

## کنکوری دات بلاگ تقدیم میکند

- تست های فصل به فصل دروس اختصاصی
- پاسخ پرسش های ارائه شده در کتاب درسی
- ارائه مختصر، مفید و کاربردی نکات کنکوری

از مطالعه لذت ببرید

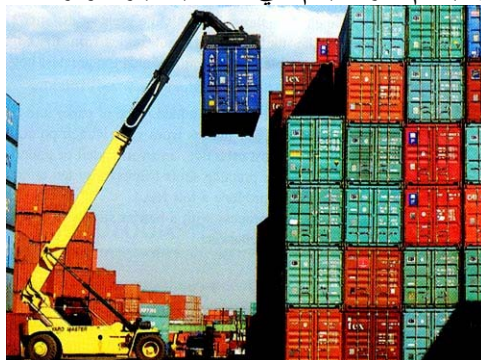


 [www.konkoori.blog.ir](http://www.konkoori.blog.ir)

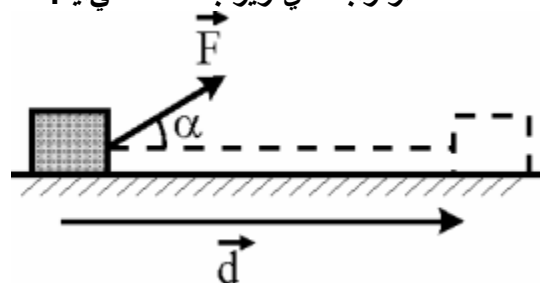
« کنکور چیزی جز کتاب نیست و کتاب خواندن، کار دانش آموزان حرفه ای

## فصل چهارم: کار و انرژی کار نیروی ثابت

به يك جسم معمولاً نیروهايي وارد مي شود و هنگامی که جسم جابه جا مي شود، هر يك از این نیروها روی جسم کار انجام مي دهند به جز موارد خاص.



اگر اندازه ي بردار جابه جايي جسم ( $\vec{d}$ ) برابر  $d$  باشد، کار هر يك از نیروهاي ثابت وارد بر جسم مانند  $\vec{F}$ ، از رابطه ي زیر به دست مي آید:



$$W = Fd \cos \alpha$$

در رابطه ي بالا،  $\alpha$  زاويه ي بين نیروي  $\vec{F}$  و جابه جايي  $\vec{d}$  است. يکاي کار در SI، N.m است که ژول (J) نامیده مي شود.

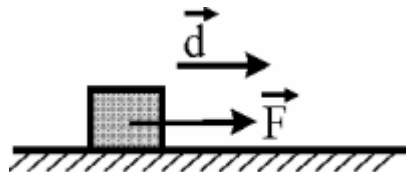
کار، يك كميت نرده اي است و با توجه به مقدار  $\alpha$  مي تواند صفر ( $\alpha = 90^\circ$ )، مثبت ( $\alpha < 90^\circ$ ) يا منفي ( $\alpha > 90^\circ$ ) باشد

مثال: جسمي با سرعت ثابت  $5 \frac{m}{s}$  بر روي خط راست حرکت مي کند. يکي از نيروهاي ثابتي که بر آن اثر مي کند 20 نيوتون است. کار اين نيرو را در مدت 10 ثانيه براي حالت هاي زير، محاسبه کنيد:

- الف نيرو و جابه جايي هم جهت اند.  
 ب نيرو و جابه جايي بر هم عمودند.  
 پ نيرو در خلاف جهت جابه جايي است.

پاسخ:

الف

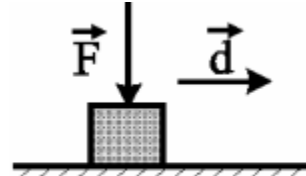


$$\alpha = 0^\circ$$

$$d = vt = 5 \times 10 = 50m$$

$$W = Fd \cos 0 = 20 \times 50 \times 1 = 1000J$$

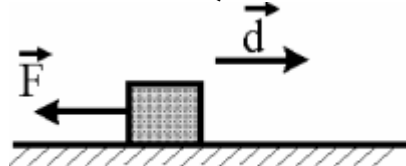
ب



$$\alpha = 90^\circ$$

$$W = Fd \cos 90^\circ = 0$$

پ



$$\alpha = 180^\circ$$

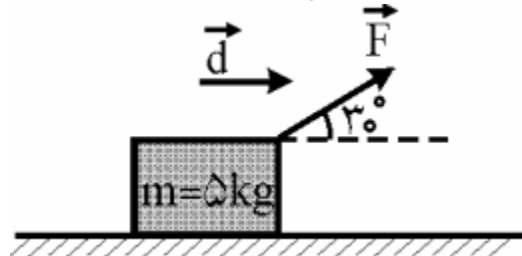
$$W = Fd \cos 180^\circ = -20 \times 50 = -1000J$$

توجه کنيد:

معمولاً به يك جسم، يك يا چند نيرو مانند نيروي وزن، نيروي عمودي تكيه گاه، نيروي اصطكاك و... وارد مي شود. کار هر يك از اين نيروها، به طور جداگانه محاسبه مي شود. براي محاسبه ي کار هر يك از نيروهاي وارد بر جسم، بايد اندازه ي آن نيرو، مقدار جابه جايي و زاويه ي بين نيرو و جابه جايي را در رابطه ي کار قرار داد.

مثال: در شکل زیر، به جسمی به جرم  $5\text{kg}$  نیروی  $F=10\text{N}$  که با امتداد افق زاویه  $30^\circ$  می‌سازد، وارد می‌شود. نیروی اصطکاک جنبشی جسم با سطح، برابر  $4\text{N}$  و جابه‌جایی آن در راستای افق،  $50$  متر است. کار نیروهای: الف:  $F$ ؛ ب: تکیه‌گاه (N)؛ پ: وزن جسم و ت: اصطکاک را محاسبه کنید.

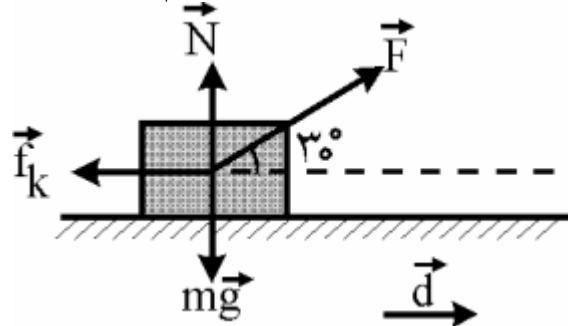
$$g; 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$$



پاسخ:

$$W_F = Fd \cos 30^\circ = 10 \times 50 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 250\sqrt{3} \text{ J} \quad \text{الف}$$

ب با توجه به شکل داریم:



$$\alpha = 90^\circ$$

$$W_N = Nd \cos 90^\circ = 0$$

پ کار نیروی وزن نیز در این مسئله صفر است، زیرا بردار نیروی وزن بر بردار جابه‌جایی عمود است:

$$\alpha = 90^\circ \Rightarrow W_{mg} = mgd \cos 90^\circ = 0$$

ت برای محاسبه کار نیروی اصطکاک، به این نکته دقت کنید که در جابه‌جایی روی سطح افقی،

زاویه بین جابه‌جایی و نیروی اصطکاک برابر  $180^\circ$  است؛ داریم:

$$\cos 180^\circ = -1$$

$$W_{f_k} = f_k d \cos 180^\circ = -4 \times 50 = -200 \text{ J}$$

کار برآیند نیروها



کار برآیند نیروهای وارد بر جسم در هر جابه جایی ( $W_T$ ) برابر با جمع جبری کار هر یک از نیروهای وارد بر جسم است:

$$W_T = W_1 + W_2 + W_3 + \dots$$

مثلاً اگر نیروهای  $F$ ، عمودی تکیه گاه، وزن، اصطکاک جنبشی و ... به جسم وارد شود، داریم:

$$W_T = W_F + W_N + W_{mg} + W_{fk} + \dots$$



مثال: کار برآیند نیروهای وارد بر جسم را در مثال 2 محاسبه کنید (1/7:  $\sqrt{3}$ ).

پاسخ:

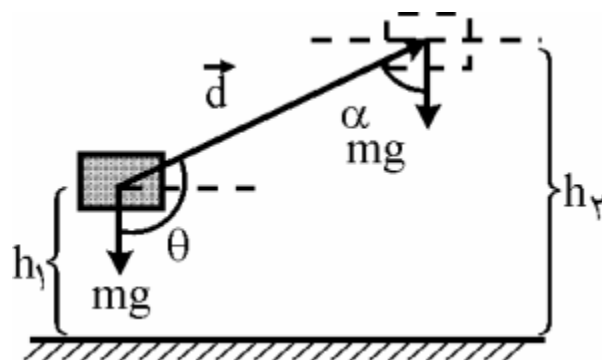
$$W_T = W_F + W_N + W_{mg} + W_{fk}$$

$$W_T = 250\sqrt{3} + 0 + 0 - 200; \quad 225J$$

## کار نیروی وزن



اگر جسمی به وزن  $mg$  را از ارتفاع  $h_1$  بالای سطح زمین تا ارتفاع  $h_2$  جابه جا کنیم ، کار نیروی وزن جسم برابر است با:



$$W_{mg} = mgd \cos \theta$$

$$\alpha + \theta = 180^\circ \Rightarrow \cos \theta = -\cos \alpha$$

با توجه به شکل داریم:

$$d \cos \theta = -d \cos \alpha = -(h_2 - h_1) = -\Delta h$$

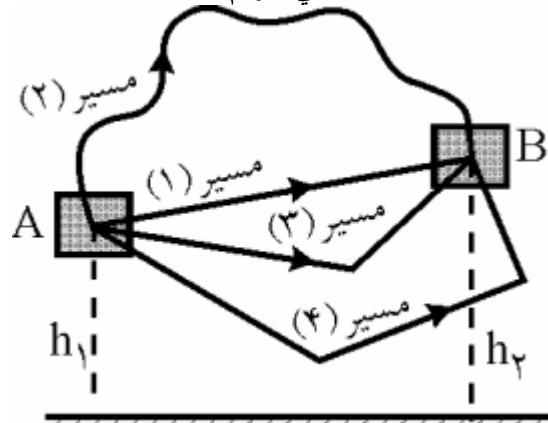
بنابراین:

$$W_{mg} = -mg(h_2 - h_1) = -mg\Delta h$$

در این رابطه،  $\Delta h$  جابه جایی گرانیگاه جسم در راستای قائم است. روشن است وقتی که جسم بالا می رود،

$\Delta h = h_2 - h_1 > 0$  و  $W_{mg} < 0$  و وقتی جسم پایین می آید،  $\Delta h = h_2 - h_1 < 0$  و  $W_{mg} > 0$ . اگر  $\Delta h = 0$  جسم تغییر ارتفاع نداشته باشد،  $W_{mg} = 0$  خواهد بود.

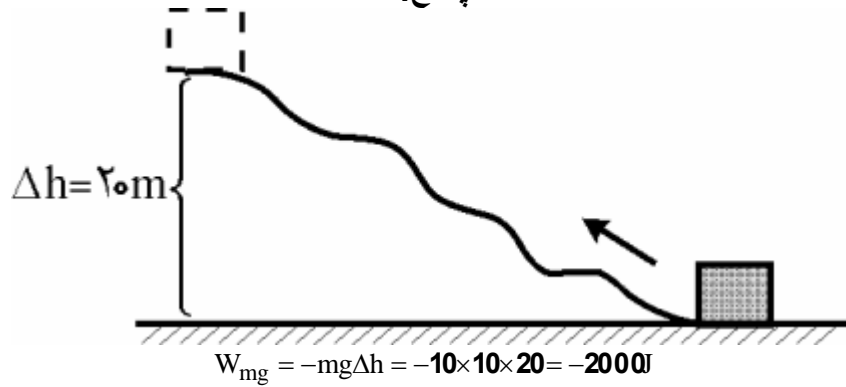
کار نیروی وزن در هر جابه جایی، همواره از رابطه  $W_{mg} = -mg\Delta h$  به دست می آید و به مسیر حرکت جسم بستگی ندارد. یعنی اگر جسم، مطابق شکل زیر از مسیرهای مختلف، از ارتفاع  $h_1$  تا ارتفاع  $h_2$  از نقطه A تا نقطه B جابه جا شود، کار نیروی وزن آن در تمام مسیرها یکسان است. یعنی داریم:



$$W_{1mg} = W_{2mg} = W_{3mg} = \dots = -mg(h_2 - h_1) = -mg\Delta h$$

مثال: جسمی به جرم 10 کیلوگرم، از سطح زمین تا بالای یک تپه به ارتفاع 20 متر از سطح زمین، بالا

برده شده است. کار نیروی وزن در این جابه جایی چند ژول است؟  $g: 10 \frac{N}{kg}$   
پاسخ:

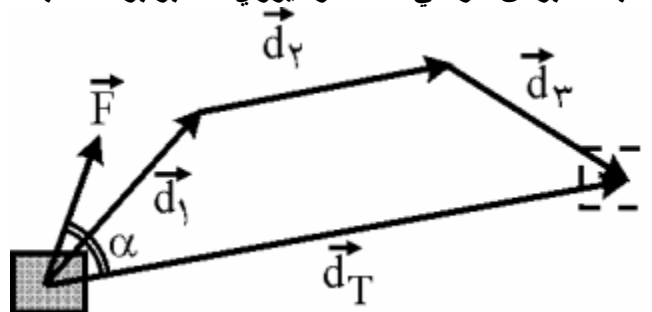


### کار نیروی ثابت در چند جابجایی پیاپی

کار نیروی ثابت  $\vec{F}$  روی جسم، در جابه جایی  $\vec{d}$  برابر حاصل ضرب داخلی این دو بردار است؛ یعنی داریم:

$$W = \vec{F} \cdot \vec{d} = Fd \cos \alpha$$

وقتی جسم، چند جابه جایی  $\vec{d}_1, \vec{d}_2, \dots$  را به دنبال هم انجام می دهد و در این جابه جایی ها نیروی ثابت  $\vec{F}$  بر آن اثر می کند، کار نیروی  $\vec{F}$  برابر است با:



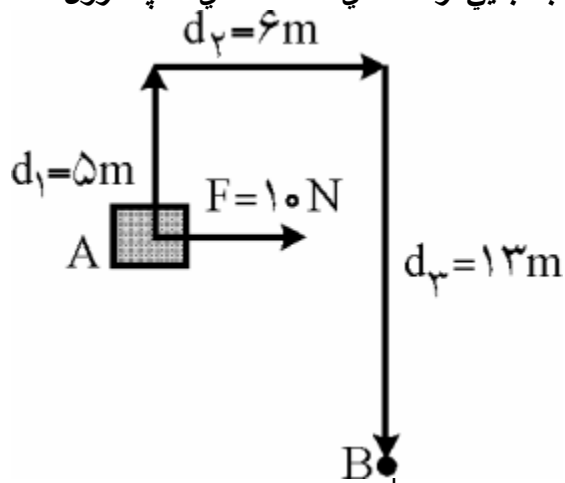
$$W = Fd_T \cos \alpha$$

$$\vec{d}_T = \vec{d}_1 + \vec{d}_2 + \dots$$

که در آن  $d_T$  بزرگی بردار جابه جایی برآیند و  $\alpha$  زاویه ی بین دو بردار جابه جایی  $\vec{d}_T$  و  $\vec{F}$  خواهد بود.

پرسش: با توجه به رابطه ی  $W = \vec{F} \cdot \vec{d}$ ، بیان بالا را ثابت کنید.

مثال: مطابق شکل زیر، جسمی تحت تأثیر نیروی افقی و ثابت 10 نیوتون قرار دارد. کار این نیروی در جابه جایی از نقطه ی A تا نقطه ی B چند ژول است؟

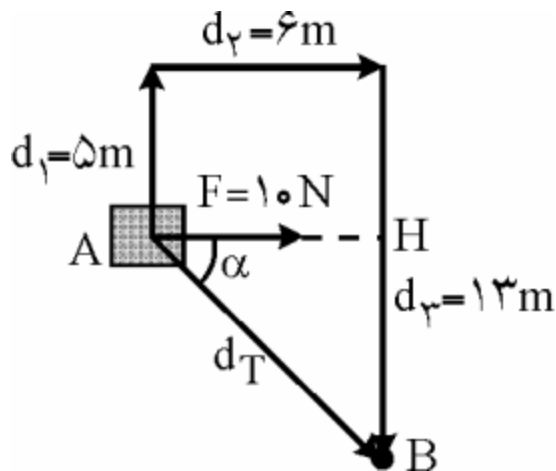


پاسخ: چون نیروی  $\vec{F}$  در این حرکت ثابت مانده است، داریم:

$$W = Fd_T \cos \alpha$$

بنابراین لازم است که برآیند جابه جایی ها و زاویه ی آن را با راستای نیروی  $\vec{F}$  به دست آوریم:





$$d_T = \sqrt{(d_3 - d_1)^2 + d_2^2} = \sqrt{(13 - 5)^2 + 6^2} = 10 \text{ m}$$

در مثلث AHB داریم:

$$\cos \alpha = \frac{AH}{AB} = \frac{d_2}{d_T} = \frac{6}{10}$$

بنابراین مقدار کار نیروی  $F$  در این حرکت برابر است با:

$$W = 10 \times 10 \times 0.6 = 60 \text{ J}$$

### قضیه‌ی کار و انرژی

کار برآیند نیروهای وارد بر جسم در یک جابه‌جایی معین، برابر تغییرات انرژی جنبشی جسم در همان جابه‌جایی است:

$$W_T = \Delta K$$

$$W_T = K_2 - K_1 = \frac{1}{2} m (V_2^2 - V_1^2)$$

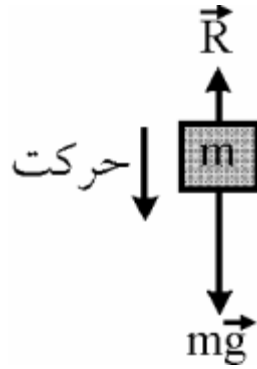
توجه کنید که کار برآیند نیروهای وارد بر جسم، همان جمع جبری کار تک تک نیروهای وارد بر جسم است.

مثال: جسمی به جرم  $2 \text{ kg}$ ، از ارتفاع  $10$  متری سطح زمین رها می‌شود و با سرعت  $12 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  به زمین می‌رسد.

در این حرکت، کار نیروی مقاومت هوا چند ژول است؟  $10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$ ؛  $g$ ؛

پاسخ: با توجه به شکل، به جسمی که در هوا سقوط می‌کند، دو نیروی گرانش زمین ( $mg$ ) و

مقاومت هوا ( $R$ ) وارد می‌شود:



نیروی وزن جسم ثابت ، ولی نیروی مقاومت هوا متغیر است . برای محاسبه ی کار نیروی مقاومت هوا، می توان از قضیه ی کار و انرژی ، استفاده کرد:

$$K_2 - K_1 = W_R + W_{mg}$$

$$W_{mg} = -mg(h_2 - h_1) = -mg(0 - h) = mgh$$

$$\Rightarrow W_{mg} = 2 \times 10 \times 10 = 200J$$

$$K_1 = 0, K_2 = \frac{1}{2}mV^2 = \frac{1}{2} \times 2 \times (12)^2 = 144J$$

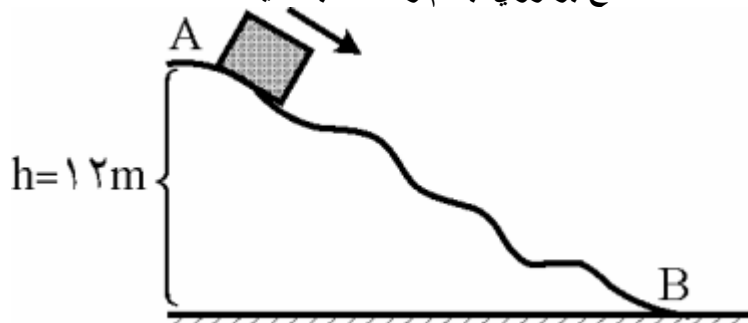
$$\Rightarrow 144 = W_R + 200 \Rightarrow W_R = -56J$$

کار نیروی مقاومت هوا منفی است؛ زیرا زاویه ی بین بردار جابه جایی جسم و نیروی مقاومت هوا برابر  $180^\circ$  است.

توجه کنید که از قضیه ی کار و انرژی در هر نوع مسأله ای می توان استفاده کرد . هرگاه نیروهای وارد بر جسم ثابت نبوده، یا مسیر حرکت ، مسیری مستقیم نباشد، بهترین راه برای حل مسأله ها و یافتن مقدارهای مجهول ، استفاده از قضیه ی کار و انرژی است.

مثال: در شکل زیر، جسمی به جرم  $1/5\text{kg}$  از نقطه ی A

شروع به حرکت کرده ، با سرعت  $10\frac{\text{m}}{\text{s}}$  به نقطه ی B در پایین سطح می رسد . کار نیروی اصطکاک سطح بر روی جسم را محاسبه کنید  $g = 10\frac{\text{N}}{\text{kg}}$  .



پاسخ: به جسم موردنظر، سه نیروی وزن، عمودی سطح و اصطکاک وارد می شود . کار نیروی عمودی سطح ، صفر است .  $(W_N = 0)$  کار نیروی وزن جسم برابر است با:

$$W_{mg} = -mg(h_2 - h_1) = -mg(0 - h) = mgh$$

$$W_{mg} = mgh = 1/5 \times 10 \times 12 = 180J$$

$$K_2 - K_1 = W_{mg} + W_N + W_{f_k}$$

$$\frac{1}{2}mV^2 - \frac{1}{2}mV_0^2 = W_{mg} + W_N + W_{f_k}$$

$$\xrightarrow{V_0=0} \frac{1}{2} \times 1/5 \times 10^2 = 180 + W_{f_k}$$

$$\Rightarrow 75 - 180 = W_{f_k} \Rightarrow W_{f_k} = -105J$$

مثال: جسمي به جرم 8 كيلوگرم ، با سرعت ثابت  $10 \frac{m}{s}$  روي يك خط راست حرکت مي کند. چه نيروي برحسب نيوتون و در کدام جهت در راستاي حرکت به آن وارد شود، تا بعد از طی مسافت 8 متر، انرژی جنبشی آن به 1200 ژول برسد؟  
پاسخ: با توجه به قضیه ی کار و انرژی داریم:

$$\frac{1}{2}mV^2 - \frac{1}{2}mV_0^2 = W_f$$

$$1200 - \frac{1}{2} \times 8 \times 10^2 = Fd \cos \alpha$$

$$\Rightarrow 1200 - 400 = F \times 8 \times \cos \alpha \Rightarrow 100 = F \cos \alpha$$

مقدار  $F \cos \alpha$  مثبت به دست آمده است. از آن جایی که  $F$  مثبت است،  $\cos \alpha$  باید مثبت باشد. چون نیرو در راستاي حرکت جسم به آن وارد مي شود و جسم روي يك خط راست حرکت مي کند، داریم:  
 $\alpha = 0 \Rightarrow \cos \alpha = 1 \Rightarrow F = 100N$

### انرژی پتانسیل

#### انرژی پتانسیل گرانشی

انرژی پتانسیل گرانشی جسمي به جرم  $m$  که در ارتفاع  $h$  از سطح زمین قرار دارد، برابر است با:  
 $U_g = mgh$

این انرژی برابر است با کاری که انجام مي دهیم تا جسم مورد نظر را از سطح زمین تا ارتفاع  $h$  با سرعت ثابت جابه جا کنیم.

مثال: با صرف 20 ژول انرژی ، جسمي به جرم 5 كيلوگرم را حداکثر تا چه ارتفاعي مي توان بالا برد؟

$$g; 10 \frac{N}{kg}$$

پاسخ: براي به دست آوردن حداکثر ارتفاع ، باید فرض کنیم که هیچ عامل تلف کننده ی انرژی ای بر جسم اثر نمی کند. و 20 ژول انرژی فقط صرف بالا بردن جسم و غلبه بر نیروی گرانش زمین مي شود و در نهایت به صورت انرژی پتانسیل در آن ، ذخیره مي گردد.

$$U = mgh$$

$$20 = 50 \times 10h \Rightarrow h = 0/4m$$

### انرژی مکانیکی

به مجموع انرژی های جنبشی و پتانسیل يك جسم ، انرژی مکانیکی آن جسم گفته مي شود.

$$E = U + K$$

مثال: جسمي به جرم 1 کیلوگرم از ارتفاع 5 متری سطح زمین با سرعت  $3 \frac{m}{s}$  عبور می کند. انرژی

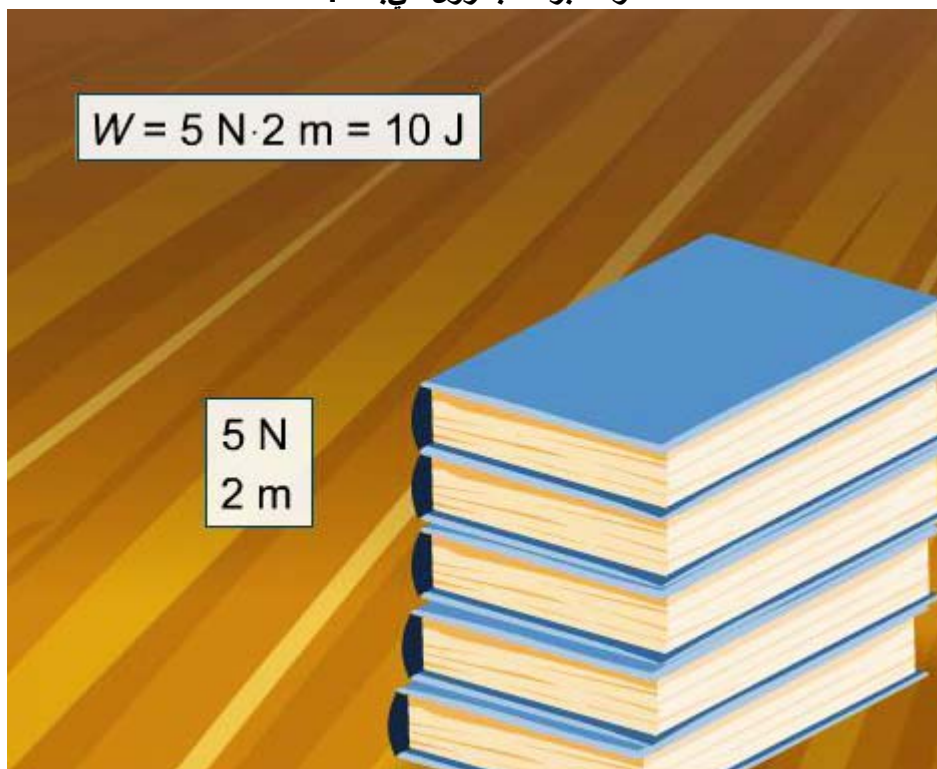
مکانیکی جسم را در این نقطه محاسبه کنید  $10 \frac{N}{kg}$  ; g

پاسخ:

$$E = mgh + \frac{1}{2}mV^2$$

$$E = 1 \times 10 \times 5 + \frac{1}{2} \times 1 \times 3^2 = 54/5 J$$

مقدار کار انجام شده روی جسم توسط نیروی ثابت  $F$ ، در جابه‌جایی  $d$  برابر است با  $W = Fd \cos \alpha$  :  
 که در رابطه‌ی بالا،  $\alpha$  زاویه‌ی بین بردار نیرو و جابه‌جایی،  $d$  برحسب متر،  $F$  برحسب نیوتون و  $W$  برحسب ژول می‌باشد.



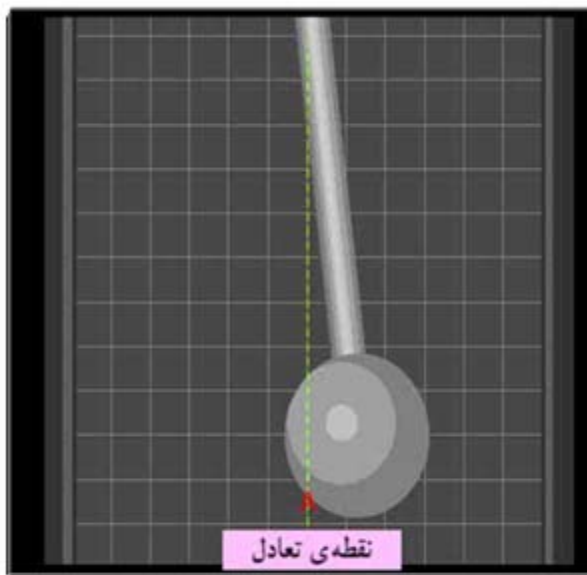
جمع جبری کار تک تک نیروهای وارد بر جسم، برابر با کار نیروی برآیند و یا کل کار انجام شده است.  
 شده انجام کار کل  $= W_1 + W_2 + W_3 + \dots + W_n = W_T$

انرژی جنبشی جسمی به جرم  $m$  که با سرعت  $v$  در حرکت است، از رابطه‌ی  $K = \frac{1}{2}mV^2$  به دست می‌آید.  
 قضیه‌ی کار و انرژی: تغییرات انرژی جنبشی جسم در یک جابه‌جایی معین، برابر است با کار برآیند نیروهای وارد بر جسم.

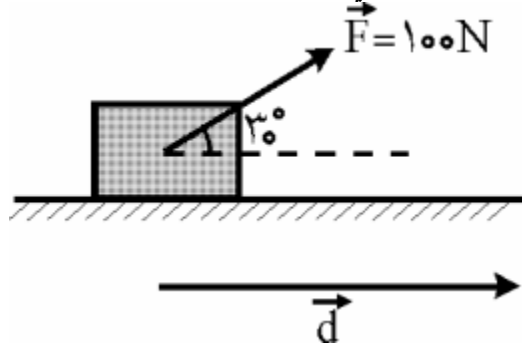
$$\Delta K = W_T$$

$$K_2 - K_1 = W_1 + W_2 + W_3 + \dots + W_n$$

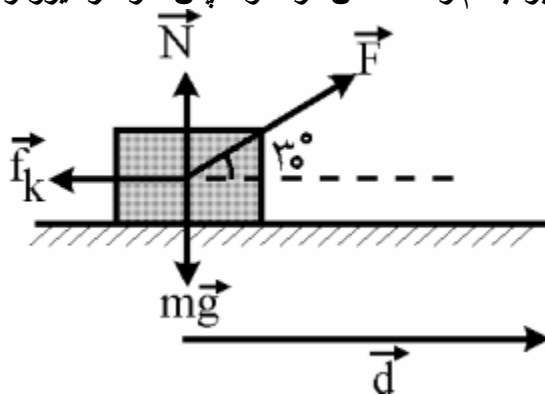
انرژی پتانسیل گرانشی جسم  $m$  در ارتفاع  $h$  از سطح زمین برابر است با  $U_g = mgh$  :  
 انرژی مکانیکی: به مجموع انرژی‌های جنبشی و پتانسیل جسم، انرژی مکانیکی گفته می‌شود.



مثال: در شکل زیر، جسمی به جرم 20 کیلوگرم به کمک نیروی  $F$  روی سطحی افقی با ضریب اصطکاک  $0.2$  از حال سکون به راه می‌افتد. با کمک قضیه‌ی کار و انرژی، سرعت جسم را بعد از جابه‌جایی 100 متر، به‌دست آورید.



پاسخ: ابتدا نیروهای وارد بر جسم را مشخص کرده و سپس کار هر نیرو را جداگانه محاسبه می‌کنیم:



$$W_{mg} = mgd \cos 90^\circ = 0$$

$$W_N = Nd \cos 90^\circ = 0$$

$$W_F = Fd \cos 30^\circ = 100 \times 100 \times \frac{\sqrt{3}}{2}; \quad 8660 \text{ J}$$

$$N = mg - F \sin 30^\circ = 200 - 100 \times \frac{1}{2} = 150 \text{ N}$$

$$W_{f_k} = d \cos 180^\circ = -\mu_k Nd$$

$$= -0/2 \times 150 \times 100 = -3000 \text{ J}$$

$$K_2 - K_1 = W_{mg} + W_N + W_F + W_{f_k}$$

$$\frac{1}{2} mV^2 - 0 = 0 + 0 + 8660 - 3000$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \times 20 \times V^2 = 5660 \Rightarrow V^2 = 566$$

$$\Rightarrow V; \quad 23/8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

### مکانیکی انرژی پایستگی

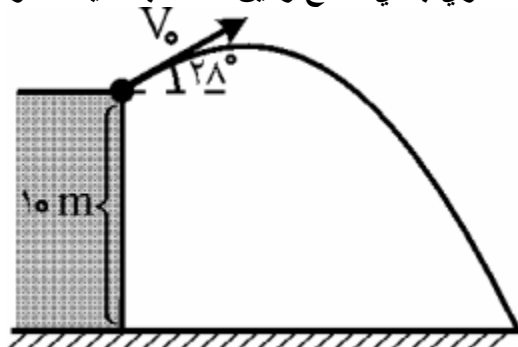
اگر نیروی تلف کننده انرژی نظیر نیروی اصطکاک و مقاومت هوا بر جسم اثر نکند، انرژی مکانیکی آن پایسته ثابت می ماند.

$$\Rightarrow \Delta E = 0 \quad \text{مقدار ثابت} \quad E_1 = E_2 = E_3 = \dots = E_n =$$

$$K_1 + U_1 = K_2 + U_2 = \dots = K_n + U_n = \text{مقدار ثابت}$$

$10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

مثال: در شکل زیر، از ارتفاع 10 متری بالای سطح زمین، توپی به جرم 0/5 کیلوگرم، با سرعت 10 تحت زاویه 28 درجه نسبت به افق و به سمت بالا پرتاب می شود. سرعت توپ را در ارتفاع های 7 متری و 5 متری بالای سطح زمین، محاسبه کنید. مقاومت هوا ناچیز است.



پاسخ: ابتدا انرژی های جنبشی و پتانسیل را در نقطه ی پرتاب و سپس در ارتفاع های گفته شده محاسبه می کنیم.

$$K_1 = \frac{1}{2} mV_0^2 = \frac{1}{2} \times 0/5 \times 10^2 = 25 \text{ J}$$

$$U_1 = mgh_1 = 0/5 \times 10 \times 10 = 50 \text{ J}$$

$$U_2 = mgh_2 = 0/5 \times 10 \times 7 = 35 \text{ J}$$

$$U_3 = mgh_3 = 0/5 \times 10 \times 5 = 25 \text{ J}$$

با توجه به پایستگی انرژی مکانیکی، در ارتفاع 7 متری بالای سطح زمین داریم:

$$U_1 + K_1 = U_2 + K_2$$

$$50 + 25 = 35 + K_2 \Rightarrow K_2 = 40 \text{ J}$$

$$\frac{1}{2} \times 0/5 \times V_2^2 = 40 \Rightarrow V_2 = \sqrt{160} = 4\sqrt{10} \frac{m}{s}$$

همچنین در ارتفاع 5 متری از سطح زمین داریم:

$$K_1 + U_1 = K_3 + U_3$$

$$25 + 50 = \frac{1}{2} m V_3^2 + 25$$

$$50 = \frac{1}{2} \times 0/5 \times V_3^2 \Rightarrow V_3 = \sqrt{200} = 10\sqrt{2} \frac{m}{s}$$

### توان

از تقسیم کار انجام شده به زمان انجام آن، توان متوسط به دست می آید.

$$\bar{P} = \frac{W}{t}$$

$$1 \frac{J}{s} = 1W$$

یکای توان  $\frac{J}{s}$  است که آن را «وات» می نامیم:

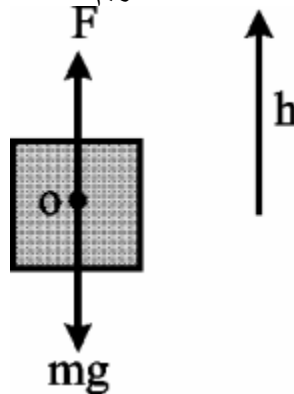
مثال: جرثقیلی می تواند در مدت 50 ثانیه، باری به جرم 100 کیلوگرم را با سرعت ثابت در راستای

قائم، 5 متر بالا ببرد. توان متوسط جرثقیل را بر حسب وات محاسبه کنید  $g = 10 \frac{m}{s^2}$ .

پاسخ: کار انجام شده توسط جرثقیل برابر است با:

$$W = Fh \cos \theta$$

چون سرعت ثابت است بنابراین شتاب صفر بوده و نیروی بالا برنده  $F$ ، برابر با نیروی وزن جسم است، داریم:



$$F - mg = ma = 0$$

$$F = mg = 1000N$$

$$W = 1000 \times 5 = 5000J$$

$$t = 50s$$

$$\Rightarrow \bar{P} = \frac{W}{t} = \frac{5000}{50} = 100W$$

### بازده

برای محاسبه بازده دستگاه کافی است، درصد کار مفیدی که دستگاه انجام می دهد را نسبت به انرژی ای که دستگاه مصرف می کند، به دست آوریم:

$$Ra = \frac{\text{کار مفید}}{\text{انرژی مصرف شده}} \times 100$$

بازده

مثال: يك آسانسور، در مدت 5 دقیقه تا ارتفاع 60 متر بالا می‌رود. جرم آسانسور و بار داخل آن 500 کیلوگرم و توان مصرفی آسانسور 2kW است. بازدهی آسانسور چند درصد است؟  
پاسخ: کار مفید آسانسور برابر با تغییر انرژی پتانسیل آسانسور است.

$$W_2 = mg\Delta h = 500 \times 10 \times 60 = 3 \times 10^5 \text{ J} \quad \text{مفید کار}$$

$$P_2 = \frac{3 \times 10^5}{5 \times 60} = 1000 \text{ W} \quad \text{مفید توان}$$

$$P_1 = 2 \text{ kW} = 2000 \text{ W} \quad \text{مصرفی توان}$$

$$Ra = \frac{W_2}{W_1} \times 100 = \frac{P_2}{P_1} \times 100 = \frac{1000}{2000} \times 100 = 50\%$$