پاسخ سؤال ۱

الف)

$$\boxed{x_{(t)} = A_0 \sin(\omega t)} \qquad \boxed{v_{(t)} = A_0 \omega \cos(\omega t)}$$

ب)

$$x_{(t)} = A \sin(\omega t) \longrightarrow v_{(t)} = A\omega \cos(\omega t)$$

$$f = -bv$$

$$\longrightarrow \bar{P} = -bv^2$$

$$\Longrightarrow \boxed{\bar{P} = -bA^2\omega^2\cos^2(\omega t)} \longrightarrow$$ توان اتلافی لحظه‌ای

$$\langle \bar{P} \rangle = \bar{P}_{\text{میانگین}} = \langle \underbrace{-bA^2\omega^2}_{\text{در هر دوره ثابت}} \cos^2(\omega t) \rangle = -bA^2\omega^2 \langle \cos^2 \omega t \rangle$$

$$= -bA^2\omega^2 \left\langle \frac{1+\cos(2\omega t)}{2} \right\rangle = -bA^2\omega^2 \frac{1}{2}$$

$$\longrightarrow \boxed{\langle \bar{P} \rangle = -\frac{bA^2\omega^2}{2}}$$

پ)

$$E = \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} m \omega^2 x^2 = \frac{1}{2} m \left(v^2 + (x\omega)^2\right) = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2 (\underbrace{\sin^2 \omega t + \cos^2 \omega t}_{1})$$

$$\rightarrow \begin{cases} E = \frac{1}{2} m\omega^2 A^2 \\ \frac{dE}{dt} = -\frac{bA^2\omega^2}{2} \end{cases} \longrightarrow \frac{dE}{d\tau} = -\frac{b}{m} E \Longrightarrow E = E_0 e^{-\frac{b}{m}\tau}$$

بنابر قسمت قبل

بنابر راهنمای انتهای سؤال و اینکه $E_{(\tau=0)} = E_0$ انرژی اولیه

$$\Longrightarrow \boxed{E = \frac{m\omega^2 A_0^2}{2} e^{-\frac{b}{m}\tau}}$$

ت)

$$\cancel{\tfrac{1}{2}} \cancel{m} \cancel{\omega^2} A_{(\tau)}^2 = \cancel{\tfrac{1}{2}} \cancel{m} \cancel{\omega^2} A_0^2 e^{-\frac{b}{m}\tau} \longrightarrow \boxed{A_{(\tau)} = A_0 e^{-\frac{b}{2m}\tau}}$$

IranPhO.ir

Scanned with CamScanner

$$E_{(\tau_0)} + \delta E = E_{(\tau=0)}$$ (د

$$\cancel{\tfrac{1}{2}}\cancel{m}\omega^2 A^2 + \cancel{\tfrac{1}{2}}\cancel{m} v_0^2 = \cancel{\tfrac{1}{2}}\cancel{m}\omega^2 A_0^2$$

$$\hookrightarrow v_0^2 = \omega^2 (A_0^2 - A^2) \longrightarrow \bar{F}\delta t = m v_0$$

$$\bar{F} = \frac{m\omega}{\delta t}\sqrt{A_0^2 - A^2} = \frac{m\omega}{\delta t} A_0 \sqrt{1 - e^{-\frac{b}{m}\tau_0}}$$

$$\Rightarrow \boxed{\bar{F} = \frac{m\omega A_0}{\delta t}\sqrt{1 - e^{-\frac{b}{m}\tau_0}}}$$

$$A_{(\tau_0)} = \frac{1}{2}\cancel{A_0} = \cancel{A_0} e^{-\frac{b}{2m}\tau_0} \longrightarrow 2 = e^{\frac{b}{2m}\tau_0} \longrightarrow \ln 2 = \frac{b}{2m}\tau_0$$ (ه

$$\tau_0 = \frac{2m}{b}\ln 2 = \frac{2\times 0.1}{0.001}\ln 2 = 200 \times 0.69 = \boxed{138\ s}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \simeq \frac{2\times 3.14}{100} = \frac{6.28}{100} = 0.0628\ s$$

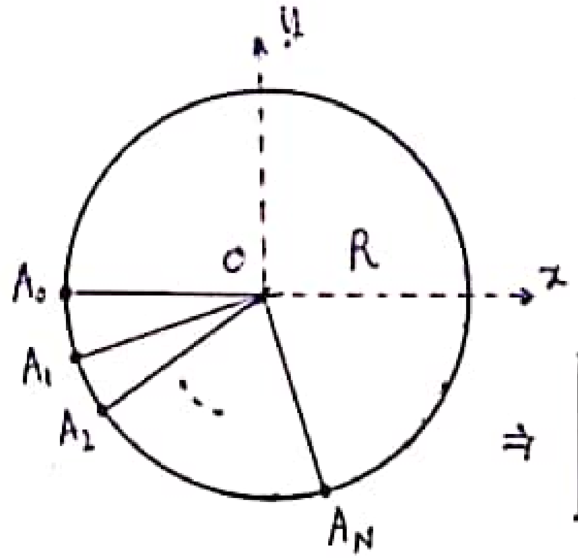
$$\Rightarrow \frac{\tau_0}{T} = \frac{138}{0.0628} \simeq 2197 = 2.197\times 10^3 \xrightarrow[\text{با معنی}]{\text{تا دو رقم}} \boxed{\frac{\tau_0}{T} = 2.20\times 10^3}$$

$$\bar{F} = \frac{m\omega A_0}{\delta t}\sqrt{1 - \frac{1}{4}} = \frac{10^{-1}\times \cancel{10^2}\times 5\times \cancel{10^{-2}}}{2\times 10^{-4}}\ \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{5\times 10^3}{4}\sqrt{3}$$

$$\simeq \frac{5\times 10^3 \times 1.7}{4} = 2.125\times 10^3 \xrightarrow[\text{با معنی}]{\text{تا دو رقم}} \boxed{F = 2.13\times 10^3\ N}$$

IranPhO.ir

Scanned with CamScanner



آ)

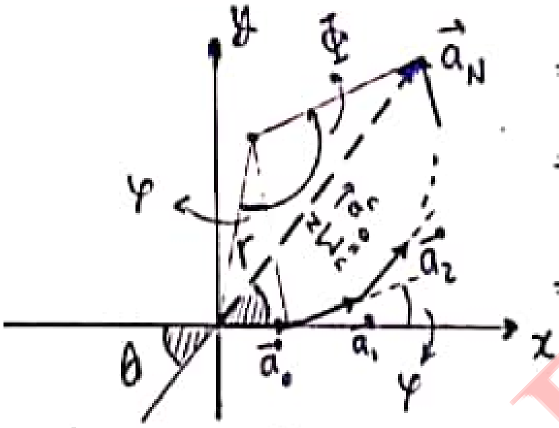
$$\vec{E}_o = \sum_{n=0}^{N} \frac{kq}{R^2}\left[\cos(n\varphi)\,\hat{x} + \sin(n\varphi)\,\hat{y}\right]$$

$$= \frac{kq}{R^2} \sum_{n=0}^{N} \left[\cos(n\varphi)\,\hat{x} + \sin(n\varphi)\,\hat{y}\right]$$

$$\Rightarrow \boxed{E_o^x = \frac{kq}{R^2} \sum_{n=0}^{N} \cos n\varphi} \quad \boxed{E_o^y = \frac{kq}{R^2} \sum_{n=0}^{N} \sin n\varphi}$$

ب) با توجه به شکل زیر می‌توان نوشت :

$$\vec{E}_o = \frac{kq}{R^2} \sum_{n=0}^{N} \vec{a}_n \quad , \quad \vec{a}_n = \cos n\varphi\,\hat{x} + \sin n\varphi\,\hat{y}$$



$$\Rightarrow \Phi = (N+1)\varphi \; ; \; 2r \sin\frac{\varphi}{2} = |\vec{a}_n| = 1$$

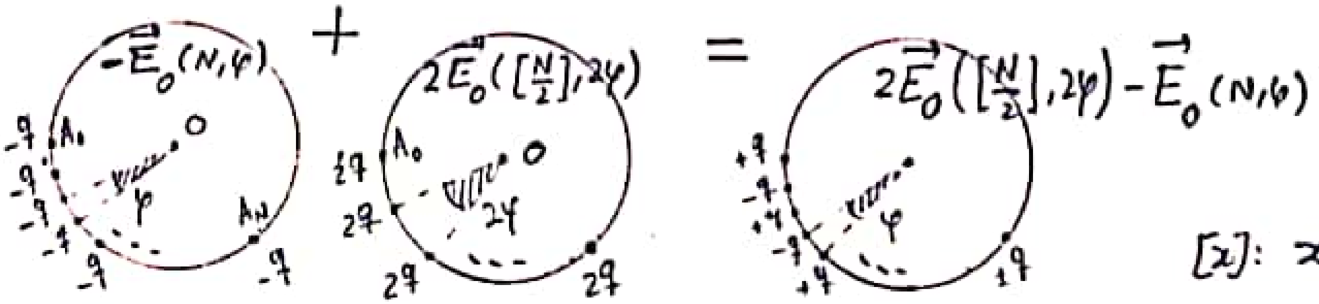
$$\Rightarrow r = \frac{1}{2\sin\frac{\varphi}{2}} \; , \; \theta = \frac{\pi}{2} - \left(\frac{\varphi}{2} + \frac{\pi - \Phi}{2}\right) = \frac{\Phi - \varphi}{2}$$

$$\Rightarrow \theta = \frac{N\varphi}{2} \; , \; \left|\sum_{n=0}^{N} \vec{a}_n\right| = 2r \sin\frac{\Phi}{2} = \frac{\sin\frac{\Phi}{2}}{\sin\frac{\varphi}{2}}$$

$$\Rightarrow \sum_{n=0}^{N} \vec{a}_n = \left|\sum_{n=0}^{N} \vec{a}_n\right| \left(\cos\theta\,\hat{x} + \sin\theta\,\hat{y}\right) = \frac{\sin\left(\frac{(N+1)\varphi}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\varphi}{2}\right)} \left[\cos\left(\frac{N\varphi}{2}\right)\hat{x} + \sin\left(\frac{N\varphi}{2}\right)\hat{y}\right]$$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{E}_o = \frac{kq}{R^2} \frac{\sin\left(\frac{(N+1)\varphi}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\varphi}{2}\right)} \left[\cos\left(\frac{N\varphi}{2}\right)\hat{x} + \sin\left(\frac{N\varphi}{2}\right)\hat{y}\right]}$$

پ) در قسمت قبل میدان توزیع بار قسمت الف ($\vec{E}_0(N,\varphi)$) را محاسبه کردیم با استفاده از برهم‌نهی میدان توزیع بار این قسمت را می‌توان به شکل زیر بدست آورد :



$[x]$: جزء صحیح x

Scanned with CamScanner

ادامه ب :

درنتیجه میدان توزیع بار این قسمت در مبدأ به شکل زیر خواهد شد:

N زوج $\rightarrow \left[\frac{N}{2}\right] = \frac{N}{2}$

$$\vec{E}_0' = \frac{2kq}{R^2}\,\frac{\sin\left(\frac{(N+2)\varphi}{2}\right)}{\sin\varphi}\left[\cos\left(\frac{N\varphi}{2}\right)\hat{x}+\sin\left(\frac{N\varphi}{2}\right)\hat{y}\right]-\frac{kq}{R^2}\,\frac{\sin\left(\frac{(N+1)\varphi}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\varphi}{2}\right)}\left[\cos\left(\frac{N\varphi}{2}\right)\hat{x}+\sin\left(\frac{N\varphi}{2}\right)\hat{y}\right]$$

ساده سازی

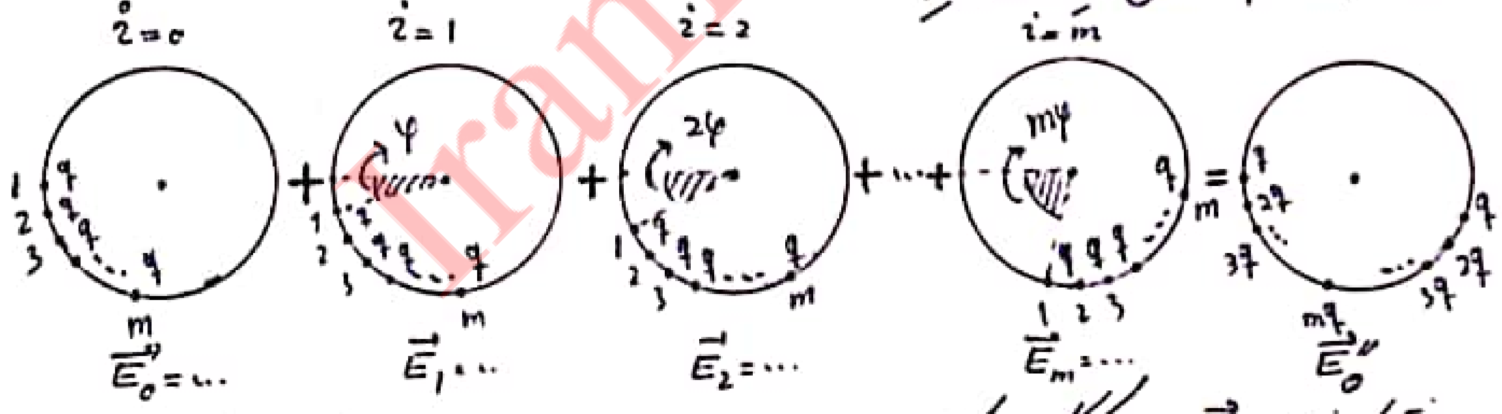
$$\Rightarrow \boxed{\vec{E}_0' = \frac{kq}{R^2}\cdot\frac{\cos\left(\frac{(N+1)\varphi}{2}\right)}{\cos\left(\frac{\varphi}{2}\right)}\cdot\left[\cos\left(\frac{N\varphi}{2}\right)\hat{x}+\sin\left(\frac{N\varphi}{2}\right)\hat{y}\right]}$$

ت) N فرد $\rightarrow \left[\frac{N}{2}\right] = \frac{N-1}{2}$

$$\Rightarrow \vec{E}_0' = \frac{2kq}{R^2}\,\frac{\sin\left(\frac{(N+1)\varphi}{2}\right)}{\sin\varphi}\left[\cos\left(\frac{N-1}{2}\varphi\right)\hat{x}+\sin\left(\frac{N-1}{2}\varphi\right)\hat{y}\right]-\frac{kq}{R^2}\,\frac{\sin\left(\frac{(N+1)\varphi}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\varphi}{2}\right)}\left[\cos\left(\frac{N\varphi}{2}\right)\hat{x}+\sin\left(\frac{N\varphi}{2}\right)\hat{y}\right]$$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{E}_0' = \frac{kq}{R^2}\cdot\frac{\sin\left(\frac{(N+1)\varphi}{2}\right)}{\cos\left(\frac{\varphi}{2}\right)}\cdot\left[+\sin\left(\frac{N\varphi}{2}\right)\hat{x}-\cos\left(\frac{N\varphi}{2}\right)\hat{y}\right]}$$

ث) برای بدست آوردن توزیع بار این قسمت باید m بار توزیع بار قسمت الف $(N=m)$ را با چرخش به اندازه φ روی هم قرار دهیم به شکل زیر دقت کنید:



درنتیجه کافیست $\vec{E}_i$ ها را با یکدیگر جمع کنیم:

$$\vec{E}_0'' = \sum_{i=0}^{m}\vec{E}_i\,,\quad \vec{E}_i = E_0\left(\cos(\theta+i\varphi)\hat{x}+\sin(\theta+i\varphi)\hat{y}\right)$$

با توجه به روش هندسی قسمت ب می‌توان نوشت:

$$E_0 = \frac{kq}{R^2}\cdot\frac{\sin\left(\frac{N+1}{2}\varphi\right)}{\sin\left(\frac{\varphi}{2}\right)}\,,\quad \theta = \frac{N\varphi}{2}\,,\quad N+1 = m$$

$$\boxed{\vec{E}_0'' = \frac{kq}{R^2}\,\frac{\sin^2\left(\frac{m\varphi}{2}\right)}{\sin^2\left(\frac{\varphi}{2}\right)}\left[\cos[(m-1)\varphi]\hat{x}+\sin[(m-1)\varphi]\hat{y}\right]}$$

IranPhO.ir

Scanned with CamScanner

$$\Delta N = -N\underbrace{(\lambda \Delta t)}_{\Delta t \text{ احتمال واپاشی در زمان }} \longrightarrow \boxed{\Delta N = -N_{(t)} \lambda \Delta t}$$ آ)

تعداد واپاشی‌ها در زمان Δt

$$\boxed{\frac{dN}{dt} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta N}{\Delta t} = -N_{(t)}\lambda}$$ ب) (با توجه به آ)

با توجه به راهنمایی انتهای سوال ۱۶: $b = -\lambda$

$$\longrightarrow N_{(t)} = a\exp(-\lambda t) \longrightarrow N_{(0)} = a\exp(0) = a = N_0$$

$$\boxed{\begin{aligned} a &= N_0 \\ b &= -\lambda \end{aligned}}$$ ب) و $N = N_0\exp(-\lambda t)$

$$N(\tau) = \frac{1}{2}\cancel{N_0} = \cancel{N_0}\exp(-\lambda\tau) \longrightarrow 2 = \exp(\lambda\tau)$$

$$\boxed{\lambda\tau = \ln(2) \simeq 0.69}$$ پ)

$$\lambda_1 = \frac{\ln(2)}{\tau_1} \quad \text{و} \quad \lambda_2 = \frac{\ln 2}{\tau_2}$$

$$\Delta N_1 = N\lambda_1\Delta t \longrightarrow \frac{dN_1}{dt} = N\lambda_1$$

IranPhO.ir

ARSH

Scanned with CamScanner

$$\frac{dN_2}{dt} = N\lambda_2 \quad , \quad N_0 - N_1 - N_2 = N$$

$$\longrightarrow \frac{dN}{dt} = -\left(\frac{dN_1}{dt} + \frac{dN_2}{dt}\right) = -N(\lambda_1 + \lambda_2)$$

$$\longrightarrow N = N_0 e^{-(\lambda_1+\lambda_2)t}$$

از تقسیم دو معادله اول :

$$\frac{dN_1}{dt} \times \frac{1}{\frac{dN_2}{dt}} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}$$

$$\frac{dN_1}{dN_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \longrightarrow \frac{\Delta N_1}{\Delta N_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \longrightarrow N_1\lambda_2 = N_2\lambda_1$$

$$, \quad N_1 + N_2 = N_0 - N = N_0\left(1 - e^{-(\lambda_1+\lambda_2)t}\right)$$

$$N_1\left(1 + \frac{\lambda_2}{\lambda_1}\right) = \left(1 - e^{-(\lambda_1+\lambda_2)t}\right)N_0$$

$$\boxed{N_1 = \frac{\lambda_1 N_0}{\lambda_1 + \lambda_2}\left(1 - e^{-(\lambda_1+\lambda_2)t}\right)}$$

ش)

$$\boxed{N_2 = \frac{\lambda_2 N_0}{\lambda_1 + \lambda_2}\left(1 - e^{-(\lambda_1+\lambda_2)t}\right)}$$

(با توجه به بخش قبل) $\quad \lambda_1 = \frac{\ln 2}{\tau_1} \quad , \quad \lambda_2 = \frac{\ln 2}{\tau_2}$

$$N_1 = \frac{\tau_2 N_0}{\tau_1 + \tau_2}\left(1 - e^{-\ln 2\left(\frac{1}{\tau_1} + \frac{1}{\tau_2}\right)t}\right)$$

ش)

IranPhO.ir

Scanned with CamScanner

$$N_2 = \frac{\tau_1 N_0}{\tau_1 + \tau_2}\left(1 - e^{-\ln 2\left(\frac{1}{\tau_1} + \frac{1}{\tau_2}\right)t}\right)$$ ت)

ج) $$\Delta N = -N\lambda\Delta t + R\Delta t \longrightarrow \frac{dN}{dt} = -\lambda N_{(t)} + R$$

$$\frac{dN}{dt} = \beta\gamma\exp(\gamma t) = -\lambda(\alpha + \beta\exp(\gamma t)) + R$$

$$\begin{cases} \cancel{\beta}\gamma = -\lambda\cancel{\beta} \longrightarrow \gamma = -\lambda \\ -\lambda\alpha + R = 0 \longrightarrow \alpha = \frac{R}{\lambda} \end{cases}$$

$$N_{(t)} = \frac{R}{\lambda} + \beta\exp(-\lambda t)$$

$$N_{(0)} = \frac{R}{\lambda} + \beta = 0 \longrightarrow \beta = -\frac{R}{\lambda}$$

$$\alpha = \frac{R}{\lambda} \quad , \quad \gamma = -\lambda$$ ج)

$$N_{(t)} = \frac{R}{\lambda}\left(1 - \exp(-\lambda t)\right)$$

در $t = 25h$ تعداد اتم‌ها 9×10^{12} بوده که در $t = 28.5h$ این مقدار

به 4.5×10^{12} رسیده پس نیمه‌عمر: $\tau = (28.33 - 25)h =$

$3.33\ h$

IranPhO.ir

ARSH

Scanned with CamScanner

طبق ت : $\lambda\tau = \ln 2$

ج) $\lambda = \dfrac{\ln 2}{\tau} = \dfrac{0.69}{3.33} = 0.21\ h^{-1}$

در صورتی که از $t=0$ یک نیم عمر $\underset{(3.33h)}{(\tau)}$ $(\lambda\tau = \ln 2)$ بگذرد :

$$N_{(\tau)} = \frac{R}{\lambda}\left(1 - e^{-\ln 2}\right) = \frac{R}{\lambda}\left(1 - 1/2\right) = \frac{R}{2\lambda}$$

$$R = 2\lambda N_{(\tau)} = 2(0.21) \times 4.5 \times 10^{12} = 1.89 \times 10^{12}$$

h^{-1}

$$R = 1.89 \times 10^{12}\ h^{-1} = 5.25 \times 10^{8}\ s^{-1}$$

ج) R

$$A = N\lambda = R(1 - \exp(-\lambda t))$$

$$A_{(t_0)} = R(1 - \exp(-\ln 2\ t_0/\tau)) = \frac{3}{4}R$$

اکتیویته بیشینه در $t \to \infty$

$$\longrightarrow \exp(-\ln 2\ t_0/\tau) = \frac{1}{4}$$

$$\left(e^{\ln 2}\right)^{t_0/\tau} = 4 \longrightarrow 2^{t_0/\tau} = 4 = 2^2$$

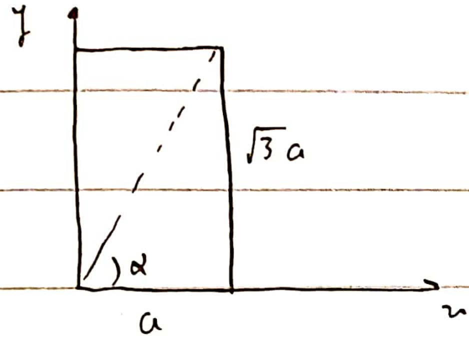
$$\frac{t_0}{\tau} = 2 \longrightarrow t_0 = 2\tau$$ دو برابر د)

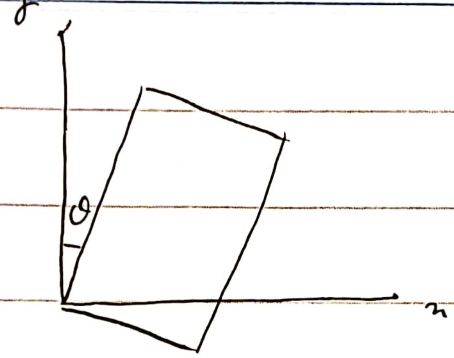
ARSH

IranPhO.ir

Scanned with CamScanner

سؤال 4 ـ الف)





$\tan\alpha = \sqrt{3} \longrightarrow \alpha = \frac{\pi}{3}$, $\theta = \omega t.$

① $0 \le t \le \frac{\pi}{3\omega}$, $\frac{\pi}{\omega} \le t \le \frac{4\pi}{3\omega}$; $\Phi = Ba^2\left(\sqrt{3} - \frac{1}{2}\tan\omega t\right).$

② $\frac{\pi}{3\omega} \le t \le \frac{\pi}{2\omega}$, $\frac{4\pi}{3\omega} \le t \le \frac{3\pi}{2\omega}$; $\Phi = \frac{3}{2} Ba^2 \cot\omega t.$

③ $\frac{\pi}{2\omega} \le t \le \frac{5\pi}{6\omega}$, $\frac{3\pi}{2\omega} \le t \le \frac{11\pi}{6\omega}$; $\Phi = -\frac{1}{2} Ba^2 \cot\omega t.$

④ $\frac{5\pi}{6\omega} \le t \le \frac{\pi}{\omega}$, $\frac{11\pi}{6\omega} \le t \le \frac{2\pi}{\omega}$; $\Phi = \sqrt{3}\,Ba^2\left(1 + \frac{\sqrt{3}}{2}\tan\omega t\right).$

ب)

$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt}$

① $0 \le t \le \frac{\pi}{3\omega}$, $\frac{\pi}{\omega} \le t \le \frac{4\pi}{3\omega}$; $\varepsilon = \frac{1}{2} Ba^2\omega \frac{1}{\cos^2\omega t}.$

② $\frac{\pi}{3\omega} \le t \le \frac{\pi}{2\omega}$, $\frac{4\pi}{3\omega} \le t \le \frac{3\pi}{2\omega}$; $\varepsilon = \frac{3}{2} Ba^2\omega \frac{1}{\sin^2\omega t}.$

③ $\frac{\pi}{2\omega} \le t \le \frac{5\pi}{6\omega}$, $\frac{3\pi}{2\omega} \le t \le \frac{11\pi}{6\omega}$; $\varepsilon = -\frac{1}{2} Ba^2\omega \frac{1}{\sin^2\omega t}.$

④ $\frac{5\pi}{6\omega} \le t \le \frac{\pi}{\omega}$, $\frac{11\pi}{6\omega} \le t \le \frac{2\pi}{\omega}$; $\varepsilon = -\frac{3}{2} Ba^2\omega \frac{1}{\cos^2\omega t}.$

IranPhO.ir

Scanned with CamScanner

پ)

① $\longrightarrow \quad \Phi = B_0 a^2 \cos\omega t\left(\sqrt{3} - \frac{1}{2}\tan\omega t\right) \longrightarrow \mathcal{E} = B_0 a^2 \omega\left(\sqrt{3}\sin\omega t + \frac{1}{2}\cos\omega t\right)$

② $\longrightarrow \quad \Phi = \frac{\sqrt{3}}{2} B_0 a^2 \cos\omega t \cot\omega t \longrightarrow \mathcal{E} = \frac{\sqrt{3}}{2} B_0 a^2 \omega\left[\cot\omega t \sin\omega t + \frac{\cos\omega t}{\sin^2\omega t}\right]$

③ $\longrightarrow \quad \Phi = -\frac{1}{2} B_0 a^2 \cos\omega t \cot\omega t \longrightarrow \mathcal{E} = -\frac{1}{2} B_0 a^2 \omega\left[\cot\omega t \sin\omega t + \frac{\cos\omega t}{\sin^2\omega t}\right]$

④ $\longrightarrow \quad \Phi = \sqrt{3} B_0 a^2\left(1 + \frac{\sqrt{3}}{2}\tan\omega t\right)\cos\omega t \longrightarrow \mathcal{E} = \sqrt{3} B_0 a^2 \omega\left(\sin\omega t - \frac{\sqrt{3}}{2}\cos\omega t\right)$

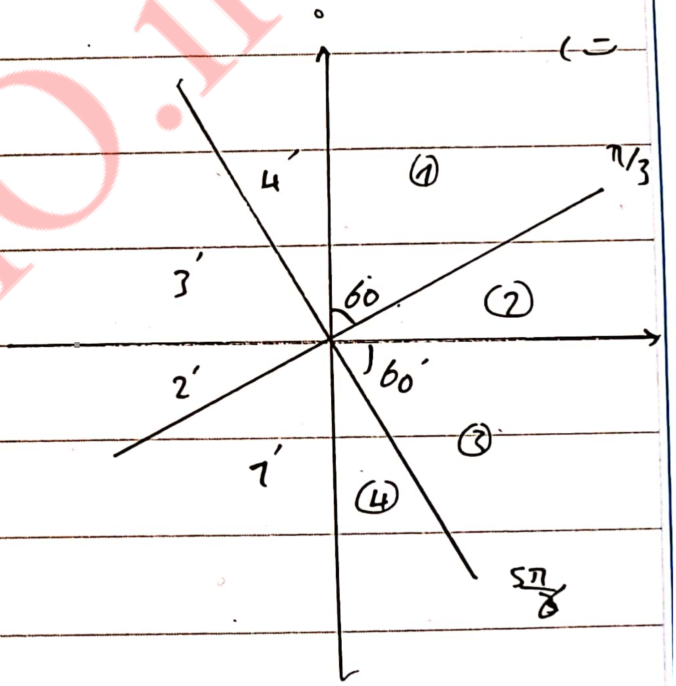
ت)

① $\longrightarrow \quad \mathcal{E} = B_0 a^2 \omega\left(\sqrt{3}\sin\theta + \frac{1}{2}\cos\theta\right)$

② $\longrightarrow \quad \mathcal{E} = \frac{\sqrt{3}}{2} B_0 a^2 \omega\left[\cos\theta + \frac{\cos\theta}{\sin^2\theta}\right]$

③ $\longrightarrow \quad \mathcal{E} = -\frac{1}{2} B_0 a^2 \omega\left[\cos\theta + \frac{\cos\theta}{\sin^2\theta}\right]$

④ $\longrightarrow \quad \mathcal{E} = \sqrt{3} B_0 a^2 \omega\left(\sin\theta - \frac{\sqrt{3}}{2}\cos\theta\right)$



در قسمت 1 پادساعتگرد _ در قسمت 2 پادساعتگرد _ در قسمت 3 پادساعتگرد _ قسمت 4 پادساعتگرد.

IranPhO.ir

Scanned with CamScanner

س5:

$\eta = \frac{3}{4}$ $\quad v = 150 \times 1.8 \left(\frac{km}{h}\right) = 270 \left(\frac{km}{h}\right) = 75 \frac{m}{s}$

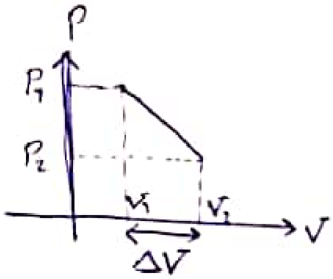
$m = 78 \times 10^3 (kg)$, $P_0 = 100\ kPa$, $P_1 = 1250\ kPa$, $P_2 = 500\ kPa$

$V_1 = 50\ m^3$, $T_1 = 500\ K$

الف:

$$(P_1 - P_0)\Delta V = \eta \frac{m v^2}{2} \Rightarrow \boxed{\Delta V = \frac{\eta m v^2}{2(P_1 - P_0)} = 33 (m^3)}$$

ب:



$$\eta \frac{m v^2}{2} = \int_{V_1}^{V_2} (P(V) - P_0)\, dV \ , \quad \int_{V_1}^{V_2} P(V)\, dV = \frac{(P_1 + P_2)}{2} \Delta V$$

$$\Rightarrow \boxed{\Delta V = \frac{\eta m v^2}{P_1 + P_2 - 2P_0} = 49 (m^3)}$$

پ:

$$P(V) = \frac{\Delta P}{\Delta V} V + a \qquad P(V_1) = P_1 \Rightarrow a = P_1 - \frac{\Delta P}{\Delta V} V_1$$

$$\Delta P = P_2 - P_1$$

$$\Rightarrow \boxed{P(V)_{(kPa)} = P_1 - \frac{\Delta P}{\Delta V} V_1 + \frac{\Delta P}{\Delta V} V = 2015 - 15.3 V}$$

ت:

$$PV = nRT \Rightarrow nR = \frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2}, \ V_2 = V_1 + \Delta V \Rightarrow \boxed{T_2 = T_1 \left(1 + \frac{\Delta V}{V_1}\right) \frac{P_2}{P_1} = 396 (K)}$$

$$T = \frac{T_1}{P_1 V_1} PV = \frac{T_1}{P_1 V_1} \left\{ \left(P_1 - \frac{\Delta P}{\Delta V} V_1\right) V + \frac{\Delta P}{\Delta V} V^2 \right\}$$

max و min $\ ax^2 + bx = \frac{-b^2}{4a}$

$$\Rightarrow \boxed{T_m = \frac{-T_1}{4 P_1 V_1} \frac{\left(P_1 - \frac{\Delta P}{\Delta V} V_1\right)^2}{\frac{\Delta P}{\Delta V}} = 530.5 (K)}$$

IranPhO.ir

Scanned with CamScanner

ج:

$$P_{(V)} = a + bV, \quad a = P_1 - \frac{\Delta P}{\Delta V} V_1 = 2015 \,(\text{kPa}), \quad b = \frac{\Delta P}{\Delta V} = -15.3 \left(\frac{\text{kPa}}{m^3}\right), \quad \frac{C_V}{R} = \frac{7}{2}$$

$$nC_V(T - T_1) = \Delta U = W + Q, \quad W = -\int_{V_1}^{V} P\,dV = -\frac{(P + P_1)(V - V_1)}{2}, \quad T - T_1 = \frac{PV - P_1V_1}{nR}$$

$$\Rightarrow Q = \frac{C_V}{R}(PV - P_1V_1) + \frac{(P_1 + P)(V - V_1)}{2} = \frac{7}{2}(a + bV)V + \frac{7}{2}P_1V_1 + \frac{aV + bV^2 - aV_1 - bVV_1 + P_1V - P_1V_1}{2}$$

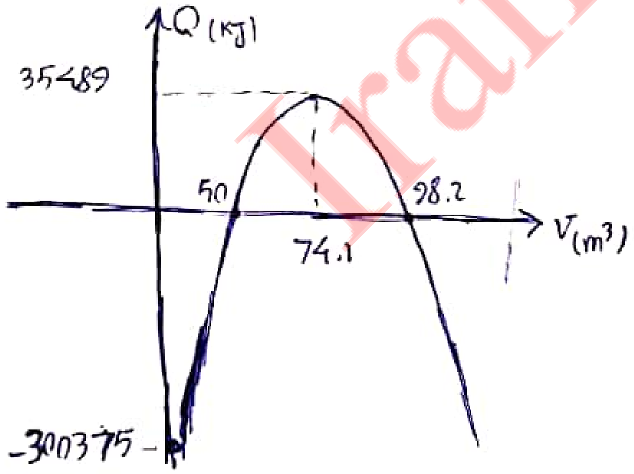
$$= 4(aV + bV^2) - 4P_1V_1 + \frac{P_1V}{2} - \frac{(aV_1 + bVV_1)}{2} \Rightarrow Q_{(V)} = 4bV^2 + V\left(4a + \frac{P_1}{2} - \frac{bV_1}{2}\right) - \frac{aV_1}{2} - 4P_1V_1$$

$$= \frac{4\Delta P}{\Delta V}V^2 + V\left(4P_1 - \frac{4\Delta P}{\Delta V}V_1 + \frac{P_1}{2} - \frac{\Delta P}{2\Delta V}V_1\right) - 4P_1V_1 - \frac{V_1}{2}\left(P_1 - \frac{\Delta P}{\Delta V}V_1\right)$$

$$\Rightarrow \boxed{\underset{(\text{kJ})}{Q_{(V)}} = \frac{4\Delta P}{\Delta V}V^2 + \frac{9}{2}V\left(P_1 - \frac{\Delta P\, V_1}{\Delta V}\right) - \frac{9P_1V_1}{2} + \frac{V_1^2}{2}\frac{\Delta P}{\Delta V} = -61.2V^2 + 9067.5V - 300375}$$

Q ریشه ; $V_1 = 50 \,(m^3)$ $\qquad Q_{max} \rightarrow V = 74.1 \,(m^3), \quad Q_{max} = 35489 \,(\text{kJ})$

$V = 98.2 \,(m^3)$

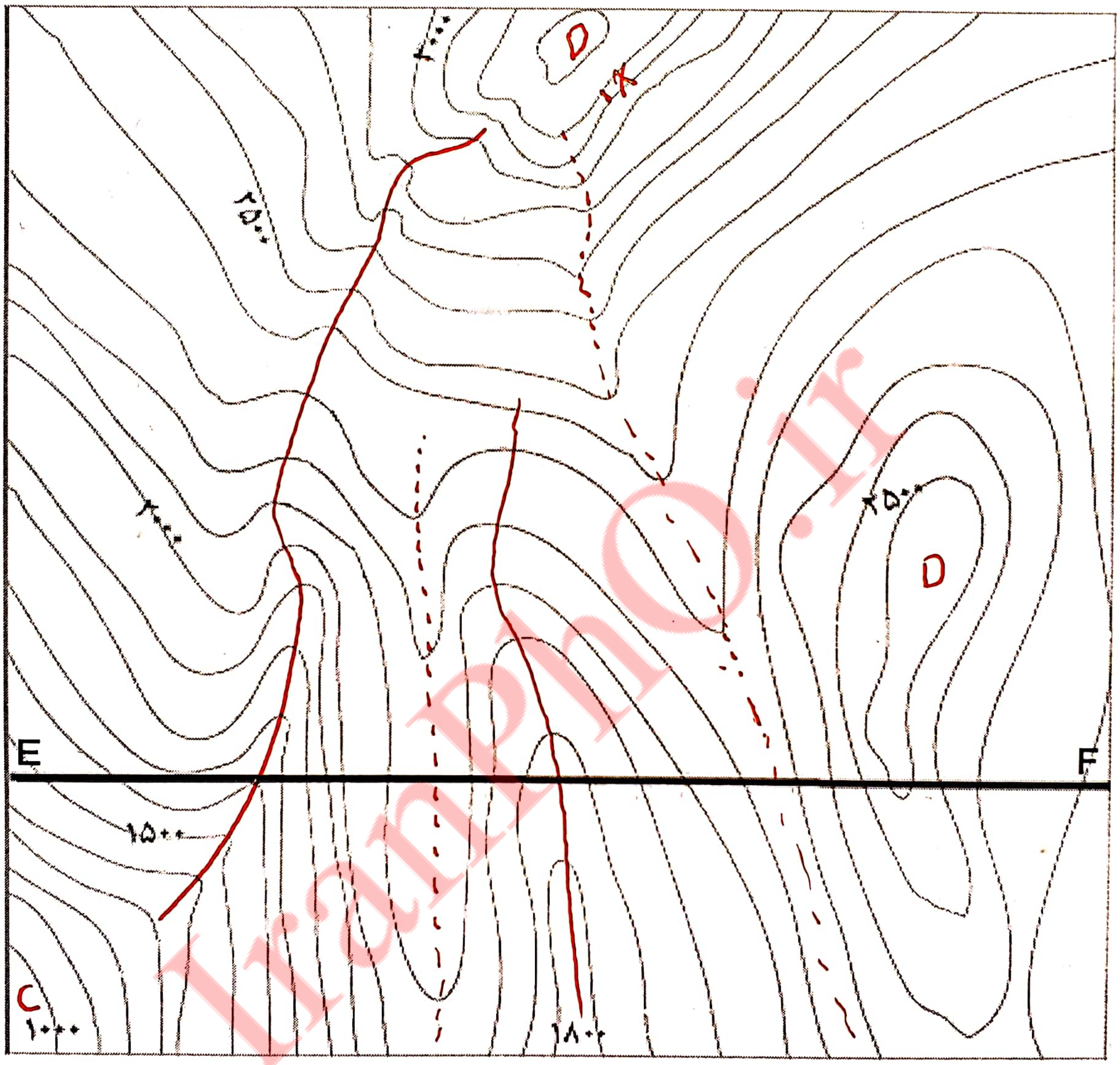


IranPhO.ir

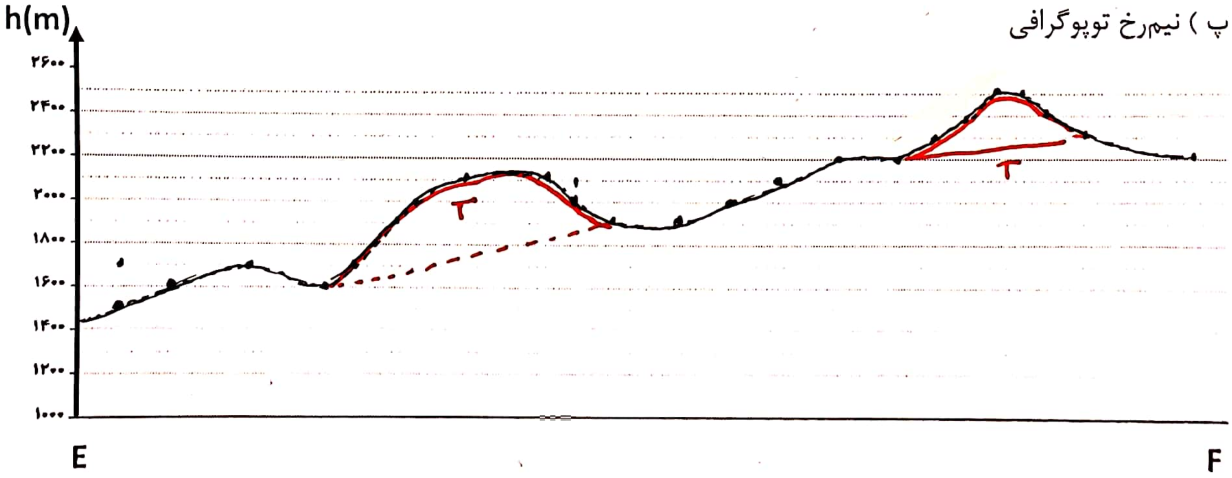
Scanned with CamScanner

این برگ قسمتی از پاسخ نامه است. دقت کنید که تصویر پاسخ نامه دچار خط‌خوردگی نشود.

هریک سانتی متر روی نقشه معادل ۲ کیلومتر واقعی است. ارتفاع‌های ذکرشده در نقشه برحسب متر است.



پ) نیم‌رخ توپوگرافی



Scanned with CamScanner

سؤال 6 : الف) شیب $= m_{max} = 2.5\times10^{-1}$, $h_c = 1.0\times10^{3}\ (m)$

سؤال 6 : الف) $\boxed{\text{شیب} = m_{max} \simeq 2.5\times10^{-1}}$, $h_c = 1.0\times10^{3}\ (m)$

ب) $P = f v \rightarrow f_{max} = \left(\frac{P}{v}\right)_{max}$, $P = \frac{1}{10}P_0$, $\left(\frac{P_0}{v}\right)_{max} = \frac{285\times735}{29\div3.6}$

در $\boxed{P = 285\ (hp)}$, $\boxed{v = 29\ (km/h)}$ $\rightarrow \boxed{f_{max} = 2.6\times10^{3}\ (N)}$.

پ) $f = mg\sin\theta \rightarrow \sin\theta_{max} = \frac{f_{max}}{mg} = 0.13$, $\sin\theta \ll 1$.

$\rightarrow \sin\theta \simeq \tan\theta \rightarrow \tan\theta_{max} = m_{max} = 0.13 = \boxed{1.3\times10^{-1} = \tan\theta}$

ج) $0.77\times0.13 = 1.0\times10^{-1}$, $0.1 = \frac{100}{\Delta x} \rightarrow \Delta x = 1\ km$.

پس اگر بین دو خط مجاور در خط EF کمتر از 0.5 (cm) $\rightarrow \Delta l_{min} = 0.5\ (cm)$.

فاصله باشد، آن قسمت باید حذف شود.

IranPhO.ir

Scanned with CamScanner

NOTE BOOK

$$\frac{dV}{dt}=\left(\frac{dV}{dl}\right)\cdot\left(\frac{dl}{dt}\right) \Rightarrow \boxed{R=QS}$$ آ)

$$\Rightarrow \Delta V=\frac{100}{S}R(S) \Rightarrow \frac{d\Delta V}{dS}=0 \Rightarrow \frac{R'}{S}-\frac{R}{S^2}=0 \Rightarrow \frac{dR}{dS}=\frac{R}{S}$$

پس در S_c ، $\frac{dR}{dS}$ با $\frac{R(S_c)}{S_c}$ برابر است و خط که $R=R'_{(S_c)}$ در این نقطه بر نمودار مماس می شود

در $S=S_c$: ب) $\boxed{S_c\approx 50\left(\frac{km}{h}\right)}$; $R'=\frac{375}{105}$

$$\Delta V_{min}=\frac{100}{S_c}R(S_c)=100R'(S_c)=\frac{2500}{7}\times10^{-5}\left(\frac{lit.h}{s}\right)=\frac{25\times36}{7}\times0.1 \text{ lit}$$

$\Rightarrow \boxed{\Delta V_{min}=12.86(lit)}$ پ) $\Delta V_{S_{max}}=\frac{100}{130}\times700\times3600\times10^{-5}(lit)$

$\Rightarrow \boxed{\Delta V_{S_{max}}=19.36(lit)}$ ت) $\Rightarrow$ مصرف سوخت حدود 50.61% افزایش می یابد.

نمودار R با زیاد شدن S جایی که با نقطه چین مشخص شده را $Q=\frac{R}{S}\times10^{-5}\times3600$

خواهد داشت، پس Q با زیاد شدن S به مقدار ثابتی میل خواهد کرد که برابر $\frac{700}{135-35}\times10^{-5}\times3600$

خواهد بود $\left(0.252\frac{lit}{km}\right)$.

نقاط محاسبه $\hat{S}$:	10	15	25	40	50	55	70	100	130
مقدار:	1.35	0.35	0.18	0.14	0.13	0.13	0.14	0.17	0.19

IranPhO.ir

Scanned with CamScanner

سؤال ۷) میزان مصرف سوخت خودروها با دو کمیت مختلف سنجیده می‌شود که یکی حجم سوخت مصرف شده بر واحد زمان، $R = \frac{dV}{dt}$، و دیگری حجم سوخت مصرف شده بر واحد طول طی شده، $Q = \frac{dV}{dl}$ است. نمودار زیر نشان دهنده رابطه بین کمیت R برای یک اتومبیل در جاده افقی و سرعت اتومبیل، S در حالت سرعت ثابت است. در تمام این سوال مقادیر عددی را با دو رقم با معنی ذکر کنید. نقطه پایان نمودار سرعت بیشینه است.

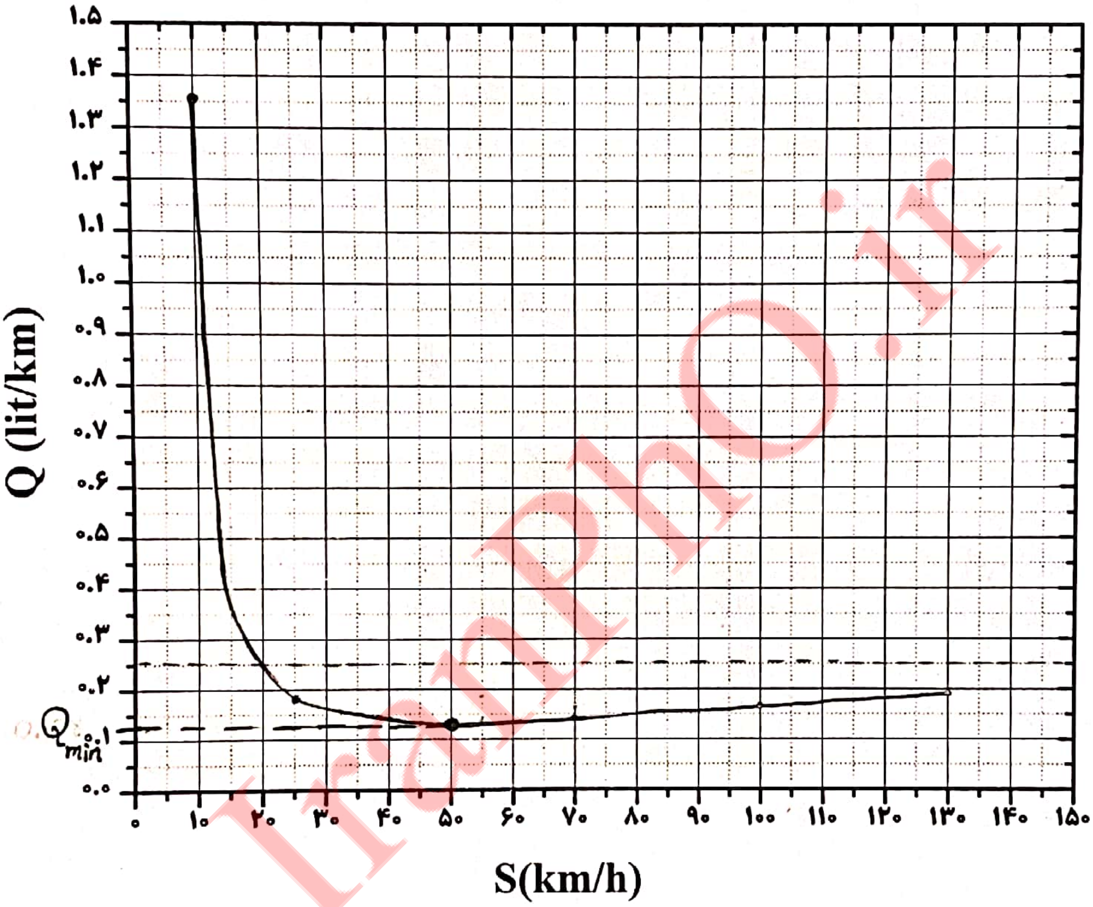
آ) رابطه‌ای بین S، Q و R بیابید.

ب) اتومبیلی با سرعت ثابت از شهری به شهر دیگر در یک مسیر افقی ۱۰۰ کیلومتری حرکت می‌کند. با چشم‌پوشی از متغیر بودن سرعت در ابتدا و انتهای حرکت، معلوم کنید اتومبیل با چه سرعتی مسیر را طی کند تا سوخت مصرف شده در کل مسیر کمترین مقدار ممکن باشد. این سرعت را S_c بنامید.

Scanned with CamScanner

این شکل جزء پاسخ سؤال ۷ است.

پاسخ بخش ث): نمودار مصرف سوخت اتومبیل (Q) بر حسب سرعت (S)



Scanned with CamScanner

$\frac{\Delta V}{\Delta t} = (1+\beta a)R$; $\Delta t\, a = \Delta S \Rightarrow \boxed{\Delta V = \frac{R}{a}(1+\beta a)\Delta S}$ ج)

$\Rightarrow k = 1 + 1.5\times 0.5 = 1.75 \Rightarrow \Delta V = \frac{1.75}{1.5} R\Delta S \times 10^{-5} \left(\frac{lit.km}{h.s}\right)\left(\frac{s^2}{m}\right)$

$\Rightarrow \Delta V = \frac{7}{6}\times\frac{0.01}{3600}\times R\Delta S \Rightarrow V_{tot} = \frac{7\times10^{-4}}{216}\times \sum R\Delta S = \frac{7\times10^{-4}}{216}\times\frac{(700+475)}{2}\times 30$

$\Rightarrow \boxed{V_{tot} = 0.057 \ lit}$ ج) $\sum R\Delta S$ مساحت زیر نمودار در $100 < S < 130$ است که آن را با ذوزنقه تقریب زدیم.

IranPhO.ir