



Subject:

Month:

Date:

NOTE BOOK

x_i	f_i	$x_i = \frac{f_i}{n}$	$x_i = x_i \times h$	F_i	$F_i = \frac{f_i}{n}$	$F_i = \frac{F_i}{n}$
x_1				$F_1 = f_1$		$\frac{f_1}{n}$
x_2				$F_2 = f_1 + f_2$		
$\vdots$				$F_r = F_2 + f_r$		
x_K	$\sum f_i = n$	$\sum x_i = 1$				

روش های دسته بندی داده ها

- ۱- اگر طول طبقات (h) مشخص باشد
- ۲- محاسبه R (دانه تغییرات)
- ۳- محاسبه K (تعداد طبقات)

اگر طول طبقات (h) مشخص نباشد

$$K = 1 + 3.3 \log n$$

۱- محاسبه K

۲- محاسبه R (مثال بالا)

$$h = \frac{R}{K} - 3$$

حد پایین دسته نام L_i

حد بالای دسته نام $\bar{L}_i$

$$x_i = \frac{L_i + \bar{L}_i}{2}$$

$$\begin{aligned} L_1 &= \text{کوچکترین دارها} & L_2 &= L_1 \\ \bar{L}_1 &= L_1 + h & \bar{L}_2 &= L_2 + L_1 \end{aligned}$$

Arang

$L_1 - L_1 : 5500 - 70500$
 $L_2 - L_2 : 10500 - 15500$
 $L_3 - L_3 : 15500 - 20500$
 $L_4 - L_4 : 20500 - 25500$
 $L_5 - L_5 : 25500 - 30500$

$\min x_i = 5500$
 $\max x_i = 29500$
 $h = 5000$
 $K = ?$
 $R = \max x_i - \min x_i$
 $= 29500 - 5500$
 $= 24000$
 $K = \frac{R}{h}$

ردیف	f_i	r_i	γ	F_i	F_i'	$f_i = f_i \times 100$

$x_1, \dots, x_n$ ← داده‌های بدون فراوانی
 میانگین حسابی

$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n}$ ← داده‌های با فراوانی

$x_1, \dots, x_k$
 $f_1, \dots, f_k$

$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^k f_i x_i}{n}$

$n = \sum_{i=1}^k f_i$

Arang

xi	fi	fixi
2	3	a
f	2	Λ
r	0	o
e	1	d

$$\sum f_i = 9 \quad \sum f_i x_i = 19$$

$$\bar{x} = \frac{\sum f_i x_i}{n} = \frac{19}{4} = 4.75$$

Inter
 $x_1, \dots, x_n$

$$\rightarrow g(1) < g(r) < g(r')$$

۲۷

$md = x\left(\frac{n+1}{2}\right)$ اگر n فرد باشد

برای دایره های گسترده

is less number

$$Md = \frac{1}{4} [x(\frac{1}{4}) + x(\frac{7}{4}) + 1]$$

الرحمن الرحيم

$$n=4$$

$$\frac{n}{\gamma^2} = \gamma$$

جواب ۱۱۶

$$\frac{x(r) + \bar{x}(\varepsilon)}{r}$$

← برای راههای دستبندی شده:

برای محاسبه میانگین در راه‌های (نقطه‌بندی شده ابتدا) در راه محاسبه می‌کنیم

۱- هم میانه دلمه اولین و ده های که فراوان جمع آن برابر یا بیشتر از ۴ باشد

۶- فراوانی مجموعی لایه ماقبل میاندار

۲- پس از رابطه زرم میانه را محاسبه می کنیم.

← حدیاسن زه میانه دار

$$Md = L_M + \frac{\frac{n}{4} - F_b}{A} \times h \rightarrow \text{طول طبقات}$$

طول طبقات

Arang f_m فرادانی عطلق

درجہ دستہ ها	f_i	F_i
۱۹,۵-۲۴,۵	۳	۳
۲۴,۵-۲۹,۵	۷	۱۰
۲۹,۵-۳۴,۵	۹	۱۹
۳۴,۵-۳۹,۵	۲۹	۴۸
۳۹,۵-۴۴,۵	۲۵	۷۳
۴۴,۵-۴۹,۵	۲۰	
۴۹,۵-۵۴,۵	۵	
۵۴,۵-۵۹,۵	۲	

$$F_i = f_i$$

$$F_r = f_1 + f_2$$

$$Md = ۳۹,۵ + \frac{\frac{f}{2} - \frac{F}{2}}{f} \times h = ۳۹,۹$$

$$h = ۵$$

مدا (منا): دارای بیشترین فراوانی:

نوع کالا	A	B	C
تعداد کال	۲۰	۱۵	۱۰

برای داده های جدا:

محاسبه منا

برای داده های دسته بندی شده: برای محاسبه منا ابتدا تعداد را محاسبه کنیم

رده ندارد: رده ای با بیشترین فراوانی پس از رابطه زیر منا را محاسبه کنیم.

$$M_o = L_m + \frac{d_1}{d_1 + d_2} \times h \rightarrow d_2 = f_i - f_{i+1}$$

$$d_1 = f_i + f_{i-1}$$

از ۱: فراوانی مطلق

از ۲: فراوانی مطلق کمره ندارد

از ۳: ~ ~ رده ندارد

Arang

درجه طبقات	f_i
149,5 - 152,5	15
152,5 - 157,5	20
157,5 - 162,5	30
162,5 - 167,5	25
167,5 - 172,5	10

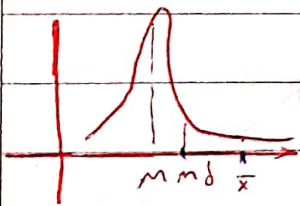
$$d_1 = d_i + f_{i-1} = 0$$

$$d_2 = f_1 - f_{1+1} = 5$$

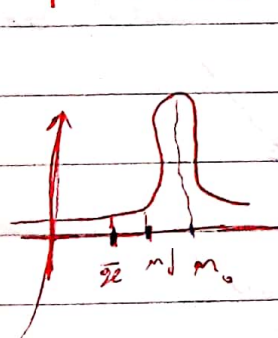
$$M_0 = 149,5 + \frac{5}{10+5} \times 5 = ?$$

رابطه تقریبی زیر بین ۲ شاخص مرکزی میانی برقرار است

$$\bar{X} - M_0 \approx 3(\bar{X} - Md)$$



چون به سمت راست متمایل است



$$\bar{x} = Md = M_0$$

متقارن

$$\bar{x} = Md = M_0$$

چون به چپ متمایل است

$$\bar{x} < Md < M_0$$

مختل های فراوانی

چند ها اگر P عددی بین صفر و یک باشد آنگاه چند P درصد است نه $100P$ درصد

از داده ها است چه این و $100(1-P)$ درصد از آنها درست است آن قبل دارد

$$P = \frac{1}{4}$$

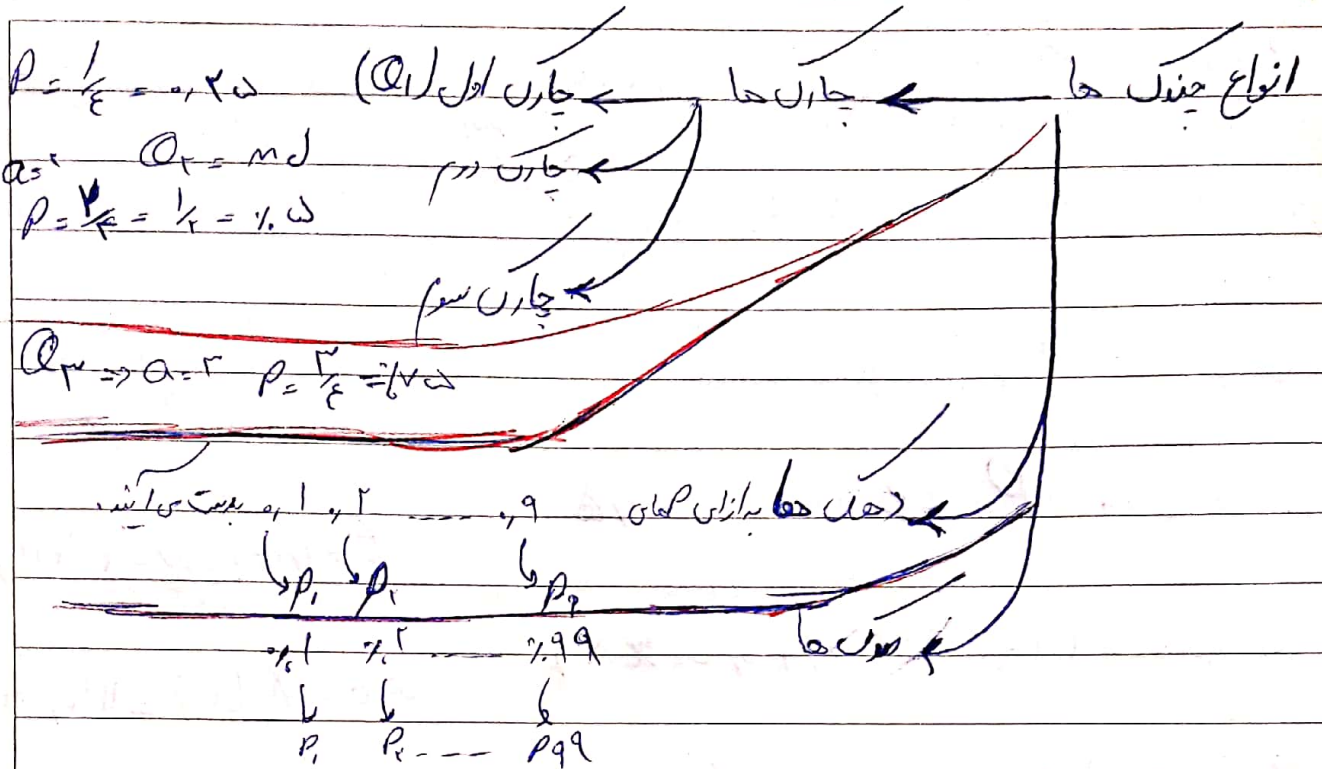
$$\%100P = 100 \times \frac{1}{4} = \%25$$

$$P = \frac{1}{4}$$

$$100 \times \frac{1}{4} = \%25$$

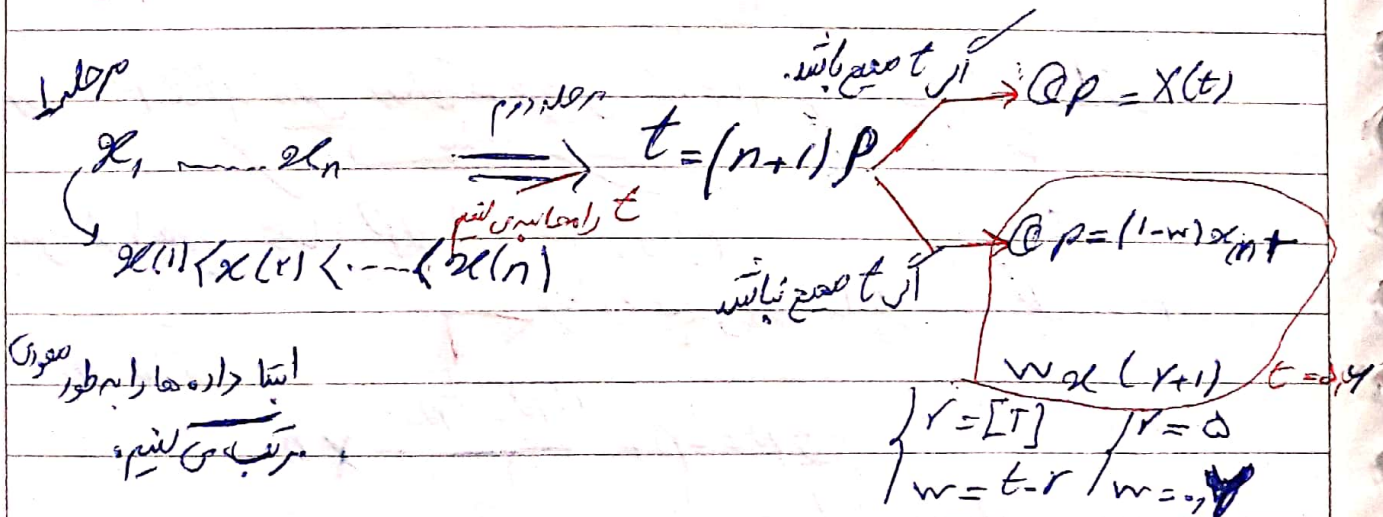
Arang

$$100(1 - \frac{1}{4}) = \%75 \quad \%100(1-P) = 100(1 - \frac{1}{4}) = \%75$$



در این جا برای داده های دسته بندی نشده

در این جا برای داده های دسته بندی نشده (۲) صفحه بعد



$x(1)$	$x(2)$			
92,9	104,8	106,0	114,7	120
			20,9	
121,2	132,1	134,7	142,8	

$$Q_n \leq P_{vd} \quad P = 0,25$$

$$t = (n+1)P = (9+1)0,25 = 2,5$$

$$Q_{0,25} = (1-0,25)x(10) + 0,25x(11)$$

$$Q_{0,25} = 0,75x(10) + 0,25x(11)$$

$$= 0,75 \times 132,1 + 0,25 \times 134,7 =$$

$$D_5 \rightarrow P_{0,25}$$

$$t = (n+1)P = (9+1)0,25 = 2,5$$

$$Q_{0,25} = x(2,5) = 124,2$$

۲) برای محاسبه چند Q_P ابتدا رده Q_P را بسازیم.

رده Q_P از اولین رده که فراوانی آن برابر یا بیشتر از Q_P باشد.

پس از رابطه چند Q_P ام را محاسبه کنیم:

فراوانی تجمعی رده مقابل رده مقابل رده Q_P

$$Q_P = L_P + \frac{n_P - F_{P-1}}{f_P} \times h$$

L_P ← حد پایین رده Q_P

فراوانی مطلق رده Q_P

Subject:

Year:

Month:

Date:

(5)

34

NOTEBOOK

معماری

کلاس	f_i	F_i
120-140	2	
140-142	12	
142-145	20	
145-148	10	
148-150	8	
150-152	4	
$\sum f_i = 48$		

$$P_{10} = 0.10$$

$$P = 0.10$$

$$n = 48$$

$$np = 48 \times 0.10 = 4.8$$

$$Q_{10} = 140 + \frac{192 - 2}{12} \times 2 = 140 + \frac{f_{10}}{f_0}$$

$$= 140$$

شماره های برآورد:

$$x_1, \dots, x_n$$

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n}$$

$$x_1 - \bar{x}, \dots, x_n - \bar{x}$$

$$\sum (x_i - \bar{x}) = \sum x_i - n\bar{x} = 0$$

انحراف در مجموع صفر است

Arang



$$S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$$
 جابا نيس صغونه

وارباشن محوئہ

برای داده‌های بدون فراوانی

$$X_1 \sim \dots \sim X_n$$

$$S^2 = \frac{1}{n-1} \sum (x_i - \bar{x})^2$$

Arang

برای داده های با فرکانس

$$S^Y = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^K f_Y(x_i - \bar{x})$$

$$x = \frac{\sum p_i - 2e_i}{n}$$

← برای داره هایدروکسی فلوئورانی

برای دان ها ؛ افراد این

$$S^Y = \frac{1}{n-1} \left(\sum x_i^Y - \frac{(\sum x_i)^Y}{n} \right)$$

$$S^2 = \frac{1}{n-1} \left(\sum x_i^2 - n \bar{x}^2 \right)$$

$$S^Y = \frac{1}{n-1} (\sum (L_i x_i)^2 - \frac{(\sum L_i x_i)^2}{n})$$

$$s^2 = \frac{1}{n-1} (\sum_{i=1}^n x_i^2 - n\bar{x}^2)$$

[illegible]

انضراف معیاره جذبه مثبت و الیاس را انضراف معیاره میگویند.

جامع
6 انحراف معیار = $\sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}$ (۲)

$$S = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$

Arang

$$x_1, \dots, x_n \rightarrow S^r_x$$

$$ax_1, \dots, ax_n \rightarrow a^r S^r_x$$

Subject:

Year:

Month:

Date:

NOTE BOOK

ویژگی های طریقی

$$S^2(x+a) = S^2x$$

انحراف معیار $S(x+a) = Sx$

$$S^2(ax) = a^2 S^2x \quad a \neq 0$$

$$S(ax) = |a| Sx$$

$$S^2\left(\frac{x}{b}\right) \quad b \neq 0 \quad \frac{S^2x}{b^2}$$

$$S\left(\frac{x}{b}\right) = \frac{Sx}{|b|} \Rightarrow \overline{(ax+b)} = a\bar{x} + b$$

$$S^2(ax+b) = a^2 S^2x$$

$$S(ax+b) = |a| Sx$$

ضرب تغییرات:
تبدیل از متریک به متریک
تغییرات
تغییرات

تغییرات $\frac{S}{x} \times 100$

برای برآورد تغییرات

$$x_1, \dots, x_n, \bar{x}, S$$

نمره استاندارد

$$Z_i = \frac{x_i - \bar{x}}{S}$$

Arang

(7)

$$\left. \begin{array}{l} n = 17,5 \\ \bar{x} = 14,5 \\ S = 4 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{ریاضی} \\ \text{درس آمار} \end{array}$$

$$\left. \begin{array}{l} n = 14 \\ \bar{y} = 14,6 \\ S = 2 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{به طور کلی در ریاضی قویتر} \\ \text{می باشد} \end{array}$$

$$z = \frac{17,5 - 14,5}{4} = 0,75$$

همبستگی: ارتباط بین دو یا چند متغیر را همبستگی می گویند.

شماره شما $\uparrow$ میزان سبکی $\uparrow$
بسیار کم

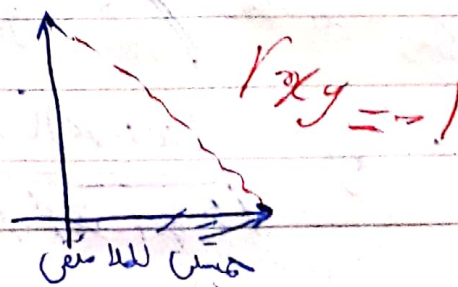
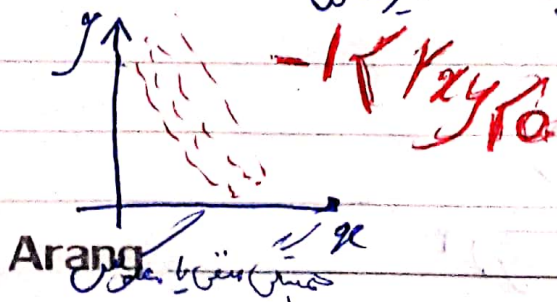
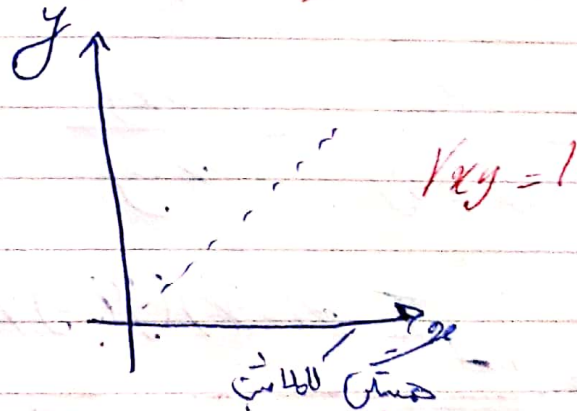
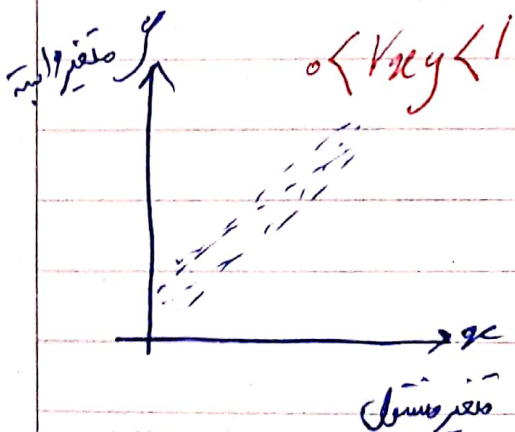
رتبه شما $\uparrow$ قد شما $\uparrow$

دو بار شدن به پیمانی $\downarrow$ ورزش کردن به مدت طولانی $\uparrow$

همبستگی خطی: در حین وجود همبستگی بین دو متغیر رابطه خطی نیز بین آنها وجود دارد.

$$r = \frac{\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{n \cdot s_x \cdot s_y}$$

تعیین همبستگی خطی با طریق نمودار:



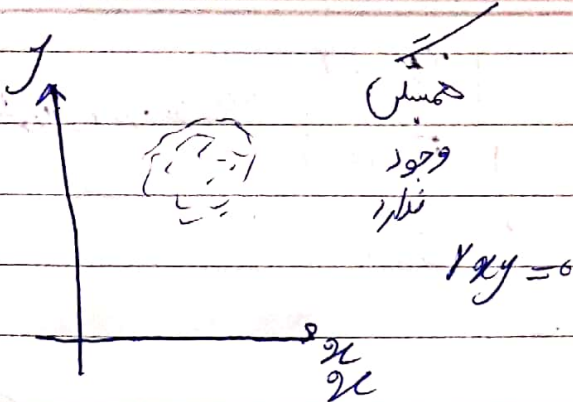
Subject:

Year:

Month:

Date:

NOTE BOOK



$$-1 < r_{xy} < 1$$

$$r_{xy} = 1$$

کواریانس نمونه n و $n-1$ (نمونه و جامعه)

$$S_{xy} = \frac{1}{n-1} \sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$$

$$\text{ضریب همبستگی نمونه} = \frac{\text{تغیارت بین دو متغیر}}{\sqrt{\text{تغیارت } x} \sqrt{\text{تغیارت } y}} = \frac{\text{کواریانس نمونه}}{\sqrt{\text{واریانس } x} \sqrt{\text{واریانس } y}}$$

$$r_{xy} = \frac{S_{xy}}{\sqrt{S_x^2} \sqrt{S_y^2}} = \frac{S_{xy}}{S_x \cdot S_y}$$

$$r_{xy} = \frac{\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum (x_i - \bar{x})^2} \sqrt{\sum (y_i - \bar{y})^2}}$$

$$r_{xy} = \frac{\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum (x_i - \bar{x})^2} \sqrt{\sum (y_i - \bar{y})^2}}$$

Arang

Subject:

Year:

Month:

Date:

(8)

مکتبہ سائنس و تجارت
NOTE BOOK

$$r_{xy} = \frac{\sum xy - \frac{\sum x \sum y}{n}}{\sqrt{\sum x^2 - \frac{(\sum x)^2}{n}} \sqrt{\sum y^2 - \frac{(\sum y)^2}{n}}}$$

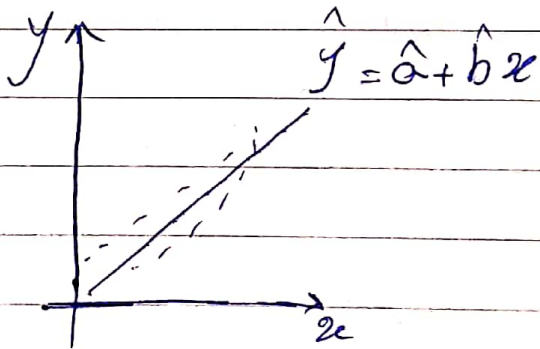
x_i	y_i	x_i^2	y_i^2	$x_i y_i$
$\sum x_i$	$\sum y_i$	$\sum x_i^2$	$\sum y_i^2$	$\sum x_i y_i$

ضریب رگرسیونی $\Rightarrow$ میزان همبستگی بین دو متغیر را نشان می دهد.

به معنای پیرایش می باشد.
رگرسیون: یعنی مجموعه داده ها به صورتی اصل خودشان که ممکن است دارای خطای غیر قابل
باشد بر می گردد.

X متغیر مستقل
Y متغیر وابسته

و مقابله بین مجموعی همبستگی خط
وجود داشته باشد.



$$\hat{b} = \frac{\sum x_i y_i - \frac{\sum x_i \sum y_i}{n}}{\sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n}}$$

$$\hat{a} = \bar{y} - \hat{b} \bar{x}$$

x	y	x^2	y^2	xy
$\sum x$	$\sum y$	$\sum x^2$	$\sum y^2$	$\sum xy$

Arang

x = رقم هوش

y = رقم ریاض

$$r_{xy} = (0,84)^+$$

$$(r_{xy})^2 = (0,84)^2 = 0,7056 \rightarrow$$

به ازای این واحد تغییر در نمره هوش

0,7056 تغییر در نمره ریاضی در صورت مثبت ایجاد می شود

← میزان افزایش ضریب

$$y = 0,8 + 1,4x \rightarrow \text{نمره هوش به سربلند دارد می شود}$$

$$x = 9$$

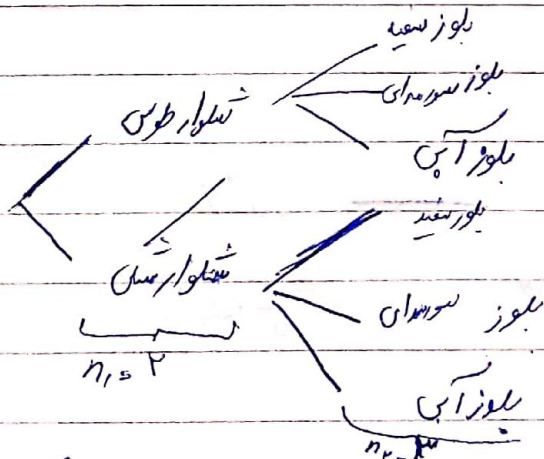
$$y = 9,2$$

(اصل دوم)

اصول شمارش ← اصول ضرب:

← اصل جمع:

(اصل یکم)

اصل تعمیم ضرب (تعداد طرق انجام n ، k مرحله‌ای):اگر n مرحله در k مرحله انجام شده طوری که مرحله اول به n طریق مرحله دوم به n طریقمرحله k ام به n_k حالت انجام این n : $n_1 \times n_2 \times \dots \times n_k$ طریق قابلانجام می‌باشد یا $n_1 \times n_2 \times \dots \times n_k =$ تعداد طرق انجام n ، k مرحله‌ای

4 حالت مختلف به‌توان لباس پوشید

Subject:

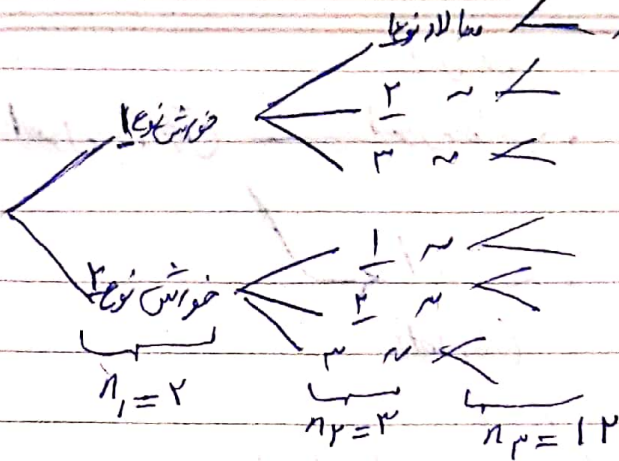
Year:

Month:

Date:

NOTE BOOK

نوشته شده



$$n_1 + n_2 + n_3 = 17$$

اصلی (اصلی) و اگر لایحه‌های A_1, A_2, A_3 انجام شده طوری که A_1, A_2, A_3

n_1 طریق، A_2 به n_2 طریق، A_3 به n_3 طریق (این حالت همزمان رخ ندهند)

اگر این کار به $n_1 + n_2 + \dots + n_k$ حالت امکان پذیر باشد

انتخاب / سریع الیه

منزل

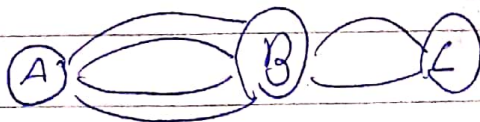
شخص

مالی

تأسیس سرویس

برابری

دانشگاه



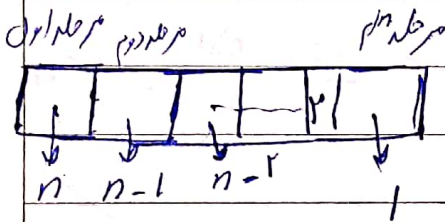
Arang

اشیا همای

جایگشت ها و ترتیب ها

اشیا نامهای

جایگشت ها و ترتیب های پیرایه مقایسه:

الف: تعداد جایگشت های با ترتیب های n شی مقایسه (وقتی که ترتیب مرکزی اشیا کنار هم مهم باشد)

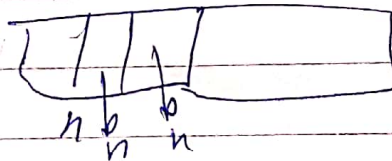
$$P(n) = n!$$

$$P_n^n = (n-1)(n-2) \dots (2)(1)$$

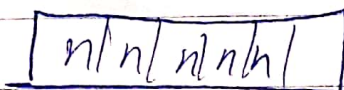
مثال: با حروف کلمه قوجان چند کلمه n حرف می توان نوشت (تکرار مجاز نیست)

$$P_5^5 = 5!$$

تکثیر: «رسمت الی از آن تکرار مجاز باشد»

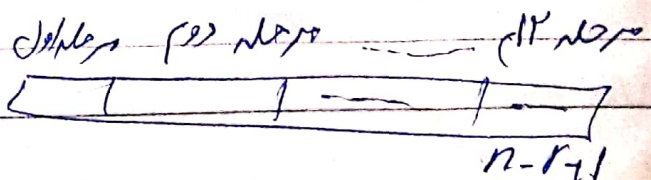


$$P_n^n$$



$$P_n^n$$

در مثال قبل وقتی تکرار مجاز باشد

ب: تعداد ترتیب های با جایگشت های n شی از n شی مقایسه (ترتیب مهم است) تکرار مجاز

Arang

Subject:

Year:

Month:

Date:

NOTE BOOK

$$n \times (n-1) \times (n-2) \times \dots \times (n-r+1) \times \left(\frac{n-r}{n-r}\right)! = \frac{n!}{(n-r)!}$$

$$P_n^r = \frac{n!}{(n-r)!}$$

با حروف که قویان خند که سه حرفی می توان نوشت تکرار مجاز نباشد.

۵ | ۴ | ۳ | ۲

$$P_n^r = \frac{n!}{(n-r)!} \Rightarrow \frac{5!}{2!} = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$$

تعداد جایگاه ها یا ترتیب های انتخاب از ۵ شیء متمايز وقت تکرار مجاز باشد.

۵ | ۴ | ۳ | ۲

n^r

چون در وقت تکرار مجاز باشد.

۵ | ۴ | ۳ | ۲

5^2

$n = 5$

$r = 2$

در مثال قبل اگر تکرار مجاز باشد داریم.

Arang

Subject:

Year:

Month:

Date:

NOTE BOOK

واریش - دیش

$$\frac{n!}{n_1! n_2! \dots n_r!}$$

$$\sum_{i=1}^r n_i = n$$

تعداد جایگشت های n شی معانی
که در آن n_1 تا از نوع اول بهر تانوع
و n_2 تا از نوع دوم n_2 باشد

اگر n تا شی از r دسته تقسیم کنیم

طوری که در دسته اول n_1 تا (در دسته ها)

n_2 تا در دسته دوم n_2 تا شی قرار گیرد.

تعداد جایگشت های n که برابرت آورید.

assistant

۱۰۱

۲۱ ۲۱ ۲۱
تعداد تکرار
تعداد تکرار
تعداد تکرار

Arang

Subject:

Year:

Month:

Date:

NOTE BOOK

ترکیب: تعداد حالات مختلف انتخاب داشتن از n شیء میانی وقتی n شیء قرار می‌دهیم

هم باشد ترکیب n شیء از n شیء می‌گیریم که با C_n^n یا $\binom{n}{n}$ نشان می‌دهیم.

$$\binom{n}{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

$$\binom{1}{3} = \frac{1!}{3!0!} = \frac{1 \times 1 \times 1}{6} = \frac{1}{6}$$

$$r = \sqrt{(-1)^2 + (\sqrt{3})^2} = 2$$

① نویسنده

$$\theta = \tan^{-1} \frac{y}{x} \Rightarrow \theta = \sqrt{3} \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{3}$$

$$1 - \sqrt{3}i = 2 \left(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \left(-\frac{\pi}{3} \right) \right) = 2 \left(\cos \frac{\pi}{3} - i \sin \frac{\pi}{3} \right)$$

$$1 + \sqrt{3}i = 2 \left(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3} \right) = 2 \left(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3} \right)$$

$$(1 - \sqrt{3}i)^9 + (1 + \sqrt{3}i)^9 = 2^9 \left(\cos \frac{\pi}{3} - i \sin \frac{\pi}{3} + \cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3} \right)$$

$$2^9 (2 \cos \frac{\pi}{3}) \Rightarrow 2^9 \cos \frac{\pi}{3} \Rightarrow 2^9 (1) = 2^9 = 512$$

$$|z - z_1| \leq |z + i|$$

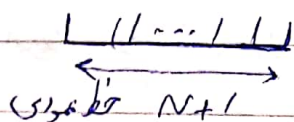
② نویسنده

$$|x + iy - z_1 + i| \leq |x + iy + i|$$

$$\sqrt{(x+1)^2 + (y-2)^2} \leq \sqrt{x^2 + (y+1)^2}$$

Arang

مثال) به چند حالت می توان R مهر را داخل N جعبه قرار داد طوری که در هر جعبه می توان بیش از یک مهر جای دارد؟



$$\binom{R+(N-1)}{R}$$

نتیجه = $\binom{n+k-1}{r}$

$$k_1 + k_2 + \dots + k_r = n$$

$$k_1 + k_2 + \dots \geq 0$$

$$\binom{n}{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

انجام قانونی علمی

پدیده های قطعی و علت سراسری یکسان منجر به یک نتیجه می شود

نظریه احتمال

پدیده های طبیعت

پدیده های تصادفی و تصادف در نتیجه آنها نقشی دارد (پرتاب یک سکه)

سالم و پرتاب یک تاس سالم و وقوع یک رقم زوج

آزمایش تصادفی: شامل آلیا چند نتیجه است.

- قبل از آزمایش نتیجه مشخص نیست.

- تمام حالات آزمایش قابل پیش بینی است.

$$A \cup B = S \leftarrow \text{متناهی و نسبی}$$

مثال) پرتاب سکه سالم

Arang

- پرتاب یک تاس سالم: $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ متناهی و گسسته

- ترازوی نو از لحاظ قیمت: $S = \{0, 1, 2, \dots\}$ متناهی و گسسته

- طول عمر در یک شهر: $S = [0, \infty)$ نامتناهی و پیوسته

- زمان رسیدن اتوبوس به ایستگاه اتوبوس بین ساعت ۷:۳۰ تا ۸:۰۰: $S = (0, 30]$

فضای نمونه: مجموعه کلیه حالات ممکن در آزمایش تصادفی که با S نشان می دهیم.

فضای نمونه گسسته: فضای نمونه متناهی یا نامتناهی شمارش پذیر.

فضای نمونه پیوسته: فضای نمونه نامتناهی و شمارش ناپذیر.

- یک سکه را آنقدر پرتاب می کنیم تا شیر ظاهر شود. نامتناهی و گسسته $S = \{1, 2, 3, \dots\}$

- تعداد تفاوت در نشان در یک بزرگراه: نامتناهی و پیوسته $S = [0, \infty)$

پیشامد تصادفی: هر زیر مجموعه ای از فضای نمونه را یک پیشامد تصادفی می گویم.

$$S = \{1, 2, 3, \dots, 4\}$$

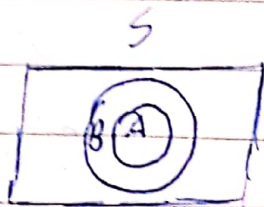
$$A = \{1, 2, 3\}$$

پیشامد محال: $\emptyset$ را پیشامد محال می گویند.

پیشامد حتمی: فضای نمونه را یک پیشامد حتمی گویند.

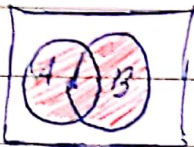
احتمال جبری می باشد. اگر فضای نمونه S باشد و A و B دو مجموعه از آن باشد.

تعارف می باشد $A \subseteq B$ به معنی آنکه A را از زیر می باشد B گوئیم هرگاه هر عضو A در B باشد.

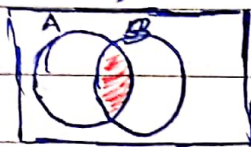


باشد.

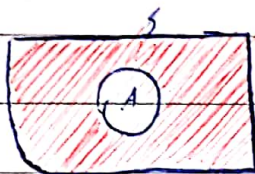
به معنی اجتماع $(A \cup B)$: هرگاه حداقل یکی از A و B رخ دهد.



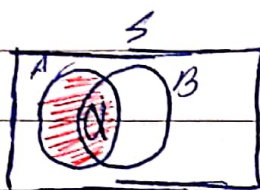
به معنی اشتراک $(A \cap B)$: هرگاه هم A و هم B رخ دهد.



به معنی متمم $(\bar{A})$: هرگاه A رخ ندهد.



هرگاه A رخ ندهد.



به معنی تفاضل $(A - B)$: هرگاه A رخ دهد اما B رخ ندهد.

$$A \cup A^c = S$$

$$A^c \subseteq S - A$$

در می باشد $A \cap B = \emptyset$

اگر $A_1, A_2, \dots, A_n$ به معنی آنکه فضای نمونه S باشد.

$$A_i \cap A_j = \emptyset \quad \forall i \neq j$$

Arang

الف) A_i ها را دو به دو میزنیم و میگوئیم هرگاه

شماره $\bigcap_{i=1}^n A_i$ برخی دهد هرگاه تمام A_i ها با هم رخ دهد.

شماره A_i $\bigcup_{i=1}^n$ برخی دهد هرگاه حداقل یکی از آن رخ دهد.

قانون مورگان: $(A \cap B)' = A' \cup B'$

$$\left\{ \begin{aligned} (\bigcap_{i=1}^n A_i)' &= \bigcup_{i=1}^n A_i' \\ (\bigcup_{i=1}^n A_i)' &= \bigcap_{i=1}^n A_i' \end{aligned} \right. \quad (A \cup B)' = A' \cap B'$$

شماره هم شانس یعنی نقاط تشکیل دهنده فضای نمونه دارای شانس های مساوی

برای رخ دادن یا پیش

$$S = \{e_1, e_2, \dots, e_n\}$$

$$P(e_1) = P(e_2) = P(e_3) = \dots = P(e_n) = \frac{1}{n}$$

$$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$P(1) = P(2) = \dots = P(6) = \frac{1}{6}$$

Subject:

Year.

Month.

Date.

Sa Su Mo Tu We Th Fr

ص کا جزو
ص کا جزو
ص کا جزو

سال 6 سال دوم
4 سال اول

$$P(\text{هم دورانی هکتار هم باشد}) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{6! \times 4! \times 2!}{10!}$$

$$n(S) = 10! \quad n(A) = 6! \times 4! \times 2!$$

سؤال: وقتی ترتیب مهم باشد (ص 31)

5 سال سوم
6 سال چهارم

$$n(S) = P_{11}^4 = \frac{11!}{7!}$$

$$P(A) = P_5^2 \times P_6^2$$

کانترا (دور) سال نهم باشد

قتر سوم و چهارم سال میاری باشند

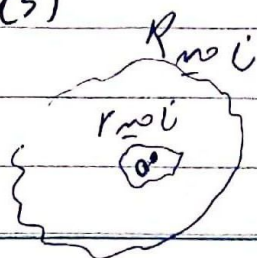
$$P(\text{هر 4 قتر هم دور باشد}) = P(\text{هر چهار قتر سال سی باشد}) + P(\text{هر چهار قتر سال چهارم باشد})$$

$$= \frac{\binom{5}{4}}{\binom{11}{4}} + \frac{\binom{6}{4}}{\binom{11}{4}}$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

$$P(A) = \frac{\text{طول یا مساحت یا حجم}}{\text{طول یا مساحت یا حجم}}$$

اشکل هندسی:



$$P(\text{ه در ناحیه باشد}) = \frac{\text{مساحت } r}{\text{مساحت } R}$$

MEHR

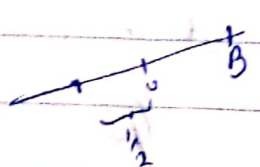
Subject:

Year.

Month.

Date.

Sa Su Mo Tu We Th Fr



$$P(E \in A) = \frac{\text{طول } OA}{\text{طول } AB} = \frac{\frac{1}{2}}{1} = \frac{1}{2}$$

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \quad P(B) > 0$$

احتمال شرطی

تقسیم می باشد نه ابتدا از آن داده

احتمال شرطی بر اصول احتمال صدق می کند.

$$1. P(A|B) \geq 0$$

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \geq 0$$

≥ 0 $P(B) > 0$

$$2. P\left(\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i | B\right) = \sum_{i=1}^{\infty} P(A_i | B)$$

$$P\left(\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i | B\right) = \frac{P\left(\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i \cap B\right)}{P(B)}$$

$$= \frac{P\left(\bigcup_{i=1}^{\infty} (A_i \cap B)\right)}{P(B)} = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{P(A_i \cap B)}{P(B)} = \sum_{i=1}^{\infty} P(A_i | B)$$

$$= \sum_{i=1}^{\infty} P(A_i | B)$$

$$3. P(S|B) = 1$$

$$P(S|B) = \frac{P(S \cap B)}{P(B)} = 1$$

MEIR

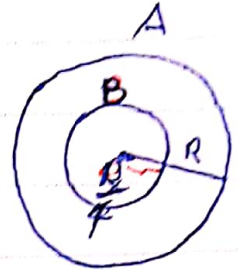
13 2

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{6}}{\frac{3}{6}} = \frac{1}{3}$$

مثال صفحه 36

کوچم زده اشک

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\text{مساحت دایره B}}{\text{مساحت دایره A}}$$



$$= \frac{\pi \left(\frac{R}{4}\right)^2}{\pi R^2} = \frac{1}{16}$$

قانون ضرب احتمالات: اگر A و B در یک فضای نمونه ای که باشد طوری که $P(A) > 0$ و $P(B) > 0$

$$P(A \cap B) = P(A|B)P(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} P(B)$$

$$P(A \cap B) = P(B|A)P(A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} P(A)$$

$$\textcircled{1} \Rightarrow P(A \cap B) = P(A|B)P(B)$$

$$\textcircled{2} \Rightarrow P(A \cap B) = P(B|A)P(A)$$

$$\frac{3^5}{6^5}$$

مثال در یک کتاب 5 کتابی چقدر احتمال دارد الف همدی شماره ها فرد باشند؟

$$\frac{6}{6} \times \frac{1}{6} \times \frac{1}{6} \times \frac{1}{6} \times \frac{1}{6}$$

پ: شماره های اول و دوم و پنجم یکسان باشند؟

$$\frac{6}{6} \times \frac{5}{6} \times \frac{1}{6} \times \frac{4}{6} \times \frac{1}{6}$$

پ: فقط شماره های اول و دوم و پنجم یکسان باشند؟

تعبیر احتمال از نظر فلاسفه ← تغییر احتمال به روش نقضی: منابع علمی ندارد و بر اساس تجربیات

من باشد
تعبیر احتمال به روش فراوانی نشی: سرعت شرابی یکسان آزمایشی

را n بار تکرار کنیم احتمال m بار رخ دهد فراوانی
نی آن $\frac{m}{n}$ خواهد بود.

$n \uparrow \frac{m}{n} \rightarrow m \uparrow$ یا $n \downarrow$
م ثابت یا m می ماند

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{m}{n} = P(A)$$

$n \rightarrow \infty$

تعبیر احتمال به روش هر شانس

$$S = \{e_1, e_2, \dots, e_n\}$$

$$n(S) = n$$

$$n(A) = m$$

$$A = \{e_1, \dots, e_m\}$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{m}{n}$$

تعریف مجموعه توان: مجموعه همه زیر مجموعه های تعارض نمونه S را مجموعه توان آن نمونه با $P(S)$

نشان می دهیم.

تعریف (تابع احتمال): اگر S فضای نمونه ای آزمایشی تعارض باشد $P(A)$ مجموعه توان آن باشد.

تابع $P(A)$ (ACS) را تابع احتمال گوئیم هرگاه در شرایط زیر صدق کند.

Arang

Subject:

Year:

Month:

Date:

NOTE BOOK

$$P: P(S) \rightarrow R$$

$$\forall A \subseteq S \quad P(A) \geq 0 \quad -1$$

$$P(S) = 1 \quad -2$$

3- اگر A_1 و A_2 و ... پشته‌های دو به دو مجزا از

فضای نمونه باشند.

$$P\left(\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i\right) = \sum_{i=1}^{\infty} P(A_i) \Rightarrow P(A_1 \cup A_2 \cup \dots) = P(A_1) + P(A_2) + \dots$$

برف از قضایا

$$P(\emptyset) = 0 \quad \text{قضیه یک}$$

قضیه دو: اگر A_1 و A_2 و ... دنباله متناهی از پشته‌های دو به دو مجزا از (فضای نمونه)

$$P\left(\bigcup_{i=1}^n A_i\right) = \sum_{i=1}^n P(A_i)$$

از فضای نمونه یک باشند.

$$P(A-B) = P(A \cap B') = P(A) - P(A \cap B) \quad \text{قضیه سه}$$

Arang

$$A = A \cap S$$

$$= A \cap (B \cup B')$$

$$= (A \cap B) \cup (A \cap B') \Rightarrow A = (A \cap B) \cup (A \cap B')$$

$$A - B = A \cap B'$$

$$P(A) = P(A \cap B) + P(A \cap B')$$

$$P(A \cap B') = P(A) - P(A \cap B)$$

$$P(A - B) = P(A) - P(A \cap B)$$

$$\text{۱. رابطه } P(A \cap B') = P(A) - P(A \cap B)$$

$$\text{۲. رابطه } P(A - B) = P(A) - P(A \cap B)$$

رابطه ۱

رابطه ۲

$$B \subseteq A \Rightarrow P(B) \leq P(A)$$

$$A = S$$

$$B \subseteq A \Rightarrow A \cap B = B$$

$$P(\emptyset) = 1 - P(B)$$

$$P(A - B) = P(A) - P(B)$$

$$\geq 0 \quad \geq 0$$

$$P(A) - P(B) \geq 0 \Rightarrow P(A) \geq P(B)$$

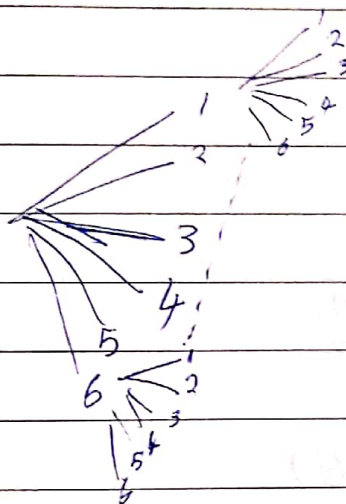
Arang

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

نکته

$$\Rightarrow P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(A \cap C) - P(B \cap C) + P(A \cap B \cap C)$$

$$P(A \Delta B) = P(A \cup B) - P(A \cap B) = P(A) + P(B) - 2P(A \cap B)$$



$$n(S) = 6^n$$

$$n(S) = 2^n$$

$$S = \left\{ \begin{array}{l} (1,1), \dots, (1,6) \\ (2,1), \dots, (2,6) \\ \vdots \\ (4,1), \dots, (4,6) \end{array} \right\}$$

$$n(S) = 36$$

$A = \{ \text{نمونه خالی زوج باشد} \}$

$$P(A - B) = P(A) - P(A \cap B)$$

$B = \{ \text{مجموع دو حال 5 باشد} \}$

$$n(A) = 2$$

$$A = \left\{ \begin{array}{l} (1,1), (1,2), \dots, (1,6) \\ (2,1), (2,2), \dots, (2,6) \\ \vdots \\ (4,1), (4,2), \dots, (4,6) \end{array} \right\}$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{2}{36}$$

Arang

$$B = \{ (1,4), (4,1), (2,2), (2,2) \}$$

$$A \cap B = \{(F, 1), (K, 2)\} \quad P(A \cap B) = \frac{n(A \cap B)}{n(S)} = \frac{2}{36}$$

$$P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) = \frac{18}{36} - \frac{2}{36} = \frac{16}{36}$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{\binom{5}{2} \times \binom{2}{1}}{\binom{7}{3}}$$

صواب ۲۹

$$n(S) = \binom{7}{3}$$

$$n(A) = \binom{5}{2} \times \binom{2}{1}$$

$$B \subseteq A \rightarrow P(B) \leq P(A)$$

$$A \subseteq A \cup B \rightarrow P(A \cap B) \geq P(A)$$

$$\{1, 2, \dots, 1999\}$$

صواب ۲۷

شماره های k که بخش پذیر باشند

$$A_k = \{m; 1 \leq m \leq \left\lfloor \frac{1000}{k} \right\rfloor\}$$

$$P(A) = \frac{n(A_k)}{n(S)} = \frac{\left\lfloor \frac{1000}{k} \right\rfloor}{1000}$$

$$P(A \cap B) = \frac{1000}{2} = 500$$

$$B \subseteq A \rightarrow P(B) \leq P(A)$$

$$A \subseteq A \cup B \rightarrow P(A \cap B) \geq P(A)$$

Arang

Subject:

Year:

Month:

Date:

NOTE BOOK

$$P(A-B) = ? \quad P(A \cup B)$$

$$P(A) = \frac{\left[\frac{1000}{r} \right]}{1000} = \frac{1000}{1000}$$

$$P(A) = \frac{\left[\frac{1000}{1000} \right]}{1000} = \frac{1000}{1000} = \frac{1}{1}$$

Arang

۴ مرد و ۴ زن صاف را در نظر بگیریم. مطلوب است محاسبه این تعداد حالات به این حال

در صورت قرار می گیرند

$$4! \times 4!$$

ب) تعداد حالاتی که همدی مردها کنار هم باشند

$$2! \times 4! \times 4!$$

ج) همدی مردها و همدی زن ها کنار هم قرار بگیرند

$$2! \times 4! \times 4!$$

د) تعداد حالاتی که مرد ها و زن ها کنار هم قرار می گیرند

$$4! \times (4!)^2$$

ه) تعداد حالاتی که این ۸ نفر ۴ زوج باشند و هر زوج کنار هم نشیند

به چند طریق می توانست در هر هم نشینند به طوری که در جای ثابت باشند

$$4! \times (4-1)! \times \dots \times 1!$$

هرگاه m نسخه از هر n کتاب مختلف موجود داشته باشد به چند طریق می توان آن ها را در

$m!$

Γ_m

درجیف قرار داد

$n!$

$$a_{11}, a_{12}, \dots, a_{1m}$$

$$0000$$

$n!$

$$\frac{n!}{n! n! \dots n!}$$

$$a_{21}, a_{22}, \dots, a_{2m}$$

$\vdots$

Γ_m

$$a_{n1}, a_{n2}, \dots, a_{nm}$$

$$(N \times m)!$$

$$m! m! \dots m!$$

Arang

$$(m!)^n$$

$$\frac{(N \times m)!}{(m!)^n}$$

Subject:

Year:

Month:

Date:

NOTE BOOK

دانشجوی موفق به ۱۰ پرسش از ۱۳ پرسش دار شد یا پنج دهم با این شرط که باید

حداقل ۴ پرسش از ۵ پرسش اول را پاسخ دهد. ~~یا پنج به سوالات به چند طریق~~

$$\binom{5}{3} \times \binom{1}{1} + \binom{5}{4} \times \binom{1}{1} + \binom{5}{5} \times \binom{1}{1}$$

۴ نفر از ۷ نفر را به چند طریق می توان ۳ نفر از بین آنها انتخاب کرد

به طوری که حداقل یکی نفر زن باشد.

فردی ۸ دوست دارد که می خواهد که ۳ نفر از آنها را به یک مهمانی دعوت کند

انتخاب دارد اگر ۲ نفر از دوستان آن اختلاق داشته باشند و نخواهند با هم در مهمانی

$$\binom{6}{3} + \binom{2}{2} + \binom{1}{1}$$

باشد

حالت های - هر ۲ نفری که
حالت های - هر ۲ نفری که

$$\binom{2}{1} \binom{4}{1} + \binom{2}{2} \binom{4}{0} = ?$$

Arang

$$\frac{P_A}{P_S}$$

دانشجو برق و ۳ دانشجو ۵ بیست و هفت استاد دارند

$$n(A) = \binom{5}{2} \times 21 \times 41$$

اهمال اند اول و آخر صف دانشجو برق باشد

$$P(A) = \frac{n(A)}{P(S)} = \frac{\binom{5}{2} \times 21 \times 41}{18}$$

$$P_3 = 11$$

در هر یک ۵ اجزای نقش اساسی شود این ۵ نقش به تصادف انتخاب شود احتمال
پیشامدهای زیر را بدست آورید

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{\binom{10}{8} \times 2}{\binom{20}{8}}$$

الف) هیچ جفت نقش انتخاب نشود

$$n(A) = \binom{10}{8} \binom{2}{1} \binom{2}{1} \sim \binom{2}{1} = \binom{10}{8} \times 2^4$$

$$\binom{10}{8} \binom{2}{1} \times 2^4 \times$$

ب) در هر یک جفت نقش انتخاب شود

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{\binom{10}{8} \binom{2}{1} \binom{2}{1} \binom{2}{1} \binom{2}{1} \sim \binom{2}{1}}{\binom{20}{8}}$$

Arang

Subject:

Year:

Month:

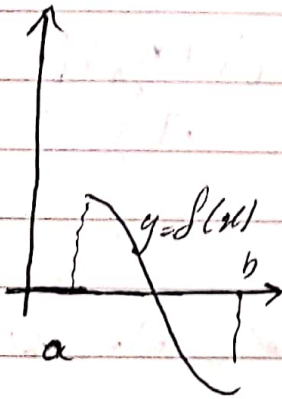
Date:

۱۵ آذر
۱۳۹۸
۴-۸

NOTE BOOK

نشان دهید که معادله $x^3 + x - 1 = 0$ دارای دقیقاً یک ریشه است

برهان: به کمک قضیه بولتزافونشان می دهیم که معادله بالا دارای حداقل یک ریشه می باشد.



Arang

تعریف (شاید جان مستقل) :

$$P(A|B) = P(A)$$

آن وقوع B هیچ مانده
از وقوع A نشده باشد
آنکه A را مستقل از B می گویند

$$\frac{P(A \cap B)}{P(B)} = P(A)$$

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

$$P(B|A) = P(B)$$

آن وقوع A هیچ
اثری در وقوع B نداشته باشد
آنکه B را مستقل از A می گویند

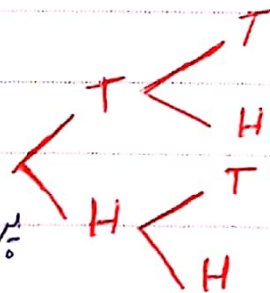
$$\frac{P(A \cap B)}{P(A)} = P(B)$$

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

تعریف (دو شاید مستقل) : A و B را مستقل از هم گوئیم آن وقتا آن

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

پرتاب ۲ بار یک سکه آزمایش



A : شاید اینکه بار اول شیر ظاهر شود

آیا A و B از هم مستقل هستند؟

B : شاید اینکه بار دوم شیر ظاهر شود

$$S = \{TT, TH, HT, HH\}$$

$$A = \{HT, HH\} \rightarrow P(A) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$A \cap B = \{HH\}$$

$$B = \{TH, HH\} \rightarrow P(B) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$P(A \cap B) = \frac{1}{4} \quad \text{بنا بر این} \quad \frac{1}{4} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

R_i : شماره ایله مهره نام قرمز باشد

B_i : ~ ~ ~ آبی باشد

سوال
2 مهره قرمز
2 مهره آبی
2 مهره به تصادف انتخاب می کنیم

الف: اگر مهره ها با جایگذاری بدون جایگزینی انتخاب شود

$$P(R_1 \cap R_2) = P(R_1) P(R_2) = \frac{5}{8} \times \frac{5}{8} = \text{مکانون قرمز احتمال}$$

$$P(B_1 \cap B_2) = P(B_1) P(B_2) = \frac{3}{8} \times \frac{3}{8}$$

$$P(R_1 \cap B_2) = P(R_1) P(B_2) = \frac{5}{8} \times \frac{3}{8}$$

$$P(B_1 \cap R_2) = P(B_1) P(R_2) = \frac{3}{8} \times \frac{5}{8}$$

$$P(R_1 \cap B_2) = P(R_1) P(R_2 | R_1) = \frac{5}{8} \times \frac{4}{7}$$

$$P(B_1 \cap B_2) = P(B_1) P(B_2 | B_1) = \frac{3}{8} \times \frac{2}{7}$$

$$P(R_1 \cap B_2) = P(R_1) P(B_2 | R_1) = \frac{5}{8} \times \frac{3}{7}$$

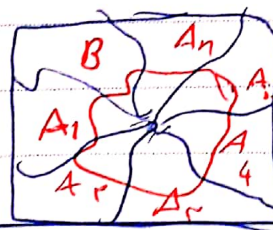
$$P(B_1 \cap R_2) = P(B_1) P(R_2 | B_1) = \frac{3}{8} \times \frac{5}{7}$$

احتمالات

قضیه: اگر $A_1, A_2, \dots, A_n$ فضای نمونه S افرار کنند $A_i \cap A_j = \emptyset \forall i \neq j$ شرایط افرار
 $\bigcup_{j=1}^n A_j = S$

و B یک زیر مجموعه باشد

$$P(B) = ?$$



$$B = B \cap S$$

$$= B \cap \left(\bigcup_{j=1}^n A_j \right)$$

$$= B \cap (A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n) = (B \cap A_1) \cup (B \cap A_2) \cup \dots \cup (B \cap A_n)$$

$$P(B|A_1)P(A_1) + P(B|A_2)P(A_2) + \dots + P(B|A_n)P(A_n)$$

$$P(B) = P(B \cap A_1) + P(B \cap A_2) + \dots + P(B \cap A_n)$$

$$P(B) = P(B|A_1)P(A_1) + P(B|A_2)P(A_2) + \dots + P(B|A_n)P(A_n)$$

مستقل $A \cap B = \emptyset \quad P(A \cap B) = 0$

مستقل $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) \quad P(A \cup B) =$

$$P(B) = \sum_{j=1}^n P(B|A_j)P(A_j)$$

$$P(A_1) \quad P(B|A_1)$$

$$P(A_2) \quad P(B|A_2)$$

$$P(A_n) \quad P(B|A_n)$$

$$P(A_r|B) = \frac{P(B|A_r)P(A_r)}{P(B)}$$

$$= \frac{0,002 \times 0,2}{0,002 \times 0,2 + 0,002 \times 0,2 + 0,002 \times 0,2}$$

$$= \frac{0,002 \times 0,2}{0,002 \times 0,2 + 0,002 \times 0,2 + 0,002 \times 0,2}$$

mheybatei.blog.ir

مثال

	W ← 0,1	M ← 0,9
D ← 0,002	0,002	0,002
	0,2	0,8

درآمد بیش از ۱۲,۰۰۰ دلار

$$P(W|D) = \frac{P(D|W)P(W)}{P(D|W)P(W) + P(D|M)P(M)} = \frac{0,002 \times 0,2}{0,002 \times 0,2 + 0,002 \times 0,8}$$

نتیجه	۱۲	۹	۱۲
کشور اول	E_1		
کشور دوم		E_2	
کشور سوم			E_3

مثال

	E_1	E_2	E_3
T	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$
	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

$$P(E_2|T) = \frac{P(T|E_2)P(E_2)}{P(T|E_1)P(E_1) + P(T|E_2)P(E_2) + P(T|E_3)P(E_3)}$$

$$= \frac{\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}}{\frac{1}{2} \left[\frac{1}{4} + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} \right]}$$

$$= \frac{\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}}{\frac{1}{2} \left[\frac{1}{4} + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} \right]}$$

22

subject :

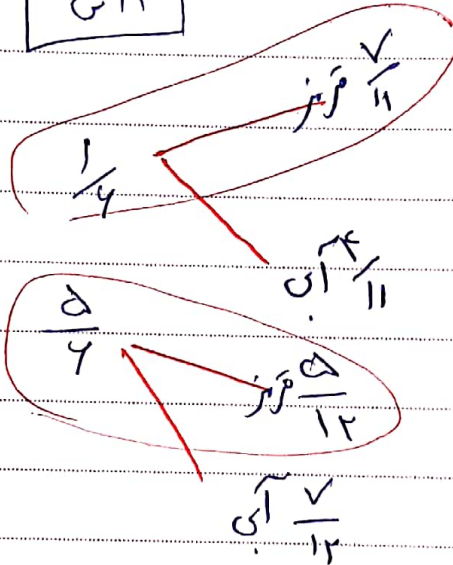
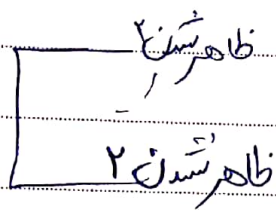
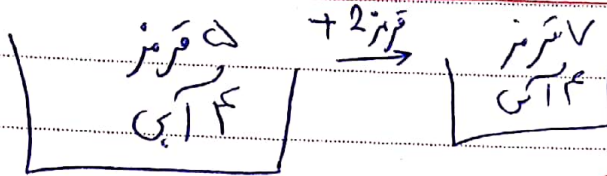
Year :

Month :

Da

$$= \frac{r+R}{r+b+k} \times \frac{r}{r+b} + \frac{r}{r+b+k} \times \frac{b}{r+b}$$

مثال



$$p(\text{قرمز}) = \frac{1}{4} \times \frac{7}{11} + \frac{5}{4} \times \frac{5}{12} = ?$$