طبقه بندی

Classification

General Steps Used to Extract Thematic Land-Cover Information from Digital Remote Sensor Data

State the nature of the land-cover classification problem.
- * Specify the geographic region of interest.
- * Define the classes of interest.
- * Determine if it is to be a hard or fuzzy classification.
- * Determine if it is to be a per-pixel or object-oriented classification.

Acquire appropriate remote sensing and initial ground reference data.
- * Select remotely sensed data based on the following criteria:
  - - Remote sensing system considerations
    - - Spatial, spectral, temporal, and radiometric resolution
  - - Environmental considerations
    - - Atmospheric, soil moisture, phenological cycle, etc.
- * Obtain initial ground reference data based on:
  - - A priori knowledge of the study area

Process remote sensor data to extract thematic information.
- * Radiometric correction (or normalization) (Chapter 6).
- * Geometric correction (Chapter 7).
- * Select appropriate image classification logic:
  - - Parametric (e.g., maximum likelihood, clustering)
  - - Nonparametric (e.g., nearest-neighbor, neural network)
  - - Nonmetric (e.g., rule-based decision-tree classifier)
- * Select appropriate image classification algorithm:
  - - Supervised, e.g.,
    - - Parallelepiped, minimum distance, maximum likelihood
    - - Others (hyperspectral matched filtering, spectral angle mapper – Chapter 11)
  - - Unsupervised, e.g.,
    - - Chain method, multiple-pass ISODATA
    - - Others (fuzzy *c*-means)
  - - Hybrid involving artificial intelligence (Chapter 10)
    - - Expert system decision-tree, neural network
- * Extract data from initial training sites (if required).
- * Select the most appropriate bands using feature selection criteria:
  - - Graphical (e.g., cospectral plots)
  - - Statistical (e.g., transformed divergence, TM-distance)
- * Extract training statistics and rules based on:
  - - Final band selection (if required), and/or
  - - Machine-learning (Chapter 10)
- * Extract thematic information:
  - - For each pixel or for each segmented image object (supervised)
  - - Label pixels or image objects (unsupervised)

Perform accuracy assessment (Chapter 13).
- * Select method:
  - - Qualitative confidence-building
  - - Statistical measurement
- * Determine number of samples required by class.
- * Select sampling scheme.
- * Obtain ground reference test information.
- * Create and analyze error matrix:
  - - Univariate and multivariate statistical analysis.

Accept or reject previously stated hypothesis.
Distribute results if accuracy is acceptable.

General Steps Used to Extract Thematic Land-Cover Information from Digital Remote Sensor Data

State the nature of the land-cover classification problem.
* Specify the geographic region of interest.
* Define the classes of interest.
* Determine if it is to be a hard or fuzzy classification.
* Determine if it is to be a per-pixel or object-oriented classification.

Acquire appropriate remote sensing and initial ground reference data.
* Select remotely sensed data based on the following criteria:
  - Remote sensing system considerations
    - Spatial, spectral, temporal, and radiometric resolution
  - Environmental considerations
    - Atmospheric, soil moisture, phenological cycle, etc.
* Obtain initial ground reference data based on:
  - A priori knowledge of the study area

Process remote sensor data to extract thematic information.
* Radiometric correction (or normalization) (Chapter 6).
* Geometric correction (Chapter 7).
* Select appropriate image classification logic:
  - Parametric (e.g., maximum likelihood, clustering)
  - Nonparametric (e.g., nearest-neighbor, neural network)
  - Nonmetric (e.g., rule-based decision-tree classifier)
* Select appropriate image classification algorithm:
  - Supervised, e.g.,
    - Parallelepiped, minimum distance, maximum likelihood
    - Others (hyperspectral matched filtering, spectral angle mapper – Chapter 11)

- Parallelepiped, minimum distance, maximum likelihood
- Others (hyperspectral matched filtering, spectral angle mapper – Chapter 11)

- Unsupervised, e.g.,
  - Chain method, multiple-pass ISODATA
  - Others (fuzzy *c*-means)
- Hybrid involving artificial intelligence (Chapter 10)
  - Expert system decision-tree, neural network

* Extract data from initial training sites (if required).
* Select the most appropriate bands using feature selection criteria:
  - Graphical (e.g., cospectral plots)
  - Statistical (e.g., transformed divergence, TM-distance)
* Extract training statistics and rules based on:
  - Final band selection (if required), and/or
  - Machine-learning (Chapter 10)
* Extract thematic information:
  - For each pixel or for each segmented image object (supervised)
  - Label pixels or image objects (unsupervised)

Perform accuracy assessment (Chapter 13).

* Select method:
  - Qualitative confidence-building
  - Statistical measurement
* Determine number of samples required by class.
* Select sampling scheme.
* Obtain ground reference test information.
* Create and analyze error matrix:
  - Univariate and multivariate statistical analysis.

Accept or reject previously stated hypothesis.
Distribute results if accuracy is acceptable.

طبقه بندی با نظارت

در طبقه بندی با نظارت (*supervised classification*) ، نوع و مکان برخي از انواع پوششهاي زمين (land-cover types) مثل منطقه شهری ، کشاورزی و آب از قبل (a priori) شناخته شده هستند. اين شناخت از ترکيبي از کار ميداني ، تفسير عکسهای هوايي ، تجزيه و تحليل نقشه ها ، و تجربه شخصي قابل حصول است. کاربر لازمست مکانهای مخصوصي را در داده های تصويری که نماينده مناطق يکدستي (homogeneous) از اين پوششهاي زمين (land-cover types) شناخته شده هستند را معين کند. اين مکانها را بدليل خصوصيات طيفي آنها در آموزش الگوريتم طبقه بندی برای تهيه نقشه نهايي ، معمولا مناطق آموزشي (*training sites*) مينامند. ابتدا پارامترهای آماری يک متغيره و چند متغيره مثل ميانگين ، انحراف معيار ، ماتريسهای کوواريانس ، ماتريسهای همبستگي ، و غيره برای هر منطقه آموزشي محاسبه ميگردند. سپس هر پيکسل (چه در داخل و چه در خارج منطقه آموزشي) مورد ارزيابي قرار گرفته و بکلاسي داده ميشود که آن پيکسل دارای بيشترين احتمال برای عضويت در آن کلاس باشد.

طبقه بندی بدون نظارت

در طبقه بندی بدون نظارت (*unsupervised classification*) ، نوع و مکان انواع پوششهاي زمين (land-cover types) که قرار است بعنوان کلاس تعیین شوند معمولا از قبل شناخته شده نیستند. دلیل این امر در اینستکه اطلاعات زميني مرجع یا وجود ندارند و یا عوارض سطح زمین در صحنه تصویر برداری شده ، خوب تعریف نشده اند. بنابراین از کامپیوتر خواسته میشود که پیکسلهای دارای خصوصیات طیفي مشابه از لحاظ برخي معیارهای آماری معین را در یک خوشه واحد گروه بندی کند. سپس ، کاربر خوشه های طیفي را برچسب گذاری (re-label) کرده و آنها را ترکیب (combine) کرده و در کلاسهای اطلاعات قرار میدهد.

انتخاب مناطق آموزشي و استخراج آمار آنها

داده های مناطق آموزشي (*training site*) را ميتوان با روشهای زير بدست آورد:

- جمع آوری اطلاعات ميداني (*in situ*) از نوع پوشش زمين بهمراه ثبت طول وعرض جغرافيايي
- انتخاب داده های آموزشي از طريق رسم پلي گون بر روی تصوير در مانيتور
- گسترش (seeding) داده های آموزشي بر روی تصوير در مانيتور

انتخاب مناطق آموزشي و استخراج آمار آنها

هر پيكسل در منطقه آموزشي به يک كلاس بخصوص (C) تعلق دارد. اين پيكسل را ميتوان با يک بردار اندازه گيری (*measurement vector*) بنام X_c نشان داد كه در آن $BV_{i,j,k}$ عبارتست از مقدار پيكسل i,j ام در باند k.

$$X_c = \begin{bmatrix} BV_{i,j,1} \\ BV_{i,j,2} \\ BV_{i,j,3} \\ . \\ . \\ BV_{i,j,k} \end{bmatrix}$$

انتخاب مناطق آموزشي و استخراج آمار آنها

از مقدار هر پیکسل در هر باند در منطقه آموزشي هر کلاس میتوان یک بردار اندازه گیری میانگین (*mean measurement vector*) بنام M_c برای همان کلاس بوجود آورد که در آن μ_{ck} عبارتست از مقدار میانگین داده های جمع آوری شده برای کلاس c در باند k.

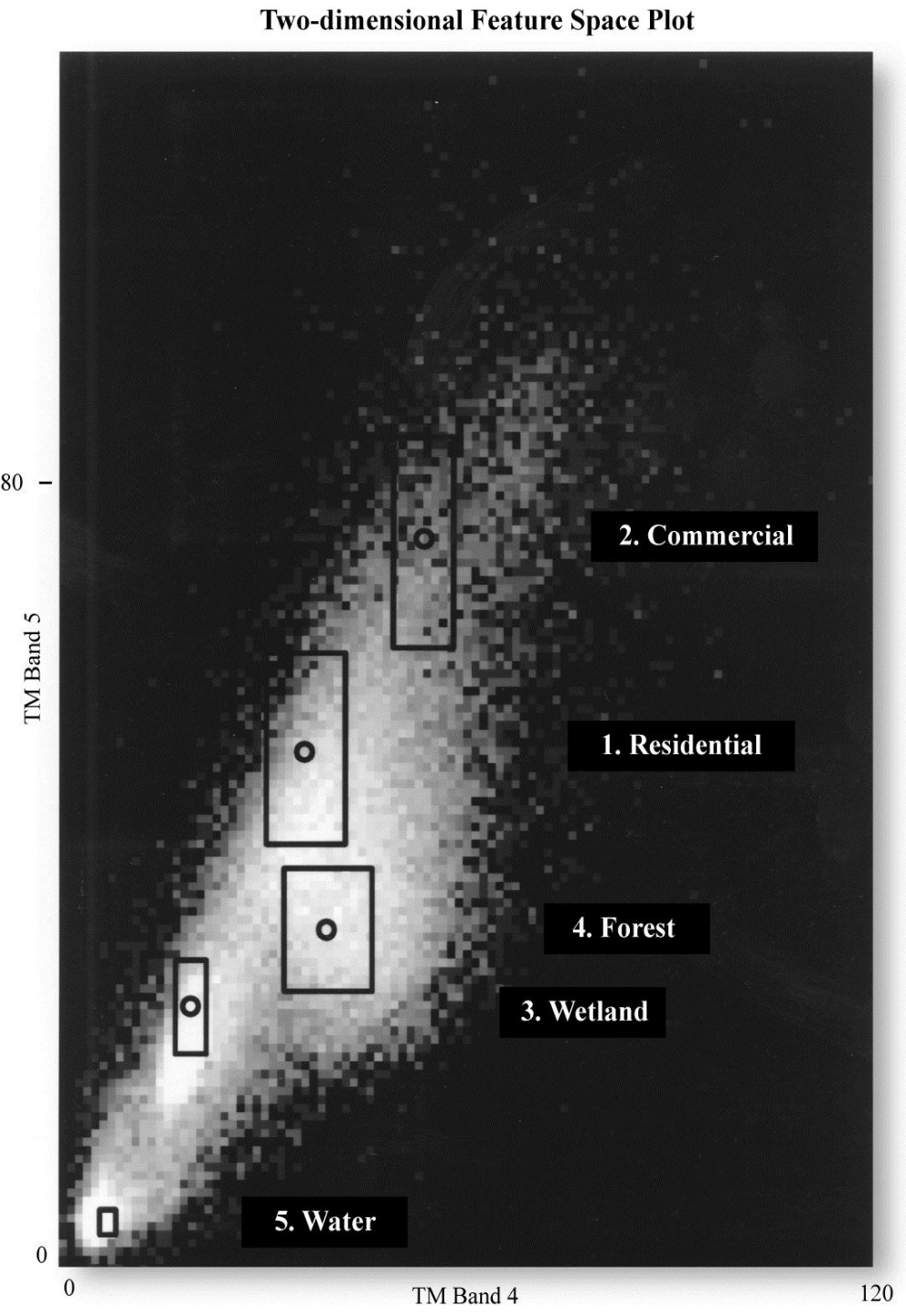
$$M_c = \begin{bmatrix} \mu_{c1} \\ \mu_{c2} \\ \mu_{c3} \\ . \\ . \\ \mu_{ck} \end{bmatrix}$$

انتخاب مناطق آموزشي و استخراج آمار آنها

از بردار اندازه گیری خام میتوان ماتریس کوواریانس برای کلاس c ایجاد کرد که در آن COV_{ckl} عبارتست کوواریانس کلاس c بین باندهای k و l که ماتریس کوواریانس برای کلاس c با V_c نشان داده میشود.

$$V_c = V_{ckl} = \begin{bmatrix} \mathrm{COV}_{c11}\ \mathrm{COV}_{c12} \cdots \mathrm{COV}_{c1n} \\ \mathrm{COV}_{c21}\ \mathrm{COV}_{c22} \cdots \mathrm{COV}_{c2n} \\ . \\ . \\ \mathrm{COV}_{cn1}\ \mathrm{COV}_{cn2} \cdots \mathrm{COV}_{cnn} \end{bmatrix}$$

انتخاب مناطق آموزشي
و استخراج آمار آنها



Plot of the Charleston, SC, Landsat TM training statistics for five classes measured in bands 4 and 5 displayed as cospectral parallelepipeds. The upper and lower limit of each parallelepiped is $\pm 1\sigma$.

The parallelepipeds are superimposed on a feature space plot of bands 4 and 5.

الگوریتم طبقه بندی متوازی السطوح

Parallelepiped Classification Algorithm

الگوریتم طبقه بندی متوازی السطوح یکي از روشهای طبقه بندی تصاویر رقومی است. این روش بر اساس قاعده تصمیم گیری (decision rule) و با استفاده از منطق بولي "و/یا" (*Boolean "and/or" logic*) است. داده های اموزشي در n باند طیفي برای انجام طبقه بندی مورد استفاده قرار میگیرند. مقادیر روشنایي هر پیکسل در تصویر چند طیفي برای ایجاد یک بردار n بعدی

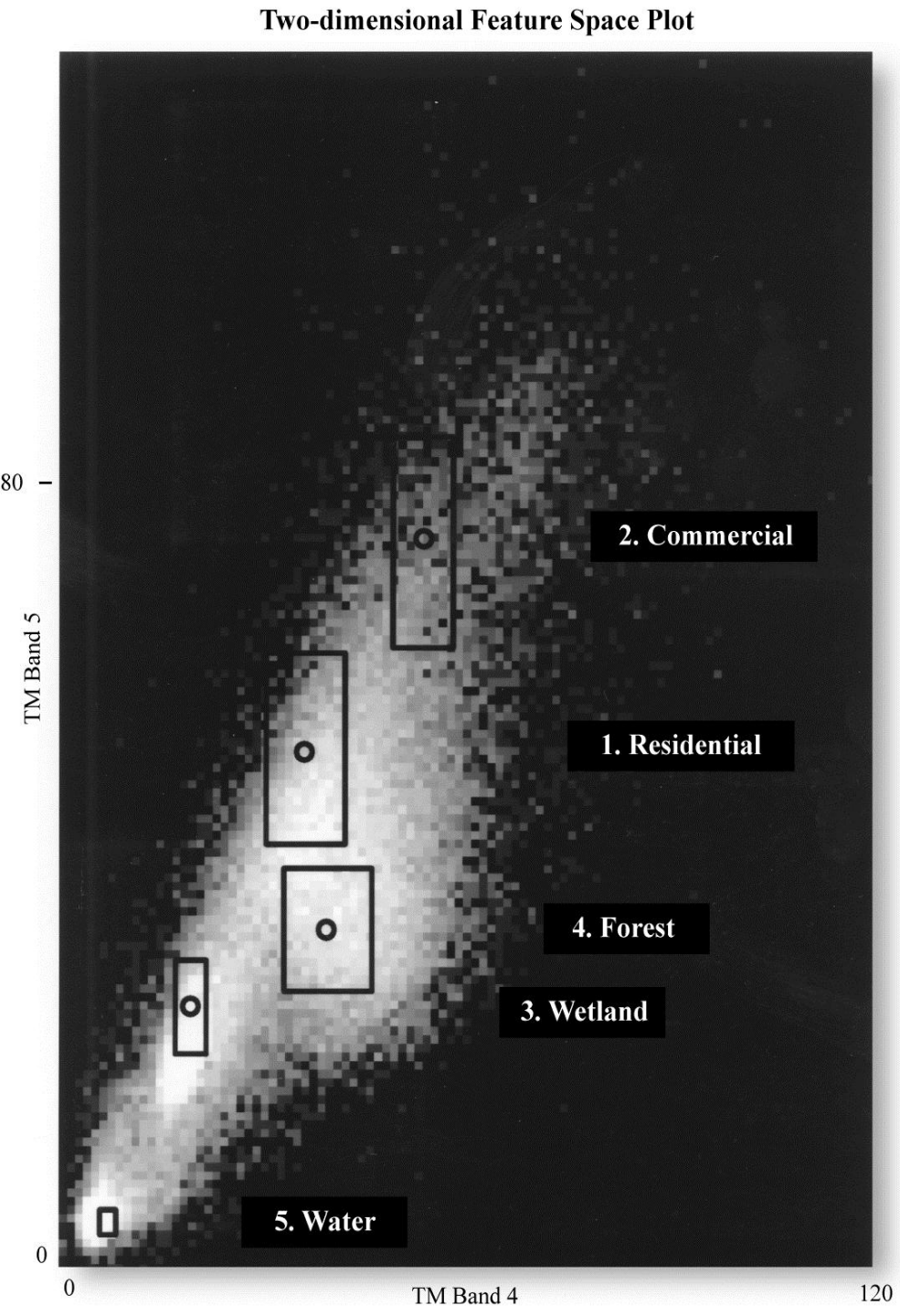
$$M_c = (\mu_{c1}, \mu_{c2}, \mu_{c3}, \ldots, \mu_{cn})$$

که در آن μ_{ck} میانگین داده های آموزشي بدست آمده برای کلاس c در باند k در m کلاس ممکنه است .از انحراف معیار σ_{ck} داده های آموزشي

$$S_c = (\sigma_{c1}, \sigma_{c2}, \sigma_{c3}, \ldots, \sigma_{cn})$$

برای تعیین مرز بالایي و پایيني متوازی السطوح در کلاس c در باند k در m کلاس ممکنه استفاده میشود.

در این مثال با استفاده از داده های آموزشي از باندهای ۴ و ۵ ، کلاسهای تصویرنشان داده خواهند شد.



Using a one-standard deviation threshold (as shown in the figure), a parallelepiped algorithm decides BV_{ijk} is in class c if, and only if:

$$\mu_{ck} - \sigma_{ck} \le BV_{ijk} \le \mu_{ck} + \sigma_{ck}$$

where

$c = 1, 2, 3, \ldots, m,$ number of classes, and

$k = 1, 2, 3, \ldots, n,$ number of bands.

Therefore, if the low and high decision boundaries are defined as:

$$L_{ck} = \mu_{ck} - \sigma_{ck}$$

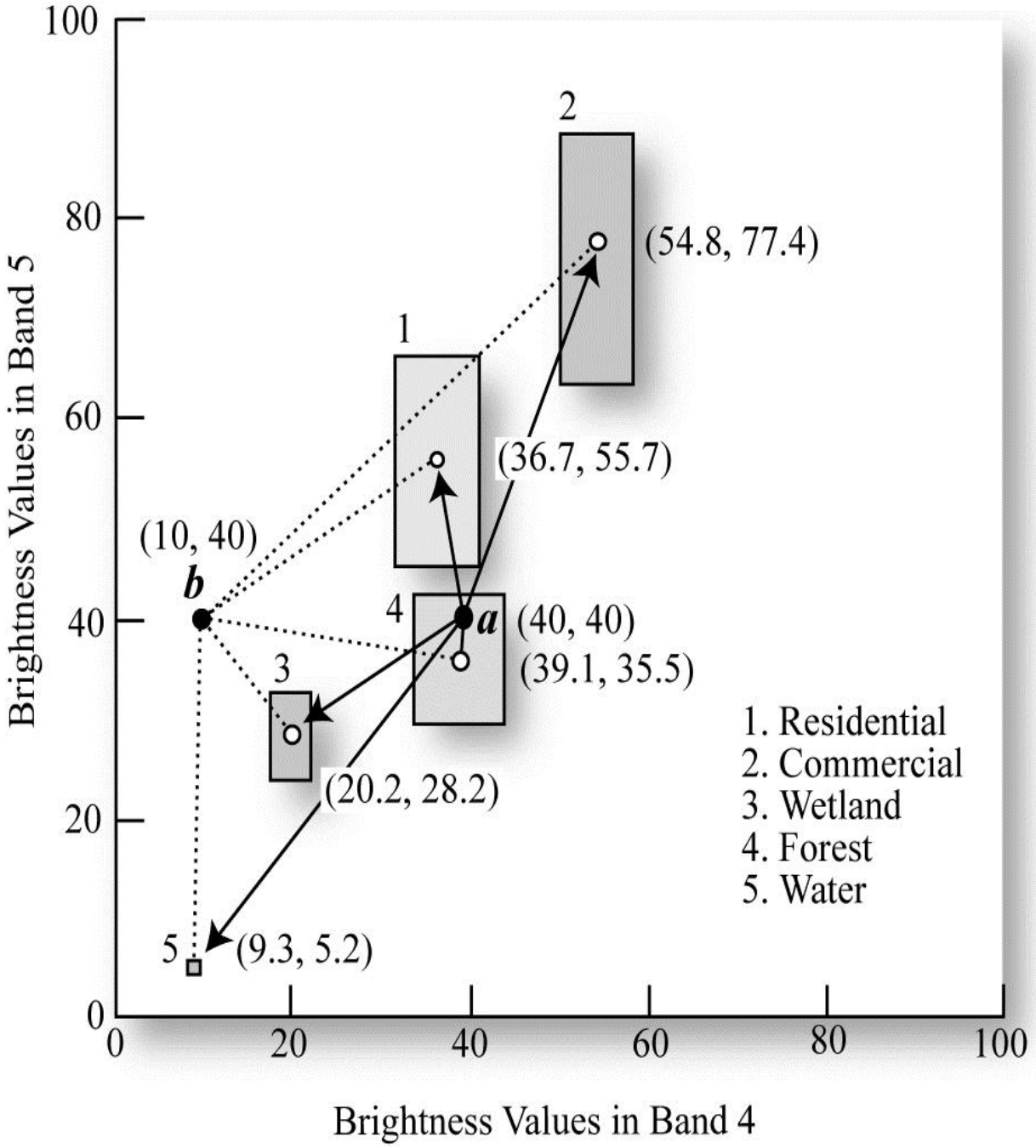
and

$$H_{ck} = \mu_{ck} + \sigma_{ck}$$

the parallelepiped algorithm becomes $L_{ck} \le BV_{ijk} \le H_{ck}$

	μ	σ
Class R: B_4	36.7	4.53
Class R: B_5	55.7	10.72
Class C: B_4	54.8	3.88
Class C: B_5	77.4	11.16
Class WL:B_4	20.2	1.88
Class WL:B_5	28.2	4.31
Class F: B_4	39.1	5.11
Class F: B_5	35.5	6.41
Class W: B_4	9.3	0.56
Class W: B_5	5.2	0.71

Points *a* and *b* are pixels in the image to be classified. Pixel *a* has a brightness value of 40 in band 4 and 40 in band 5. Pixel *b* has a brightness value of 10 in band 4 and 40 in band 5. The boxes represent the *parallelepiped* decision rule associated with a ±1s classification. The vectors (*arrows*) represent the distance from *a* and *b* to the mean of all classes in a *minimum distance to means* classification algorithm. Refer to the results of classifying points *a* and *b* using both classification techniques.



			$L_{ck} <= a <= H_{ck}$	$L_{ck} <= b <= H_{ck}$
Class R: B4	36.7- 4.53=31.27	36.7+ 4.53=41.23	Y	N
Class R: B5	55.7-10.72=44.98	55.7+10.72=66.42	N	N
Class C: B4	54.8 - 3.88=50.92	54.8+ 3.88=58.68	N	N
Class C: B5	77.4-11.16=66.24	77.4+11.16=88.56	N	N
Class WL:B4	20.2 - 1.88=18.32	20.2+ 1.88=22.08	N	N
Class WL:B5	28.2- 4.31=23.89	28.2+ 4.31=32.51	N	N
Class F: B4	39.1- 5.11=33.99	39.1 + 5.11=44.21	Y	Y
Class F: B5	35.5 - 6.41=29.09	35.5 + 6.41=41.91	Y	N
Class W: B4	9.3 - 0.56= 8.74	9.3 + 0.56= 9.86	-	N
Class W: B5	5.2 - 0.71= 4.49	5.2 + 0.71= 5.91	-	N

Then pixel *a* belongs to Forest class
and Pixel *b* belongs to none of classes

الگوریتم طبقه بندی حداقل فاصله نسبت به میانگین

Minimum Distance to Means Classification Algorithm

الگوریتم طبقه بندی حداقل فاصله نسبت به میانگین ، یکي از ساده ترین روشهای طبقه بندی تصاویر رقومی است. اگر این روش به درستی اجرا گردد می تواند نتایج طبقه بندی دقیقی که قابل مقایسه با سایر روشهای طبقه بندی پیچیده است تولید نماید. در این روش همانند الگوریتم متوازی السطوح لازم است کاربر بردار میانگین را برای هر کلاس در هر باند از داده های آموزشی محاسبه کند. برای انجام روش طبقه بندی حداقل فاصله ، یک برنامه باید فاصله هر بردار میانگین μ_{ck} را از هر پیکسل ناشناخته (BV_{ijk}) محاسبه کند. این امکان وجود دارد که فاصله با استفاده از روش فاصله اقلیدوسی یا بر اساس روش "round the block" محاسبه کند. در این بحث نیز از مثال قبلی برای اندازه گیری فاصله اقلیدوسی دو پیکسل a و b استفاده شده است.

الگوریتم طبقه بندی حداقل فاصله نسبت به میانگین

محاسبه فاصله اقلیدسی از نقطه (40, 40) a تا میانگین کلاس ۱ در باندهای ۴ و ۵ به ترتیب ۷/۳۶ و ۷/۵۵ با استفاده از فرمول زیر شده است.

$$Dist = \sqrt{\left(BV_{ijk} - \mu_{ck}\right)^2 + \left(BV_{ijl} - \mu_{cl}\right)^2}$$

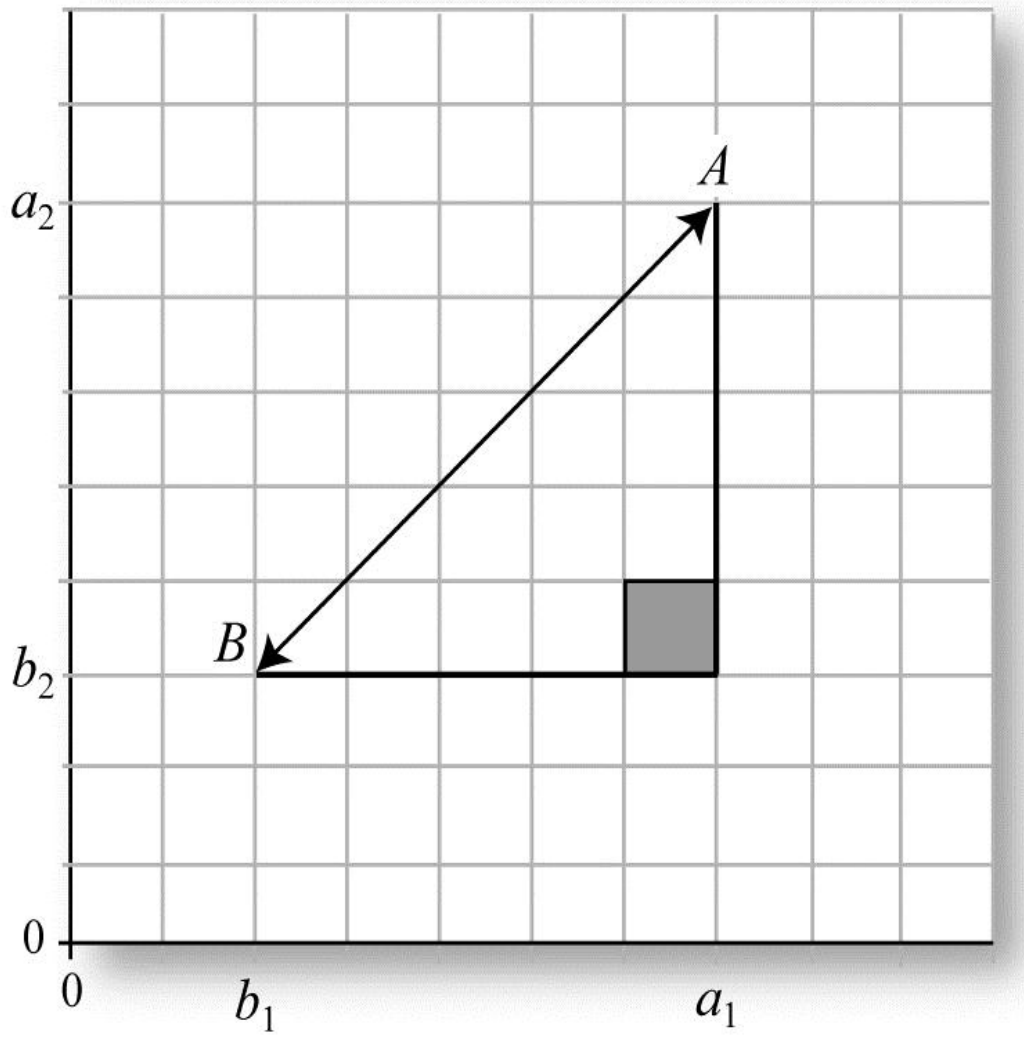
که در آن μ_{ck} و μ_{cl} نشان دهنده بردارهای میانگین برای کلاس c در باندهای k و l هستند. در این مثال برای کلاس ۱ خواهیم داشت:

$$Dist_{a\ to\ class\ 1} = \sqrt{\left(BV_{ij4} - \mu_{1,4}\right)^2 + \left(BV_{ij5} - \mu_{1,5}\right)^2}$$

فاصله از نقطه a تا میانگین کلاس ۲ در همین دو باند عبارت خواهد بود از:

$$Dist_{a\ to\ class\ 2} = \sqrt{\left(BV_{ij4} - \mu_{2,4}\right)^2 + \left(BV_{ij5} - \mu_{2,5}\right)^2}$$

باید توجه داشت که اندیس ها برای کلاس c از ۱ به ۲ تغییر یافته است. با محاسبه فاصله اقلیدسی از نقطه a تا میانگین همه کلاسها (۵ کلاس)، این امکان وجود دارد که کوتاهترین فاصله را بتوان تعیین کرد.



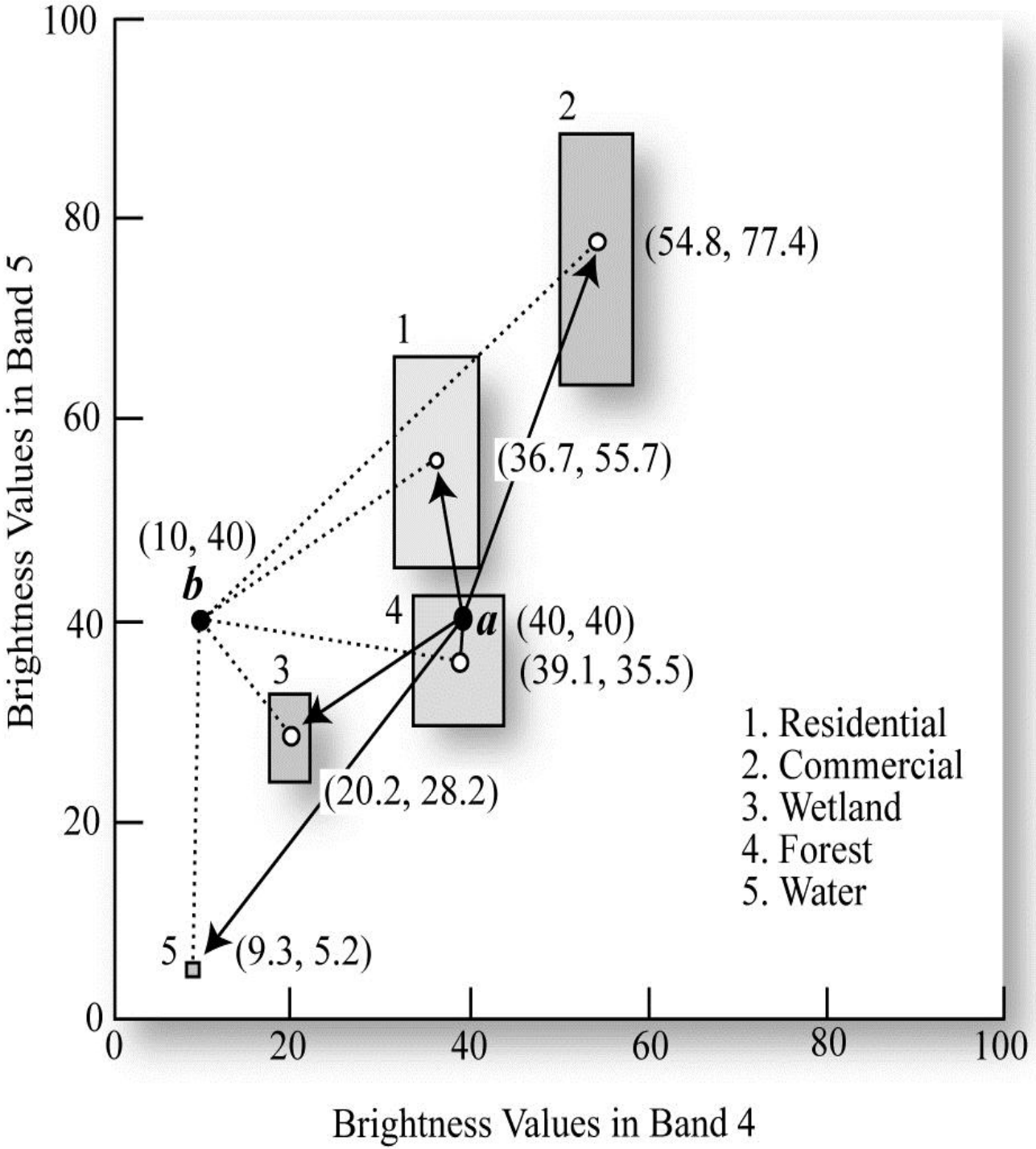
Euclidean distance

$$D_{AB} = \sqrt{\sum_{i=1}^{2} (a_i - b_i)^2}$$

Round the block distance

$$D_{AB} = \sum_{i=1}^{2} |(a_i - b_i)|$$

The distance used in a *minimum distance to means* classification algorithm can take two forms:
the Euclidean distance based on the Pythagorean theorem and
the "round the block" distance.
The Euclidean distance is more computationally intensive.


100
80
60
40
20
0
0
20
40
60
80
100
Brightness Values in Band 5
Brightness Values in Band 4
2
1
4
3
5
(54.8, 77.4)
(36.7, 55.7)
(10, 40)
b
a
(40, 40)
(39.1, 35.5)
(20.2, 28.2)
(9.3, 5.2)
1. Residential
2. Commercial
3. Wetland
4. Forest
5. Water

الگوریتم طبقه بندی حداکثر احتمال

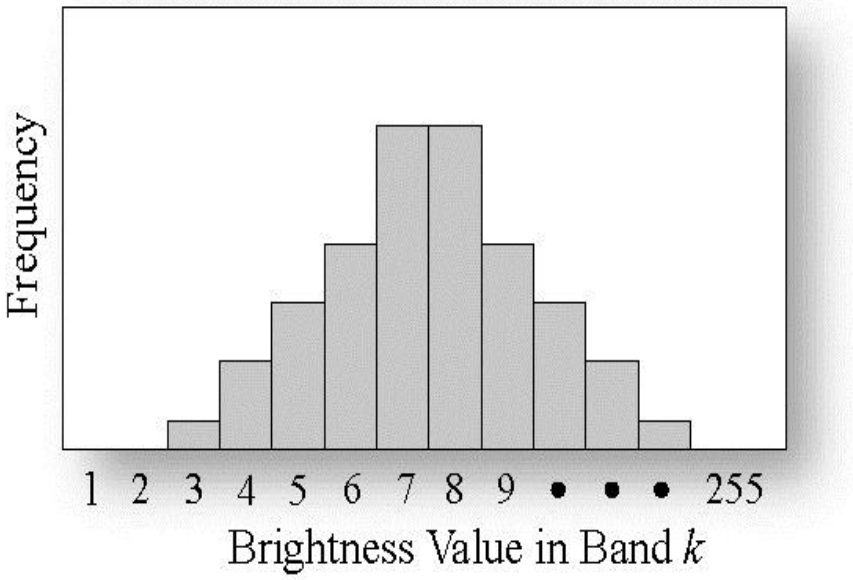
Maximum Likelihood Classification Algorithm

روشهای طبقه بندی که تا اینجا بحث شده اند بر اساس تعیین مرزهای تصمیم گیری در فضای عارضه (باند) و بر اساس فاصله (distance) طیفی کلاس آموزشی هستند. قاعده تصمیم گیری طبقه بندی حداکثر احتمال مبتنی بر احتمال (probability) می باشد. این روش ، هر پیکسل دارای الگوی اندازه گیری X را به کلاس i نسبت می دهد در صورتی که آن بردار X دارای بیشترین احتمال شباهت به آن کلاس باشد. به عبارت دیگر ، طبقه بندی حداکثر احتمال ، احتمال تعلق یک پیکسل به یک مجموعه از کلاس های m گانه که از پیش تعیین شده اند را محاسبه کرده و سپس پیکسل را به کلاسی میدهد که در آن مقدار احتمال ، ماکزیمم باشد. روش طبقه بندی حداکثر احتمال هنوز یکی از پرکاربردترین الگوریتم های طبقه بندی با نظارت است.

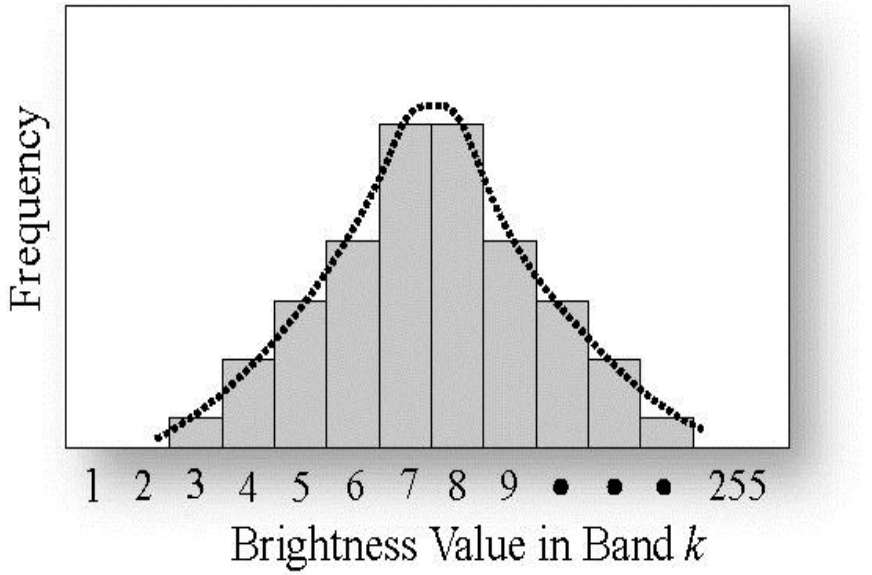
در فرایند طبقه بندی حداکثر احتمال فرض بر این است که داده های آماری آموزشی برای هر کلاس در هر باند ، به صورت نرمال (Gaussian) توزیع شده اند. بنابراین داده های آموزشی با هیستوگرام های ۲ یا n مدی در یک باند منفرد ، مناسب نیستند. در چنین شرایطی هر یک از مدها احتمالا" نماینده کلاس های جداگانه ای هستند و لازم است نرم افزار طبقه بندی کننده برای آنها مجددا آموزش داده شود. به این ترتیب ، هیستوگرام های تک مدی با توزیع گاوسی که شرط توزیع نرمال را برآورده میکند بوجود میآید.

اما چگونه می توان اطلاعات احتمال مورد نیاز را از داده های جمع آوری شده آموزشی بدست آورد. پاسخ وابسته خواهد بود به توابع چگالي احتمال (*probability density functions*). این مفهوم را می توان با استفاده از داده های آموزشی مربوط به یک کلاس در یک باند توضیح داد.

به عنوان مثال هیستوگرام فرضی داده های آموزشی جنگل را در باند k در نظر می گیریم. لازمست این هیستوگرام در کامپیوتر ذخیره شود. اما یک راه حل بهتر این است که این هیستوگرام را تقریب بزنیم. این تقریب میتواند یک منحنی (تابع) چگالي احتمال به صورتی که در زیر نشان داده شده ، باشد.



a. Histogram (data frequency distribution) of forest training data in a single band *k*.



b. Data distribution approximated by a normal probability density function.

تابع چگالي احتمال محاسبه شده برای کلاس w_i (مثلا" جنگل) با استفاده از معادله زیر بدست می آید:

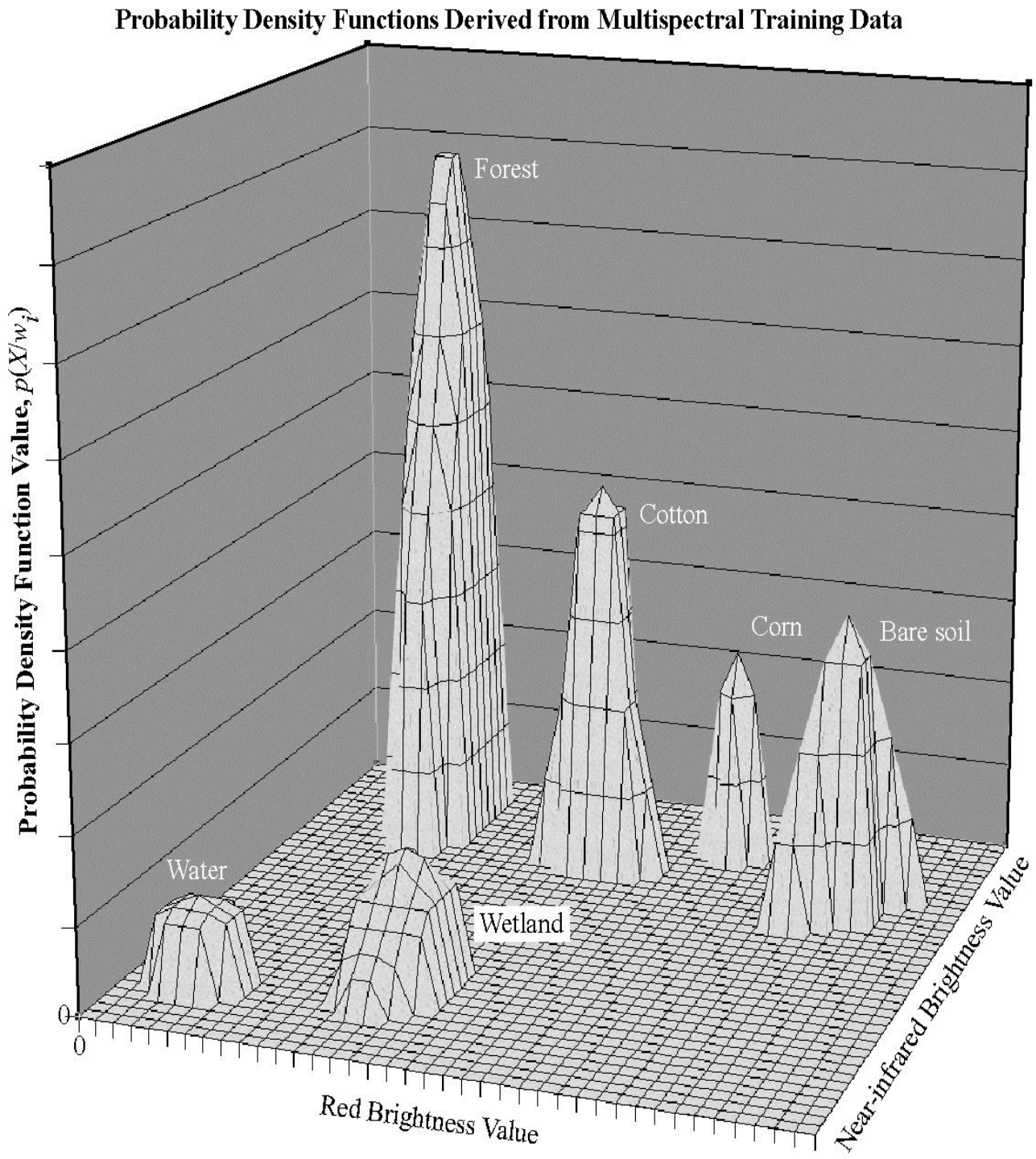
$$p(x \mid w_i) = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{1}{2}} \sigma_i} \exp\left[-\frac{1}{2} \frac{(x-\mu_i)^2}{\sigma_i^{\,2}} \right]$$

که در آن $\exp[\ ]$ عبارت است از e (پایه لگاریتم طبیعی) به توان مقدار مورد نظر ، x عبارت است از مقدار یک پیکسل در محور x. عبارت است از میانگین محاسبه شده برای تمام مقادیر پیکسل های آموزشی کلاس جنگل ، و $\hat{\mu}_i$ عبارت است از واریانس محاسبه شده برای کلیه پیکسل های این کلاس. بنابراین کافیست میانگین و واریانس هر یک از کلاس های آموزشی را برای محاسبه تابع احتمال ذخیره کنیم. $\hat{\sigma}_i^{\,2}$

اما در صورتی که داده های آموزشی ، در چند باند تهیه شده باشند لازمست تابع چگالي نرمال چند متغیره n بعدی ، با استفاده از رابطه زیر محاسبه شود:

$$p(X \mid w_i) = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{n}{2}} |V_i|^{\frac{1}{2}}} \exp\left[-\frac{1}{2}(X - M_i)^T V_i^{-1}(X - M_i)\right]$$

که در آن $|V_i|$ عبارتست از دترمینان ماتریس کوواریانس ، V_i^{-1} عبارتست از معکوس ماتریس کوواریانس و $(X - M_i)^T$ عبارتست از ترانهاده بردار $(X - M_i)$. بردارهای میانگین (Mi) و ماتریس کوواریانس (Vi) برای هر کلاس با استفاده از داده های آموزشی محاسبه می شوند.



به عنوان مثال شکل مقابل را در نظر می گیریم که در آن تابع چگالي احتمال ۲ متغیره از ۶ کلاس فرضی از باندهای قرمز و مادون قرمز نزدیک در فضای عارضه (باند) نشان داده شده است. علت اینکه به آن ۲ متغیره می گوییم اینست که دو باند در آنها مورد استفاده قرار گرفته است. توجه کنید که چگونه مقادیر تابع چگالي احتمال به صورت توزیع نرمال ظاهر شده اند. محور عمودی نیز نشان دهنده احتمال عضویت یک پیکسل ناشناخته X به یکی از کلاس ها می باشد. بعبارت دیگر اگر یک بردار اندازه گیری ناشناخته ای ، دارای چنان مقدار روشنايي باشد که در منطقه جنگل قرار گیرد ، آن بردار دارای احتمال بالايي برای تعلق به کلاس جنگل است.

اگر فرض کنیم که m کلاس داریم بنابراین $p(X/w_i)$ عبارتست از تابع چگالي احتمال مربوط به بردار اندازه گیری ناشناخته X با فرض اینکه X ، الگويي در يكي از كلاسهاى w_i باشد. در این حالت قاعده تصمیم گیری حداکثر احتمال تبدیل میشود به:

Decide $X \in w_i$ if, and only if,

$$p(X \mid w_i) \cdot p(w_i) \geq p(X \mid w_j) \cdot p(w_j)$$

for all i and j out of 1, 2, ... m possible classes.

بنابراین برای طبقه بندی یک پیکسل (با بردار اندازه گیری ناشناخته X) در داده های چند طیفی ، نرم افزار طبقه بندی کننده ، حاصل ضرب فوق را برای هر کلاس محاسبه می کند و الگو را به کلاسی می دهد که دارای بزرگترین مقدار حاصل ضرب باشد. این عمل فرض را براین می گذارد که ما دارای اطلاعات مفیدی در مورد احتمال از قبل شناخته شده (prior probabilities) هر كلاس i ، يعني $(p(w_i))$ هستیم.

طبقه بندی حداکثر احتمال بدون دانش قبلی از اطلاعات احتمال (Prior Probability Information):

عملا" ندرتا" اطلاعات قبلی از کلاسی داریم که ممکن است در صحنه تصویر برداری بیشتر از کلاس های دیگر بوقوع بپیوندد (مثلا" بگوییم ۶۰% صحنه باید جنگل باشد). به این مفهوم اطلاعات احتمال از قبل شناخته شده کلاس $p(w_i)$ گفته میشود. بنابراین در اغلب کاربردهای طبقه بندی حداکثر احتمال فرض بر این است که هر کلاس دارای احتمال وقوع مساوی است. این باعث می شود که بتوان جمله احتمال قبلی $p(w_i)$ را حذف کرده و یک قاعده تصمیم گیری ساده تری برای پیکسل ناشناخته X تشکیل داد.

طبقه بندی حداکثر احتمال بدون دانش قبلی از اطلاعات احتمال (Prior Probability Information):

Decide unknown measurement vector X is in class i if, and only if,

$$p_i \geq p_j$$

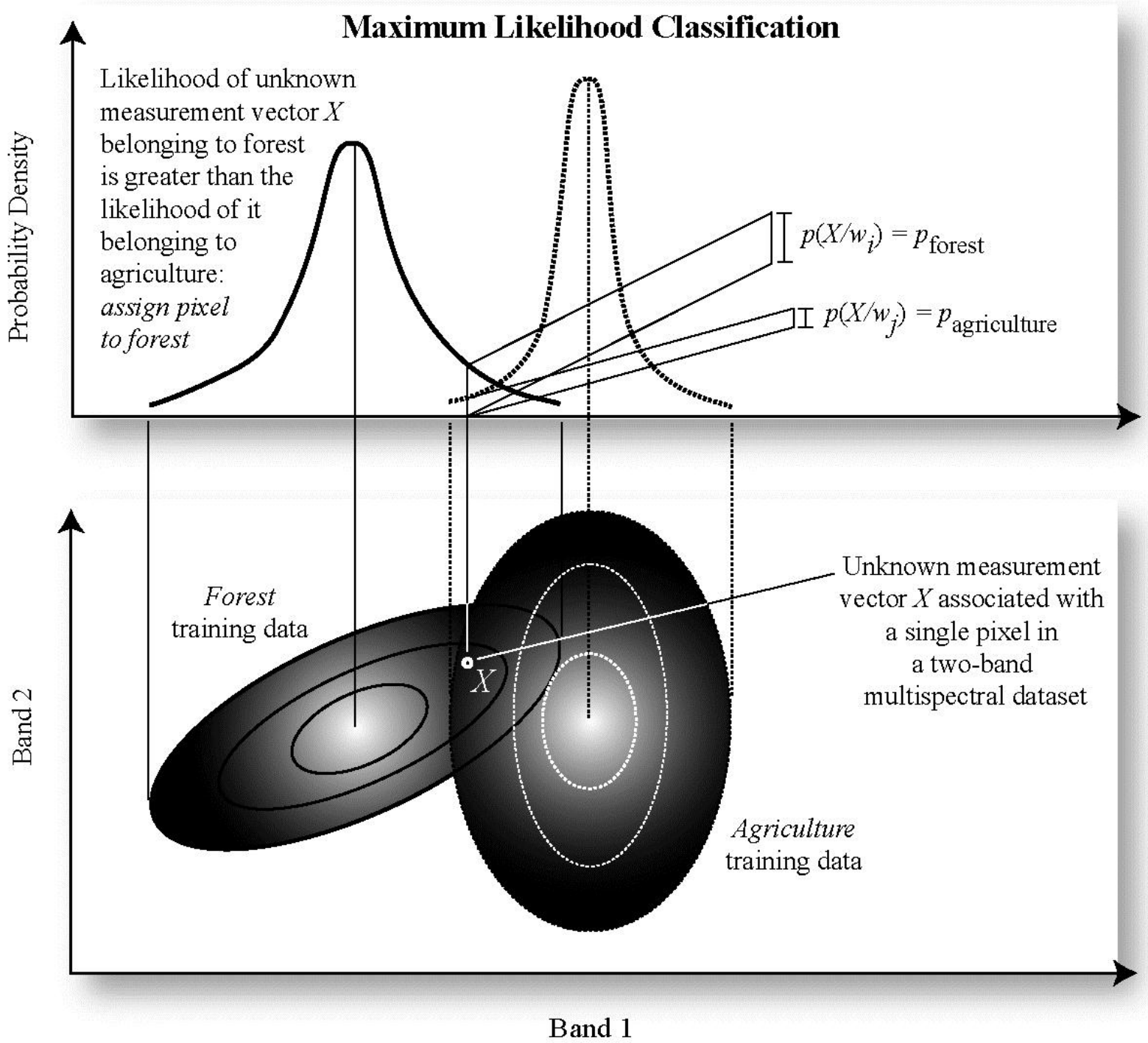
for all i and j out of 1, 2, ... m possible classes

$$p_i = \frac{1}{2}\log_e |V_i| - \left[\frac{1}{2}(X - M_i)^T V_i^{-1}(X - M_i)\right]$$

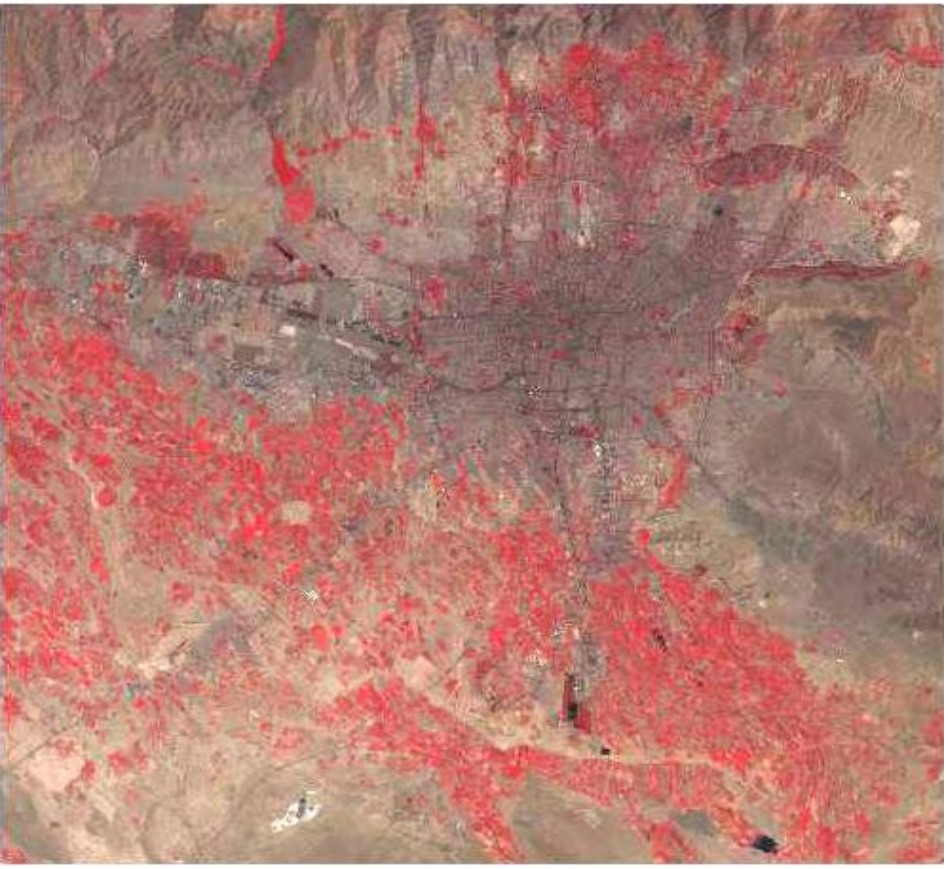
که در آن M_i عبارتست از بردار میانگین اندازه گیری برای کلاس i و V_i عبارتست از ماتریس کوواریانس کلاس i برای باندهایی که در ماتریس کوواریانس منظور شده اند. بنابراین برای قرار دادن بردار اندازه گیری X که مربوط به یک پیکسل ناشناخته است در یک کلاس لازمست مقادیر p_i برای هر کلاس محاسبه گردد. سپس پیکسل به کلاسي تعلق می گیرد که دارای بزرگترین مقدار p_i باشد.

محاسبات باین صورت خواهند بود که برای هر پیکسل ، ابتدا ، p_1 برای کلاس 1 با استفاده از بردار میانگین M_1 و ماتریس کوواریانس V_1 محاسبه میشود. سپس p_2 برای کلاس 2 با استفاده از بردار میانگین M_2 و ماتریس کوواریانس V_2 محاسبه میشود. این عمل برای همه m کلاس انجام میشود. سپس پیکسل یا بردار اندازه گیری X به کلاسی داده می شود که بزرگترین p_i را تولید نماید. بردار X مورد استفاده در هر مرحله ، از n عنصر (به تعداد باندها) تشکیل شده است. به عنوان مثال اگر ۶ باند TM مورد استفاده قرار گیرد بردار اندازه گیری X به صورت روبرو خواهد بود (باند حرارتی 6 استفاده نشده است).

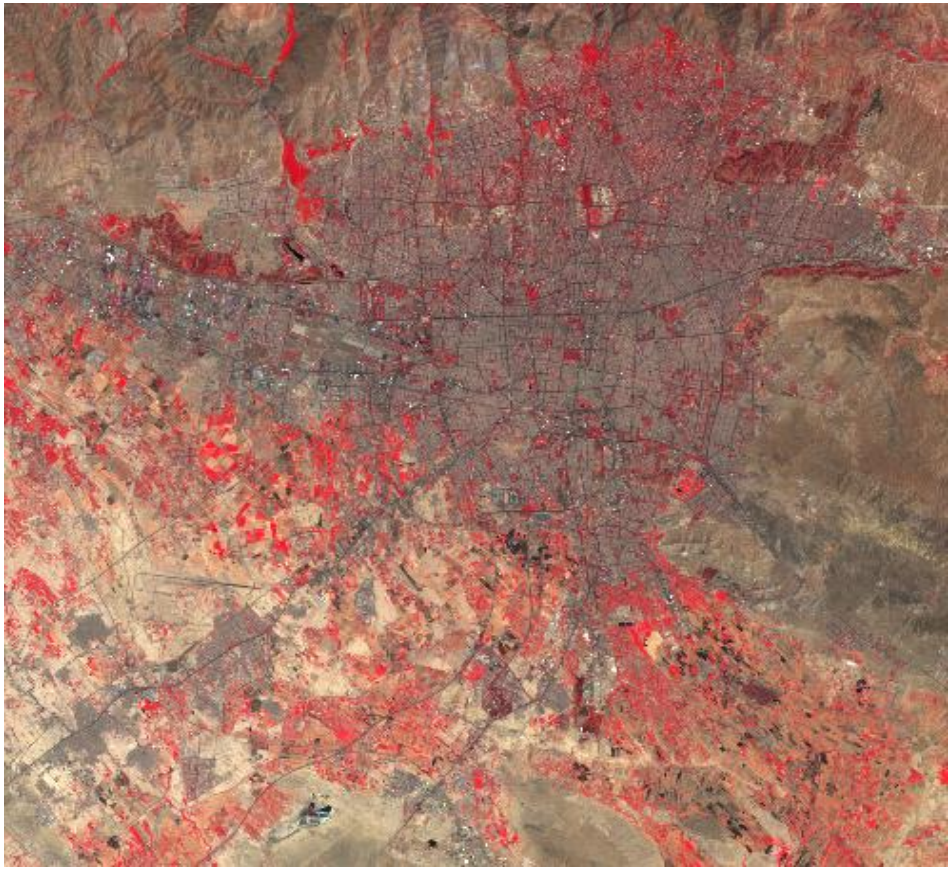
$$X = \begin{bmatrix} BV_{i,j,1} \\ BV_{i,j,2} \\ BV_{i,j,3} \\ BV_{i,j,4} \\ BV_{i,j,5} \\ BV_{i,j,7} \end{bmatrix}$$



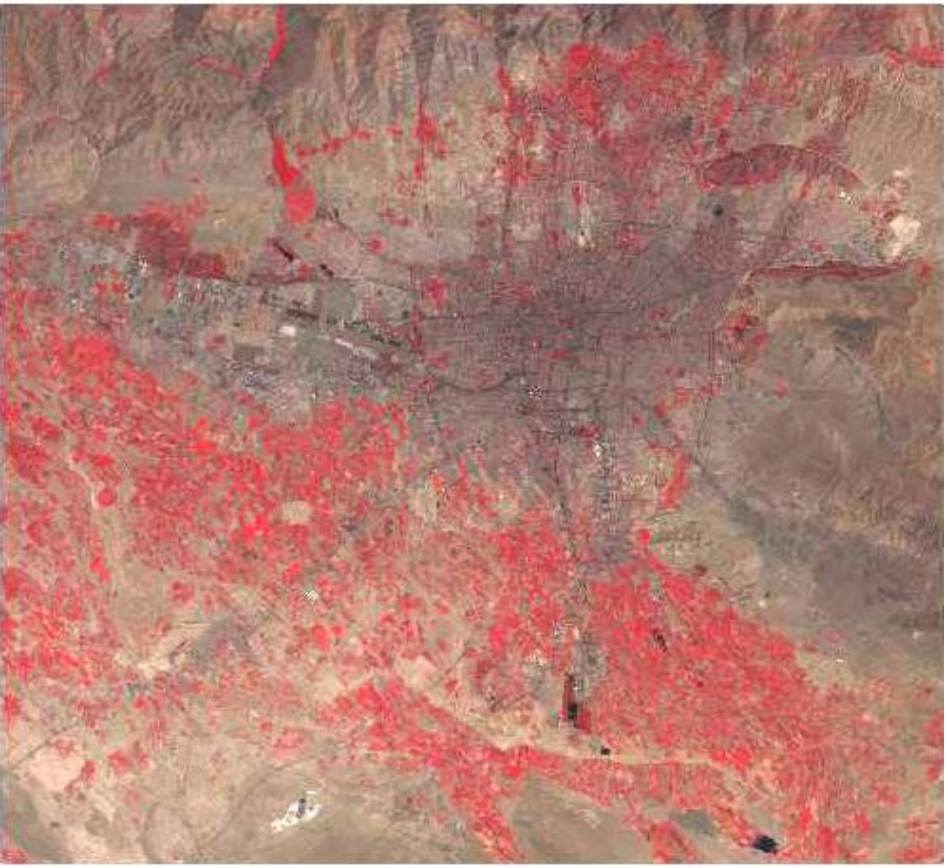
در صورتی که تابع چگالي احتمال دو کلاس یا بیشتر با هم تداخل پیدا کنند به عنوان مثال دو تابع چگالي احتمال نرمال روبرو که برای داده های آموزشی جنگل و کشاورزی در باندهای ۱ و ۲ هستند ، پیکسل X به کلاس جنگل داده خواهد شد زیرا چگالي احتمال پیکسل X در جنگل بزرگتر از کشاورزی است.



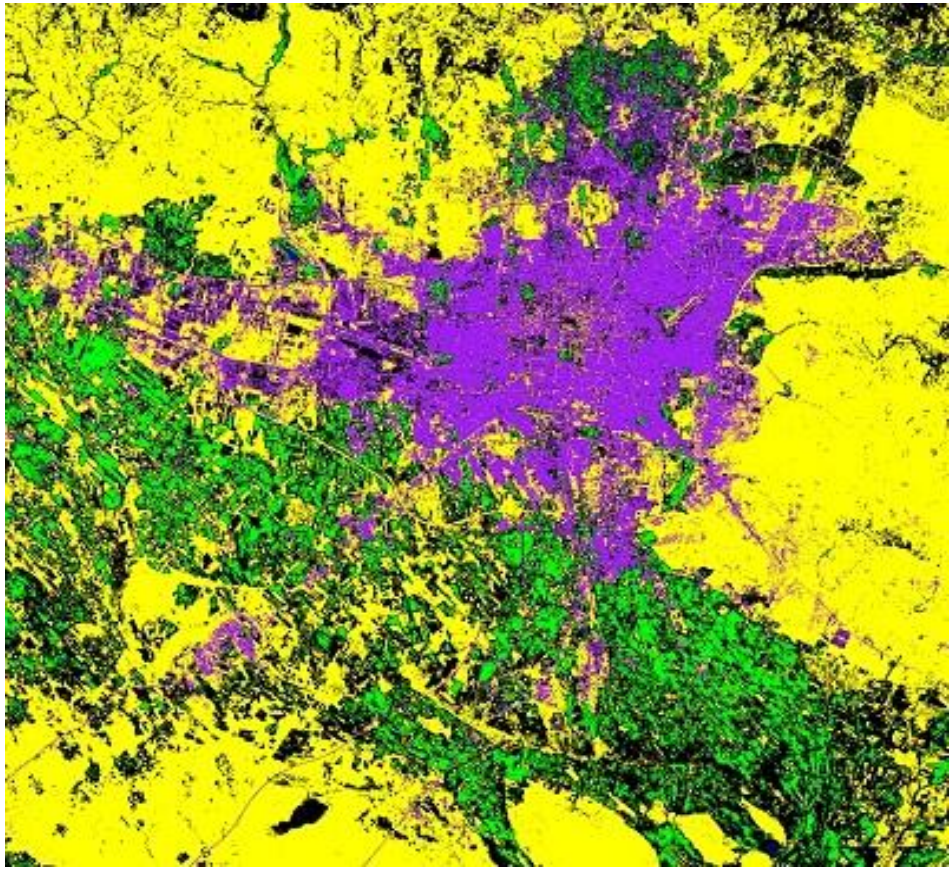
TM image of Tehran (1984)



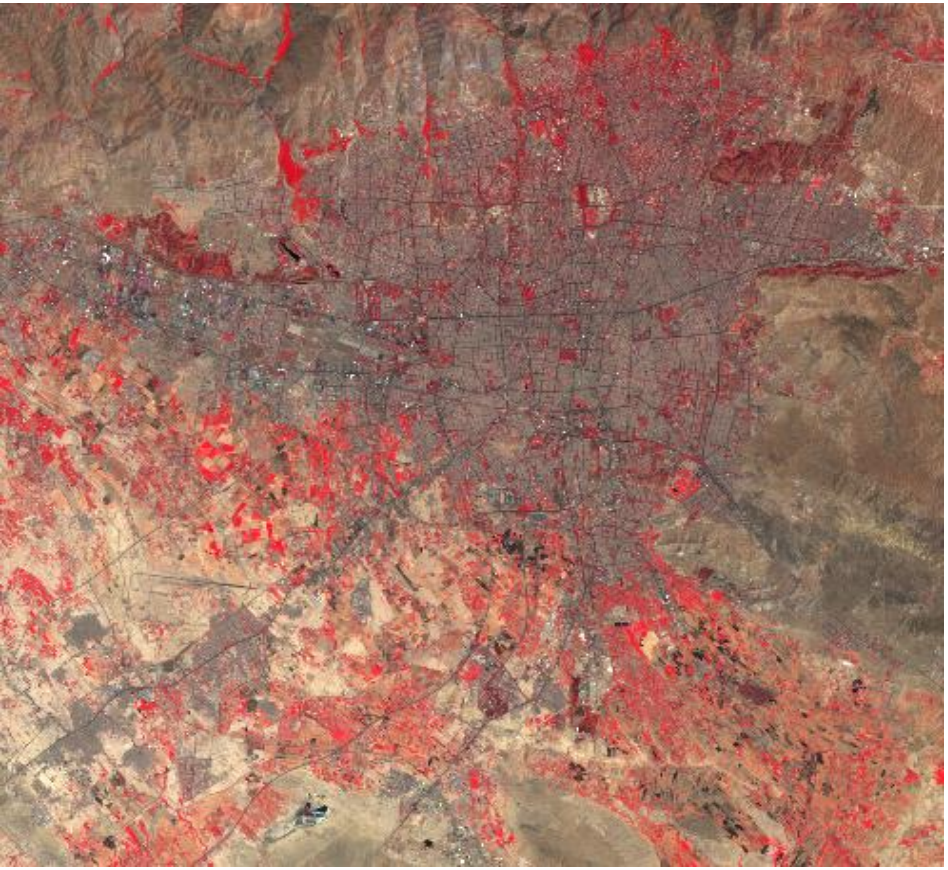
ETM+ image of Tehran (2007)



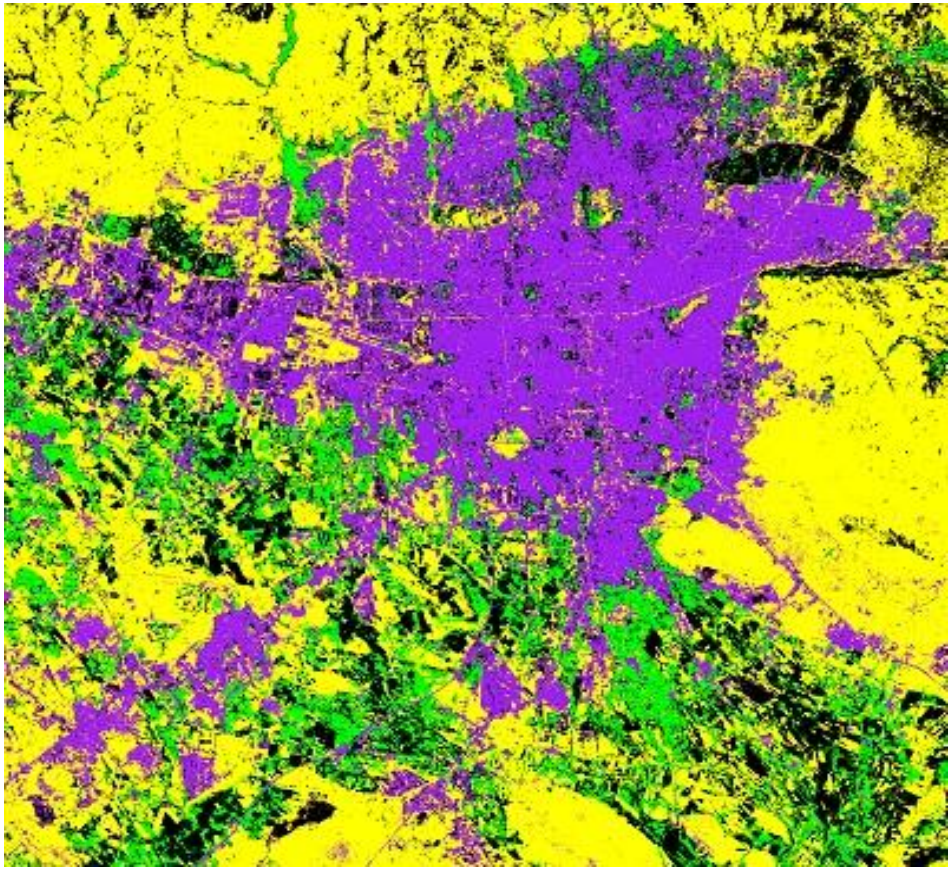
TM image of Tehran (1984)



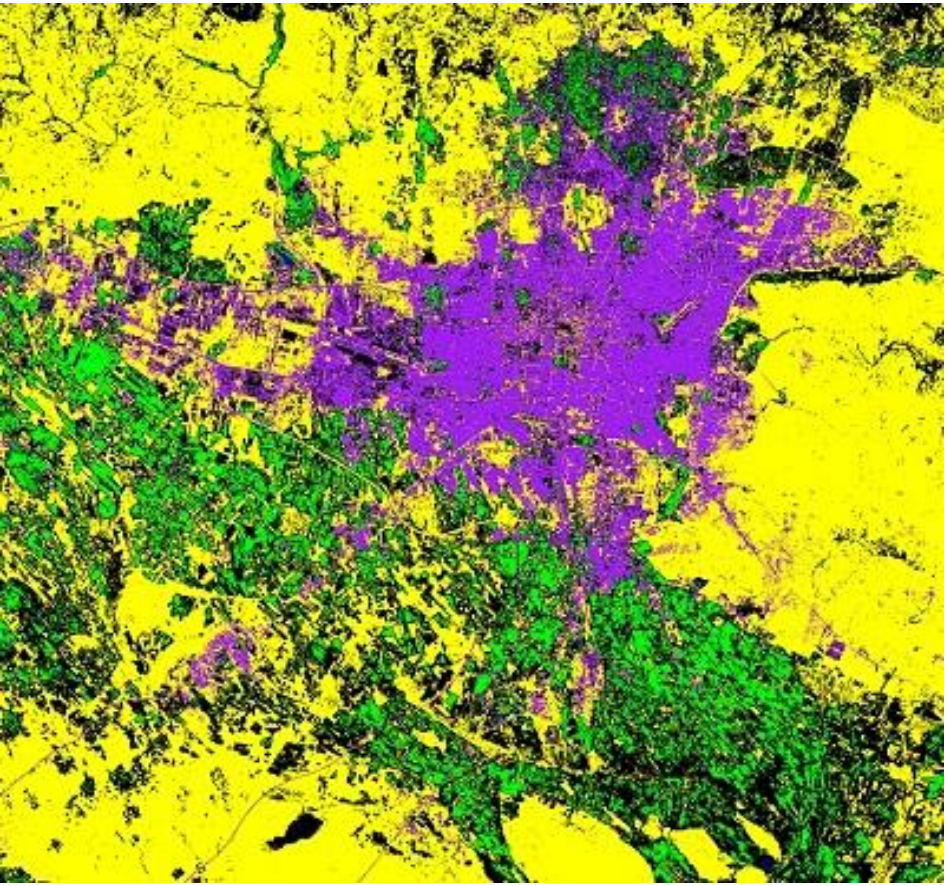
Classified TM image of Tehran (1984)



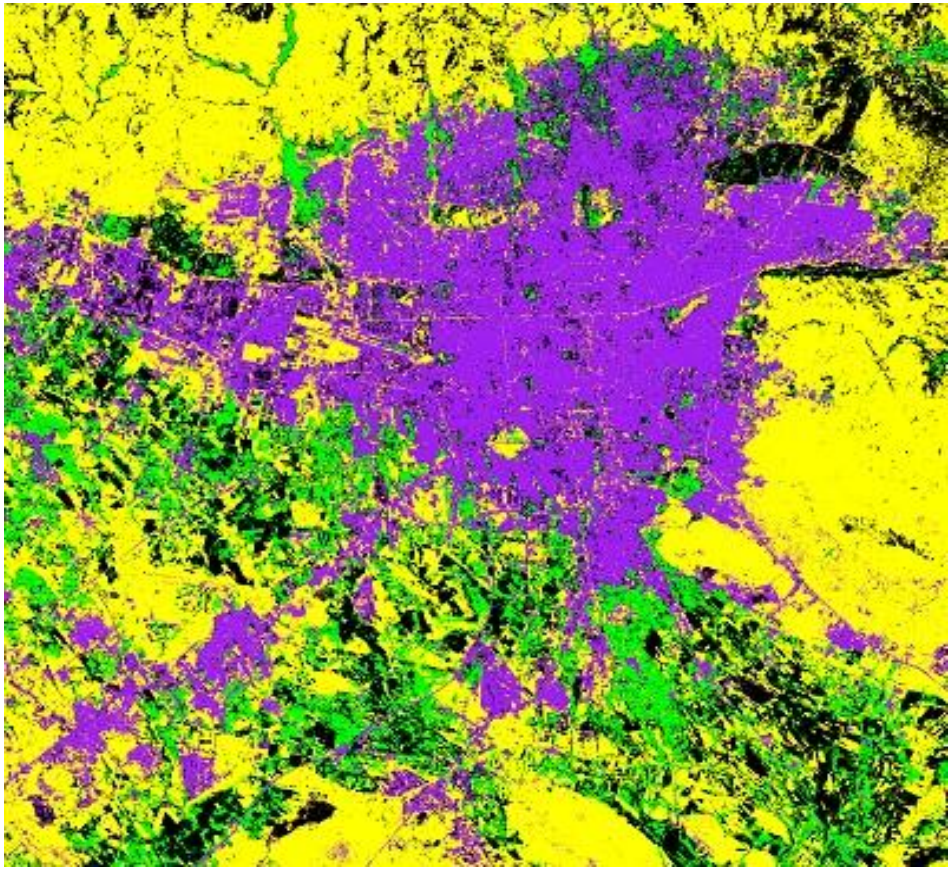
ETM+ image of Tehran (2007)



Classified ETM+ image of Tehran (2007)



Classified TM image of Tehran (1984)



Classified ETM+ image of Tehran (2007)