
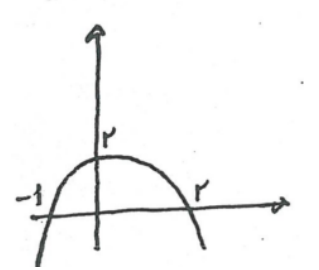

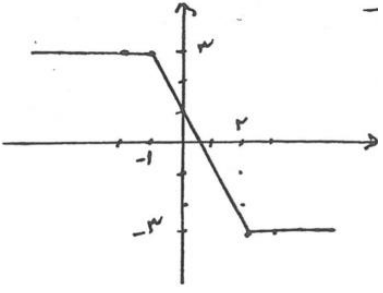


نام و نام خانوادگی: مقطع و رشته: دهم ریاضی و تجربی شماره داوطلب: تعداد صفحه سؤال: ۲ صفحه	جمهوری اسلامی ایران اداره ی کل آموزش و پرورش شهر تهران اداره ی آموزش و پرورش شهر تهران منطقه تهران دبیرستان غیردولتی پسرانه / دخترانه 	نام درس: ریاضی نام دبیر: آقای محبی تاریخ امتحان: ۱۳۹۶/۱۰/۰۹ ساعت امتحان: ۰۸:۰۰ صبح مدت امتحان: ۱۰۰ دقیقه
---	---	--

ردیف	سؤالات	نمره
۱	جمله ی پنجم یک دنباله ی حسابی برابر ۱۱ و مجموع ۱۴ جمله ی اول آن برابر ۲۹۴ می باشد مجموع بیست جمله ی اول آن کدام است.	۱,۲۵
۲	برای از بین بردن ذرات معلق در یک محلول، آن را از صافی هایی عبور می دهیم اگر در اثر عبور از هر صافی میزان ذرات موجود نصف شود کمترین مقدار صافی مورد نیاز برای آنکه میزان ذرات معلق موجود در محلول حداقل ۹۰ درصد کاهش یابد چقدر می باشد	۱,۲۵
۳	را چنان بیابید که بین ریشه های معادله ی $2x^2 + 6x + 2m - 1 = 0$ رابطه ی $3\alpha - \beta = 7$ برقرار باشد.	۱,۲۵
۴	در شکل روبه رو، نمودار سهمی به معادله ی $p(x) = ax^2 + bx + c$ داده شده است. ضرایب a و b و c را تعیین کنید.	۱,۲۵
		
۵	معادله ی $\frac{x-2}{x+2} + \frac{x}{x-2} = \frac{8}{x^2-4}$ را حل کنید.	۱,۲۵
۶	معادله ی $\sqrt{2x+5} - x = 1$ را حل کنید.	۱
۷	تابع $f(x) = x-2 - x+1 $ را به کمک تعیین علامت به یک تابع چند ضابطه ای تبدیل کرده و نمودار آن را رسم کنید.	۱,۲۵

۱,۵	مثلت ABC با رئوسی (۱- و ۱) A و (۳- و ۵) B و (۳ و ۷) C مفروض است: الف- معادله ی ارتفاع AH را بدست آورید ب- طول ارتفاع A را بیابید.	۸
۱	تابع $y = 3 - \sqrt{x-1}$ را رسم نموده و دامنه و بُرد را بدست آورید.	۹
۱	نمودار تابع $f(x) = [2x]$ را در بازه ی $[0, 2)$ رسم کنید.	۱۰
۱	a و b را طوری بدست آورید که رابطه $R = \{(3, 2), (a, 5), (3, a^2 - a), (b, 2), (-1, 4)\}$ تابعی یک به یک باشد.	۱۱
۱,۲۵	وارون پذیری تابع $f(x) = \sqrt{2x+1} - 3$ را بررسی کرده و در صورت یک به یک بودن ضابطه ی وارون را بدست آورید.	۱۲
۱,۲۵	اگر تابع $f = \{(2, 4), (3, 4), (1, 3), (-2, 1)\}$ و $g = \{(1, 2), (2, -2), (3, 4)\}$ آنگاه الف) تابع $g^{-1} \circ f$ را بدست آورید. ب) تابع $f^2 \times g$ را محاسبه کنید. ج) توابع $g \circ f, f \circ g$ را بدست آورید.	۱۳
۱,۲۵	برای دو تابع $f(x) = \frac{4}{x}$ و $f(x) = \frac{1}{x-3}$ تابع $f \circ g$ و دامنه ی آن را بدست آورید.	۱۴
۱,۲۵	برای توابع $g(x) = \sqrt{x-2}$ و $f(x) = \frac{2}{x-1}$ تابع $g \circ f$ و دامنه ی آن را بدست آورید.	۱۵
۲	نمودار تابع $y = 2^x - 3$ را رسم نموده آنگاه دامنه و بُرد آن را محاسبه نموده و بگویید آیا یک به یک است یا خیر.	۱۶

نام درس: ریاضی نام دبیر: آقای محبی تاریخ امتحان: ۰۹ / ۱۰ / ۱۳۹۶ ساعت امتحان: ۰۸:۰۰ صبح مدت امتحان: ۱۰۰ دقیقه	جمهوری اسلامی ایران اداره ی کل آموزش و پرورش شهر تهران اداره ی آموزش و پرورش شهر تهران منطقه ۲ تهران دبیرستان غیردولتی پسرانه / دخترانه 	پاسخ نامه سوالات
--	---	------------------

ردیف	راهنمای تصحیح	ردیف																	
۱,۲۵	$a_5 = 11 \rightarrow a_1 + 4d = 11 \rightarrow$ $S_{14} = 294 \rightarrow \frac{14}{2}[2a_1 + 13d] = 294 \rightarrow \begin{cases} a_1 + 4d = 11 \\ 2a_1 + 13d = 42 \end{cases} \rightarrow d = 4, a_1 = -5$ $S_{20} = \frac{20}{2}[2(-5) + 19 \times 4] = 10[-10 + 76] = 660$	۱																	
۱,۲۵	میزان ذرات بعد از عبور از صافی n ام برابر $\left(\frac{1}{2}\right)^n$ می باشد لذا $\left(\frac{1}{2}\right)^n < 10\% \Rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^n < \frac{1}{10} \rightarrow 2^n > 10 \rightarrow n \geq 4 \rightarrow n = 4$ حداقل صافی	۲																	
۱,۲۵	$\begin{cases} \alpha + \beta = -\frac{6}{2} = -3 \\ \alpha\beta = \frac{c}{a} = \frac{2m-1}{2} \rightarrow \begin{cases} \alpha + \beta = -3 \\ 3\alpha - \beta = 7 \end{cases} \rightarrow \alpha = 1, \beta = -4 \rightarrow 1 \times -4 = \frac{2m-1}{2} \rightarrow m = \frac{-7}{2} \\ 3\alpha - \beta = 7 \end{cases}$	۳																	
۱,۲۵	$A(0, 2) \rightarrow C = 2$ $B(-1, 0) \rightarrow a - b + c = 0 \rightarrow$ $C(2, 0) \rightarrow 4a + 2b + c = 0 \rightarrow \begin{cases} a - b + 2 = 0 \\ 4a + 2b + 2 = 0 \end{cases} \rightarrow a = -1, b = 1 \rightarrow y = -x^2 + x + 2$	۴																	
۱,۲۵	$\frac{(x-2)(x-2)}{(x+2)(x-2)} + \frac{(x)(x+2)}{(x-2)(x+2)} = \frac{8}{(x-2)(x+2)} \rightarrow x^2 + 4 - 4x + x^2 + 2x = 8$ $\rightarrow 2x^2 - 2x - 4 = 0 \rightarrow x = -1, 2 \rightarrow x = -1$ قابل قبول	۵																	
۱	$\sqrt{2x+5} = x+1 \rightarrow 2x+5 = x^2+2x+1 \rightarrow x^2 = 4 \rightarrow x = \pm 2$ $\rightarrow x = 2$ قابل قبول	۶																	
۱,۲۵	<table style="display: inline-table; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">x</td> <td style="padding: 5px;">-1</td> <td style="padding: 5px;">2</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">x-2</td> <td style="padding: 5px;">-</td> <td style="padding: 5px;">+</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">x+1</td> <td style="padding: 5px;">-</td> <td style="padding: 5px;">+</td> </tr> </table> $\rightarrow y = \begin{cases} 3 & x < -1 \\ -2x+1 & -1 \leq x < 2 \\ -3 & 2 \leq x \end{cases}$ <table style="display: inline-table; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">x</td> <td style="padding: 5px;">-2</td> <td style="padding: 5px;">-1</td> <td style="padding: 5px;">2</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">y</td> <td style="padding: 5px;">3</td> <td style="padding: 5px;">3</td> <td style="padding: 5px;">-3</td> </tr> </table> 	x	-1	2	x-2	-	+	x+1	-	+	x	-2	-1	2	y	3	3	-3	۷
x	-1	2																	
x-2	-	+																	
x+1	-	+																	
x	-2	-1	2																
y	3	3	-3																

۱,۵	$m_{BC} = \frac{-5-3}{3-7} = \frac{-8}{-4} = 2 \rightarrow m = -\frac{1}{2}, A(1,-1)$ $AH : y + 1 = -\frac{1}{2}(x - 1) \rightarrow y = -\frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$ $m_{BC} = 2, c(7,3) \rightarrow y - 3 = 2(x - 7) \rightarrow y - 2x + 11 = 0$ $\rightarrow AH = \frac{ -1-2+11 }{\sqrt{1+4}} = \frac{8}{\sqrt{5}}$	معادله ی ضلع BC	۸
۱	$y = 3 - \sqrt{x - 1}$ $x - 1 = 0 \rightarrow x = 1$ $x - 1 = 1 \rightarrow x = 2$ $x - 1 = 4 \rightarrow x = 5$		۹
۱	$f(x) = [2x]$ $0 \leq x < \frac{1}{2} \rightarrow 0 \leq 2x < 1 \rightarrow y = 0$ $\frac{1}{2} \leq x < 1 \rightarrow 1 \leq 2x < 2 \rightarrow y = 1$ $1 \leq x < \frac{3}{2} \rightarrow 2 \leq 2x < 3 \rightarrow y = 2$ $\frac{3}{2} \leq x < 2 \rightarrow 3 \leq 2x < 4 \rightarrow y = 3$		۱۰
۱	$a^2 - a = 2 \rightarrow a^2 - a - 2 = 0 \rightarrow a = -1, 2$ $a = -1 \rightarrow R = \{(3, 2), (-1, 5), (b, 2), (-1, 4)\}$ $a = 2 \rightarrow R = \{(3, 2), (2, 5), (b, 2), (-1, 4)\} \rightarrow b = 2$	غیرقابل قبول چون تابع نیست	۱۱
۱,۲۵	$f(a) = f(b) \rightarrow \sqrt{2a+1} - 3 = \sqrt{2b+1} - 3 \rightarrow a = b$ $y = \sqrt{2x+1} - 3 \rightarrow y + 3 = \sqrt{2x+1} \rightarrow (y + 3)^2 = 2x + 1 \rightarrow 2x = (y + 3)^2 - 1$ $\rightarrow x = \frac{(y + 3)^2 - 1}{2} \rightarrow f^{-1}(x) = \frac{(x + 3)^2 - 1}{2}$		۱۲
۱,۲۵	<p>الف) $\frac{f}{g-f} = \left\{ \left(1, \frac{3}{2-3} \right), \left(2, \frac{4}{-2-4} \right) \right\} = \left\{ (1, -3), \left(2, \frac{-4}{6} \right) \right\}$</p> <p>ب) $f^2 \times g = \{(1, 18), (2, -32), (3, 64)\}$</p> <p>ج) $f \circ g = \{(1, 4), (-2, 2)\}$, $g \circ f = \{(1, 4), (2, 1)\}$</p>		۱۳
۱,۲۵			۱۴

$$f \circ g(x) = f(g(x)) = \frac{1}{\frac{4}{x} - 3} = \frac{x}{4 - 3x}$$

$$D_{f \circ g} = \left\{ x \in D_g \mid g(x) \in D_f \right\} = \left\{ R - \{0\} \mid \frac{4}{x} \in R - \{3\} \right\} \rightarrow \frac{4}{x} \neq 3 \rightarrow 3x \neq 4$$

$$\rightarrow x \neq \frac{4}{3} \rightarrow \left\{ R - \{0\} \mid x \neq \frac{4}{3} \right\} \rightarrow D_{f \circ g} = R - \left\{ 0, \frac{4}{3} \right\}$$

۱,۲۵

$$f \circ g(x) = g(f(x)) = \frac{1}{\sqrt{x-2}-1}$$

$$D_{f \circ g} = \left\{ x \in D_f \mid f(x) \in D_g \right\} = \left\{ R - \{1\} \mid \frac{2}{x-1} \in x \geq 2 \right\} \rightarrow \frac{2}{x-1} \geq 2 \rightarrow$$

$$\frac{2}{x-1} \geq -2 \geq 0 \rightarrow \frac{2-2x+2}{x-1} \geq 0 \rightarrow \frac{4-2x}{x-1} \geq 0 \rightarrow \begin{cases} 4-2x=0 \rightarrow x=2 \\ x-1=0 \rightarrow x=1 \end{cases} \rightarrow$$

$$1 < x \leq 2 \rightarrow \left\{ R - \{1\} \mid 1 < x \leq 2 \right\} \rightarrow (1, 2]$$

x	1	2	
$\frac{4-2x}{x-1}$	-	+	-

→

۱۵

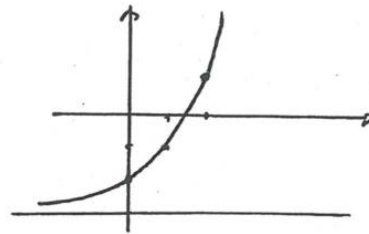
۲

$$y = 2^x - 3$$

x	0	1	2
y	-2	-1	1

$$D_f = R \quad R_f = (-3, +\infty)$$

تابع به بی نهایت



۱۶