ درصد افزایش یابد حجم منشور چه تغییری می کند؟

۲۴) استوانه ای در اختیار داریم. اگر شعاع قاعده آن ۲ برابر شود و ارتفاع آن ۴۰ درصد کاهش یابد، حجم و مساحت جانبی آن چه تغییری می کند؟

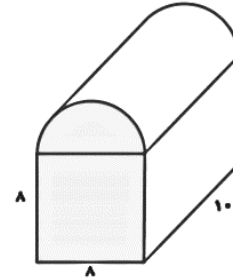
۲۵) یک قطعه فلز را در آبی به شکل مکعب مستطیل به قاعده ۵۰×۳۶ انداخته اند و کاملاً به زیر آب رفته است. در نتیجه ارتفاع آب ۰,۸ بالا آمده است. حجم قطعه فلز را بیابید.

- برخی از اشکال و حجم های هندسی ترکیبی از چند حجم می باشند، یعنی برای بدست آوردن حجم این اشکال دو یا چند حجم را با هم جمع می کنیم و با در برخی موارد که با حجم توخالی برخورد می کنیم، برای بدست آوردن حجم آن می توانیم حجم شکل اصلی را بدست آورده و آن را منهای حجم قسمت توخالی کنیم.
- برای بدست آوردن مساحت کل حجم های توخالی (مثل استوانه توخالی) باید دقت کرد که سطح داخلی قسمت توخالی نیز جزء مساحت کل این حجم می باشد.

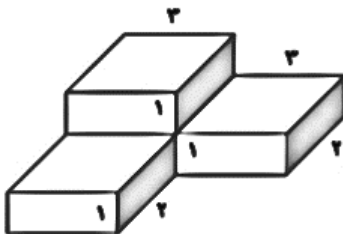
(۲۶) حجم، مساحت جانبی و مساحت کل اشکال زیر را بدست آورید.



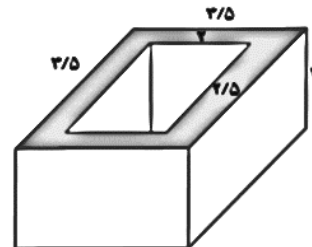
(ب)



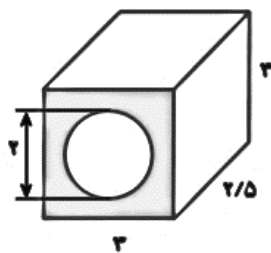
(الف)



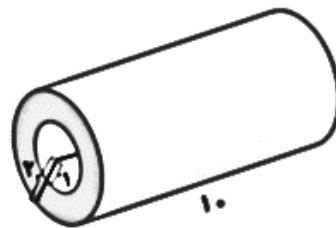
(د)



(ج)



(ی)



(ه)

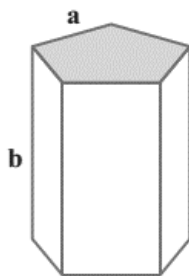
۲۷) چاهی به عمق ۱۲ متر حفر کرده ایم. شعاع دهانه این چاه ۰,۴ متر است. وقتی خاک کنده و بیرون ریخته می شود، حجم آن ۱,۳ برابر می شود. اگر خاک این چاه بعد از بیرون آمدن در سطحی به ابعاد ۴ و ۵ متر به طور یکنواخت ریخته شود تا یک مکعب مستطیل به وجود آید. ارتفاع این مکعب مستطیل چقدر خواهد بود؟ (صفحه ۷۵ کتاب سوال ۳)

۲۸) حوض است به شکل مکعب مستطیل که ابعاد آن ۴، ۳ و ۱,۵ متر است. این حوض خالی را با شیر آبی که در هر دقیقه ۶۰ لیتر آب وارد آن می کنیم، چند ساعت طول می کشد تا حوض پر شود؟ (صفحه ۷۵ کتاب سوال ۴)

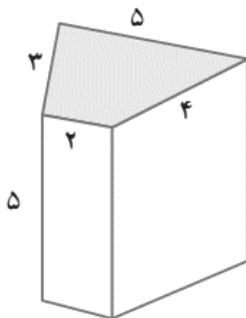
۲۹) یک پارچ به شکل استوانه است که ارتفاع آن ۳۰ سانتی متر و شعاع قاعده آن ۸ سانتیمتر است. آب داخل این پارچ را در لیوان هایی به شکل استوانه که ارتفاع آنها ۱۰ سانتیمتر و شعاع قاعده آن ۴ سانتیمتر است، می ریزیم. این آب چند لیوان را پر می کند؟ (صفحه ۷۵ کتاب سوال ۵)

۳۰) قاعده یک منشور سه پهلو مثلث قائم الزاویه ای است که اندازه ضلع های قائمه آن ۳ و ۴ می باشد. ارتفاع این منشور ۶ سانتی متر است. حجم این منشور را پیدا کنید. (صفحه ۷۵ کتاب سوال ۶)

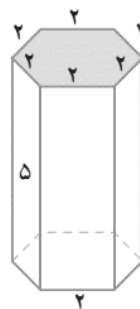
۳۱) مساحت جانبی اشکال زیر را محاسبه کنید. (صفحه ۷۶ کتاب)



(ج)

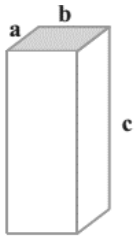


(ب)

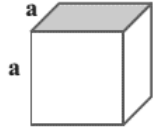


(الف)

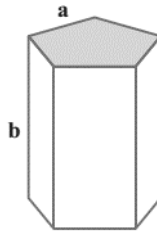
۳۲) مساحت جانبی و حجم اشکال زیر را محاسبه کنید. (صفحه ۷۶ کتاب)



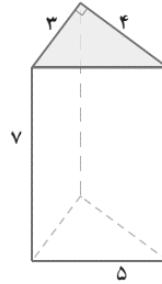
(ه)



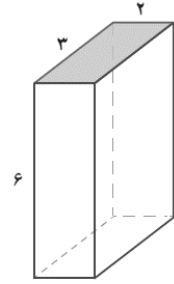
(د)



(ج)



(ب)



(الف)

۳۳) مستطیلی به طول ۸ و عرض ۵ را حول محور موازی طول آن لوله می کنیم تا حجمی ایجاد کند.

حجم ایجاد شده چیست؟

مساحت جانبی این شکل چقدر است؟

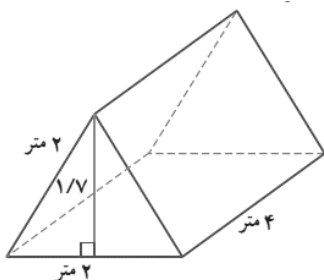
حجم این شکل چقدر است؟

۳۴) مکعبی را باز می کنیم. مساحت گسترده این مکعب ۱۰۱۴ متر مربع شده است. حجم مکعب چقدر بوده است؟

۳۵) حجم مکعبی با قاعده مربع ۸۴۷ متر مکعب می باشد. اگر ارتفاع آن ۷ متر مساحت کل مکعب را بیابید.

۳۶) یک غلتک روی زمین آسفالت شده باید ۴ بار غلتک بزند تا سطح آن صاف شود. اگر شعاع غلتک ۵۰ سانتی متر و ارتفاع استوانه آن ۱ متر باشد، برای آسفالت کردن سطح یک کوچه به طول ۲۰ و عرض ۴ متر، این غلتک باید به طور تقریبی چند دور بچرخد؟ (صفحه ۷۸ کتاب سوال ۲)

۳۷) یک پرخ ماشین که کاملاً خیس شده است، با ۱۰ دور چرخیدن روی زمین جای خود را مشخص می کند تا خشک شود. اگر این چرخ به ضخامت ۲۰ سانتی متر و قطر ۷۰ سانتی متر باشد، چه مسافتی از زمین را خیس خواهد کرد؟ (صفحه ۷۸ کتاب سوال ۳)

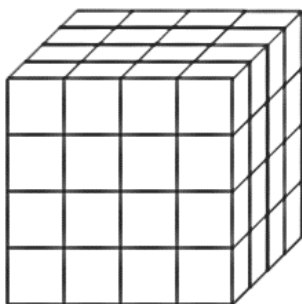


۳۸) یک چادر مسافرتی به شکل مقابل است. چند متر پارچه برای ساخت آن به کار رفته است؟ حجم این چادر چقدر است؟ (صفحه ۷۸ سوال ۴)

۳۹) یک مخزن نفت به شکل استوانه ای است که شعاع قاعده آن ۳ متر و ارتفاعش ۵ متر است. می خواهیم بدنه خارجی آن را رنگ بزنیم. اگر هزینه رنگ کردن هر متر مربع ۳۰۰۰ تومان باشد ریال برای رنگ کردن این مخزن چقدر باید هزینه کرد؟ (صفحه ۷۸ سوال ۵)

۴۰) می خواهیم با مقوا مکعبی به ضلع 10cm بسازیم. چند سانتی متر مربع مقوا به کار می رود؟ (صفحه ۷۸ سوال ۶)

۴۱) یک جعبه به شکل مکعب مستطیل به ابعاد ۳۰، ۵۰ و ۴۰ سانتی متر را با کاغذ کادو پوشانده ایم. برای پوشاندن این جعبه حداقل چند سانتی متر مربع کاغذ کادو لازم داریم؟ (صفحه ۷۸ سوال ۷)



۴۲) با مکعب هایی به ضلع ۱ واحد حجم مقابل را ساخته ایم. اگر تمام سطح های این حجم را

رنگ کنیم، چند مکعب رنگ نمی شود؟ (صفحه ۷۸ سوال ۸)

چند مکعب رنگ می شود؟

چند مکعب ۲ وجهشان رنگ می شود؟

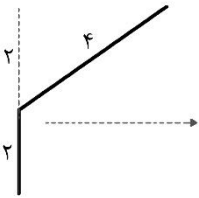
چند مکعب ۳ وجهشان رنگ می شود؟

✓ رابطه بین خط، سطح و حجم

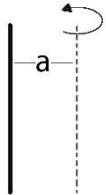
- اگر خطی در فضا (در راستای غیر از امتداد خط) انتقال یابد و یا دوران پیدا کند، سطح یا صفحه ایجاد می کند.
 - در صورتی که سطح یا صفحه‌ای در فضا (در راستایی غیر از امتداد صفحه) انتقال و یا دوران یابد، حجم ایجاد می شود.
- (۴۳) خطی به طول a را در راستای عمود بر خط به اندازه b به سمت چپ انتقال می دهیم. مساحت سطح ایجاد شده را بدست آورید؟

- (۴۴) خطی به طول $2x$ را حول نقطه میانی آن دوران می دهیم. سطح ایجاد شده را رسم کرده و مساحت سطح ایجاد شده چند است؟

- (۴۵) شکل زیر را در راستای نشان داده شده به اندازه 5 واحد انتقال می دهیم. سطح ایجاد شده را رسم کرده و مساحت سطح ایجاد شده را بدست آورید.



- (۴۶) خط زیر به طول h را حول محور تقارن نشان داده شده دوران می دهیم. سطح ایجاد شده را رسم کرده و مساحت ایجاد شده را بدست آورید.



- (۴۷) مستطیلی به طول l و عرض t را حول محوری منطبق بر طول آن دوران می دهیم. شکل بدست آمده را رسم کرده و حجم آن را محاسبه کنید. اگر محور دوران منطبق بر عرض باشد حجم ایجاد شده را بدست آورید.

- (۴۸) صفحه ای دایره شکل به شعاع 2 واحد را در راستای عمود بر سطح دایره را به اندازه 3 واحد انتقال می دهیم. حجم جاروب شده را بدست آورید.

- (۴۹) مربعی به مساحت 64 متر مربع را حول مرکز دورانی موازی یکی از اضلاع و با فاصله 2 متر خارج مربع دوران می دهیم. حجم ایجاد شده را محاسبه کنید. مساحت کل حجم ایجاد شده را بدست آورید.

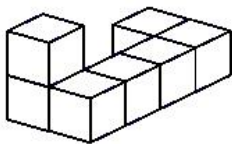
۵۰) یک مقوا به طول و عرض ۵×۲۰ را به شکل استوانه به ارتفاع ۵ در آورده ایم. یک مقوای دیگر را نیز به ابعاد ۱۰×۱۰ را به شکل یک استوانه در آورده ایم. با توجه به اینکه مساحت مقواها در دو حالت برابر است، کدام استوانه حجم بیشتری دارد؟ (صفحه ۸۱ سوال ۱)

۵۱) یک صابون مکعب مستطیل شکل به حجم ۳۲ سانتی متر مکعب پس از چند بار مصرف، کوچک شده و به ابعاد ۲،۵ و ۴ و ۱،۵ سانتی متر تبدیل شده است. چند درصد این صابون استفاده شده است؟ (صفحه ۸۱ سوال ۳)

۵۲) اگر یک حجم از بالا، سمت راست و رو به رو به صورت زیر دیده شود، آن حجم را رسم کنید. (صفحه ۸۱ سوال ۵)



۵۳) اگر حجم هر مکعب واحد باشد، حجم و مساحت کل شکل زیر را بدست آورید.



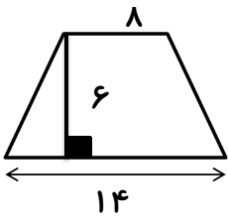
✓ تمرین فصل ششم

- (۱) عبارتهای درست را با "ص" و عبارتهای نادرست را با "غ" مشخص کنید.
- (a) حجم های منشوری دارای یک قاعده می باشند.
- (b) تعداد راسهای حجم های هرمی همواره فرد است.
- (c) از دوران مستطیل حول ضلع بزرگ کوچکترین استوانه ساخته می شود.
- (d) از دوران یک خط در صفحه حول نقطه میانی آن دایره ایجاد می شود.
- (e) حاصلضرب محیط قاعده در ارتفاع منشور حجم آن منشور را حاصل می شود.
- (f) حجم مکعبی به طول ضلع ۵ برابر است با ۶۲۵.
- (g) مقطع یک منشور ۶ پهلو، یک شش ضلعی است.
- (۲) جاهای خالی را با عبارت یا عدد مناسب پر کنید.
- (a) حجم های هرمی از یک قاعده و چندین سطح جانبی که به شکل می باشد، تشکیل شده است.
- (b) مساحت کل مکعبی به ضلع a برابر است با
- (c) یک منشور n پهلو دارای راس یال وجه جانبی و دو قاعده می باشد.
- (d) اگر یک مربع به ضلع x را حول ضلعش دوران دهیم حجم حاصل برابر می باشد.
- (e) از دوران یک صفحه دایره ای حول قطر آن ایجاد می شود.
- (f) مستطیلی به مساحت A را در عمود بر سطح به میزان b انتقال می دهیم، حجم ایجاد شده برابر است با
- (g) هرمی با قاعده ضلعی دارای ۶ راس می باشد.
- (۳) گزینه مناسب را انتخاب نمایید.
- (a) مساحت جانبی استوانه ای سه برابر مساحت کل یک مکعب به ضلع ۵ می باشد. اگر ارتفاع استوانه ۱۰ باشد محیط آن چند است؟
- الف) ۱۵ (ب) ۳۰ (ج) ۴۵ (د) ۵
- (b) اگر شعاع قاعده استوانه ای دو برابر و ارتفاع آن نصف شود، حجم آن برابر می شود.
- الف) ۲ (ب) ۴ (ج) ۰,۵ (د) ۰,۲۵
- (c) تعداد یالهای یک منشور ۶ پهلو برابر تعداد راسهای یک هرم ۸ پهلو است.
- الف) (ب) ۲ (ج) ۳ (د) ۰,۵
- (d) مستطیلی با طول ۱۲,۵۶ و عرض ۶,۲۸ را حول محور موازی عرض آن لوله می کنیم. حجم ایجاد شده برابر است با:
- الف) ۳۹,۴۴ (ب) ۲۵,۱۲ (ج) ۷۸,۸۷ (د) ۱۲,۵۶

(۴) منبعی به شکل استوانه با شعاع قاعده ۵۰ سانتیمتر و ارتفاع ۱۰۰ سانتیمتر را در اختیار داریم. اگر بخواهیم این منبع را از نفت پر کنیم، چند لیتر نفت باید داخل منبع بریزیم؟

(۵) می خواهیم مکعبی به ضلع ۳ متر را رنگ کنیم اگر قیمت رنگ به ازای هر متر مربع ۷۵۰۰ باشد، چه میزان برای رنگ کردن این مکعب باید بپردازیم؟

(۶) دید از بالای منشوری به شکل روبرو می باشد. اگر حجم این منشور ۳۶۳ باشد، ارتفاع این منشور چقدر بوده است؟

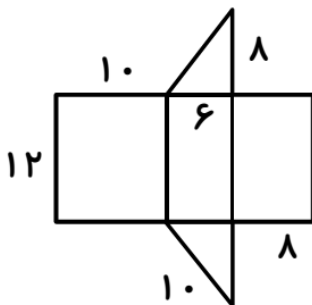


(۷) حوضی با قاعده شش ضلعی منتظم با طول ضلع ۸۰ سانتی متر، عمق ۵۰ سانتی متر و مساحت ۳,۵ متر مربع ساخته شده است. اگر بخواهیم دیواره ها و کف حوض را کاشی کاری کنیم به چند متر مکعب کاشی نیاز داریم؟

اگر این حوض را با شیر آبی که در هر دقیقه ۱۰ لیتر آب از آن خارج می شود، پر کنیم این شیر باید چند دقیقه باز باشد؟

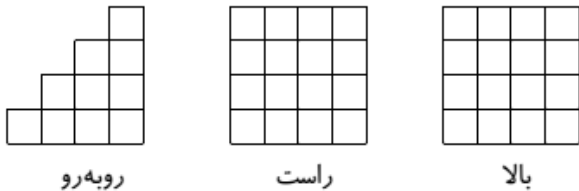
(۸) منشوری به قاعده لوزی با طول ضلع ۵ و قطرهای ۸ و ۶ در اختیار داریم. اگر ارتفاع این منشور ۶ باشد حجم و مساحت کل منشور را محاسبه کنید.

(۹) حجم و مساحت کل منشوری که گسترده آن به شکل زیر می باشد را محاسبه کنید.

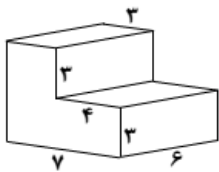


۱۰) با لوله کردن مربعی به ضلع ۹,۴۲ سانتی متر می خواهیم استوانه ای بسازیم. حجم و مساحت جانبی این استوانه را بیابید.

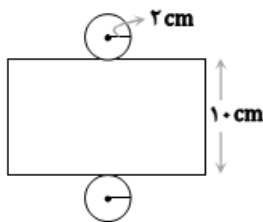
۱۱) یک حجم هندسی از سه جهت مختلف به شکل زیر می باشد. این حجم را رسم کنید.



۱۲) مساحت کل شکل مقابل را بدست آورید.



۱۳) اگر گودالی استوانه شکل به شعاع قاعده ۲۰ سانتیمتر و به عمق ۱ متر حفر کنیم و حجم خاک پس از خارج شدن از گودال ۱,۵ برابر افزایش یابد، حجم گودال و حجم خاک بیرون آمده را حساب کنید.
اگر با خاک بیرون آمده، بخواهیم گلدانهایی مکعب با قاعده مربع به ضلع ۱۰ سانتیمتر و عمق ۲۰ سانتیمتری را پر کنیم چند گلدان به طور کامل پر می شود؟

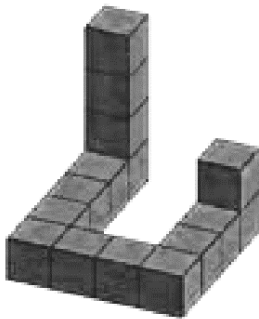


۱۴) اگر گسترده شکل مقابل را به شکل یک حجم هندسی در آوریم، نام این حجم چیست؟
حجم و مساحت جانبی آن را بدست آورید؟

۱۵) مقوایی به شکل مستطیل به طول و عرض ۲ و ۱,۵ متر موجود است. با این مقوا چند مکعب به ابعاد ۲۵ سانتی متر می توان ساخت؟

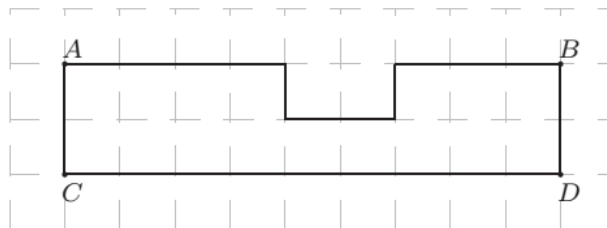
۱۶) ارتفاع یک منشور ۵ پهلو ۱۷,۵ متر می باشد. اگر مساحت جانبی این منشور که قاعده آن ۵ ضلعی منتظم می باشد، ۱۷,۵ مترمربع باشد، طول هر ضلع قاعده را بدست آورید.

۱۷) حسین ۴۲ مکعب یکسان به طول ضلع ۱ سانتی متر دارد. او با استفاده از همه این مکعب ها یک مکعب مستطیل می سازد که محیط قاعده اش ۱۸ سانتی متر است. ارتفاع مکعب مستطیلی که علی ساخته، چقدر است؟



۱۸) شکل زیر از مکعب های به ضلع ۱ درست شده است. حداقل چند مکعب دیگر به شکل اضافه کنیم تا یک مکعب توپر بزرگ به دست آید؟ (مکعب های شکل را نمی توان حذف یا جابه جا کرد)

۱۹) در شکل زیر، هر مربع کوچک، یک واحد مساحت است.



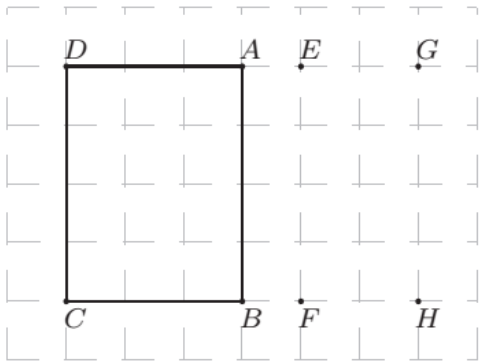
حجم شکل به دست آمده از دوران چند ضلعی بالا:

الف) حول خط AB چقدر است؟

ب) حول خط CD چقدر است؟

۲۰) حجم مکعبی به ضلع a چند برابر حجم استوانه ای به ارتفاع a و قطر a می باشد؟

۲۱) در شکل زیر، هر مربع کوچک، یک واحد مساحت است. حجم شکل به دست آمده از دوران مستطیل $ABCD$:



الف) حول AB چقدر است؟

ب) حول EF چقدر است؟

ج) حول GH چقدر است؟

۲۲) توسط مقوایی به مساحت $۰,۲$ مترمربع می خواهیم لیوانی کاغذی به شعاع قاعده ۱۲ سانتی متر بسازیم. ارتفاع این لیوان تقریباً چند خواهد شد؟

۲۳) میزان تغییر در حجم استوانه به شعاع r و ارتفاع h را در شرایط زیر بررسی کنید:

- اگر شعاع ثابت و ارتفاع ۲ برابر شود.
 - اگر شعاع ثابت و ارتفاع ربع برابر شود.
 - اگر ارتفاع ثابت و شعاع ۲ برابر شود.
 - اگر ارتفاع ثابت و شعاع ربع شود.
- از پاسخ های بالا چه نتیجه ای می گیرید.

۲۴) حجم منشوری چهارپهلوی به ارتفاع ۴ متر و با قاعده لوزی با قطرهای ۴ و ۶ سانتی متر چند سانتی متر مکعب است؟

۲۵) مساحت جانبی منشوری با قاعده دوزنقه و با قاعده های ۱۲ و ۱۶ متر و طول ساقهای ۵ متر و دارای ارتفاع $۱۷,۵$ سانتیمتر چند مترمربع می باشد.

فصل هفتم: توان و جذر

✓ تعریف توان

در ریاضیات برای اینکه عبارتهای ضرب طولانی ساده تر نوشته و خوانده شود از عبارتهای تواندار به جای ضربهای متوالی استفاده می شود. به طور مثال عبارت $2 \times 2 \times 2 \times 2$ را برای سادگی می توان به صورت 2^4 نوشت، که ۲ پایه و ۴ توان می باشد و بدین معناست که ۲، ۴ مرتبه در خود ضرب شده است.

(۱) معادل عبارت توانی یا ضرب های زیر را بنویسید.

$$3 \times 3 \times 3 =$$

$$4 + 4 + 4 + 4 =$$

$$5 \times 2 \times 10 =$$

$$9 \times 9 \times 9 =$$

$$\frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} =$$

$$a \times a \times a \times a =$$

$$5 \times 25 \times 15 =$$

$$9 \times 3 \times 3^3 =$$

$$5^3 \times 4^2 =$$

$$12^3 \times 5^3 =$$

$$\frac{1^5}{5} =$$

$$ab^2 \times a^2 \times b^3 =$$

$$0^5 \times 5^0 =$$

$$a^1 \times 1^a =$$

$$2 \times 2 \times 2 \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} =$$

$$5^3 \times 2^3 =$$

- اگر عددی به توان ۱ برسد حاصل خود عدد است.
- اگر عددی به توان صفر برسد حاصل برابر است.
- یک به توان هر عددی برابر و صفر به توان هر عددی برابر صفر است.
- اگر عددی منفی به توان زوج برسد حاصل (مثبت/منفی) و اگر به توان فرد برسد حاصل (مثبت/منفی) است.

(۲) عبارت های توانی زیر را مقایسه کنید. ($< = >$)

الف) $\left(\frac{1}{5}\right)^2 \dots \frac{1}{5^2}$

ب) $2^4 \dots 15$

ج) $2^3 \times 3^3 \dots 6^3$

د) $(-1)^2 + (-1)^3 + 1^4 \dots (-1)^3$

ه) $2^3 + 2^4 \dots 2^7$

و) $\frac{1}{2} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{8} \dots \left(\frac{1}{2}\right)^6$

ی) $90^0 \times 1^{90} \dots 2$

ن) $0^2 \times 1^2 \times 2^2 \dots 1^5$

م) $1 + 2 + 3 \dots 19 + 20 \dots 5^4$

- در فصل پنجم وقتی عددی را تجزیه می کردیم و آن را به صورت حاصلضرب اعداد اول می نوشتیم، ممکن بود عدد اول بارها تکرار شود که باعث طولانی شدن و گاهی سردرگمی می شد. حال با یادگیری توان می توان اعداد مرکب را بعد از تجزیه کردن به صورت حاصلضرب اعداد اول اما به صورت اعداد تواندار نوشت. به طور مثال حاصل تجزیه عدد ۳۶ را به صورت $3 \times 3 \times 2 \times 2$ می نوشتیم که از این پس می توانیم آن را به صورت $3^2 \times 2^2$ نوشت.

(۳) اعداد ۴۸، ۲۰۰، ۴۳۲ و ۳۴۳ را تجزیه کرده و به صورت حاصلضرب اعداد تواندار بنویسید.

- حال که می توانیم اعداد مرکب را به صورت حاصلضرب اعداد اول به صورت توانی بنویسیم، می توان روشی ساده تر برای یافتن ب.م.م و ک.م.م بیان کرد.

ب.م.م: پس از تجزیه اعدادی که می خواهیم ب.م.م آنها را پیدا کنیم، عوامل اول را بررسی می کنیم و عاملهای مشترک بین دو عدد نوشته و کوچکترین توان بین آنها را به عنوان توان ب.م.م می نویسیم. به بیان دیگر **ب.م.م دو عدد برابر است با عاملهای مشترک با کوچکترین توان.** به طور مثال ب.م.م دو عدد ۴۸ و ۵۴ به صورت زیر می باشد.

$$54 = 2 \times 3^3$$

$$48 = 2^4 \times 3$$

با بررسی تجزیه شده این دو عدد متوجه می شویم عوامل ۲ و ۳ مشترک می باشد. بنابراین در ب.م.م نیز دو عامل ۲ و ۳ موجود می باشد. حال به بررسی توان این دو عامل می پردازیم. توان عامل ۲ در عدد ۵۴ یک و در عدد ۴۸، ۴ می باشد بنابراین توان کوچکتر که یک می باشد را انتخاب می کنیم. با بررسی همین کار برای عامل ۳ متوجه می شویم که توان کوچکتر برای عدد ۳ نیز یک می باشد. بنابراین ب.م.م دو عدد ۴۸ و ۵۴، 3×2 می باشد.

ک.م.م: پس از تجزیه اعداد و بررسی عوامل اول، برای نوشتن ک.م.م تمام عوامل را نوشته (بدون تکرار) و توان بزرگتر هر عامل را برای آن می نویسیم. یعنی اگر عاملی بین دو عدد مشترک بود آن عامل را نوشته و توان این عامل در دو عدد را نگاه می کنیم و توان بزرگتر را برای آن عامل در ک.م.م می نویسیم. به بیان دیگر **ک.م.م دو عدد برابر است با عاملهای مشترک و غیرمشترک با بزرگترین توان.** به طور مثال ک.م.م دو عدد ۴۸ و ۵۴ با توجه به تجزیه آنها (در بالا آمده است) برابر است حاصلضرب عامل ۲ با توان ۴ و عامل ۳ با توان ۳ یعنی $2^4 \times 3^3$.

(۴) حاصل عبارات زیر را بدست آورید.

$$(256, 192) = \quad [256, 192] =$$

$$(405, 675) = \quad [405, 675] =$$

$$(1715, 875) = \quad [1715, 875] =$$

۵) بزرگترین مقسوم علیه مشترک اعداد ۴۸، ۴۹ و ۵۴ را بدست آورید.

۶) کوچکترین مضرب مشترک اعداد ۱۴۴، ۱۲۸ و ۱۶۵ را بیابید.

۷) جاهای خالی را با عدد یا علامت مناسب پر کنید.

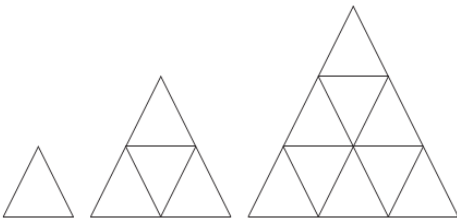
الف) $\frac{x \times x \times x \times x}{a \times \dots} = \frac{x^4}{a^3}$

ب) $2^{\dots} \times \dots^2 = 36$

ج) $2^4 \dots \left(\frac{1}{2}\right)^3 = 2$

د) $3^3 \dots (-2)^2 \dots 1^1 = 23$

۸) الگوی شکل مقابل را بر اساس تعداد مثلث های هر شکل به صورت یک جمله عمومی بنویسید. (اگر n شماره شکل باشد)



۹) حاصل جمع مجذور عددی با خود عدد برابر است با ۲۰ آن عدد را بیابید؟

۱۰) مساحت دایره به شعاع r را به صورت عبارت جبری تواندار بنویسید.

۱۱) حجم مکعبی به ضلع a را به صورت عبارت جبری تواندار بنویسید.

۱۲) مجذور عددی را از مکعب آن عدد کم کرده ایم. حاصل برابر با ۱۰۰ می باشد. آن عدد را بیابید.

✓ محاسبه عبارت های تواندار

تا پیش از یادگیری توان اولویت عملیات ریاضی به این شکل بود: ابتدا عبارت داخل پرانتز سپس ضرب و تقسیم و پس از آن جمع و تفریق اما از این پس با یادگیری توان (و در ادامه جذر) باید در بدست آوردن عبارات ریاضی اولویت ها را به شکل زیر رعایت کرد.

پرانتز ← توان و جذر ← ضرب و تقسیم ← جمع و تفریق

۱۳) حاصل $(2 + 2^2) - 2 \times 3^2$ عبارت را بدست آورید.

۱۴) حاصل عبارات زیر را بیابید. (صفحه ۸۷ کتاب درسی)

$$۲^۵ + ۳^۲ =$$

$$۲^۵ \times ۳^۲ =$$

$$۲^۵ - ۳^۲ =$$

$$۲^۵ \div ۸ =$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{8} =$$

$$۵^2 - ۵ \times ۲ =$$

$$\left(\frac{5}{2}\right)^2 - \left(\frac{2}{5}\right)^2 =$$

$$\frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^3 =$$

$$۲^۴ - ۳^۲ + ۱^۵ =$$

$$۵^1 + ۱^۵ + ۰^۵ =$$

۱۵) حاصل عبارات زیر را بدست آورید.

الف) $۳^۲ \times ۲^۳ \div ۶ - ۱^۷$

ب) $۴^۲ - ۳ \times ۲^۲$

ج) $۱۹ - (۳^۲ + ۴) + ۶$

د) $۳ \times ۶^۲ + ۴$

ه) $۱۲ - (۴^۳ \div ۸) + ۱$

و) $۱۵ - ۲^۳ \div ۴$

ز) $۵^۲ + ۵^۳ + ۵^۴$

ح) $۷^۲ + ۷^۳$

ط) $۳ \times (۱۳ + ۷) \div (۱۰ - ۴^۲)$

ی) $(-۵ \times ۴)^۲ \div ۴^۲ \times (-۳)^۲$

ک) $۵^۲ - (۳^۲ - ۱^۳) \times ۲^۴ \div ۴^۲$

ل) $(۷^۲ - ۵^۲)(۶ \times ۳^۲ + ۴) \times ۲^۰$

م) $(۵^۳ \div ۲۵) \times (۲^۳ + ۲^۳) \div ۲^۲$

ن) $۵^۲ - (۳^۲ - ۱^۳) \times ۲^۲ \div ۴^۲$

س) $(-۷ \times ۲^۴) \div ۲^۴ \times (-۴)^۲$

ع) $(۳^۵ - ۵^۳)(۲^۳ - ۳^۲) \div ۲^۲$

۱۶) عبارات های زیر را مقایسه کنید. ($< >$)

الف) $۳^۵ \bigcirc ۵^۳$

ب) $۲ \times ۱۰ \bigcirc ۲^{10}$

ج) $۲ \times ۲ \bigcirc ۲^۲$

د) $۴^۳ + ۴^۲ \bigcirc ۴^۵$

ه) $\left(\frac{1}{2}\right)^2 \bigcirc \left(\frac{1}{2}\right)^3$

و) $\left(\frac{1}{3}\right)^3 \bigcirc \frac{1^3}{3}$

ز) $۲^{10} + ۲^{10} \bigcirc ۲^{11}$

ل) $(-۱)^{20} \bigcirc -۱^{100}$

ح) $۰^{100} \bigcirc ۱۰۰^۰$

ط) $۱ \times ۲۵ \bigcirc ۱^{۲۵}$

ی) $-۳^۴ \bigcirc (-۳)^۴$

ک) $-۳^۵ \bigcirc (-۳)^۵$

م) $۱ \div ۲ \times ۲ \times ۲ \bigcirc ۱ \div ۲^۳$

✓ ساده کردن عبارات های توان دار

برای ساده کردن عبارات های توانی ابتدا به بررسی قوانین توان می پردازیم. این قوانین عبارتند از:

۱. ضرب عبارات های تواندار

۱-۱ با پایه های مساوی ← توان ها جمع می شود

$$a^n \times a^m = a^{m+n}$$

۱-۲ با توانهای برابر ← پایه ها در هم ضرب می شوند.

$$a^n \times b^n = (ab)^n$$

۲. تقسیم عبارات های تواندار

۲-۱ با پایه های مساوی ← توان ها از هم کم می شود

$$a^n \div a^m = \frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$$

۲-۲ با توانهای برابر ← پایه ها بر هم تقسیم می شوند.

$$a^n \div b^n = \frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$$

۳. اگر یک عدد تواندار به توان برسد، توانها در هم ضرب می شود.

$$(a^n)^m = a^{m \times n}$$

۴. اگر ضرب یا تقسیم (کسر) چند عدد به توان برسد، در واقع تمام ضریبها به توان رسیده اند.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n} \quad (a \times b)^n = a^n \times b^n$$

۵. هر عددی به توان صفر برابر با یک و به توان یک خود آن عدد است.

$$a^0 = 1 \quad a^1 = a$$

۶. صفر به توان هر عددی صفر و یک به توان هر عدد یک می شود.

$$0^a = 0 \quad 1^a = 1$$

۷. اگر عددی منفی به توان زوج برسد، حاصل منفی می شود و اگر به توان فرد برسد، حاصل فرد است.

$$(-a)^{2n} = a^{2n} \quad (-a)^{2n+1} = -a^{2n+1} \quad a > 0, n \in Z$$

برای اثبات هر کدام از قوانین بالا می توانید برای خود مثالی بزنید.

(۱۷) حاصل عبارات زیر را به صورت یک عبارت تواندار بنویسید.

1) $5^2 \times 5^4 =$

2) $a^b \times a^a =$

3) $2^2 \times 3^2 =$

4) $5^3 + 3^3 =$

5) $5^7 \times 3^8 \times 15^9 =$

6) $51^{33} \div 3^{33} =$

7) $9^2 \times 27^3 =$

8) $(-11)^2 \div (-1)^3 =$

9) $4^2 \times 2^3 =$

10) $\frac{2^3}{8^2} \div \left(\frac{1}{2}\right)^3 =$

11) $0.5^7 \times \left(\frac{1}{4}\right)^3 =$

12) $\frac{9}{(-8)^2} \div \left(-\frac{3}{2}\right)^3 =$

13) $1.5^2 \div (-2.5)^2 =$

14) $\frac{2^3}{8^2} \div \left(\frac{1}{2}\right)^3 =$

15) $6^2 \times 10^3 \times 15^4 =$

16) $0^3 \div 1^3 =$

۱۸) جاهای خالی را با عدد مناسب پر کنید.

1) $5^{14} = 5^4 \times 5^{\dots}$

2) $7^8 = 7^{\dots} \times 7$

3) $8^5 = 2^5 \times 2^{\dots}$

4) $20^3 = 5^3 \times 2^{\dots}$

5) $3^7 \times 2^{\dots} \times 6 = 3^{\dots} \times 2^7$

6) $2^{\dots} + 1 = 3^2$

7) $9^4 \div 3^2 = \dots^3$

8) $8^2 \div \dots^3 = 1$

9) $\left(\frac{1}{2}\right)^5 \times 4^{\dots} = 2$

10) $9^3 = 3^{\dots}$

11) $0.5^{\dots} \times 4^3 = 4$

12) $\left(\frac{3}{7}\right)^3 \times \left(-\frac{3}{7}\right)^7 = \dots^5$

۱۹) ۱۶ برابر عدد $10 \cdot 2^4$ را به صورت توانی بدست آورید.

۲۰) حاصل عبارت 2000×2025 را به صورت توانی بنویسید.

۲۱) ۹ برابر عدد 3^3 را بدست آورید.

۲۲) حاصل عبارت های زیر را به صورت عبارت توانی بنویسید.

الف) 100000×100

ب) $\left(\frac{1}{8}\right)^7 \times \left(\frac{1}{2}\right)^4$

ج) $\left(\frac{7}{4}\right)^5 \times \left(\frac{1}{35}\right)^{11}$

د) $\left(\frac{2}{5}\right)^{10} \times \left(\frac{1}{6}\right)^3 \times \frac{12}{4}$

ه) $2 \times 2^2 \times 2^3 \times \dots \times 2^{10}$

و) $3^5 \times 3^6 \times 3^7 \times \dots \times 3^{20}$

ز) $2^5 + 2^5$

ح) $3^2 + 3^2 + 3^2$

۲۳) اعداد $\left(\frac{1}{8}\right)^2$ و $\left(\frac{-1}{2}\right)^3$ و $\left(\frac{1}{3}\right)^3$ و $\left(\frac{1}{4}\right)^3$ و $\left(\frac{1}{2}\right)^4$ و $\left(\frac{1}{2}\right)^3$ به ترتیب از بزرگ به کوچک بنویسید.

۲۴) عدد 36^{36} را به صورت حاصلضرب ۶ عدد توانی بنویسید.

۲۵) حاصل عبارت $0, 1^2$ یا $0, 1^2$ بزرگتر است یا $0, 1^2$ ؟

۲۶) حاصل $(-1, 1)^2 \times 10^3 \times 10^3 \times 10^3 \times (-1, 1)$ را بدست آورید.

۲۷) 40^2 تقسیم بر 2^6 برابر است با :

✓ جذر و ریشه

عملکرد جذر یا ریشه دوم دقیقا برعکس عملیاتی است که توان ۲ انجام می دهد. به طور مثال اگر عدد ۵ را به توان ۲ برسانیم و حاصل ۲۵ شود برای اینکه از ۲۵ به ۵ برسیم باید جذر یا ریشه دوم ۲۵ را بدست آوریم. جذر عدد ۲۵ یعنی باید بررسی کنیم چه اعدادی وجود دارد که اگر در خود ضرب شود (یا به توان ۲ برسد) حاصل برابر ۲۵ می شود. که آن عدد برابر است با ۵ و -۵. برای جذر از علامت " $\sqrt{\quad}$ " رادیکال استفاده می کنیم، یعنی برای نشان دادن جذر عدد ۲۵ آن را به صورت $\sqrt{25}$ نوشته و آن را رادیکال ۲۵ می خوانیم.

$$5 \xrightarrow{x^2} 25$$

$$25 \xrightarrow{\sqrt{x}} 5$$

(۲۸) اگر عددی را با x نمایش دهیم جذر آن به صورت \sqrt{x} می باشد. با توجه به این مطلب جدول زیر را کامل کنید.

x	۴			۶,۲۵			۹	۱,۲۱	
\sqrt{x}		۲,۵	$\frac{1}{2}$		۰,۳	۲,۱			۹

(۲۹) توان دوم عدد x را با x^2 نمایش می دهند. با توجه به این مطلب جدول زیر را کامل کنید.

x	-۳,۲ و ۳,۲		۲ و -۲				$\frac{1}{6}$ و $-\frac{1}{6}$		
x^2		۱۶		$\frac{9}{49}$	۱,۶۹	۶۲,۵	۰,۲۵		۰,۰۰۰۱

- ❖ توان دوم یا مجذور یک عدد برابر آن عدد به توان ۲ می باشد مانند ۹ که مجذور ۳ و -۳ می باشد. (مجذور همواره مثبت است)
- ❖ توان سوم یا مکعب یک عدد برابر آن عدد به توان ۳ می باشد. مانند ۲۷ که مکعب ۳ می باشد. (مکعب می تواند مثبت یا منفی باشد)
- ❖ عدد زیر رادیکال (با فرجه ۲ یا زوج) هیچگاه نمی تواند منفی باشد. چون در واقع عدد زیر رادیکال یک عدد مجذور است.
- ❖ اگر رادیکالی به توان ۲ برسد، حاصل برابر عدد زیر رادیکال است. $(\sqrt{7})^2 = 7$
- ❖ اگر عدد زیر رادیکال به توان ۲ باشد. حاصل برابر خود عدد است. $\sqrt{(-3)^2} = 3$

(۳۰) اگر مساحت مربعی برابر با ۲,۵۶ متر مربع باشد، طول هر ضلع آن را بدست آورید.

(۳۱) مجذور عددی برابر ۸۱ می باشد. جذر این عدد مثبت چند است؟

(۳۲) حاصلجمع ریشه های عدد ۱۹۶ را بدست آورید.

۳۳) تساوی های زیر را کامل کنید. (صفحه ۹۴ سوال ۱)

$$\begin{array}{cccc} \sqrt{16} = & -\sqrt{16} = & \sqrt{36} = & -\sqrt{81} = \\ \sqrt{\frac{1}{100}} = & -\sqrt{\frac{9}{25}} = & \sqrt{49} = & \sqrt{\frac{1}{81}} = \end{array}$$

۳۴) کدام عبارت درست و کدام نادرست است؟ (صفحه ۹۴ سوال ۲)

$$\begin{array}{cccc} \sqrt{25} > 5 & \sqrt{25} = 5 & \sqrt{25} = 5 \times 2 & \sqrt{25} = 25 \\ \sqrt{25} = 5^2 & \sqrt{25} = -5 & -\sqrt{25} = -5 & \sqrt{25} < 5 \end{array}$$

۳۵) جاهای خالی را با عدد مناسب پر کنید..

$$\begin{array}{ccc} 1) \sqrt{\dots} = 3 & 2) \frac{5}{\sqrt{\dots}} = 1 & 3) \frac{3\sqrt{\dots}}{5} = 9 \\ 4) 2\sqrt{\dots} = 1 & 5) \sqrt{2\sqrt{\dots}} = 2 & 6) \frac{6^{\dots}}{3\sqrt{(-2)^0}} = 2 \\ 7) \sqrt{1 + \sqrt{\frac{25}{\dots}}} = \frac{3}{2} & 8) \sqrt{2^3\sqrt{\dots}} = 4 & 9) \sqrt{7 + 3\sqrt{3 \times \dots}} = 5 \end{array}$$

۳۶) حاصل عبارات زیر را بدست آورید.

$$\begin{array}{ccc} 1) \sqrt{16^2} = & 2) \frac{1}{2}\sqrt{144} = & 3) \sqrt{\frac{1}{4} \times \left(\frac{2}{3} + \frac{10}{9}\right)} = \\ 4) \sqrt{(-3)^2 \times 81} = & 5) \frac{1}{\sqrt{\sqrt{81}}}(-2)^{\sqrt{4}} = & 6) \sqrt{\frac{10}{\sqrt{16}} + \frac{\sqrt{36}}{4}} = \\ 7) \sqrt{64 \div 144} = & 8) \sqrt{(-7)^4 \times 4^8} = & 9) \sqrt{35 \times 14 \times 10} \\ 10) \sqrt{3^2 \times 2^4} = & 10) \sqrt{\sqrt{36} \times \sqrt{36}} = & 11) \sqrt{5^5 \times 5^3} = \\ 12) \sqrt{3 + 2\sqrt{3 + 3^0}} = & 13) \sqrt{(7^2 \div 14) \times \frac{2}{7}} = \end{array}$$

✓ جذر تقریبی

- جذر اعدادی که مجذور (مربع) کامل اند یک عدد طبیعی می باشد.
- برخی از مجذورها (مربعها) نیز اعشاری می باشند، بنابراین جذر آنها نیز اعشاری است. مانند $\sqrt{\frac{1}{9}} = \frac{1}{3}$ $\sqrt{6.25} = 2.5$
- جذر اعداد بزرگتر از ۱، کوچکتر از خود عدد است مانند: $\sqrt{36} = 6$
- جذر اعداد بین صفر و ۱ ($0 < x < 1$) بزرگتر از خود عدد است. مانند: $\sqrt{0.25} = 0.5$
- جذر اعداد منفی تعریف نشده است.
- برای محاسبه جذر اعدادی که مجذور کامل نمی باشند باید ابتدا بررسی کرد عدد مورد نظر بین کدام مجذورها کامل می باشد. برای بیان بهتر موضوع مثالی را بررسی خواهیم کرد.

(۳۷) جذر تقریبی عدد ۱۳۳ را بدست آورید. (حاصل $\sqrt{133}$ را بدست آورید.)

پاسخ: با توجه به اینکه ۱۳۳ بین دو مجذور کامل ۱۲۱ و ۱۴۴ می باشد. بنابراین جذر آن نیز بین ۱۱ و ۱۲ می باشد.

$$121 < 133 < 144 \quad \Rightarrow \quad \sqrt{121} < \sqrt{133} < \sqrt{144} \quad \Rightarrow \quad 11 < \sqrt{133} < 12$$

حال برای اینکه مقدار $\sqrt{133}$ دقیقتر بیان شود بهتر است بررسی کنیم ۱۳۳ به ۱۲۱ نزدیکتر است یا ۱۴۴ و یا در وسط هر دو عدد قرار دارد. اگر به عدد پایین نزدیک بود ۰,۱ به عدد پایین اضافه کرده و آن را به توان می رسانیم و اگر به عدد بالا نزدیک بود از عدد بالا ۰,۱ کم کرده و به توان می رسانیم. با توجه به این که ۱۳۳ تقریباً بین ۱۴۴ و ۱۲۱ می باشد، در ابتدا عدد بین ۱۱ و ۱۲ یعنی ۱۱,۵ را به توان می رسانیم. برای انجام این عملیات بهتر است از یک جدول به صورت زیر استفاده کنیم.

عدد	۱۱,۳	۱۱,۴	۱۱,۵	۱۱,۶
مجذور	۱۲۷,۶۹	۱۲۹,۹۶	۱۳۲,۲۵	۱۳۴,۵۶

با توجه به جدول بالا، چون ۱۳۳ بین دو عدد ۱۳۲,۲۵ و ۱۲۹,۹۶ می باشد، بنابراین جذر ۱۳۳ ($\sqrt{133}$) بین ۱۱,۴ و ۱۱,۵ می باشد. بنابراین می توان گفت جذر ۱۳۳ تقریباً ۱۱,۴ می باشد.

$$129.96 < 133 < 132.25 \quad \Rightarrow \quad \sqrt{129.96} < \sqrt{133} < \sqrt{132.25} \quad \Rightarrow \quad 11.4 < \sqrt{133} < 11.5$$

$$\sqrt{133} \approx 11.4$$

(برای بررسی اینکه عدد مورد نظر بین کدام مجذورها کامل می باشد، بهتر است با مجذورها کامل آشنا باشیم. در زیر تعدادی از مجذورها اعداد طبیعی آورده شده است.)

عدد	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰
مجذور	۴	۹	۱۶	۲۵	۳۶	۴۹	۶۴	۸۱	۱۰۰	۱۲۱	۱۴۴	۱۶۹	۱۹۶	۲۲۵	۲۵۶	۲۸۹	۳۲۴	۳۶۱	۴۰۰

(۳۸) جذر تقریبی عدد ۸۸ را بدست آورید.

(۳۹) مقدار $\sqrt{231}$ را بدست آورید.

(۴۰) مساحت مربعی ۷,۵ مترمربع می باشد. محیط این مربع را بدست آورید.

(۴۱) بین اعداد $\sqrt{19}$ و $\sqrt{75}$ چهار عدد طبیعی بنویسید.

(۴۲) اعداد ۷، $\sqrt{50}$ ، $\frac{35}{6}$ ، $\sqrt{43}$ و $2\sqrt{13}$ را به ترتیب از کوچک به بزرگ مرتب نمایید.

(۴۳) ریشه های دوم عدد ۶۴ را بنویسید. جمع ریشه های دوم هر عدد چند است؟

(۴۴) حاصل عبارت $\sqrt{1.21} \times \sqrt{0.25} \times 2.56$ را بدست آورید.

(۴۵) مساحت دایره ای ۳۱,۴ می باشد. محیط دایره را به طور تقریبی بدست آورید. ($\pi=3,14$)

✓ تمرین فصل هفتم

(۱) عبارتهای درست را با "ص" و عبارتهای نادرست را با "غ" مشخص کنید.

(a) مجذور و جذر هر عدد برابر است.

(b) ۵ برابر ۲۵ برابر ۵^۳.

(c) جذر اعداد بین یک و صفر از خود آن عدد کوچکتر است.

(d) مربع اعداد فرد، زوج می باشد.

(e) در ضرب اعداد تواندار با پایه های برابر، یکی از پایه ها را نوشته و توان ها را در هم ضرب می کنیم.

(f) $5^4 = 5^3 + 5^3 + 5^3 + 5^3$

(g) $9 < \sqrt{77} < 10$

(۲) جاهای خالی را با عبارت یا عدد مناسب پر کنید.

(a) مجذور، مکعب و جذر عدد برابر است.

(b) طول ضلع مربع به مساحت ۳۴ تقریباً برابر است با

(c) $\sqrt{117}$ بین اعداد طبیعی و می باشد.

(d) 5^7 (بزرگتر/کوچکتر/مساوی) از 25^3 می باشد.

(e) مجموع ریشه های عدد ۱۶ برابر است با

(f) تعداد شمارنده های اول عدد ۲۷۵ برابر است با

(۳) گزینه مناسب را انتخاب نمایید.

(a) حاصل عبارت $5^8 \times 3^3 \times 3^5$ برابر است با:

الف) 8^8 (ب) 15^8 (ج) 3^{15} (د) 5^8

(b) حاصل عبارت $0.13000 \times 10^{13000}$ برابر است با:

الف) ۰ (ب) ۱ (ج) 13000 (د) -۱

(c) مقدار عبارت $\sqrt{27}$ به کدام عدد طبیعی نزدیکتر است؟

الف) ۴ (ب) ۵ (ج) ۶ (د) ۷

(d) کدام عدد طبیعی بین $\sqrt{38}$ و $\sqrt{88}$ نمی باشد؟

الف) ۹ (ب) ۸ (ج) ۷ (د) ۶

(e) حاصل عبارت $2^3 + 3^3 + 4^3$ برابر است با:

الف) 9^3 (ب) 24^3 (ج) ۹۹ (د) ۸۸

(f) با ۱۰۰ مکعب واحد، چند مکعب با ابعاد یکسان می توان ساخت؟

الف) ۶ (ب) ۵ (ج) ۴ (د) ۳

(۴) اعداد ۱۴۴، ۲۸۶ و ۶۵۵ را تجزیه و به صورت حاصلضرب اعداد تواندار بنویسید.

(۵) شمارنده های اول اعداد ۲۵۶ و ۴۱۷ را مشخص کنید.

(۶) حاصل عبارتهای زیر را بدست آورید.

$$(49, 14) \times [200, 48] =$$

$$(63, 637) + [98, 49] =$$

$$(125, 225) - (121, 11) =$$

$$[65, 75] \times [16, 64] =$$

(۷) اعداد A و B پس از تجزیه به صورت زیر نوشته شده است. ب.م.م و ک.م.م این دو عدد را بنویسید.

$$A = 11 \times 5^3 \times 3^2$$

$$B = 2^6 \times 3 \times 5^{12} \times 13^5$$

(۸) عدد ۶۲۵ چند برابر 5^2 می باشد؟

(۹) نصف عدد 2^{17} برابر چه عددی است؟

(۱۰) ۴۹ برابر عدد 7^{33} را بدست آورید.

۱۱) حاصل عبارتهای زیر را به صورت توانی بدست آورید.

1) $4^{12} + 4^{12} + 4^{12} + 4^{12} + 4^{13} + 4^{13} + 4^{13} =$

2) $2^5 \times 3^5 =$

3) $5^0 \times 5^5 =$

4) $19^{19} \times 19^{21} =$

5) $4^2 \times 4^3 \times 3^5 =$

6) $16^7 \div 16^7 =$

7) $15^2 \div (-5)^2 =$

8) $5^2 \times 15^2 \div 75 =$

9) $13^{22} \div (-13)^{19} \times 5^3 =$

۱۲) حاصل عبارتهای زیر را بدست آورید.

1) $2^1 \div 2 + 1^2 =$

2) $2^3(3^2 - 1) - 5^2 =$

3) $2^5 \times 0^5(64 \div 2^4) =$

4) $1^9 + 2^0(3^3 \div 3 + 1) - 4 =$

5) $14^0 \times (1^3 - 2^2) \div 7 =$

6) $0.1^2 \div \left(\frac{1}{4}\right)^2 (1 - 5^0) =$

7) $-2^3 - 3^2 + (-3)^2 + (-2)^3 =$

8) $2^0(2 - (13^1 - 1^{13}) + 4 \times 0^2) + 14 =$

9) $1^{22} + 2 \times 2^3 - 4 + 12 \div 2^2 =$

۱۳) عدد بزرگتر را مشخص کنید. (در صورت تساوی مشخص نمایید)

1) $\left(\frac{1}{4}\right)^{20} \odot \quad \left(\frac{1}{4}\right)^2 \odot$

2) $\left(\frac{1}{4}\right)^{25} \odot \quad \left(\frac{1}{2}\right)^{25} \odot$

3) $(-2)^{15} \odot \quad (-2)^{14} \odot$

3) $4^6 \odot \quad (-4)^6 \odot$

۱۴) حاصل عبارتهای زیر را بدست آورید.

$$1) \sqrt{9} + \sqrt{16} =$$

$$2) \sqrt{36 + 64} =$$

$$3) \sqrt{2^3 + 3^2 \times 3 + 1} =$$

$$4) \sqrt{9^2 + 11^2 + 3^2} =$$

$$5) \sqrt{\sqrt{81}} =$$

$$6) \sqrt{64 \times 36 \times 25} =$$

$$7) \sqrt{(144 + 25)(100 - 36)} =$$

$$8) \sqrt{9 \times (-9) \times (-9 + 9)} + \sqrt{(-5)^2} =$$

$$9) 2^3 \sqrt{3^2} + \sqrt{64} =$$

۱۵) عدد بزرگتر را مشخص کنید. (در صورت تساوی مشخص نمایید)

$$1) -\sqrt{64} \quad \odot \quad \sqrt{25} \quad \odot$$

$$2) \sqrt{(-9)(-4)} \quad \odot \quad \sqrt{43 - 7} \quad \odot$$

$$3) \sqrt{0^5 \times 5^0} \quad \odot \quad \sqrt{3^2 - 2^3} \quad \odot$$

$$4) \sqrt{1 + \sqrt{4^3}} \quad \odot \quad \sqrt{1^4 + 2^4} \quad \odot$$

۱۶) اگر $4^a = 3$ باشد، انگاه مقدار 4^{a+2} را بدست آورید.

۱۷) اگر $5^{x+1} = 35$ باشد انگاه مقدار $25^{0.5a+1}$ را بدست آورید.

۱۸) جذر تقریبی عدد ۲۱۵ را بدست آورید. (تا یک رقم اعشار)

۱۹) مقدار تقریبی عبارت $\sqrt{2 + \sqrt{121}}$ را تا یک رقم اعشار مشخص کنید.

۲۰) مساحت دایره ای ۲۱,۹۸ می باشد. محیط این دایره به طور تقریبی چن است؟ ($\pi=3,14$)

۲۱) مقدار عبارت $\sqrt{(0.5)^2 - (0.4)^2}$ را بدست آورید.

۲۲) مجذور عدد $\sqrt{17}$ را بدست آورید.

۲۳) حجم مکعبی ۰,۷۲۹ متر مکعب می باشد. مساحت کل مکعب را بدست آورید.

۲۴) در تساوی زیر مجهول را بدست آورید.

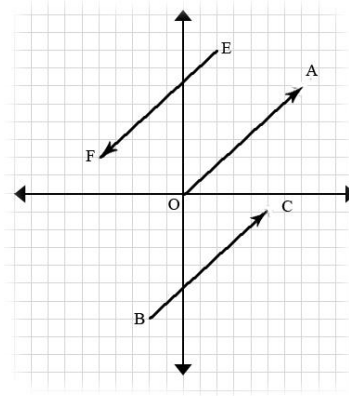
$$2^{2x+1} = 16 \times 2^5$$

۲۵) سرمایه شرکتی هر ۶ ماه یکبار ۵۰ درصد افزایش می یابد. پس از چه مدت سرمایه این شرکت به بیش از ۵ برابر خواهد رسید؟

فصل هشتم: بردار و مقدمات

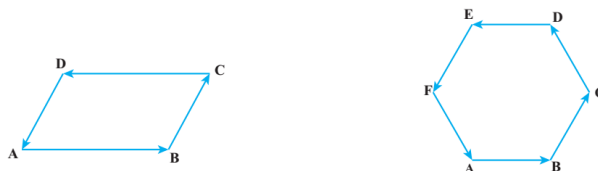
✓ بردار (پاره خط جهت دار)، مختصات

- بردار پاره خطی دارای اندازه و جهت (ابتدا و انتها) می باشد.
- بردار دارای مختصات طول و عرض می باشد $\begin{bmatrix} \text{طول} \\ \text{عرض} \end{bmatrix}$ که طول آن میزان حرکت بر روی محور طولها (افقی) و عرض آن میزان حرکت روی محور عرضها (عمودی) است. نقطه شروع و پایان بردار، تاثیری در مختصات آن ندارد.

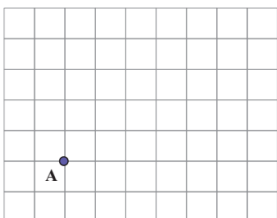


- بردارهای مساوی بردارهایی اند که مختصات طول و عرض آنها باهم برابر باشند که می توانند از نقاط مختلف شروع شده باشند در واقع بردارهای مساوی دارای اندازه و جهت یکسان می باشند. در شکل بالا بردار $\overrightarrow{OA} = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$ با بردار $\overrightarrow{BC} = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$ مساوی می باشند.
- بردارهای قرینه بردارهایی هستند که دارای اندازه یکسان اما جهت عکس هم می باشند. در واقع طول و عرض دو بردار قرینه، قرینه می باشند. بردار $\overrightarrow{OA} = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$ نسبت به بردار $\overrightarrow{EF} = \begin{bmatrix} -2 \\ -3 \end{bmatrix}$ قرینه می باشد.

(۱) در شکل های زیر بردارهای قرینه را نمایش دهید.



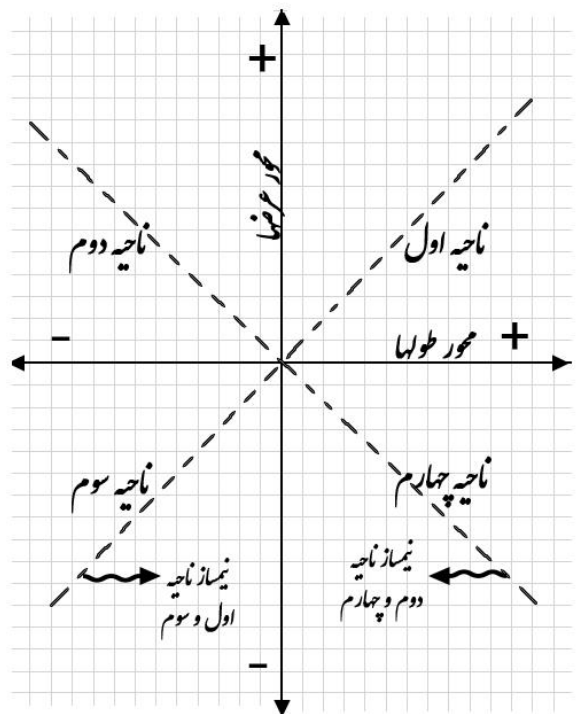
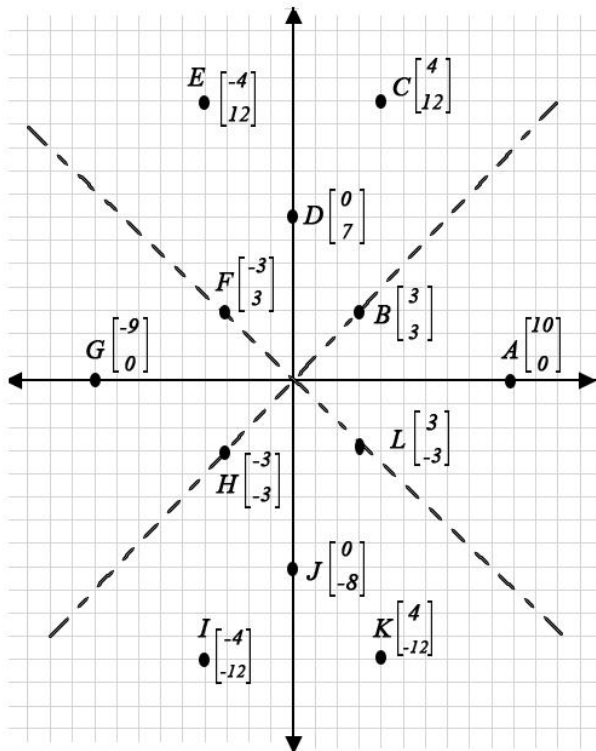
- (۲) شخصی در نقطه A قرار گرفته است. او ۵ واحد به سمت راست، ۲ واحد به سمت شمال و ۳ واحد به سمت غرب حرکت کرده و به نقطه B می رسد. بردار \overrightarrow{AB} را رسم کرده و مختصات آن را ذکر نمایید.



۳) اگر دو بردار $\begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} 2a+3 \\ -2 \end{bmatrix}$ مساوی باشند، مقدار a را بدست آورید.

۴) بردارهای $\begin{bmatrix} 1-x \\ -1 \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} 1 \\ 2y-3 \end{bmatrix}$ قرینه یکدیگر می باشند، مقادیر x و y را بدست آورید.

• دستگاه مختصات و ناحیه ها

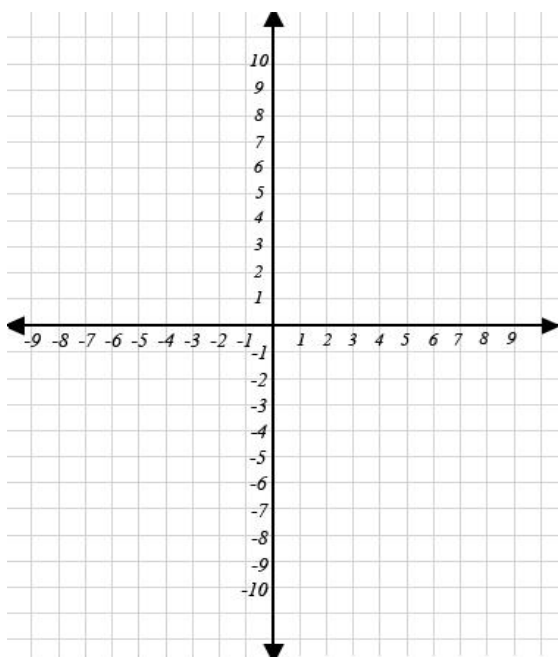


۵) در دستگاه مختصات روبرو نقاط زیر را مشخص کنید.

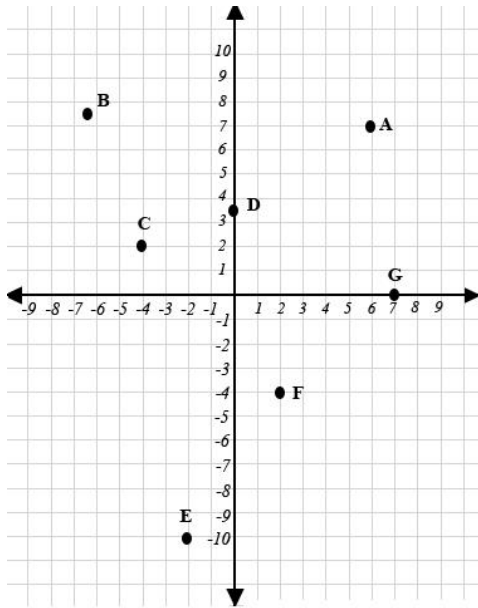
$$A = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} . B = \begin{bmatrix} 2.5 \\ -2 \end{bmatrix} . C = \begin{bmatrix} -5 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$D = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.5 \end{bmatrix} . E = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} . F = \begin{bmatrix} 5 \\ 5 \end{bmatrix}$$

$$G = \begin{bmatrix} -2 \\ -2 \end{bmatrix} . H = \begin{bmatrix} -3 \\ 0 \end{bmatrix} . I = \begin{bmatrix} 2 \\ 6 \end{bmatrix}$$



۶) در شکل روبرو مختصات هر نقطه را مشخص کنید.



۷) هر کدام از نقاط زیر در کدام ناحیه و یا روی کدام محور قرار دارند؟

$$A = \begin{bmatrix} 3 \\ -3 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0.5 \\ 0 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \end{bmatrix} \quad D = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} \quad E = \begin{bmatrix} -1 \\ -2 \end{bmatrix} \quad F = \begin{bmatrix} 5 \\ 5 \end{bmatrix} \quad G = \begin{bmatrix} 2 \\ -1.2 \end{bmatrix} \quad H = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

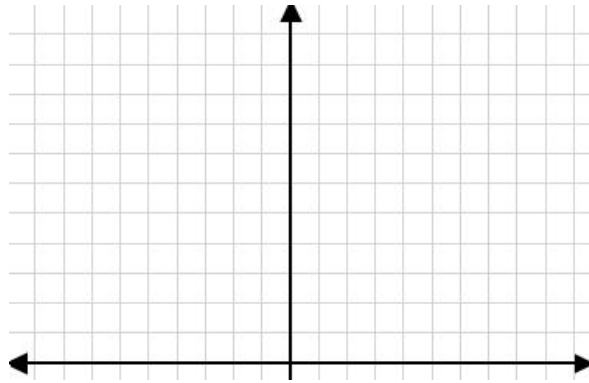
۸) اگر نقطه $\begin{bmatrix} x+3 \\ 1-p \end{bmatrix}$ روی محور طولها باشد مقدار کدام یک از مجهولها را می توان بدست آورد؟ مقدار آن را بدست آورید. اگر روی محور عرضها قرار داشته باشد کدام مجهول را می توان یافت؟

۹) اگر نقطه $\begin{bmatrix} 2 \\ 4-x \end{bmatrix}$ در ناحیه اول قرار داشته باشد (نه روی محورها)، x چه اعداد طبیعی می تواند باشد.

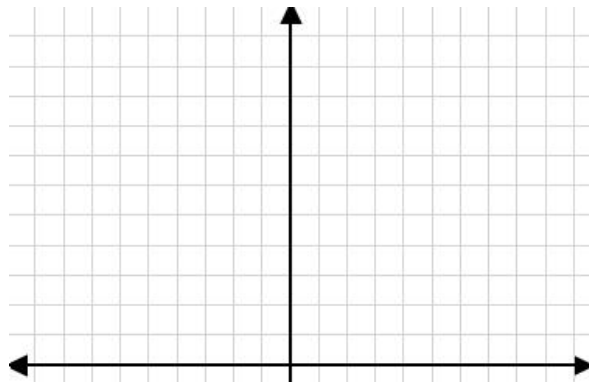
۱۰) نقطه $\begin{bmatrix} x-3 \\ -3 \end{bmatrix}$ روی نیمساز ناحیه اول و سوم می باشد. مقدار x را بدست آورید.

۱۱) اگر نقطه $\begin{bmatrix} 2-y \\ 12-y-x \end{bmatrix}$ روی محور عرضها و بالای محور طولها باشد، مقدار y را بدست آورید. x چه اعداد طبیعی می تواند باشد؟

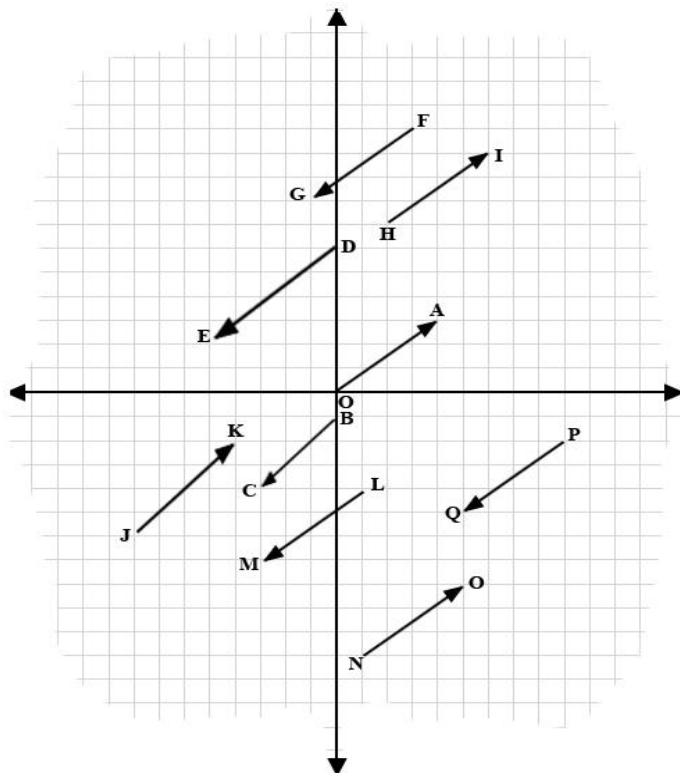
۱۲) دو نقطه $A = \begin{bmatrix} 5 \\ 2 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} -4 \\ 6 \end{bmatrix}$ را در دستگاه مختصات نشان داده و سپس بردار AB را رسم و مختصات آن را بنویسید.



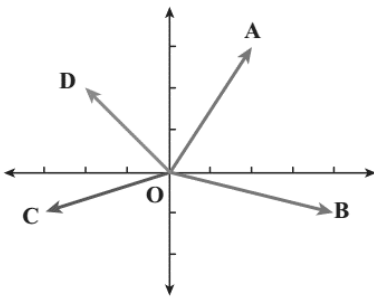
۱۳) نقاط $A = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ ، $B = \begin{bmatrix} 6 \\ 4 \end{bmatrix}$ ، $C = \begin{bmatrix} -8 \\ 3 \end{bmatrix}$ و $D = \begin{bmatrix} -3 \\ 6 \end{bmatrix}$ را در دستگاه مختصات نشان داده و بردارهای AB و CD را رسم کنید. آیا بردارهای AB و CD مساوی اند؟



۱۴) در شکل زیر مختصات بردارها را مشخص کنید. بردارهای مساوی با OA را مشخص کنید. بردارهای قرینه OA را مشخص کنید.



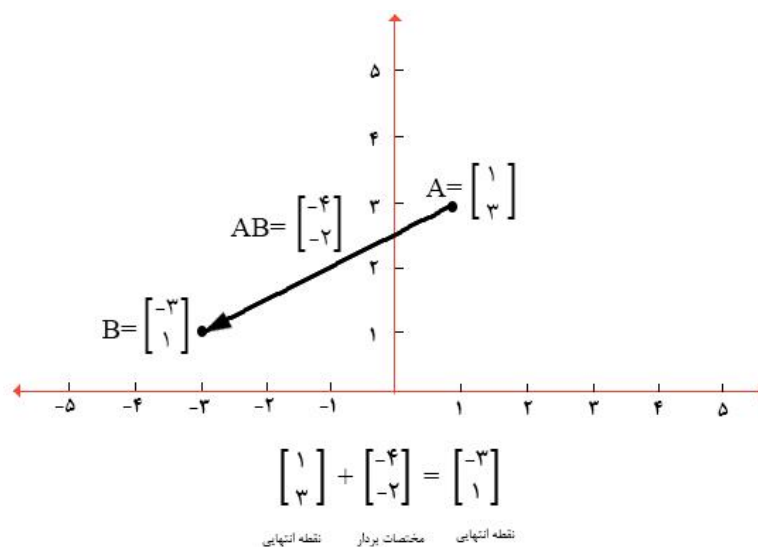
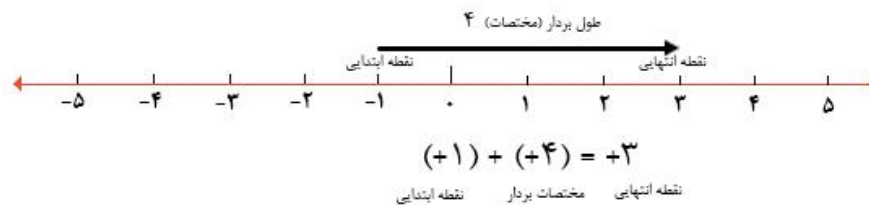
۱۵) مختصات بردارهای شکل را بنویسید.



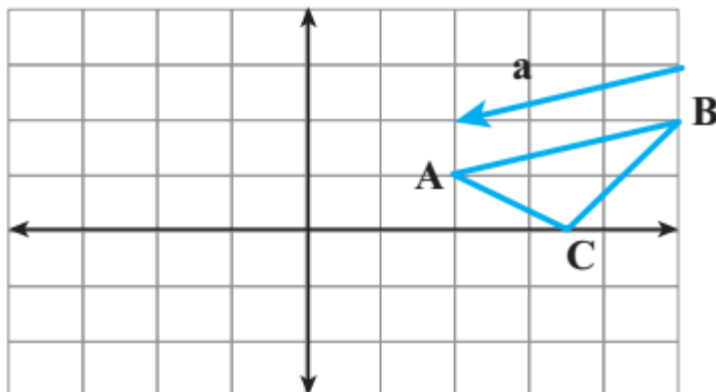
۱۶) از نقطه $A = \begin{bmatrix} -1 \\ 3 \end{bmatrix}$ توسط بردار $\overline{AB} = \begin{bmatrix} 4 \\ -4 \end{bmatrix}$ به نقطه B و سپس توسط بردار $\overline{BC} = \begin{bmatrix} -2 \\ 0 \end{bmatrix}$ به نقطه C می‌رسیم. نقاط و بردارها را در دستگاه مختصات رسم کنید. بردار AC را رسم کرده و مختصات آن را مشخص کنید.

✓ بردار انتقال

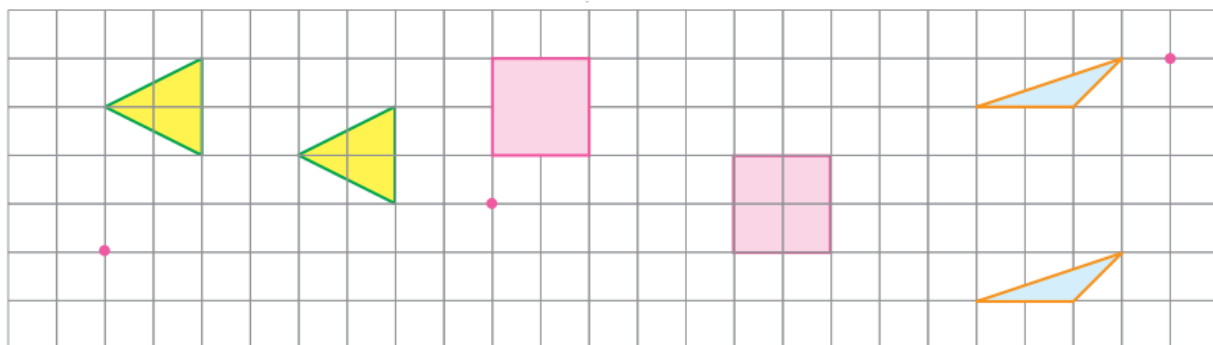
برداری که توسط آن نقطه یا شکلی منتقل می‌شود.



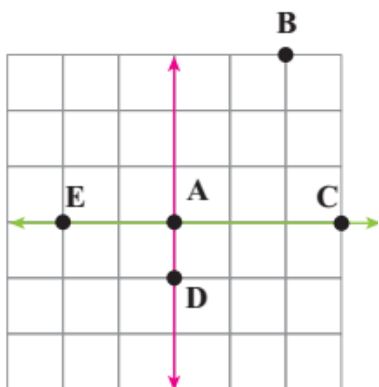
۱۷) در شکل زیر مثلث ABC را توسط بردار a انتقال داده و مثلث ایجاد شده را DEF بنامید. سپس مختصات نقاط A تا F و بردار a را بنویسید. چه رابطه ای بین مختصات نقاط و مختصات بردار می باشد.



۱۸) بردار انتقال هر شکل را از نقطه مشخص شده کنار آن رسم کنید و مختصات آن را بنویسید.



۱۹) مسیر حرکت از A به B سپس به C و پس از آن به D و در آخر به E را رسم کرده. مختصات هر بردار را مشخص کنید.



۲۰) از نقطه‌ی A به مختصات $\begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix}$ توسط برداری به نقطه B به مختصات $\begin{bmatrix} -2 \\ 2 \end{bmatrix}$ رفته ایم. مختصات بردار انتقال را بیابید.

۲۱) از نقطه X توسط بردار $XY = \begin{bmatrix} 0 \\ -3 \end{bmatrix}$ به نقطه $Y = \begin{bmatrix} -3 \\ 0 \end{bmatrix}$ منتقل شده ایم. مختصات نقطه X را بیابید.

۲۲) از نقطه $A = \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \end{bmatrix}$ ابتدا توسط بردار $AB = \begin{bmatrix} -2 \\ 2 \end{bmatrix}$ به نقطه B و سپس توسط بردار $BC = \begin{bmatrix} 3 \\ -3 \end{bmatrix}$ به نقطه C رفته ایم. مختصات نقطه B و C را بدست آورید. آیا می توان برداری را جایگزین این دو بردار مساله کرد؟ این بردار برآیند از چه طریقی بدست می آید؟

۲۳) مثلثی با رأسهای $A = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ ، $B = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix}$ ، $C = \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \end{bmatrix}$ را توسط بردار انتقالی به مختصات $\begin{bmatrix} -4 \\ 1 \end{bmatrix}$ انتقال می دهیم. مختصات مثلث جدید با نقاط D و E و F را بدست آورید و سپس مساحت مثلث انتقال یافته را بدست آورید.

۲۴) توسط بردار $\begin{bmatrix} 1-x \\ 2 \end{bmatrix}$ از نقطه $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$ به نقطه $\begin{bmatrix} 0 \\ -y \end{bmatrix}$ می رویم. مقدار x و y را بدست آورید.

۲۵) در جمع های برداری زیر مقادیر مجهول را بیابید.

$$a) \begin{bmatrix} x \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -2 \\ -y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$b) 2 \begin{bmatrix} 2-x \\ -3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ -y+4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 \\ 6 \end{bmatrix}$$

$$c) \begin{bmatrix} 2-y \\ 1-y \end{bmatrix} - 3 \begin{bmatrix} x+y \\ -y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -7 \end{bmatrix}$$

✓ تمرین فصل هشتم

(۱) عبارتهای درست را با "ص" و عبارتهای نادرست را با "غ" مشخص کنید.

- (a) نقطه $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$ در ناحیه سوم قرار دارد.
 (b) محورهای مختصات بر هم عمود می باشند.
 (c) طول و عرض نقاطی که در ناحیه سوم می باشند، هم علامت اند.
 (d) نقطه $\begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix}$ روی محور طولها قرار دارد.
 (e) نقطه $\begin{bmatrix} 0 \\ 3 \end{bmatrix}$ بین دو ناحیه دو و سه می باشد.
 (f) نقطه $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ توسط بردار انتقال $\begin{bmatrix} -1 \\ -1 \end{bmatrix}$ به نقطه $\begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}$ منتقل می شود.

(۲) جاهای خالی را با عبارت یا عدد مناسب پر کنید.

- (a) قرینه بردار $\begin{bmatrix} 0 \\ 3 \end{bmatrix}$ بردار می باشد.
 (b) نقطه $\begin{bmatrix} -1 \\ -2 \end{bmatrix}$ در ناحیه قرار دارد.
 (c) بردارهای مساوی دارای و یکسان می باشند.
 (d) نقطه $\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$ روی نیمساز ناحیه و قرار دارد.
 (e) جهت بردار $\begin{bmatrix} -3 \\ 1 \end{bmatrix}$ به سمت (بالا/پایین) و (چپ/راست) می باشد.
 (f) مختصات قرینه نقطه $\begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}$ نسبت به مبدا مختصات می باشد.

(۳) گزینه مناسب را انتخاب نمایید.

(a) کدام یک از نقاط زیر داخل ناحیه دوم قرار دارد::

- الف) $\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$ ب) $\begin{bmatrix} -2 \\ 3 \end{bmatrix}$ ج) $\begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix}$ د) $\begin{bmatrix} -5 \\ -4 \end{bmatrix}$

(b) کدام یک از نقاط زیر روی محور طولها قرار دارد؟

- الف) $\begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix}$ ب) $\begin{bmatrix} -2 \\ 2 \end{bmatrix}$ ج) $\begin{bmatrix} 0 \\ -2 \end{bmatrix}$ د) $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$

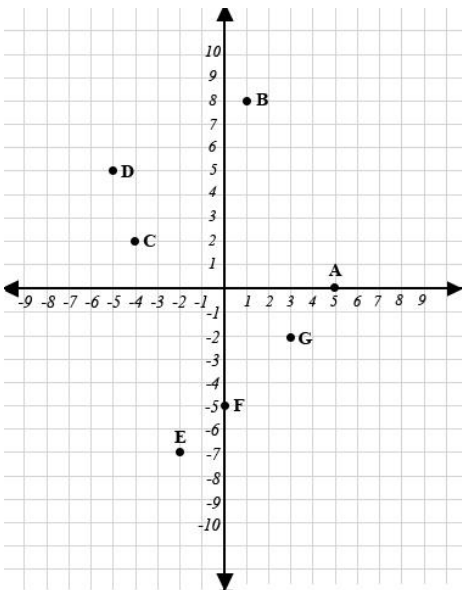
(c) قرینه بردار $\begin{bmatrix} -2 \\ 3 \end{bmatrix}$ برابر است:

- الف) $\begin{bmatrix} 3 \\ -2 \end{bmatrix}$ ب) $\begin{bmatrix} 2 \\ -3 \end{bmatrix}$ ج) $\begin{bmatrix} -3 \\ 2 \end{bmatrix}$ د) $\begin{bmatrix} -2 \\ -3 \end{bmatrix}$

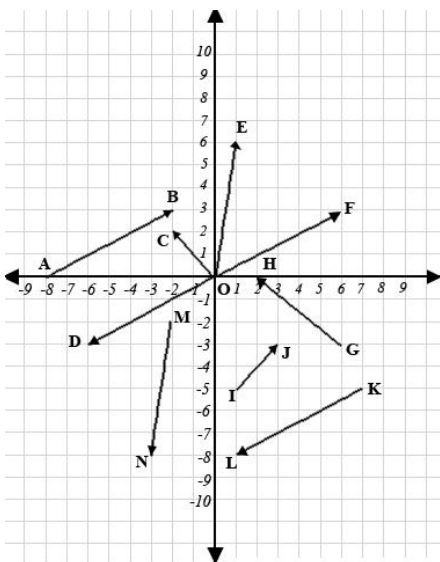
(d) در جمع برداری $\begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -t \\ -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ -4 \end{bmatrix}$ مقدار t برابر است با:

- الف) -۲ ب) صفر ج) ۲ د) ۴

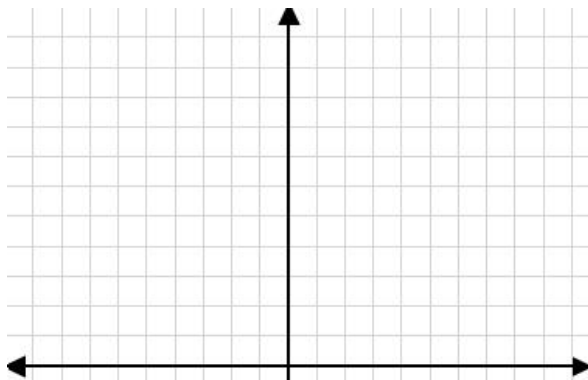
۴) در شکل زیر مختصات هر نقطه را بنویسید.



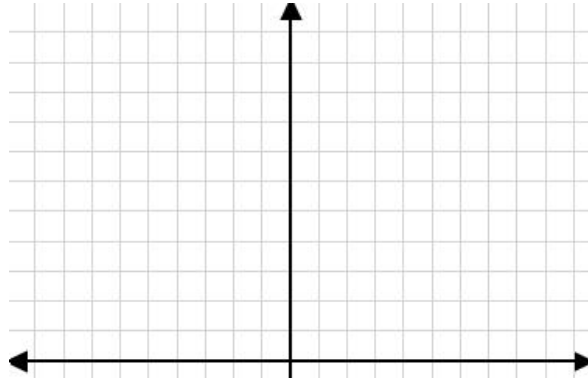
۵) مختصات بردارهای شکل زیر را بنویسید. بردارهای قرینه و مساوی را مشخص کنید.



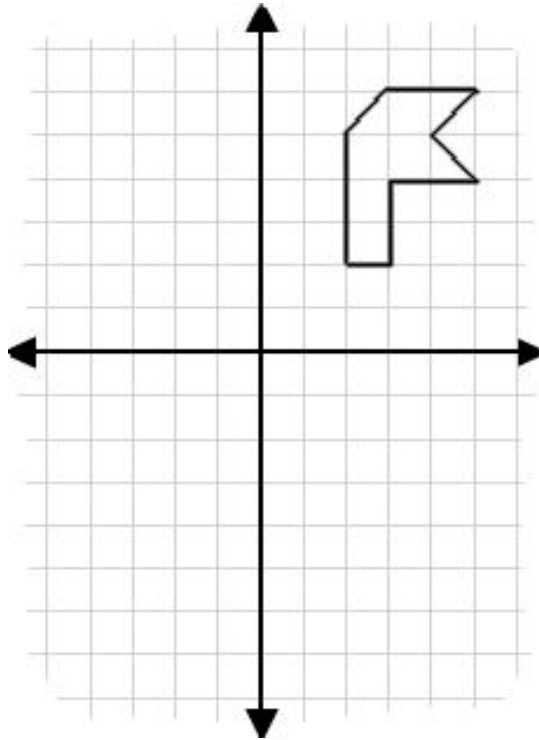
۶) نقاط $A = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix}$ ، $B = \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \end{bmatrix}$ ، $C = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ و $D = \begin{bmatrix} -2 \\ -1 \end{bmatrix}$ را در دستگاه مختصات نشان داده و بردارهای AB و CD را رسم کنید. آیا بردارهای AB و CD قرینه اند؟



۷) نقاط $A = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ ، $B = \begin{bmatrix} 5 \\ 2 \end{bmatrix}$ ، $C = \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix}$ را سه‌ای یک مثلث می‌باشند. این مثلث را رسم کرده و سپس قرینه آن را نسبت به محور عرضها رسم کنید.



۸) قرینه شکل زیر را یکبار نسبت به محور طولها و بار دیگر نسبت به محور عرضها بدست آورید.



۹) قرینه بردار $\begin{bmatrix} -2 \\ 3 \end{bmatrix}$ را بدست آورید؟

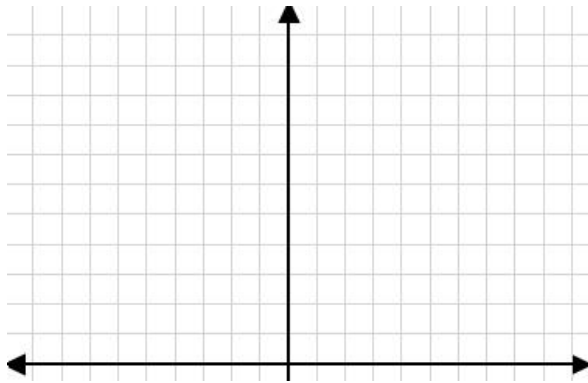
۱۰) آیا دو بردار $\begin{bmatrix} 1-z \\ q-w \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} z-1 \\ w-q \end{bmatrix}$ قرینه می‌باشند؟

۱۱) بردارهای $\begin{bmatrix} 3 \\ m+1 \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} 1-n \\ 3 \end{bmatrix}$ می‌باشند. مقدار m و n را بدست آورید.

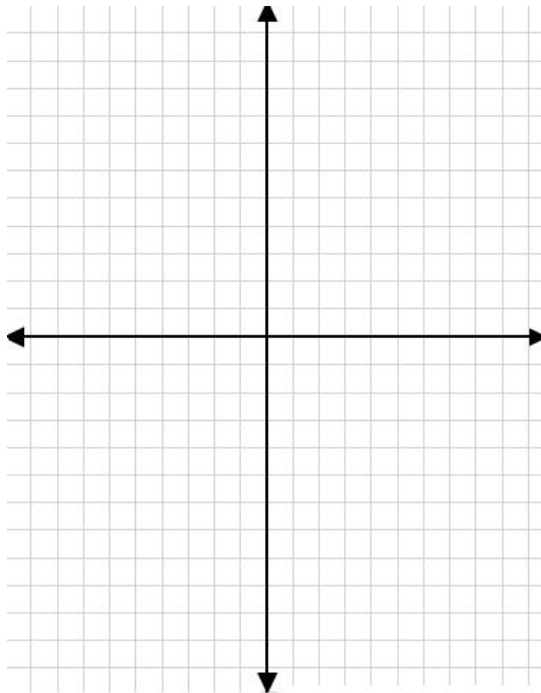
۱۲) اگر بردارهای $\mathbf{a} = \begin{bmatrix} x+1 \\ -4 \end{bmatrix}$ و $\mathbf{b} = \begin{bmatrix} 3-x \\ 4 \end{bmatrix}$ قرینه یکدیگر باشند، مقدار x را بیابید.

۱۳) اگر نقطه $A = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$ را با بردار انتقالی به مختصات $\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$ به نقطه B منتقل کنیم، مختصات نقطه B را بنویسید.

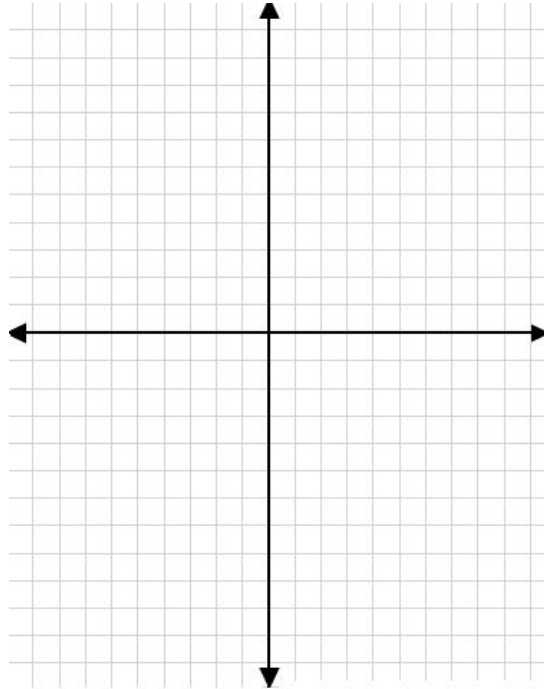
۱۴) بردار $\begin{bmatrix} 11 \\ -5 \end{bmatrix}$ را از نقطه شروع $\begin{bmatrix} -7 \\ 8 \end{bmatrix}$ رسم می کنیم. مختصات نقطه انتهایی را بدست آورید.



۱۵) نقاط $A = \begin{bmatrix} 5 \\ 5 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} -3 \\ 8 \end{bmatrix}$ و $C = \begin{bmatrix} 6 \\ -2 \end{bmatrix}$ را در دستگاه مختصات نمایش داده و سپس قرینه آن را نسبت به نیمساز ناحیه اول و سوم بدست آورید. آیا می توان از پاسخ این سوال نتیجه گیری کلی نمود؟ توضیح دهید.



۱۶) نقاط $A = \begin{bmatrix} -2 \\ -6 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} -3 \\ 3 \end{bmatrix}$ و $C = \begin{bmatrix} 9 \\ -8 \end{bmatrix}$ را در دستگاه مختصات نمایش داده و سپس قرینه آن را نسبت به نیمساز ناحیه دوم و چهارم بدست آورید. آیا می توان از پاسخ این سوال نتیجه گیری کلی نمود؟ توضیح دهید.



۱۷) جدول زیر را کامل کنید.

نقطه	قرینه نسبت به ...							
	محور طولها	محور عرضها	مبداء مختصات	نیمساز اول و سوم	نیمساز دوم و چهارم	خط $x=1$	خط $y=-2$	نقطه $\begin{bmatrix} -1 \\ 3 \end{bmatrix}$
$\begin{bmatrix} -2 \\ 0 \end{bmatrix}$								
$\begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix}$								
$\begin{bmatrix} 3 \\ -3 \end{bmatrix}$								

۱۸) از نقطه A توسط بردار $AB = \begin{bmatrix} -2.5 \\ 3 \end{bmatrix}$ به نقطه $B = \begin{bmatrix} 6 \\ -5.5 \end{bmatrix}$ می رویم. مختصات نقطه A را بدست آورید.

۱۹) بردار $MN = \begin{bmatrix} 2 \\ -2 \end{bmatrix}$ از نقطه $M = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}$ شروع می شود. مختصات نقطه انتهایی را بیابید.

۲۰) از نقطه ای به مختصات $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$ توسط بردارهای مساوی $\begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}$ در دستگاه مختصات حرکت می کنیم. پس از ۱۰ با حرکت و استفاده از این بردارهای مساوی به نقطه K می رسیم. مختصات این نقطه را بنویسید.

۲۱) حاصل جمع برداری زیر را بدست آورید.

$$a) \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix} + 3 \begin{bmatrix} -1 \\ -4 \end{bmatrix} =$$

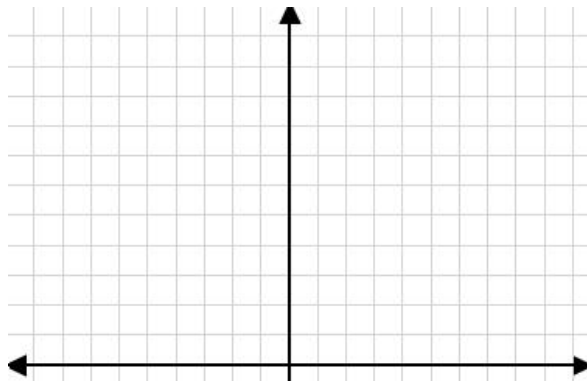
$$b) 2 \begin{bmatrix} -1.5 \\ 3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3.5 \\ -1 \end{bmatrix} =$$

۲۲) اگر بردار a برابر $\begin{bmatrix} -1 \\ 3 \end{bmatrix}$ و بردار b برابر $\begin{bmatrix} -0.5 \\ -2 \end{bmatrix}$ باشد. مقادیر بردارهای زیر را بدست آورید.

$$a) \vec{a} - 2\vec{b} =$$

$$b) \vec{b} + 0.5\vec{a} =$$

۲۳) از نقطه $A = \begin{bmatrix} 5 \\ 1 \end{bmatrix}$ ابتدا توسط بردار $\begin{bmatrix} -7 \\ 4 \end{bmatrix}$ به نقطه B و سپس توسط بردار دیگری به مختصات $\begin{bmatrix} -1 \\ 3 \end{bmatrix}$ به نقطه C می رویم و از آنجا مجدداً به نقطه A باز می گردیم. مساحت مثلث بدست آمده را بدست آورید.



۲۴) در جمع های برداری زیر مقادیر مجهول را بیابید.

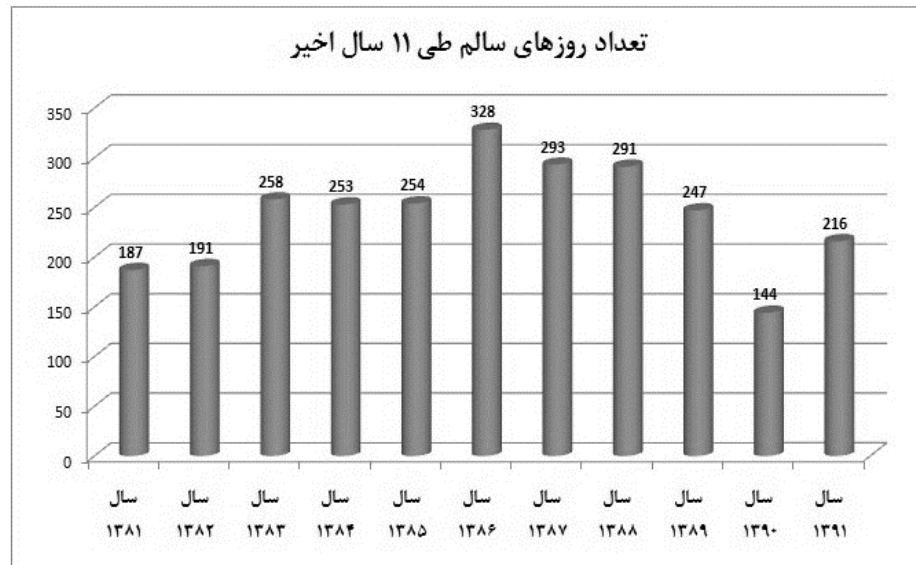
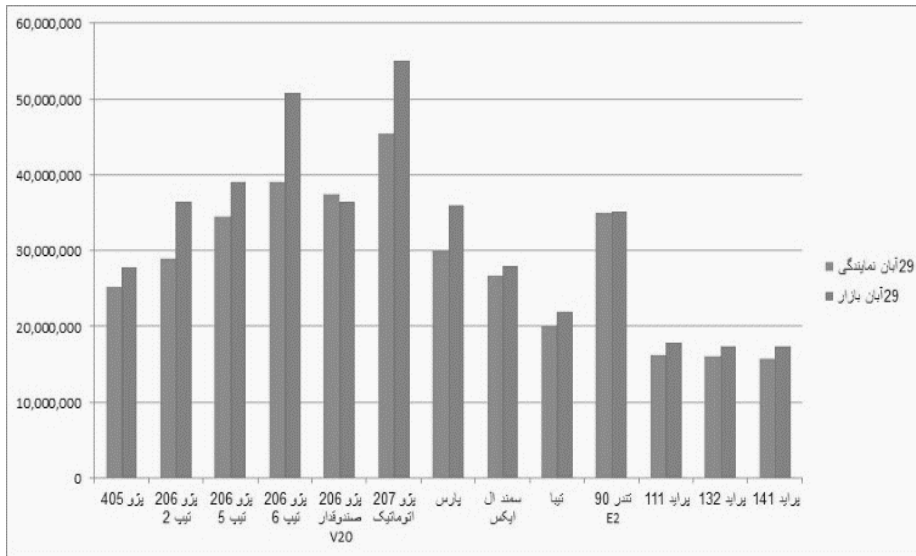
$$a) \begin{bmatrix} 1-x \\ 2+y \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 \\ -y \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} -3 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$b) \begin{bmatrix} 2+x \\ 3 \end{bmatrix} + 0.5 \begin{bmatrix} 4 \\ -2+y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

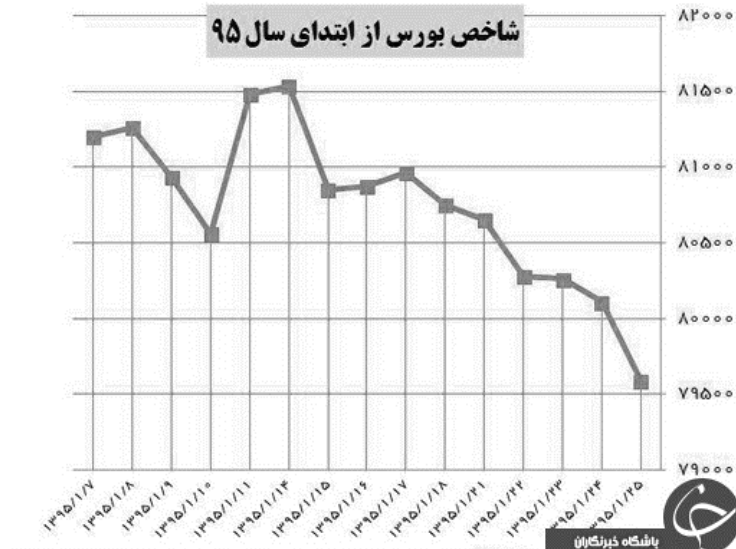
$$c) \begin{bmatrix} x \\ x-y \end{bmatrix} + 2 \begin{bmatrix} x+1 \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -7 \\ 3 \end{bmatrix}$$

فصل نهم: آمار و احتمال

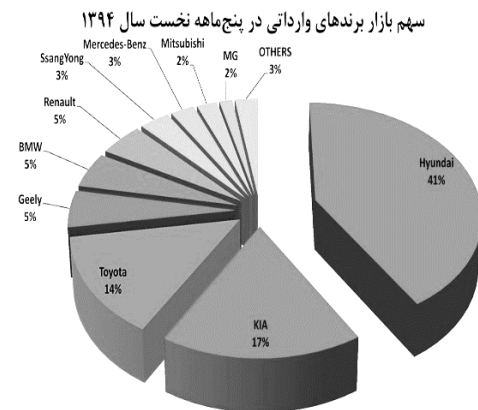
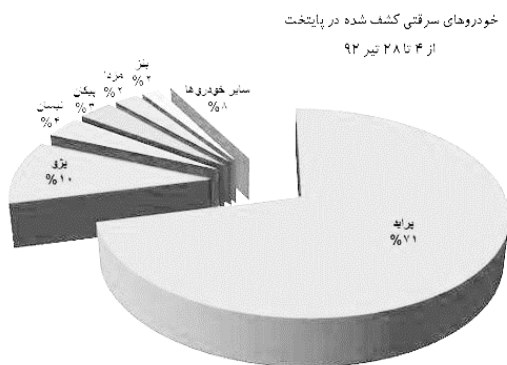
- علم آمار، علم جمع آوری اطلاعات، سازماندهی و بررسی آنهاست. اطلاعات جمع آوری شده را داده های آماری می نامند.
 - نمودارها، تصاویری هستند که می توانند اطلاعات موجود را به سرعت در معرض دید قرار دهند
 - انواع نمودار
- می توان انواع و اقسام نمودارها را به طور خلاصه در چهار دسته جا داد: خطی، ستونی و دایره ای. نمودار تصویری (مصور) نمودار ستونی (میله ای): برای مقایسه داده ها و پیدا کردن بیشترین و کمترین داده ✓



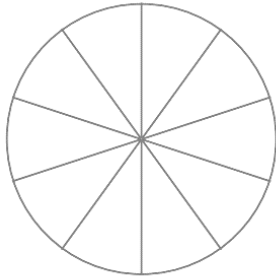
✓ نمودار خط شکسته: برای نمایش تغییرات بکار می رود. بنابراین برای نمایش موضوعاتی کاربرد دارد که تغییر در آنها اهمیت دارد. مانند نرخ ارز و طلا، تغییرات در قیمت نفت و سهام و ...



✓ نمودار دایره ای: برای نشان دادن جزئی از یک مقدار کل و یا درصد مقدار یک داده به کل داده ها از نمودار دایره ای استفاده می شود.



۱) در مدرسه راهنمایی شهید موذن پور تعداد کتابهایی که دانش آموزان امانت گرفته اند، بررسی شده و آمار و اطلاعات زیر بدست آمده است. جدول داده ها را کامل کنید. با توجه به کسرهای با مخرج ۱۰، نمودار دایره ای را کامل کنید.

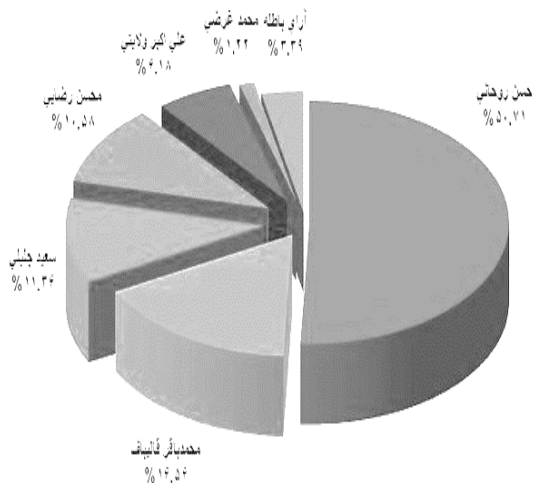


نوع کتاب	مذهبی	داستانی	علمی	کمک درسی	سایر موارد
تعداد	۳۹۰	۲۱۰	۸۱۰	۴۰۰	۱۹۰
درصد تقریبی	۲۰٪	۱۰٪			
کسر تقریبی با مخرج ۱۰	$\frac{۲}{۱۰}$				

۲) تعداد مهره های داخل یک کیسه به تفکیک رنگ در جدول زیر آورده شده است. نمودار میله ای و دایره ای آن را رسم کنید.

قرمز	سیاه	آبی	سبز	زرد
۱۲	۵	۷	۱۳	۳

۳) با توجه به نمودار دایره ای شکل زیر که نتایج آرای انتخابات ریاست جمهوری سال ۱۳۹۲ می باشد، نمودار میله ای آن را رسم کنید. (کل آرای ماخوذه ۳۶ میلیون می باشد)



• احتمال یا اندازه گیری شانس

احتمال روی دادن رخدادی برابر با نسبت تعداد حالات مطلوب به کل حالات می باشد. احتمال را p نمایش داده و همیشه بین صفر و یک می باشد.

$$p = \frac{\text{تعداد حالات مطلوب}}{\text{کل حالتها}} \quad , \quad 0 < p < 1$$

(۴) سکه ای را پرتاب می کنیم.

با چه احتمالی در پرتاب این سکه، رو می آید؟ چند درصد احتمال دارد پشت بیاید؟

(۵) تاسی را پرتاب می کنیم.

با چه احتمالی عدد رو شده فرد می باشد؟

با چه احتمالی عدد رو شده اول است؟

با چه احتمالی عدد رو شده یک رقمی می باشد؟

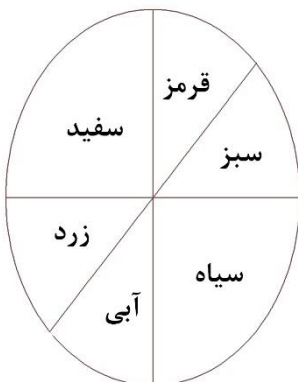
(۶) داخل کیسه ای ۱۰ مهره سفید، ۵ مهره قرمز، ۲ مهره سبز و ۳ مهره زرد وجود دارد. از داخل کیسه مهره ای بر می داریم. با

چه احتمالی این مهره سبز می باشد؟

چند درصد احتمال دارد این مهره آبی باشد؟

(۷) احتمال قرار گرفتن چرخنده بر روی رنگ سبز چقدر است؟

احتمال اینکه عقربه روی رنگ سفید بایستد، چقدر است؟



۸) در سوال ۷ احتمال اینکه عقربه روی رنگ سیاه قرار گیرد بیشتر است یا سفید؟
احتمال قرارگیری عقربه روی سبز بیشتر است یا سیاه؟

۹) در پرتاب یک تاس احتمال آمدن عدد ۲ بیشتر است یا عدد ۶؟
احتمال آمدن عدد فرد بیشتر است یا زوج؟

• احتمال و تجربه

در انجام یک رویداد، احتمال اتفاق افتادن حالت (A) n می باشد. (به فرض مثال احتمال رو آمدن عدد فرد در پرتاب یک تاس $\frac{1}{2}$ می باشد). اگر این رویداد m بار اتفاق بیافتد، انتظار می رود، $m \times n$ مرتبه حالت (A) اتفاق افتد. البته باید دقت نمود که این تعداد مرتبه به صورت احتمالی می باشد یعنی ممکن است اتفاق افتادن حالت (A) n کمتر یا بیشتر از این مقدار اتفاق افتد.

۱۰) سکه ای را ۲۵۰ مرتبه پرتاب می کنیم، انتظار داریم چند مرتبه رو بیاید؟ آیا می توان با قطعیت تعداد آن را مشخص نمود؟

۱۱) تاسی را ۶۰۰ مرتبه پرتاب می کنیم. انتظار داریم چند مرتبه عدد ۵ بیاید؟ چند مرتبه عدد اول می آید؟

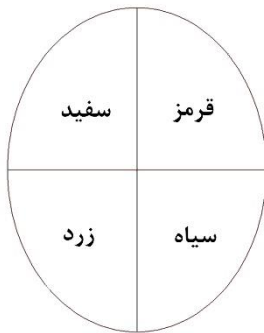
۱۲) آیا در ۱۰ مرتبه پرتاب یک تاس ممکن است ۶ با عدد ۶ بیاید؟

آیا ممکن است تمام پرتابها باعث رو شدن عددی فرد شود؟

۱۳) آیا همیشه در ۳۰۰ با پرتاب یک تاس، ۵۰ مرتبه عدد ۵ خواهد آمد؟

۱۴) اگر در کیسه ای ۱۲ مهره سفید و ۱۳ مهره سیاه باشد و ۵۰ مرتبه مهره ای از داخل کیسه برداشته، رنگ آن را یادداشت کنیم و آن را مجدداً به کیسه برگردانیم. انتظار داریم چند بار مهره سیاه بیرون آید؟ آیا این تعداد مرتبه همیشه اتفاق می افتد؟

۱۵) تاس و سکه ای را همزمان پرتاب می کنیم. احتمال اینکه تاس عددی فرد و سکه رو آید چند است؟
 احتمال اینکه سکه پشت یا تاس عدد اول آید چقدر است؟
 اگر پرتاب سکه و تاس را ۷۲ مرتبه تکرار کنیم، انتظار داریم چند مرتبه سکه رو و تاس عدد ۱ یا دو را نشان دهد؟



۱۶) تاسی را روی صفحه رنگی روبرو می اندازیم. با چه احتمالی عدد ۵ روی رنگ سفید قرار می گیرد.
 اگر تاس را ۷۲ مرتبه پرتاب کنیم، انتظار داریم چند مرتبه تاس عدد فردی را روی رنگ سیاه نشان خواهد داد؟

۱۷) در کلاسی ۳۶ نفره از مدرسه زکریای رازی قد بچه ها اندازه گیری شده است و نتایج در جدول زیر آورده شده است.

۱۵۵ تا ۱۵۰ (سانتیمتر)	۱۵۰ تا ۱۴۵ (سانتیمتر)	۱۴۵ تا ۱۴۰ (سانتیمتر)	۱۴۰ تا ۱۳۵ (سانتیمتر)
۴ نفر	۱۰ نفر	۱۶ نفر	۶ نفر

نمودار دایره ای و میله ای آن را رسم نمایید.
 اگر یک نفر از بین بچه ها انتخاب کنیم با چه احتمالی قد آن بین ۱۴۵ تا ۱۵۰ سانتیمتر است؟

✓ تمرین فصل نهم

- (۱) عبارتهای درست را با "ص" و عبارتهای نادرست را با "غ" مشخص کنید.
- (a) نمودار میله ای برای تشخیص بیشترین و کمترین داده بکار می رود.
- (b) برای نشان دادن نسبت داده ای به کل داده ها از نمودار ستونی استفاده می شود.
- (c) نمودار دایره ای بهترین نمودار برای نشان دادن تغییرات می باشد.
- (d) برای مقایسه داده ها از نمودار خط شکسته استفاده می شود.
- (e) احتمال آمدن عدد تک رقمی در پرتاب تاس برابر یک است.
- (f) در پرتاب سکه احتمال رو آمدن و پشت آمدن سکه برابر است.
- (۲) جاهای خالی را با عبارت یا عدد مناسب پر کنید.
- (a) بهترین نمودار برای مقایسه داده ها نمودار می باشد.
- (b) نمودار برای نمایش تغییرات بکار می رود.
- (c) احتمال آمدن عدد ۳ در پرتاب یک تاس برابر می باشد
- (d) در پرتاب یک تاس احتمال آمدن عدد برابر صفر است.
- (e) برای نشان دادن درصدی از یک داده نسبت به کل داده ها از نمودار استفاده می شود.
- (f) احتمال اینکه خانواده ای دو فرزندی دارای یک فرزند پسر باشد می باشد.
- (۳) گزینه مناسب را انتخاب نمایید.
- (a) در پرتاب یک تاس احتمال آمدن عدد زوج برابر است با:
- الف) $\frac{1}{3}$ ب) $\frac{1}{4}$ ج) $\frac{1}{2}$ د) 1
- (b) تاس و سکه ای را همزمان پرتاب می کنیم، احتمال اینکه سکه رو و تاس عدد ۲ را نشان دهد چقدر است؟
- الف) $\frac{1}{8}$ ب) $\frac{2}{24}$ ج) $\frac{2}{12}$ د) $\frac{1}{15}$
- (c) تاسی را ۱۲۰ مرتبه پرتاب می کنیم، انتظار داریم چند مرتبه عدد ۶ بیاید؟
- الف) 120 ب) 1 ج) 20 د) 6
- (d) دو تاس را همزمان پرتاب می کنیم، با چه احتمالی مجموع اعداد رو شده دو رقمی می باشد؟
- الف) $\frac{2}{12}$ ب) 0 ج) $\frac{1}{9}$ د) $\frac{1}{12}$

۴) با توجه به اطلاعات جدول زیر که مربوط به قیمت سکه در ۶ ماهه اول سال ۸۸ می باشد، نمودار خط شکسته آن را رسم نمایید. (قیمتها به هزار تومان می باشد)

شهریور	مرداد	تیر	خرداد	اردیبهشت	فروردین
۸۳۳	۸۲۸	۸۲۶	۸۱۳	۸۱۳	۸۱۲

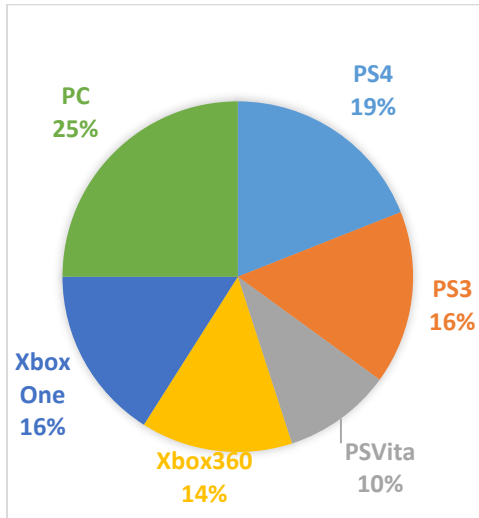
۵) نمودار دایره ای مربوط به انتخاب رشته دانش آموزان کلاس دهم مدرسه نور را با توجه به اطلاعات زیر رسم نمایید.
تعداد دانش آموزان ۱۲۰ نفر

- رشته ریاضی و فیزیک : ۵۰ نفر
- رشته علوم تجربی : ۴۰ نفر
- رشته علوم انسانی : ۳۰ نفر

۶) اطلاعات مربوط به وزن دانش آموزان یک مدرسه در جدول زیر آمده است با توجه به این جدول نمودار ستونی و خط شکسته آن را رسم نمایید.

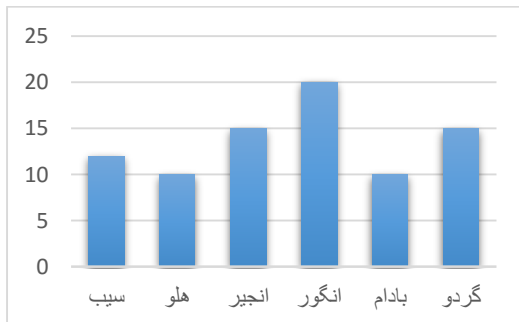
بین ۴۰ تا ۴۵	بین ۴۵ تا ۵۰	بین ۵۰ تا ۵۵	بین ۵۵ تا ۶۰	بین ۶۰ تا ۶۵	بین ۶۵ تا ۷۰
۱۳ نفر	۳۹ نفر	۶۷ نفر	۴۳ نفر	۲۳ نفر	۸ نفر

۷) نمودار دایره ای زیر مربوط به درصد تمایل گیمرها به کنسولهای بازی در نمونه ی آماری ۱۲۰۰ نفره می باشد. نمودار ستونی آن را رسم نمایید.



۸) در مساله شماره ۷ اگر شخصی را از این نمونه انتخاب نماییم با چه احتمالی این گیمر علاقه مند به کنسول *ps4* می باشد؟

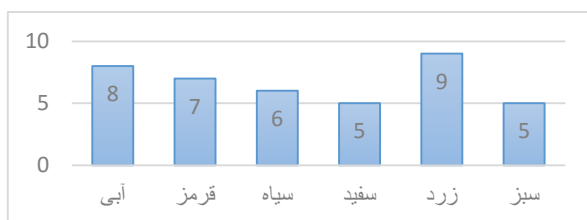
۹) نمودار ستونی مربوط به وزن میوه های یک باغ در گلیپایگان به شکل زیر می باشد. نمودار دایره ای آن را رسم کنید. (وزن ها به تن می باشد)



۱۰) نمودار زیر مربوط به تعداد مهره های رنگی در داخل یک کیسه می باشد. اگر به تصادف مهره ای را از این کیسه خارج کنیم.

- با چه احتمالی این مهره آبی رنگ است؟

- با چه احتمالی سفید است؟



(۱۱) تاسی را پرتاب می‌کنیم. با چه احتمالی:

- عدد رو شده ۳ می‌باشد؟
- عدد رو شده فرد می‌باشد؟
- عدد رو شده نه ۳ باشد و نه ۵؟

(۱۲) روی ۳۲ برگه اعداد زوج ۲ تا ۶۴ را می‌نویسیم و داخل کیسه ای می‌ریزیم. از داخل کیسه کاغذی را برمی‌داریم. با چه احتمالی:

- عدد روی کاغذ یک رقمی است؟
- عدد روی کاغذ ۵۰ یا بیش از ۵۰ است؟
- با چه احتمالی این عدد اول است؟
- با چه احتمالی این عدد فرد است؟
- با چه احتمالی این عدد کمتر از ۱۰۰ است؟

(۱۳) در انتخاب عددی بین ۱۰۰ تا ۲۰۰ رویدادی بنویسید که احتمال وقوع آن ۱ باشد؟ رویدادی مثال بزنید که احتمال وقوع آن صفر باشد؟

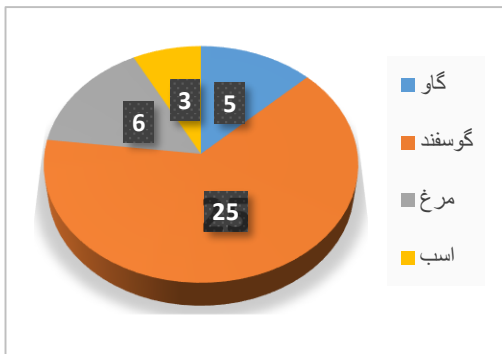
(۱۴) خانواده ای دارای سه فرزند می‌باشد. با چه احتمالی:

- هر سه فرزند پسر می‌باشد.
- یک فرزند پسر و دو تا دختر می‌باشند.

(۱۵) دو سکه را همزمان با هم پرتاب می‌کنیم. با چه احتمالی:

- هر دو سکه رو می‌آید.
- هر دو سکه یک شکل می‌آید.

۱۶) نمودار دایره ای زیر مربوط به تعداد دامهای یک کشاورز می باشد. با توجه به این شکل اگر به صورت تصادفی یکی از دامها را



انتخاب کنیم، با چه احتمالی:

- این حیوان گوسفند می باشد.
- این حیوان نه گوسفند است نه گاو.

۱۷) یک سکه را همراه با تاسی پرتاب می کنیم. با چه احتمالی:

- سکه رو و تاس فرد می آید.
- سکه پشت و تاس عدد ۳ را نشان دهد.

۱۸) تاسی را ۱۲۰ مرتبه پرتاب می کنیم.

- انتظار داریم چند مرتبه عدد ۳ بیاید؟
- انتظار داریم چند مرتبه عدد زوج بیاید؟
- آیا می توان گفت " ۲۰ مرتبه عدد یک می آید " ؟

۱۹) خانواده ای دارای ۸ فرزند می باشد. انتظار داریم چند فرزند پسر باشد؟

آیا می توان با قطعیت تعداد پسر یا دخترها را مشخص کرد؟

۲۰) داخل کیسه ای دو مهره سیاه، سه مهره سفید، پنج مهره زرد و ۱۰ مهره سبز می باشد. از داخل کیسه مهره ای را برداشته رنگ

آن را یادداشت می کنیم و سپس آن را به داخل کیسه بر می گردانیم. اگر این کار را ۲۲۰ مرتبه تکرار کنیم.

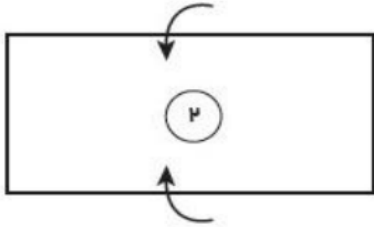
- انتظار می رود چند مرتبه مهره سفید از کیسه خارج شود.
- انتظار می رود چند مرتبه مهره زرد از کیسه خارج شود.

مرور فصل ششم تا نهم

(۱) یک منشور ۶ پهلو دارای _____ راس، _____ یال و _____ وجه جانبی می باشد.
یک هرم با قاعده پنج ضلعی دارای _____ یال و _____ راس می باشد.

(۲) حجم و مساحت کل منشوری با قاعده دایره ای شکل به شعاع ۶۰ سانتیمتر و ارتفاع ۱,۲ متر را بدست آورید.

(۳) برگه ای مستطیل شکل به طول ۳۰ و عرض ۱۰ سانتیمتر را مطابق شکل لوله می کنیم. حجم و مساحت جانبی شکل را بدست آورید.

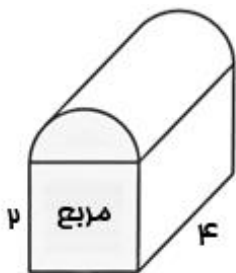


(۴) مربعی با محیط ۲۸ واحد را به اندازه ۶ واحد در راستای عمود بر سطح مربع انتقال می دهیم. حجم و مساحت جانبی سطح جاروب شده را بدست آورید.

(۵) برای رنگ آمیزی دیواری به مساحت ۹,۸ متر مربع از غلطکی رنگی به شعاع ۶ سانتی متر استفاده شده است. برای رنگ کردن کامل این دیوار، غلطک رنگی باید چند دور بچرخد تا دیوار کاملا رنگ شود؟

(۶) مربعی به ضلع ۱۲ سانتیمتر را حول یکی از اضلاع آن می چرخانیم. شکل حاصل از دوران مربع چیست؟ حجم آن را حساب کنید.

(۷) حجم و مساحت جانبی شکل روبرو را محاسبه نمایید.



(۸) ربع ۴۵ را به صورت عددی تواندار بنویسید.

(۹) حاصل عبارات زیر را بدست آورید.

$$- 2^2 \times ((-1)^4 - 2^1) \div (-7)^2 =$$

$$- 0^{22} \div \left(\frac{1}{2}\right)^1 (1 + (-5)^0) =$$

$$- -1^2 + (-3)^2 + 3^2 + (-1)^3 =$$

(۱۰) حاصل عبارتهای زیر را به صورت تواندار بنویسید.

$$- 3^2 + 3^2 + 3^2 =$$

$$- 5^4 \times 5^3 \times 6^7 =$$

$$- (-4)^4 \times (-3)^4 \div 6^4 =$$

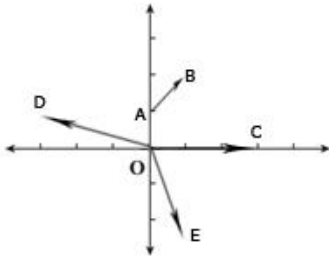
(۱۱) مقدار تقریبی جذر عدد ۱۱۱ را بدست آورید.

(۱۲) مساحت مربعی $\frac{63}{9}$ می باشد. محیط این مربع را بدست آورید.

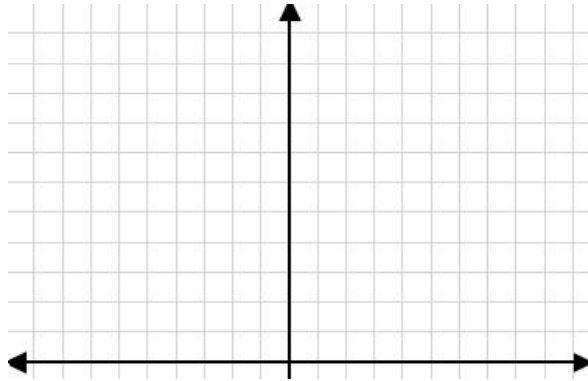
(۱۳) مجذور عدد ۶ چند برابر جذر عدد ۸۱ می باشد؟

(۱۴) اگر $\begin{bmatrix} -1 \\ 3 - y \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} 3x - 1 \\ 5 \end{bmatrix}$ دو بردار قرینه باشند، مقادیر مجهول را بدست آورید.

۱۵) مختصات بردارهای شکل روبرو را بنویسید.



۱۶) دو نقطه $A = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} -3 \\ 2 \end{bmatrix}$ را دستگاه مختصات نشان داده و بردار AB را رسم کنید. مختصات بردار AB را بنویسید.



۱۷) مختصات راسهای مثلثی $A = \begin{bmatrix} 5 \\ 1 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ و $C = \begin{bmatrix} 0 \\ -4 \end{bmatrix}$ می باشد. این مثلث را در دستگاه مختصات رسم کرده و مساحت مثلث را بدست آورید. سپس قرینه مثلث را نسبت به محور عرضها رسم کنید.

۱۸) از نقطه X به مختصات $\begin{bmatrix} -1 \\ -5 \end{bmatrix}$ توسط بردار XY به نقطه Y به مختصات $\begin{bmatrix} 5 \\ 0 \end{bmatrix}$ می رویم. مختصات بردار انتقال را بدست آورید.

۱۹) توسط بردار $\begin{bmatrix} 2.5 \\ 3 \end{bmatrix}$ به نقطه ای به طول ۶٫۵ روی محور طولها می رویم. مختصات نقطه ابتدایی را بدست آورید.

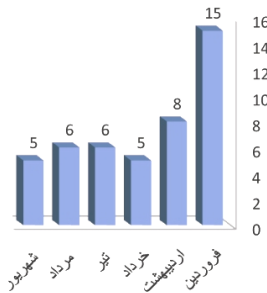
۲۰) مقادیر مجهول را در جمع برداری $\begin{bmatrix} 2y-1 \\ x \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 5 \\ 1-x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -8 \\ 2x \end{bmatrix}$ را بدست آورید.

(۲۱) قرینه نقطه $\begin{bmatrix} -4 \\ 0 \end{bmatrix}$ را نسبت به محور عرضها، طولها، مبدا مختصات و نیمساز ناحیه اول و سوم بدست آورید.

(۲۲) جدول زیر مربوط به تغییرات قیمت دلار در ۸ ماهه اول سال ۹۰ می باشد. با توجه به جدول، نمودار مناسب را تشخیص دهید تا بتواند این تغییرات را نشان دهد و سپس آن را رسم کنید.

آبان	مهر	شهریور	مرداد	تیر	خرداد	اردیبهشت	فروردین
۱۴۵۰	۱۳۸۵	۱۳۳۰	۱۲۹۵	۱۲۶۰	۱۰۸۲	۱۰۵۷	۱۰۴۴

(۲۳) نمودار روبرو تعداد تعطیلی های رسمی در ۶ ماهه اول سال ۱۳۸۹ می باشد. نمودار دایره ای آن را رسم نمایید.



(۲۴) یک تاس و یک سکه را همزمان با هم پرتاب می کنیم.

- با چه احتمالی سکه پشت و تاس عدد فرد می آید؟
- با چه احتمالی تاس عدد فرد را نشان نمی دهد؟

(۲۵) روی ۱۰ گوی اعداد ۰ تا ۹ را می نویسیم و آنها را داخل کیسه ای می ریزیم. به تصادف یکی از گوی ها را از کیسه خارج

کرده و مجدداً آن را به کیسه باز می گردانیم. اگر این عمل ۳۲۰ مرتبه انجام گیرد.

- انتظار داریم چند مرتبه عدد اول از کیسه خارج شود؟
- انتظار داریم چند بار عدد مجذور یا مربع خارج می شود؟