

# مسابقه سیگما

(شماره ۱)

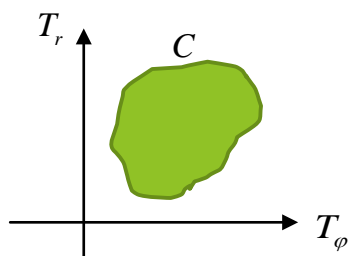
## سوال مسابقه

ذره ای در یک میدان گرانشی خاصی با پتانسیل  $V(r) = \frac{-1}{\sqrt{1+r^2}}$  قرار دارد و تحت شرایط اولیه دلخواه

در این میدان گرانشی حرکت می‌کند. با توجه به پایداری تکانه زاویه‌ای می‌توان به سادگی نشان داد حرکت ذره صفحه‌ای خواهد بود و حرکت آن با دو مختصه قطبی  $r$  و  $\varphi$  بطور کامل توصیف می‌شود. در شرایطی که مختصه‌های  $r$  و  $\varphi$  تناوبی باشند، دوره تناوب آنها را به ترتیب با  $T_r, T_\varphi$  نشان می‌دهیم.

اگر بخواهیم  $T_r$  بر حسب  $T_\varphi$  را تحت همه شرایط اولیه‌های ممکن رسم کنیم، به نموداری مانند زیر خواهیم رسید که تمام مقادیر ممکن  $T_r$  و  $T_\varphi$  در یک ناحیه  $S$ مانندی با مرزی مانند  $C$  به هم مربوط

می‌شوند.



مقادیری خم  $C$  را بصورت تحلیلی بدست آورید.