



## ریاضی (۱) - فنی و حرفه‌ای و کار و دانش

پایه دهم دوره متوسطه - کلیه رشته‌های فنی و حرفه‌ای و کار و دانش

محمد رضائی تقدیم می‌کند

آموزش فصل اول (نسبت و تناسب)

آموزش ریاضی (۱) - رشته فنی و حرفه‌ای و کار و دانش

سایت فیلم آموزشی ریاضی: [hesaban.jimdo.com](http://hesaban.jimdo.com)

کانال تلگرامی برپا: @barpa

کلیه فیلم‌های آموزشی ساخته شده توسط من رایگان بوده و برای دانلود در دسترس عموم قرار دارد. می‌توانید از طریق صفحه‌ی "فیلم‌های من" در سایت [hesaban.jimdo.com](http://hesaban.jimdo.com) به کلیه فیلم‌های ساخته شده من دسترسی داشته باشید و یا کانال تلگرامی برپا (@barpafile) را دانلود فرمائید.

برای استفاد بهتر از این فیلم پس از توضیحات، تمرین‌ها را یکبار نگاه کنید و پس از آن برای بارهای بعدی دیدن فیلم، با دیدن صورت سوال، فیلم را نگاه دارید و خودتان به حل تمرین بپردازید.

در این فیلم ابتدا دوره‌ای روی مباحث اولیه مربوط به کسر، نسبت و اعمال جبری روی کسرها خواهیم داشت و سپس سرفصل‌های کتاب درسی را آموزش خواهیم داد و در انتها نمونه سوالات امتحانی مربوط به این فصل را خواهیم دید.

### آپودمان اول - نسبت و تناسب

- ۱-۱- نسبت‌های مستقیم
- ۱-۲- نسبت‌های معکوس
- ۱-۳- واحدهای اندازه‌گیری انگلیسی: طول
- ۱-۴- واحدهای اندازه‌گیری انگلیسی: جرم

## یادآوری کسرها

دو کسر زیر را در نظر بگیرید:

$$\frac{1}{2}$$

صورت و مخرج کسر بالا را اگر در ۲ ضرب کنیم به کسری مساوی با آن می‌رسیم:

$$\frac{2}{4}$$

بالعکس، اگر صورت و مخرج کسری را بر عددی تقسیم کنیم نیز به کسری مساوی با آن می‌رسیم.

### تمرین

سه کسر مساوی با هر یک از کسرهای زیر بنویسید.

$$\frac{1}{4}, \frac{5}{4}, \frac{14}{11}$$

اگر دو کسر را بخواهیم با هم مقایسه کنیم به صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$\frac{2}{5} \bigcirc \frac{3}{7}$$

### تمرین

$$\frac{1}{5} \bigcirc \frac{6}{30}$$

$$\frac{4}{17} \bigcirc \frac{9}{51}$$

$$\frac{5}{14} \bigcirc \frac{15}{49}$$

## یادآوری از اعمال جبری روی کسرها

برای جمع و تفریق، کسرها باید هم‌مخرج شوند و برای ضرب، صورت در صورت و مخرج در مخرج ضرب می‌شود و در تقسیم؛ کسر اول را نوشته و در معکوس کسر دوم ضرب می‌کنیم. (قبل از اعمال جبری در صورت وجود عدد مخلوط، آن را به کسر تبدیل می‌کنیم)

### تمرین

حاصل عبارات زیر را بدست آورید.

$$\frac{1}{5} + \frac{6}{30} =$$

$$\frac{3}{7} + \frac{8}{21} =$$

$$\frac{11}{3} - \frac{2}{5} =$$

$$1\frac{1}{5} \times \frac{6}{30} =$$

$$3\frac{1}{5} \div 1\frac{1}{3} =$$

$$2\frac{1}{5} - (1\frac{1}{3} \times 3) =$$

### تمرین

کسرهای زیر را ساده کنید. (تبدیل کسر به کسر تحویل ناپذیر)

$$\frac{21}{15} =$$

$$\frac{128}{32} =$$

$$\frac{290}{100} =$$

$$\frac{110}{99} =$$

### تناسب

وقتی دو کسر با هم مساوی هستند تشکیل تناسب می‌دهند. مثال:

$$\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$$

$$\frac{5}{12} = \frac{10}{24}$$

$$\frac{11}{121} = \frac{1}{11}$$

اگر از یک تناسب، یکی از اعداد را نداشته باشیم می‌توانیم به صورت زیر آن را بدست آوریم:

$$\frac{2}{3} = \frac{\square}{6}$$

تمرین

در جای خالی عدد مناسب بنویسید.

$$\frac{3}{\square} = \frac{18}{6}$$

$$\frac{\square}{2} = \frac{210}{6}$$

تمرین

در هر یک از تناسب‌ها، جای خالی را با عدد مناسب پر کنید.

$$\frac{\square}{2} = \frac{4}{7}$$

$$\frac{9}{1/8} = \frac{\square}{0/6}$$

$$\frac{1/2}{2} = \frac{24}{\square}$$

$$\frac{2/5}{55} = \frac{15}{\square}$$

## تناسب

تناسب در زندگی روزمره نقشی بسیار پر رنگ دارد. فرض کنید می‌خواهیم بدانیم از تهران تا مشهد چند لیتر بنزین برای ماشین‌مان نیاز است. می‌دانیم مسافت تهران تا مشهد ۹۰۰ کیلومتر است و با هر لیتر بنزین، ۱۰ کیلومتر مسافت طی می‌کند بنابراین می‌گوییم ..... نیاز است.

یعنی هر چند لیتر را بخواهیم بدانیم چقدر مسافت طی می‌کند در ۱۰ ضرب می‌کنیم. (به عدد ۱۰ ضریب تبدیل بنزین به کیلومتر می‌گویند) مثلاً با اعداد زیر که مقدار لیتر موجود در باک ماشین است می‌خواهیم بدانیم چند کیلومتر می‌توانیم طی کنیم:

با ۳ لیتر، ..... کیلومتر مسافت می‌توانیم طی کنیم.

با ۵ لیتر، ..... کیلومتر می‌توانیم طی کنیم.

با ۱/۵ لیتر، ..... کیلومتر می‌توانیم طی کنیم.

با ۳/۵ لیتر، ..... کیلومتر می‌توانیم طی کنیم.

اما بالعکس مثلاً ما می‌خواهیم بدانیم تا ۴۰ کیلومتر دیگر می‌توانیم با مقدار بنزین موجود در باک ماشین طی کنیم یا نه. اینجا باید تقسیم بر ۱۰ کنیم. (به  $\frac{1}{10}$  ضریب تبدیل مسافت به لیتر می‌گویند)

برای طی کردن مسافت ۴۰ کیلومتر، نیاز به ..... لیتر بنزین داریم.

برای طی کردن مسافت ۶۰ کیلومتر، نیاز به ..... لیتر بنزین داریم.

برای طی کردن مسافت ۴۲۰ کیلومتر، نیاز به ..... لیتر بنزین داریم.

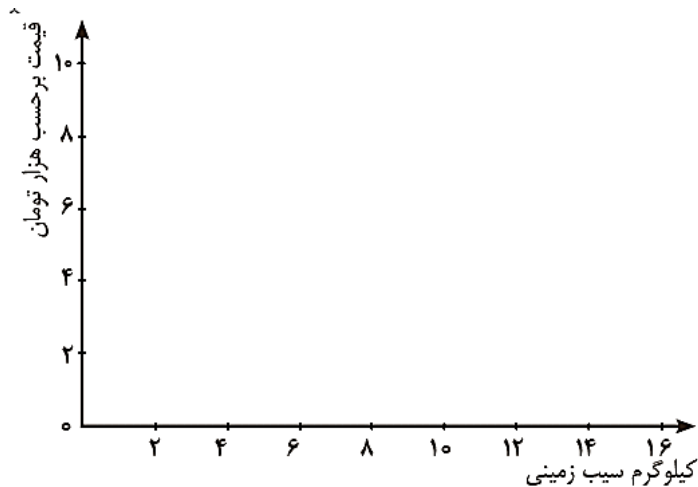
همانطور که اعداد را می‌توان ساده کرد، واحدها را نیز می‌توان ساده کرد.

مثال: می‌خواهیم بدانیم با ۳۵ لیتر چه مسافتی را می‌توان طی کرد، در صورتی که برای هر ۸ کیلومتر، یک لیتر بنزین نیاز باشد؟

$$\frac{۱ \text{ لیتر}}{۸ \text{ کیلومتر}} = \frac{۳۵}{\square}$$

### تمرین

قیمت هر ۳ کیلو سیب زمینی ۳۰۰۰ تومان است. نموداری رسم کنید که کیلو سیب زمینی را به قیمت آن نظیر کند. شیب خط رسم شده چه چیزی را نشان می‌دهد؟ با توجه به نمودار، الف) قیمت ۹ کیلو سیب زمینی چقدر است؟ ب) با ۶۵۰۰ تومان چند کیلو سیب زمینی می‌توانیم بخریم؟



### تعریف

نسبت دو کمیت متناسب با واحدهای مختلف را نرخ می‌گویند.

### تمرین

قیمت ۳ کیلو پنیر ۲۱ هزار تومان شده است.

الف) نرخ قیمت پنیر به وزن آن چقدر است و این عدد چه چیزی را نشان می‌دهد؟

ب) نرخ وزن پنیر به قیمت آن چقدر است و این عدد چه چیزی را نشان می‌دهد؟

تمرین

در صورتی که یک ماشین در هر ۴۵ کیلومتر، ۳ لیتر بنزین مصرف کند. نرخ مصرف بنزین به مسافت طی شده چقدر است و این عدد چه چیزی را نشان می‌دهد؟ نرخ مسافت طی شده به بنزین مصرف شده چقدر است و این عدد چه چیزی را نشان می‌دهد؟

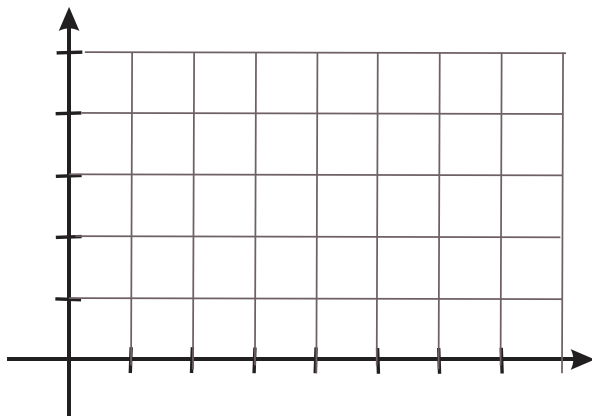
تمرین

می‌خواهیم برای مراسمی تهیه‌ی غذا داشته باشیم. برنج‌های مختلفی وجود دارند که کیفیت کم و بیش مشابهی دارند، اما بسته‌بندی آنها در وزن‌های مختلفی است، ۱۰۰ کیلو برنج می‌خواهیم سفارش دهیم برای ۴۰۰ نفر کدام نوع برنج را تهیه کنیم که به صرفه باشد.

برنج نوع الف	۱/۵ کیلو ۴۵۰۰
برنج نوع ب	۲ کیلو ۴۸۰۰
برنج نوع ج	۵ کیلو ۸۶۰۰
برنج نوع د	۳ کیلو ۷۰۰۰

تمرین

اگر نرخ بنزین به مسافتی که طی می‌شود ۱ به ۱۰ باشد، اولاً نرخ مسافت به بنزین مصرفی را بدست آورید. چه مسافتی را با ۳/۲ لیتر بنزین می‌توان طی کرد؟ نموداری رسم کنید که نشان‌دهنده‌ی ارتباط بنزین مصرف شده و مسافت طی شده باشد.





### تمرین

دستور کیک به صورتی است که برای هر کیلو آرد، ۴ تخم‌مرغ نیاز است. ما تخم‌مرغ به اندازه لازم داریم، با ۳ کیلو و نیم آرد چند تخم‌مرغ باید مخلوط کنیم؟

### تمرین

اگر دستور پخت غذائی ۱۰۰ گرم لوبیا و ۲۵۰ گرم رشته باشد، با در نظر گرفتن مقدار رشته کافی، با یک کیلو و نیم لوبیا چقدر رشته نیاز است؟

### تمرین

برای تهیه کیک به آرد، شکر و تخم‌مرغ نیاز است. اگر کیک برای چهار نفر به مواد زیر نیاز باشد:

مواد لازم (کیک)	مقدار (کیلو)
تخم مرغ	۵
آرد	۱/۵
شکر	۰/۷۵ گرم

می‌خواهیم برای ۱۲ نفر کیک درست کنیم، نیاز به چقدر از مواد بالا داریم.

می‌خواهیم برای ۱۰ نفر کیک درست کنیم، نیاز به چقدر از مواد بالا داریم.

### تمرین

نسبت سرکه به روغن در یک سس، ۳ به ۴ است.

الف) برای تهیه ۷۰۰ گرم سس چقدر روغن و چقدر سرکه نیاز است؟

ب) در صورتی که ۷۵۰ گرم سرکه داشته باشیم، برای تهیه سس مورد نظر چقدر باید به آن روغن اضافه کنیم؟

### تمرین

نسبت سهم علی و محسن و حسین و احمد در یک کار بنا به پولی است که سرمایه‌گذاری کرده‌اند. آورده‌های هر کدام به صورت زیر است:

نام سرمایه‌گذار	مقدار آورده (میلیون تومان)
علی	۱۰
محسن	۱۲
حسین	۱۶
احمد	۸

آنها می‌خواهند سود سالیانه شرکت را که ۳۶ میلیون تومان شده است، بنا به آورده‌های خود تقسیم کنند، سهم هر یک را تعیین کنید.

تمرین

می‌دانیم که دختر نصف پسر ارث می‌برد. خانواده‌ای که دو فرزند پسر و یک دختر دارند می‌خواهند ۱۲۵ میلیون تومان ارثیه را تقسیم کنند، سهم هر یک را مشخص کنید.

تعریف

ضریب تبدیل

ضریب تبدیل هم یک نرخ است. مثلاً هر دلار ۳۰۰۰ تومان و هر پوند برابر ۴۰۰۰ تومان است. بنابراین نرخ پوند به دلار

برابر نسبت زیر است:

$$\begin{array}{l} ۴۰۰۰ \text{ تومان} = ۱ \text{ پوند} \\ ۳۰۰۰ \text{ تومان} = ۱ \text{ دلار} \end{array} \quad \frac{\text{پوند}}{\text{دلار}} = \frac{۴۰۰۰}{۳۰۰۰} = \frac{۴}{۳}$$

مثلاً اگر بخواهیم ۲۱ پوند را به دلار تبدیل کنیم کافی است آن را در این ضریب ضرب کنیم:

$$۲۱ \text{ پوند} \times \frac{۴ \text{ دلار}}{۳ \text{ پوند}} = ۲۸ \text{ دلار}$$

مثلاً اگر بخواهیم ۲۸ دلار را به پوند تبدیل کنیم کافی است آن را در این ضریب ضرب کنیم:

$$۲۸ \text{ دلار} \times \frac{۳ \text{ پوند}}{۴ \text{ دلار}} = ۲۱ \text{ پوند}$$

### تمرین

هر دلار ۴۰۰۰ تومان و هر پوند ۵۵۰۰ تومان است، با نوشتن تناسب، جاهای خالی را پر کنید:

۲ دلار ..... تومان است.

۳ پوند ..... تومان است.

۱۲۴۰۰۰ تومان ..... دلار است.

۳۵۰۰۰ تومان ..... دلار و ..... پوند است.

۴ پوند ..... دلار است.

### رابطه جمعی و رابطه ضربی (تناسب)

تناسب‌های بالا همه مستقیم بودند. رابطه میان کمیت‌ها نیز ضربی بود. رابطه جمعی، رابطه‌ای است که با اضافه شدن یک عدد، به کمیت دیگر هم همان مقدار اضافه شود. مثلاً سن دو نفر پس از چند سال، همان مقدار اضافه می‌شود. مثلاً سن پدر علی، ۳۲ سال بود وقتی علی متولد شد. وقتی سن علی ۱۶ سال بود، سن پدرش چقدر بود؟

اگر دو کسر مساوی با هم باشند، تشکیل تناسب می‌دهند. تناسب از تساوی دو نسبت با هم ایجاد می‌شود. مثلاً فرض کنید می‌خواهیم رنگی شکلاتی ملایم درست کنیم، نیاز به یک سطل رنگ یک کیلویی سفید و دو قوطی رنگ ۱۰۰ گرمی قهوه‌ای داریم. نسبت رنگ‌ها به این صورت بدست می‌آید اگر بر حسب وزن بنویسیم و یا بر حسب قوطی:

$$\frac{\text{یک سطل رنگ سفید}}{\text{دو قوطی قهوه‌ای}} = \frac{۱}{۲}$$

از آنجا که ممکن است با یک قوطی رنگ نداشته باشیم و نصفه باشد بنابراین به یک قوطی قهوه‌ای رنگ نیاز داریم تا رنگ موردنظر را بسازیم.

### تمرین

می‌خواهیم رنگ شکلاتی‌ای بسازیم. فروشنده کاتالوگی به ما نشان می‌دهد زیر آن نوشته است به نسبت ۱ به ۱۰ رنگ سفید و قهوه‌ای را باید مخلوط کرد. ما برآورد کرده‌ایم برای خانه‌مان نیاز به سه سطل دو کیلوئی رنگ سفید داریم، چند سطل رنگ قهوه‌ای باید بخریم؟

### تمرین

فرض کنیم بخواهیم رنگی شکلاتی بسازیم که در آن نسبت رنگ سفید به قهوه‌ای ۱ به ۷ است. همچنین می‌دانیم برای هر ۱۰ متر مربع، سه لیتر رنگ نیاز است. اگر بخواهیم خانه‌ای ۱۰۰ متری را رنگ موردنظر بزنیم به هر رنگ چقدر نیاز داریم؟

### تمرین

مقیاس نقشه‌ای به صورتی است که هر ۲ سانتی‌متر معادل ۵ کیلومتر است. اگر فاصله‌ی دو نقطه روی نقشه  $\frac{3}{5}$  سانتی‌متر باشد، فاصله‌ی واقعی آنها چقدر است؟

## تناسب معکوس

تناسب‌های بالا همه تناسب مستقیم بودند اما نوعی دیگر از تناسب وجود دارد که با افزایش یک مقدار، مقدار دیگر کاهش و بالعکس، با کاهش یک مقدار، مقدار دیگر افزایش می‌یابد.

به این مساله توجه کنید. علی و محسن قرار است یک آپارتمان را نقاشی کنند. آنها با هم رنگ‌زدن را شروع می‌کنند و هشت روزه کار را انجام می‌دهند، با فرض اینکه سرعت رنگ‌زدن‌شان برابر باشد، هر کدام اگر بتنهایی رنگ بزنند چند روز طول می‌کشد اگر رنگ بزنند.

## تمرین

علی و محسن سرعت رنگ‌زدن‌شان برابر است، اگر آنها بخواهند خانه‌ای را با هم رنگ بزنند ۱۲ روزه آن را رنگ می‌زنند. کار را شروع می‌کنند، وسط کار، علی کاری برایش پیش می‌آید و مجبور می‌شود محسن را دست‌تنها بگذارد، محسن کار را چند روزه تحویل می‌دهد؟ (اگر بخواهد کیفیت کار حفظ شود و با همان سرعت خود کار کند)

## تمرین

دو شیر آب، حوضی را ۱۸ ساعته پر می‌کند. وقتی یک‌سوم حوض پر می‌شود، شلنگی به یکی از شیرها وصل می‌کنیم تا باغچه را آبیاری کنیم، مابقی استخر چند ساعته پر می‌شود؟

### روش حل مسائل مربوط به تناسب معکوس

نکته اصلی در حل این مساله‌ها، تبدیل کردن مساله‌ها به نفر-ساعت، نفر-روز، و نظایر اینهاست و بعد با نوشتن تناسب معکوس آن را حل می‌کنیم. یعنی فرض می‌کنیم یک کارگر، یک شیر و ... چند ساعته تمام می‌کنند و بعد تناسب می‌نویسیم. (این یک راه است راه دیگر اینست که بگوییم هر شیر چه کسری را در هر ساعت پر می‌کند)

#### تمرین

محمود هر شب ۳ صفحه از کتابی را می‌خواند و آن را ۲۰ روزه تمام می‌کند اگر محمود بخواند این کتاب را ۱۵ روزه تمام کند، هر روز چند صفحه باید بخواند؟

#### تمرین

استخری هشت شیر دارد. این استخر ۱۲ ساعته پر می‌شود. اگر دو شیر آن را وقتی نصف استخر پر شده است ببندیم، استخر چند ساعته دیگر زمان می‌خواهد تا پر شود؟

#### تمرین

یک خانه با هشت کارگر چهار ماهه ساخته می‌شود. پس از آنکه یک پنجم کار انجام شد، ۱۰ کارگر به آنها اضافه می‌شود کار چند روز زودتر تمام می‌شود؟

### تمرین

اگر ضریب تبدیل  $A$  به  $B$ ،  $\frac{2}{3}$  باشد،

الف) ۴ واحد  $A$  معادل چند واحد  $B$  است؟

ب) چند واحد از  $A$  معادل ۳۶ واحد از  $B$  است؟

### واحدهای مختلف اندازه‌گیری (طول و جرم)

#### تبدیل واحد

برای تبدیل واحدها از تناسبی استفاده می‌کنیم که در آن دو واحدی که می‌خواهیم بهم تبدیل کنیم نوشته شده باشد.

مثلاً می‌خواهید میلی‌متر را به متر تبدیل کنیم. ابتدا باید بنویسیم که یک متر معادل چند میلی‌متر است و بعد نسبت دیگری باید بنویسیم و عدد داده شده مربوط به واحد داده شده را روبه‌روی آن بنویسیم و با طرفین وسطین اعداد به همراه واحدهای شان به عدد خواسته شده بر حسب واحدش می‌رسیم.

مثلاً می‌خواهیم بدانیم ۱۳ متر، چند سانتی‌متر است؟

$$\frac{100 \text{ سانتی‌متر}}{1 \text{ متر}} = \frac{\boxed{\phantom{000}}}{13 \text{ متر}}$$

می‌توانیم واحدها را به لاتین بنویسیم:

$$\frac{1 \text{ m}}{100 \text{ cm}} = \frac{\boxed{\phantom{000}}}{13 \text{ m}}$$



جدول واحدهای اندازه‌گیری طول در دستگاه استاندارد بین‌المللی (SI) و سیستم انگلیسی (US)

دستگاه استاندارد بین‌المللی (SI)	
۱ متر	$1\ m$
۱ متر = ۱۰۰ سانتی‌متر	$1\ m = 100\ cm$
۱ سانتی‌متر = ۱۰ میلی‌متر	$1\ cm = 10\ mm$
۱ کیلومتر = ۱۰۰۰ متر	$1\ km = 1000\ m$

دستگاه انگلیسی (US)	
۱ اینچ	$1\ in$
۱ فوت = ۱۲ اینچ	$1\ ft = 12\ in$
۱ یارد = ۳ فوت	$1\ yd = 3\ ft$
۱ مایل = ۵۲۸۰ فوت	$1\ mi = 5280\ ft$

جدول ضریب تبدیل دستگاه US به دستگاه SI و بالعکس

برای تبدیل از	به	ضریب تبدیل (با تقریب کمتر از ۰/۰۱)
مایل	کیلومتر	۱/۶۱
اینچ	سانتی‌متر	۲/۵۴
فوت	متر	۰/۳۱
یارد	متر	۰/۹۱
کیلومتر	مایل	۰/۶۲
سانتی‌متر	اینچ	۰/۳۹
متر	فوت	۳/۲۸
متر	یارد	۱/۰۹

### نکته کاربردی برای تبدیل واحدها

با حفظ کردن سه جدول بالا می‌توانیم تمامی تبدیلات را انجام دهیم. اما پیشنهادی که من دارم حفظ کردن جدول زیر است:

جدول تبدیل واحدهای (US) به (SI)
$1 \text{ in} = 2/54 \text{ cm}$
$1 \text{ ft} = 0/31 \text{ m}$
$1 \text{ yd} = 0/91 \text{ m}$
$1 \text{ mi} = 1/61 \text{ km}$

یعنی در حقیقت اگر چهار ضریب تبدیل جدول بالا را حفظ کنیم می‌توانیم بقیه تبدیلات را انجام دهیم.

### تمرین

با دانستن اینکه هر اینچ معادل  $2/54$  سانتی‌متر است. اینکه هر فوت  $0/31$  متر و هر یارد  $0/91$  متر و یک مایل  $1/61$  کیلومتر باشد، تبدیلات زیر را انجام دهید.

۳ اینچ ..... سانتی‌متر است.

۳ یارد ..... سانتی‌متر است.

$5/5$  اینچ ..... سانتی‌متر است.

۳ مایل ..... فوت است.

$0/42$  یارد ..... مایل است.

$2/5$  اینچ ..... فوت است.

یک سوم اینچ ..... سانتی‌متر است.

تمرین

دبیر هنر، نوار تزیینی به طول ۵۰ یارد تهیه کرده اگر برای کار دستی هر کدام از این ۳۰ دانش آموز، ۰/۸ متر نوار نیاز باشد، چند سانتی متر نوار اضافه می آید؟

جدول واحدهای اندازه گیری وزن در دستگاه استاندارد بین المللی (SI) و سیستم انگلیسی (US)

دستگاه استاندارد بین المللی (SI)	
۱ کیلو	۱ kg
۱ کیلوگرم = ۱۰۰۰ گرم	۱ kg = ۱۰۰ gr
۱ گرم = ۱۰۰۰ میلی گرم	۱ gr = ۱۰۰۰ mgr
۱ تُن = ۱۰۰۰ کیلوگرم	۱ tonne = ۱۰۰۰ kg

دستگاه انگلیسی (US)	
۱ اونس	۱ oz
۱ پوند = ۱۶ اونس	۱ lb = ۱۶ oz

ضریب تبدیل اونس به گرم	
۲۸	
یعنی هر اونس معادل ۲۸ گرم است	

تمرین

تبدیلات زیر را انجام دهید.

۳ کیلو و پانصد گرم ..... پوند است.

۵۴ اونس ..... گرم است.

۳/۳ پوند ..... کیلوگرم است.

تمرین

ابعاد صندلی زیر بر حسب فوت و اینچ داده شده است اندازه‌ها را به صورت استاندارد بدست آورید.

