باسمه تعالی

اداره آموزش و پرورش شهرستان ....

دبیرستان ....

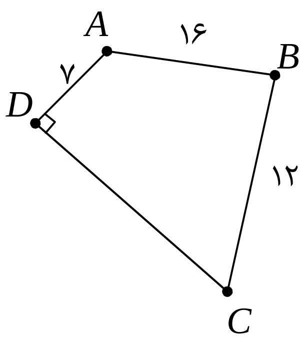
آزمون نوبت دوّم درس هندسه۲

مشخصات امتحان	زمان امتحان	مشخصات دانش آموز	
درس: هندسه۲	ساعت:	شماره‌ی کارت:	مهر آموزشگاه
رشته: ریاضی فیزیک	روز و تاریخ :	نام:	
پایه: یازدهم	مدت: ۱۰۰ دقیقه	نام خانوادگی:	

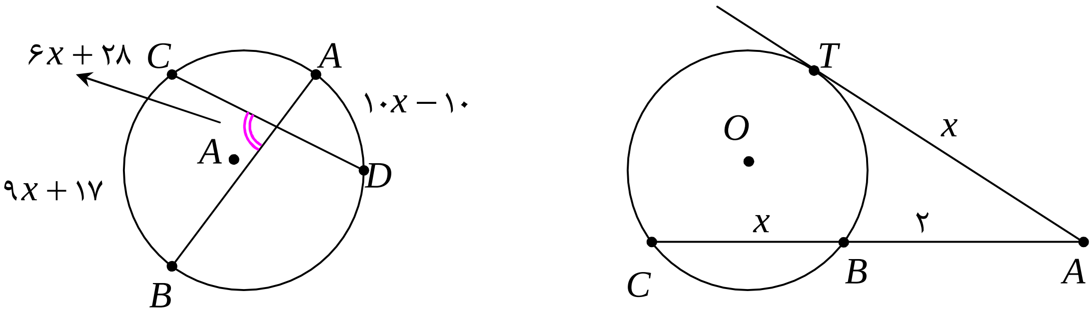
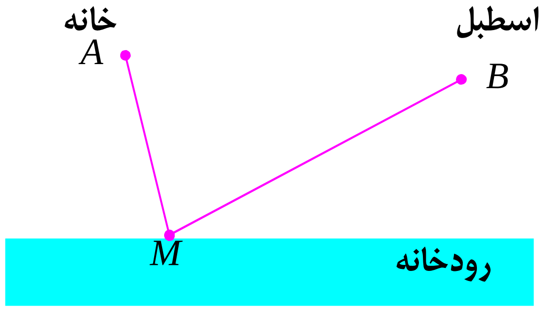
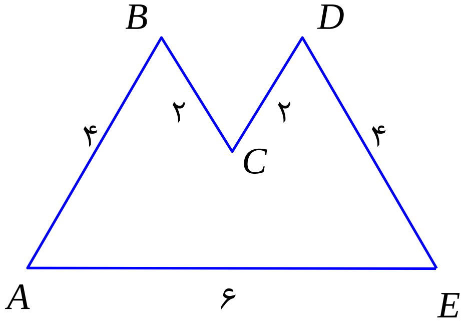
توجه : الف : تعداد صفحات آزمون ۳ صفحه است. **ب : آزمون نیاز به ۲ برگه پاسخ برگ دارد.**

پ : استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است. **ت : در سئوالات اثباتی رسم شکل الزامی است.**

ث : پاسخ هر سئوال را به طور مرتب و خوش خط و خوانا در پاسخ برگ بنویسید.

ردیف	سئوال	نمره
	فصل اوّل : دایره	
۱	**درستی یا نادرستی گزاره های زیر را تعیین کنید.** الف) طول کمانی از یک دایره به شعاع ۵ سانتی متر ، روبرو به زاویه‌ای به اندازه‌ی۶۰ درجه برابر $\frac{۲۵\pi}{۶}$ است. (..................) ب) اندازه‌ی شعاع دایره‌ی محاطی خارجی مثلث روبرو به زاویه‌ی A برابر $r_a = \frac{S}{p-a}$ است. (..................) ج) یک ذوزنقه، محاطی است، اگر و تنها اگر متساوی الساقین باشد. (..................) د) زاویه ای که رأس آن یک نقطه از دایره و یک ضلع آن دایره را قطع و ضلع دیگر آن بر دایره مماس باشد را زاویه‌ی محاطی می نامند. (..................)	۱
۲	دو دایره‌ی $C(O,۲x+۲)$ و $C'(O',x)$ مماس خارجی هستند. اگر طول خط المرکزین $d=۴x+۱$ باشد. طول مماس مشترک خارجی دو دایره را به دست آورید.	۱
۳	چهارضلعی $ABCD$ یک چهارضلعی محاطی است و در آن زاویه‌ی D قائمه است. اندازه‌ی ضلع DC را به دست آورید.  	۱

ادامه‌ی سئوالات ، صفحه‌ی دوّم

۴	در شکل های زیر مقدار x را به دست آورید.  (ب) (الف)	۱/۵
۵	یک مثلث متساوی الاضلاع در دایره ای به شعاع $۲\sqrt{۳}$ محاط شده باشد. مساحت آن را به دست آورید.	۰/۵
	فصل دوّم : تبدیل های هندسی و کاربردها	
۶	در هر مورد جای خالی را طوری کامل کنید که گزاره‌ی حاصل درست باشد. الف: ترکیب دو بازتاب محوری، با محورهای غیر موازی، یک .... است. ب: تجانس طول پاره خط را حفظ نمی کند، پس .... نیست. ج: اگر تبدیل یافته‌ی هر نقطه، همان نقطه باشد، این تبدیل را .... می نامند.	۱/۵
۷	در هر تبدیل طولپا، تبدیل یافته‌ی هر زاویه، زاویه ای هم اندازه‌ی آن است.	۱/۵
۸	ثابت کنید تجانس شیب خط را حفظ می کند. (حالتی را ثابت کنید که مرکز تجانس روی خط نباشد.)	۱/۵
۹	مردی می خواهد برای برداشتن آب از خانه به ساحل رودخانه ای که لبه‌ی مستقیمی دارد، برود و بعد سطل آب را به اسطبل ببرد که همان سمت رودخانه است. او از کدام نقطه از ساحل آب بردارد که کمترین مسافت از خانه به رودخانه و اسطبل داشته باشد.  	۱/۵
۱۰	در شکل زیر، بدون تغییر دادن محیط، بیشترین مساحت ممکن چندضلعی را به دست آورید.  	۱

ادامه‌ی سئوالات ، صفحه‌ی سوّم

	فصل سوّم : روابط طولی در مثلث	
۱۱	در هر مورد پاسخ صحیح را انتخاب کنید. الف) در هر مثلث قائم الزاویه، نسبت اندازه‌ی هر ضلع به سینوس زاویه‌ی مقابل به آن ضلع برابر .... است. (طول وتر ، مربع وتر) ب) مساحت هر متوازی الاضلاع برابر حاصل ضرب دو ضلع مجاور در .... زاویه‌ی بین آن دو ضلع است. (کسینوس ، سینوس)	۰/۵
۱۲	نشان دهید که مثلثی با مشخصات $a=۲$ و $b=۶$ و $\angle A=۶۰^\circ$ وجود ندارد.	۱/۵
۱۳	در مثلث ABC داریم، $AB=۲\sqrt{۲}$ و $AC=\sqrt{۶}+\sqrt{۲}$ و $\angle A=۶۰^\circ$ در این صورت طول ضلع BC را به دست آورید.	۱/۵
۱۴	اندازه های سه ضلع مثلثی ۸ و ۱۲ و ۱۵ سانتی متر می باشند. اندازه‌ی پاره خط هایی که نیمساز درونی زاویه‌ی بزرگتر مثلث بر ضلع مقابل آن پدید می آورد را تعیین کنید.	۱/۵
۱۵	به کمک دستور هرون مساحت مثلث متساوی الاضلاع به ضلع a را به دست آورید.	۱/۵
۱۶	در هر مثلث ABC با اضلاع $BC=۸$ و $AC=۶$ و $AB=۴$ ، طول میانه‌ی AM را تعیین کنید.	۰/۷۵
۱۷	در مثلث ABC ، $AB=۱۰$ و $AC=۶$ و $\angle A=۶۰^\circ$. طول نیمساز زاویه‌ی A را به دست آورید.	۰/۷۵
	جمع	۲۰

موفق باشید.

تهیه کننده : گروه ریاضی دوره‌ی دوّم متوسطه استان خوزستان

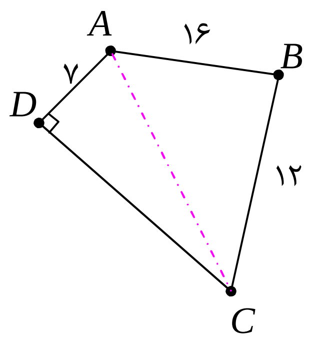
باسمه تعالی

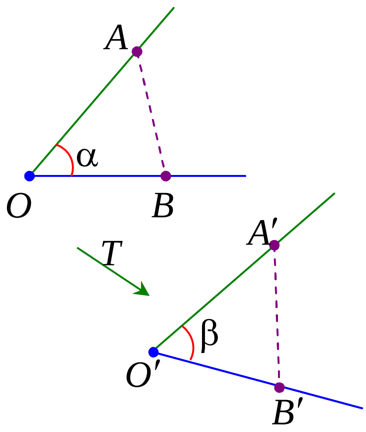
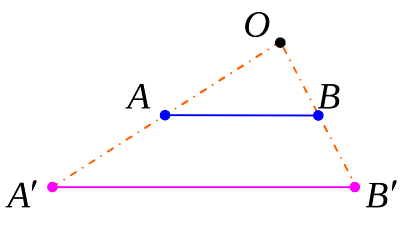
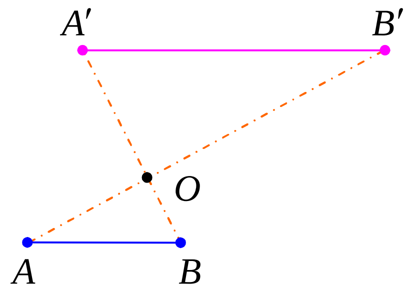
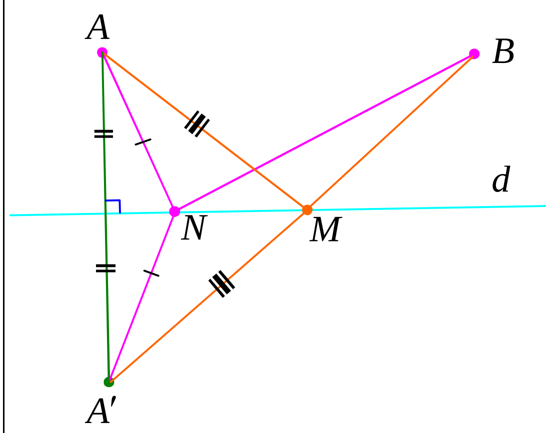
اداره آموزش و پرورش شهرستان ....

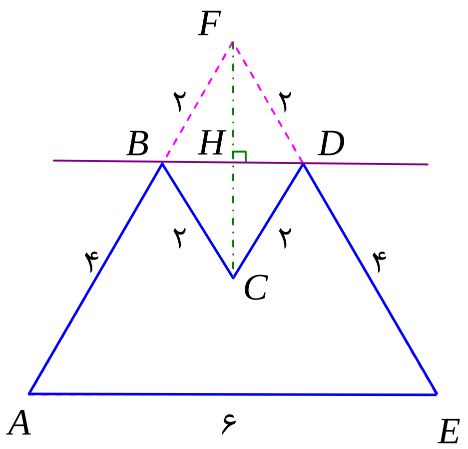
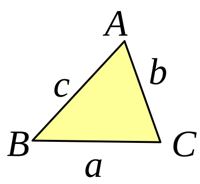
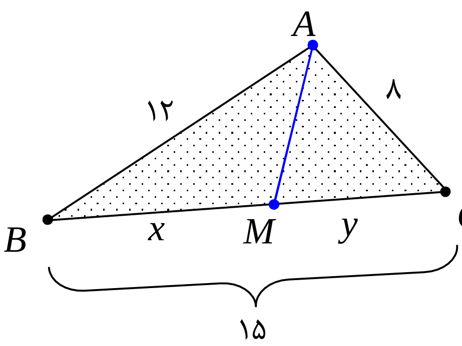
دبیرستان ....

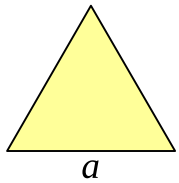
راهنمای تصحیح آزمون نوبت دوّم درس هندسه۲

مشخصات امتحان	زمان امتحان	مشخصات دانش آموز	
درس: هندسه۲	ساعت:	شماره‌ی کارت:	مهر آموزشگاه
رشته: ریاضی فیزیک	روز و تاریخ :	نام:	
پایه: یازدهم	مدت: ۱۰۰ دقیقه	نام خانوادگی:	

ردیف	سئوال	نمره
۱	الف) نادرست ب) درست ج) درست د) نادرست (هر مورد ۰/۲۵ نمره)	۱
۲	چون دو دایره مماس خارجی هستند، پس: $d = R + R' \rightarrow 4x + 1 = (2x + 2) + x \rightarrow x = 1$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) $\rightarrow \begin{cases} R = 2x + 2 = 2(1) + 2 = 4 \\ R' = x = 1 \\ d = 4x + 1 = 4(1) + 1 = 5 \end{cases}$ لذا اندازه‌ی پاره خط مماس مشترک خارجی دو دایره $AB = \sqrt{d^2 - (R - R')^2} = \sqrt{5^2 - (4 - 1)^2} = \sqrt{25 - 9} = \sqrt{16} = 4$ (۰/۲۵) (۰/۲۵)	۱
۳	 بنابر اینکه در چهارضلعی محاطی، زاویه های مقابل مکمل یکدیگرند، پس زاویه‌ی B قائمه است. (۰/۲۵) اکنون به کمک رابطه‌ی فیثاغوس در مثلث ABC می توان طول قطر AC را تعیین کرد. $AC^2 = 16^2 + 12^2 = 256 + 144 = 400 \rightarrow AC = 20$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) حال در مثلث ADC نیز داریم. $DC^2 + 7^2 = 20^2 \rightarrow DC^2 = 400 - 49 = 351 \rightarrow AC = \sqrt{351} = 3\sqrt{39}$ (۰/۲۵)	۱
۴	الف) $x^2 = 2(2 + x) \rightarrow x = 1 + \sqrt{5}$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵) ب) $6x + 28 = \dfrac{(9x + 17) + (10x - 10)}{2} \rightarrow x = 7$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)	۱/۵
۵	$S = \dfrac{3\sqrt{3}}{4} R^2 = \dfrac{3\sqrt{3}}{4}(2\sqrt{3})^2 = 9\sqrt{3}$ (۰/۲۵) (۰/۲۵)	۰/۵

ردیف	پاسخ	بارم
۶	الف: دوران ب : طول پا ج: همانی (هر مورد ۰/۵ نمره)	۱/۵
۷	ابتدا پاره خط های AB و $A'B'$ را رسم می کنیم. چون T تبدیلی طول پا است. لذا داریم : (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵) $\left.\begin{array}{l}T(A)=A'\\ T(B)=B'\\ T(O)=O'\end{array}\right\}\rightarrow OA=O'A'\ ,\ OB=O'B'\ ,\ AB=A'B'$ پس دو مثلث OAB و $O'A'B'$ به حالت تساوی (۰/۲۵) سه ضلع همنهشت (۰/۲۵) هستند. لذا زاویه های AOB و $A'O'B'$ مساوی (۰/۲۵) هستند. یعنی $\angle\alpha=\angle\beta$  	۱/۵
۸	در این صورت اگر نقاط A' و B' به ترتیب مجانس های نقاط A و B باشند. طبق تعریف داریم: (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵) $\left.\begin{array}{l}OA'=\|k\|\times OA\\ OB'=\|k\|\times OB\end{array}\right\}\rightarrow \frac{OA'}{OB'}=\frac{\|k\|\times OA}{\|k\|\times OB}\rightarrow\frac{OA'}{OB'}=\frac{OA}{OB}\rightarrow\frac{OB}{OB'}=\frac{OA}{OA'}$ پس طبق قضیه‌ی عکس تالس می توان نتیجه گرفت که $AB \parallel A'B'$ (۰/۲۵) (۰/۲۵)   	۱/۵
۹	هدف مسئله، برای پیدا کردن نقطه‌ای مانند M روی خط d طوری که $AM+MB$ کمترین مقدار ممکن را داشته باشد. (۰/۲۵) لذا برای برای حل این مسئله، بازتاب نقطه‌ی A را نسبت به خط d پیدا کرده و آن را نقطه‌ی A' (۰/۲۵) می نامیم. خط فرضی $A'B$ خط بازتاب را در نقطه‌ای مانند M قطع می کند. نقطه‌ی M جواب مسئله است. (۰/۲۵)  دلیل این ادعا اینکه چون: (۰/۲۵) $\Delta(A'NB): A'B < A'N+NB$ و $A'N=AN$ و $A'M=AM$	۱/۵

	پس می توان نتیجه گرفت که : $A'M+MB<A'N+NB \to AM+MB<AN+NB$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) و این به معنی آن است که نقطه‌ی M محلی است که می توان آب را از رودخانه برداشت.	
۱۰	بازتاب رأس C را نسبت به خط گذرا از نقاط B و D را رسم می کنیم. (۰/۲۵) (۰/۲۵) واضح است که محیط مثلث بدست آمده همان محیط چندضلعی $ABCDE$ را دارد. از طرفی این مثلث متساوی الاضلاع (۰/۲۵) است. لذا مساحت آن می شود. (۰/۲۵) $S=\frac{\sqrt{۳}}{۴}a^{۲}=\frac{\sqrt{۳}}{۴}(۶)^{۲}=۹\sqrt{۳}$ 	۱
۱۱	الف) طول وتر ب) سینوس (هر مورد ۰/۲۵ نمره)	۰/۵
۱۲	طبق قضیه‌ی سینوس های می توان نوشت: $\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}\to\frac{۲}{\frac{\sqrt{۳}}{۲}}=\frac{۶}{\sin B}\to\sin B=\frac{۶\sqrt{۳}}{۴}=\frac{۳\sqrt{۳}}{۲}>۱$ غیر ممکن (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵) لذا مثلثی با مشخصات داده شده وجود ندارد.	۱/۵
۱۳	با توجه به قضیه‌ی کسینوس ها داریم. $a^{۲}=b^{۲}+c^{۲}-۲bc\cos A$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵) $\to a^{۲}=(\sqrt{۶}+\sqrt{۲})^{۲}+(۲\sqrt{۲})^{۲}-۲(\sqrt{۶}+\sqrt{۲})(۲\sqrt{۲})\cos(۶۰^{\circ})$ $\to a^{۲}=(\sqrt{۶}+\sqrt{۲})^{۲}+(۲\sqrt{۲})^{۲}-۲(\sqrt{۶}+\sqrt{۲})(۲\sqrt{۲})(\frac{۱}{۲})$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) $\to a^{۲}=۶+۲\sqrt{۱۲}+۲+۸-۲\sqrt{۱۲}-۴=۱۲\to a=\sqrt{۱۲}=۲\sqrt{۳}$ (۰/۲۵) 	۱/۵
۱۴	می دانیم که در هر مثلث بزرگترین زاویه روبرو به بزرگترین ضلع است. از طرفی نیمساز هر زاویه‌ی داخلی ضلع مقابل به آن زاویه را به نسبت دو ضلع زاویه تقسیم می کند. پس: (۰/۲۵) $x+y=۱۵$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) $\frac{۱۲}{x}=\frac{۸}{y}\to\frac{۱۲}{۸}=\frac{x}{y}\to\frac{۳}{۲}=\frac{x}{y}\to ۲x=۳y\to ۲x-۳y=۰$ حال با حل دستگاه $\begin{cases}x+y=۱۵\\ ۲x-۳y=۰\end{cases}$ نتیجه می گیریم که $y=۶$ و $x=۹$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵) 	۱/۵

۱۵	$S=\sqrt{p\times(p-a)\times(p-b)\times(p-c)}$ (۰/۲۵) $\xrightarrow{b=c=a} S=\sqrt{p(p-a)^{۳}}$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵) $\xrightarrow[(۰/۲۵)]{p=\frac{۳a}{۲}} S=\sqrt{\frac{۳a}{۲}(\frac{۳a}{۲}-a)^{۳}}=\sqrt{\frac{۳a}{۲}(\frac{a}{۲})^{۳}}=\sqrt{\frac{۳a^{۴}}{۱۶}}=\frac{\sqrt{۳}}{۲}a^{۲}$  	۱/۵
۱۶	$m_a{}^{۲}=\frac{۲(b^{۲}+c^{۲})-a^{۲}}{۴}=\frac{۲(۳۶+۱۶)-۶۴}{۴}=\frac{۱۰۴-۶۴}{۴}=\frac{۴۰}{۴}=۱۰\to m_a=\sqrt{۱۰}$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)	۰/۷۵
۱۷	(۰/۲۵) $d_a=\frac{۲bc\cos\frac{A}{۲}}{b+c}=\frac{۲(۶)(۱۰)\cos ۳۰}{۶+۱۰}=\frac{۱۵\sqrt{۳}}{۴}$ (۰/۲۵) (۰/۲۵)	۰/۷۵
	جمع	۲۰

تهیه کننده : گروه ریاضی دوره‌ی دوّم متوسطه استان خوزستان