

۱- حاصل عبارت زیر را بدست آورید. (۱/۲۵ نمره)

$$4 \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - 3 \begin{bmatrix} -1 & 2 & 0 \\ -2 & 0 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 0 & 4 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}$$

۲- در تساوی زیر مقدار  $a$  و  $b$  و  $c$  را بیابید. (۱/۵ نمره)

$$\begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & a \\ 0 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -8 & -4 \\ b & 1 \end{bmatrix} + 2 \begin{bmatrix} 2 & c \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

۳- با فرض آنکه  $\begin{bmatrix} y \\ 2 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$  باشد؛ مقدار  $xy$  را بیابید. (۱/۲۵ نمره)

۴- عبارات زیر را کامل کنید. (۱ نمره)

(الف) ماتریس مربعی که تمام درایه های غیرواقع بر قطر اصلی آن صفر باشد ..... نام دارد.

(ب) شرط آنکه در ماتریس ها اتحاد برقرار باشد آن است که .....

(ج) اگر  $A = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{5} \\ 5 & 0 \end{bmatrix}$  باشد،  $A^{104}$  برابر است با .....

(د) در تبدیل  $\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \xrightarrow{A} \begin{bmatrix} 3x + y \\ -5y \end{bmatrix}$ ؛ ماتریس  $A$  برابر است با .....

۵- ابتدا دستگاه معادلات زیر را به روش ماتریس معکوس حل کرده و سپس مقدار  $x+y$  را بیابید. (۱/۷۵ نمره)

$$\begin{cases} 5x+6y=16 \\ 3x-2y=-2 \end{cases}$$

۶- اگر دو ماتریس  $A = [a_{ij}]$  و  $B = [b_{ij}]$  مربعی مرتبه ۲ و به صورت زیر تعریف شده باشند؛ ابتدا ماتریس ها را با درایه ها

نوشته و سپس نشان دهید خاصیت جابجایی در ضرب ماتریس ها برقرار نیست. (۱/۵ نمره)

$$a_{ij} = \begin{cases} i^2 - 1 & , i = j \\ i - j & , i > j \\ j - 1 & , i < j \end{cases}$$

$$b_{ij} = \begin{cases} i^2 + 1 & , i = j \\ i + j & , i > j \\ i - j + 2 & , i < j \end{cases}$$

۷- به ازای چه مقادیر  $m$  دستگاه زیر جواب ندارد. (۰/۷۵ نمره)

$$\begin{cases} mx - y = 6 \\ -4x + my = 2 \end{cases}$$

۸- دترمینان  $A = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \\ -2 & 3 & 2 \end{bmatrix}$  را به دو روش زیر محاسبه کنید. (۱ نمره)

الف) با دستور ساروس      ب) بر حسب سطر دوم

۹- فرض کنید دو خط  $L$  و  $d$  در نقطه  $A$  متقاطع و غیر عمود باشند؛ کدام یک از گزینه های زیر صحیح می باشد؟ (۰/۷۵ نمره)

الف) سطح مقطع حاصل از دوران خط  $d$  حول خط  $L$  "رویۀ مخروطی" نامیده می شود.

ب) اگر صفحه  $P$  با مولد  $d$  موازی باشد و از رأس  $A$  عبور نکند، فصل مشترک صفحه و سطح ایجاد شده در الف "بیضی" است.

ج) اگر در حالت ب، صفحه  $P$  از رأس  $A$  عبور کند، آنگاه فصل مشترک صفحه و سطح مقطع ایجاد شده در الف "یک نقطه" می باشد.

۱۰- الف) مکان هندسی را تعریف کنید. (۰/۵ نمره)

ب) گام های ضروری برای یافتن مکان هندسی را بنویسید. (۰/۷۵ نمره)

۱۱- ثابت کنید نیمساز هر زاویه، مکان هندسی نقاطی از صفحه است که از دو ضلع زاویه به یک فاصله است. (۱/۵ نمره)

۱۲- مکان هندسی های زیر را مشخص کنید. (با رسم شکل) (۱/۵ نمره)

الف) مکان هندسی نقاطی از صفحه که از خط  $d$  به فاصله  $2/5$  سانتی متر و از نقطه  $A$  به فاصله  $3$  سانتی متر باشد؛ به طوری که نقطه  $A$  در فاصله  $1/5$  سانتی متری خط  $d$  قرار داشته باشد.

ب) مکان هندسی مرکز دایره هایی در صفحه که بر خط  $L$  در نقطه ثابت  $M$  مماسند.

۱۳- مختصات مرکز و طول شعاع دایره به معادله  $x^2 + y^2 + 2x - 4y + 1 = 0$  را به دست آورید. (۱/۲۵ نمره)

۱۴- معادله دایره ای را بنویسید که مرکز آن  $O(-5,1)$  بوده و بر دایره به معادله  $x^2 + y^2 - 2x - 6y = 0$  مماس بیرون باشد. (۲ نمره)

۱۵- دایره  $C(O,r)$  با معادله  $(x-2)^2 + (y-3)^2 = 16$  مفروض است: (۱/۷۵ نمره)

الف) وضعیت دایره (C) با دایره  $x^2 + y^2 - 2x = 4$  را مشخص کنید.

ب) اگر خطی در نقطه  $A(0,6)$  بر دایره (C) مماس باشد، معادله این خط مماس را بدست آورید.

جمع نمرات: ۲۰

\* موفق باشید \*

طراح: زهره تقی پور