



موسسه آموزش عالی آزاد

با مجوز رسمی وزارت علوم، تحقیقات و فناوری

آزمون آزمایشی تحصیلات تکمیلی

(دوره‌های کارشناسی ارشد)

سال ۱۳۹۳

آزمون ۲۵ درصد دوم

دفترچه حل تشریحی

مهندسی شیمی

کد (۱۲۵۷)

- ۱- گزینه ۲ درست است.
 ۲- گزینه ۱ درست است.
 ۳- گزینه ۳ درست است.
 ۴- گزینه ۲ درست است.
 ۵- گزینه ۱ درست است.
 ۱۶- گزینه ۱ درست است.
 با توجه به اینکه در متن ذکر شده است:

The first seven Virial coefficients of hard spheres are positive

بنابراین در مدل کرات سخت ضریب دوم هیچگاه صفر نمی‌شود و دمای بویل محاسبه نخواهد شد.

۱۷- گزینه ۲ درست است.

با توجه به اینکه در متن ذکر شده است:

A fluid –solid transition at high density has been inferred from computer simulations of hard spheres

از شبیه سازی کامپیوتری تغییر فاز جامد – سیال در دانسیته ی بالا استنتاج می شود.

۱۸- گزینه ۳ درست است.

با توجه به متن در نقطه بحرانی اختلاف بین فازها وجود ندارد و نقطه بحرانی در نقطه تقعر می باشد که تغییرات صفر است

۱۹- گزینه ۴ درست است.

با توجه به اینکه در متن ذکر شده است:

The critical point (that is singular) of inflexion of the critical isotherm in the P-V plane.

نقطه بحرانی به صورت منفرد بوده و برای هر ماده ثابت است

۲۰- گزینه ۱ درست است.

با توجه به اینکه در متن ذکر شده است :

Bubbling bed is the classical approach where the gas at low velocities is used and fluidization of the solids is relatively stationary, with some fine particles being entrained.

در سرعت های کم ذرات جامد نسبتا ساکن میباشند

۲۱- گزینه ۱ درست است.

با توجه به متن انرژی جنبشی بیشتر سیال سبب شناوری ذرات می شود

۲۲- گزینه ۳ درست است.

با توجه به اینکه در متن ذکر شده است :

Vibratory Fluidized beds are similar to stationary beds, but add a mechanical vibration to further excite the particles for increased entrainment.

لرزدگی جهت افزایش اغتشاش و اختلاط استفاده میشود

۲۳- گزینه ۲ درست است.

با توجه به اینکه در متن ذکر شده است :

They are usually ceramic or metal and provide a large surface area within the volume of the column for interaction between liquid and gas or vapour

حلقه های راشینگ موجب افزایش سطح تماس بین سیال ها می شود

۲۴- گزینه ۴ درست است.

با توجه به اینکه در متن ذکر شده است :

They form what is now known as random packing, and enabled Raschig to perform distillations of much greater efficiency than his competitors using fractional distillation columns with trays

۲۵- گزینه ۲ درست است.

با توجه به اینکه در متن ذکر شده است :

the vapour and liquid pass each other counter currently in a small space

بنابراین جهت جریان ها به صورت مخالف می باشد

۲۶- گزینه ۱ درست است.

با توجه به اینکه در متن ذکر شده است :

Thus less volatile material tends to go downwards, more volatile material upwards.

۲۷- گزینه ۱ درست است.

با توجه به اینکه در متن ذکر شده است :

Thermodynamics is a powerful tool in physic, chemistry and engineering. However, its power is narrow, since it says nothing whatsoever about time-dependent phenomena

ترمودینامیک درباره ی پدیده های وابسته به زمان نمیتواند پیش بینی داشته باشد

۲۸- گزینه ۲ درست است.

با توجه به اینکه در متن ذکر شده است :

It is important to recognize that thermodynamic laws are generalization of experimental observations on systems of macroscopic size

قوانین ترمودینامیکی از مشاهدات خواص ماکروسکوپی حاصل شده اند

۲۹- گزینه ۴ درست است.

با توجه به اینکه در متن ذکر شده است :

The validity and applicability of the relations are independent of the correctness of any model of molecular behavior adduced to explain them

صحت روابط ترمودینامیکی مستقل از درستی مدل های مولکولی شرح دهنده ی آنها می باشد

۳۰- گزینه ۲ درست است.

با توجه به اینکه در متن ذکر شده است :

However, while the formulations differ somewhat, the equations that finally result are, of course, identical.

در حالی که تا حدی فرمولاسیون ها متفاوت می باشد اما نتایج یکسان می باشند

انتقال حرارت ۱ و ۲

۳۱- گزینه ۱ درست است.

با توجه به دو بعدی بودن مسئله و استفاده از روش Explicit شرط پایداری عبارت است از:

$$FO < \frac{1}{4} \rightarrow \frac{\alpha \Delta t}{(\Delta x)^2} < \frac{1}{4}$$

$$\Delta t < \frac{(\Delta x)^2}{4\alpha}$$

$$\Delta t < \frac{(0.01m)^2}{4 \times 2/5 \times 10^{-6} \frac{m^2}{s}}$$

$$\Delta t < 1.0s$$

۳۲- گزینه ۲ درست است.

$$q_x = -k \frac{\partial T}{\partial x}$$

$$q_y = -k \frac{\partial T}{\partial y}$$

$$\tan \theta = \frac{q_y}{q_x} = \frac{\frac{\partial T}{\partial y}}{\frac{\partial T}{\partial x}} = \frac{2y + 2x}{2x + 2y} = 1$$

$$\theta = 45^\circ$$

۳۳- گزینه ۲ درست است.

$$Q = \bar{h}A(T_w - T_\infty)$$

$$\bar{h} = \frac{5}{4} h_{x=L} \text{ (در جریان درهم صفحه افقی)}$$

$$\bar{h} = \frac{5}{4} \times 800 = 1000 \frac{W}{m^2 \cdot ^\circ C}$$

$$A = 4 \times 1 = 4 m^2$$

بنابراین:

$$Q = 1000 \times 4 \times (120 - 20) = 400000 W = 400 kW$$

۳۴- گزینه ۴ درست است.

$$Ec = \frac{U_\infty^2}{C_p \Delta T} = \frac{\text{انرژی جنبشی سیال}}{\text{ذخیره انرژی}}$$

۳۵- گزینه ۴ درست است.

چون دما تابع مکان نیست پس شرایط ظرفیت حرارتی متمرکز برقرار است. بنابراین $Bi < 0.1$ است:

$$Bi = \frac{hL}{k} = \frac{\frac{L}{h}}{\frac{1}{k}} < 0.1$$

یعنی مقاومت هدایتی جسم در مقایسه با مقاومت جابه‌جایی محیط قابل صرف‌نظر است.

۳۶- گزینه ۴ درست است.

با توجه به این که جواب در راستای y ارتوگونال است بنابراین شرط غیرهموزن باید مربوط به راستای x باشد:

$$T(x=L, y) = T_\infty$$

یعنی یکی از گزینه‌های ۳ یا ۴ می‌تواند درست باشد.

از طرفی با توجه به این که $\lambda_n = \frac{(2n+1)\pi}{2L}$ می‌باشد بنابراین شرایط مرزی در راستای ارتوگونال (y) باید غیرهمنوع باشند (یعنی یکی نوع اول و دیگری نوع دوم) بنابراین گزینه ۴ گزینه صحیح است.

۳۷- گزینه ۴ درست است.

در سیالات با ویسکوزیته بالا ترم تلفات ویسکوز دارای اهمیت است. لذا Nu علاوه بر Re و Pr به عدد اکرت (Ec) هم بستگی دارد.

۳۸- گزینه ۱ درست است.

۳۹- گزینه ۴ درست است.

$$Nu = 0.422 Re^{1/2} Pr^{1/4}$$

گزینه ۱: $U_\infty \uparrow \Rightarrow Re \uparrow \Rightarrow Nu \uparrow \Rightarrow h \uparrow \Rightarrow Q \uparrow$

گزینه ۲: $h \sim \frac{1}{\sqrt{x}} \Rightarrow x \downarrow \Rightarrow h \uparrow \Rightarrow Q \uparrow$

گزینه ۳: $Pr = \frac{\mu C_p}{k}$, $Nu = \frac{hx}{k} \Rightarrow h \sim k^{2/3} \Rightarrow k \uparrow \Rightarrow h \uparrow \Rightarrow Q \uparrow$

گزینه ۴: $h \sim \frac{1}{\delta_t} \Rightarrow \delta_t \uparrow \Rightarrow h \downarrow \Rightarrow Q \downarrow$

۴۰- گزینه ۱ درست است.

$$h = \frac{-k \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=0}}{T_w - T_\infty}$$

$$\left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=0} = \frac{\Delta T}{\Delta y} \Big|_{\text{نزدیک دیواره}} = \frac{80-100}{1 \times 10^{-2} \text{ m}} = -20000 \frac{^\circ\text{C}}{\text{m}}$$

$$T_\infty = \text{دما در بیرون و لایه مرزی حرارتی} = T(y > \delta_t) = T_{(y=4\text{mm})} = 20^\circ\text{C}$$

$$h = \frac{-1 \times (-20000)}{100-20} = 250 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot ^\circ\text{C}}$$

۴۱- گزینه ۴ درست است.

دیواره در $x=0$ تحت شار حرارتی ثابت است لذا دمای دیواره نمی تواند ثابت باشد.

۴۲- گزینه ۲ درست است.

$$Nu = 0.42 Re_x^{1/2} Pr^{1/4}$$

$$Re_x = \frac{\rho u_\infty x}{\mu}$$

بنابراین:

$$Nu_x \sim \sqrt{x}$$

۴۳- گزینه ۴ درست است.

$$Q = KS\Delta T$$

که S ضریب شکلی هدایت است.

۴۴- گزینه ۴ درست است.

$$h = \frac{-k \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=0}}{T_w - T_\infty}$$

$$h = \frac{-1 \times \left[-120000x^{-1/2} \right]}{100-20} = \frac{1500}{\sqrt{x}}$$

$$\frac{1500}{\sqrt{x}} = 1500 \rightarrow x = 1\text{m}$$

۴۵- گزینه ۱ درست است.

$$\delta = \frac{4.64x}{\sqrt{Re_x}} \rightarrow \delta \sim \sqrt{x}$$

$$\frac{\delta_t}{\delta} = \frac{1}{Pr^{1/2}} \rightarrow \delta_t \sim \sqrt{x}$$

هم δ و هم δ_t هر دو در مسیر حرکت سیال افزایش می یابند.

ترمودینامیک

۴۶- گزینه ۱ درست است.

$$\left. \begin{aligned} dh = C_p dT &\Rightarrow C_p = \frac{dh}{dT} \\ dh = TdS + Vdp &\Rightarrow dh = TdS \end{aligned} \right\} C_p = \frac{TdS}{dT}$$

$$C_p = \frac{200 \times 2}{60} = 10$$

۴۷- گزینه ۳ درست است.

چون فرآیند برگشت ناپذیر است بنابراین جهان $\Delta S < 0$ است.

$$\Delta S_{\text{جهان}} = \Delta S_{\text{سیستم}} + \Delta S_{\text{محیط}} > 0$$

و به علت این که فرآیند گرمایی به محیط نمی‌دهد بنابراین

$$\Delta S_{\text{محیط}} = \frac{Q}{T} = 0$$

بنابراین $\Delta S_{\text{سیستم}} > 0$ است.

۴۸- گزینه ۴ درست است.

$$\omega = -\log P_r^{\text{sat}} \Big|_{T_r = 0}^{-1}$$

ضریب بی‌مرکزی مشخصه‌ی ساختار مولکولی می‌باشد زیرا با تعیین نوع ماده T_c آن تعیین و بنابراین دمای مورد نیاز جهت محاسبه‌ی P_r^{sat} به دست می‌آید. در ضمن برای گازهای نجیب $\omega = 0$ است.

۴۹- گزینه ۲ درست است.

به دلیل اینکه دما و فشار گاز ورودی و گاز ذخیره شده یکسان می‌باشد بنابراین آنتروپی ورودی و ذخیره شده برابر:

$$I = T_0 \left(m_e s_e - m_i s_i + \frac{Q}{T_0} + m_r s_r - m_1 s_1 \right)$$

$$I = -Q \quad (\text{برای فرآیند هم دما و هم فشار})$$

$$Q + m_1 h_1 + m_1 u_1 = w + m_r u_r + m_0 h_0$$

$$Q = -m_r T_0 (C_p - C_v) = -m_r T_0 \frac{R}{M} = -P_0 V$$

$$I = -Q = 2(m^3) \times 10 \text{ (Kpa)} = 20 \text{ KJ}$$

۵۰- گزینه ۴ درست است.

$$dH = VdP + TdS \Rightarrow \left(\frac{dH}{dP} \right)_T = V + T \left(\frac{dS}{dP} \right)_T = V - T \left(\frac{dV}{dT} \right)_P$$

$$V = \frac{RT}{P}(b + aP), \quad \left(\frac{dV}{dT} \right)_P = \frac{R(b + aP)}{P}$$

$$\left(\frac{dH}{dP} \right)_T = \frac{RT}{P}(b + aP) - \frac{RT}{P}(b + aP) = 0$$

۵۱- گزینه ۱ درست است.

در دمای بویل ضریب دوم معادله‌ی ویریال صفر شده و $z = 1$ است که یعنی نیروهای دافعه و جاذبه با هم برابر می‌شوند.

۵۲- گزینه ۳ درست است.

اگر m را نسبت تراکم در نظر بگیریم:

$$m = \frac{P_1}{P_0} = \frac{P_2}{P_1} = \dots = \frac{P_n}{P_{n-1}}$$

$$m^n = \frac{P_1}{P_0} \times \dots \times \frac{P_n}{P_{n-1}} = \frac{P_n}{P_0}$$

$$m^6 = \frac{100 \times 10^6}{1} = m = 10$$

$$P_0 = 1 \text{ Pa} \xrightarrow{(1)} P_1 = 10 \xrightarrow{(2)} P_2 = 100 \xrightarrow{(3)} P_3 = 1000 \text{ Pa}$$

۵۳- گزینه ۴ درست است.

آنتروپی را می‌توان با رد و بدل کردن گرما کاهش یا افزایش داد و همواره برگشت ناپذیری سبب افزایش آنتروپی می‌شود.

گزینه‌ی ۴ غلط است زیرا در فرآیندهای برگشت ناپذیر و گرماده ممکن است تغییرات آنتروپی صفر باشد.

۵۴- گزینه ۴ درست است.

$$\Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2 = n_1 C_p \ln \frac{T_e}{T_1} + n_2 C_p \ln \frac{T_e}{T_2}$$

$$\left[T_e = \frac{n_1 C_p T_1 + n_2 C_p T_2}{n_1 C_p + n_2 C_p} = T_e = \frac{1 \times T_1 + 2 \times 0.5 T_1}{1+2} = \frac{2 T_1}{3} \right]$$

$$\Delta S = 1 \times C_p \times \ln \frac{2 T_1}{3 T_1} + 2 \times C_p \ln \frac{2 T_1}{3 \times 0.5 T_1} \Rightarrow$$

$$\Delta S = C_p \left[\ln \frac{2}{3} + 2 \ln \frac{4}{3} \right] = C_p \ln \frac{22}{27}$$

۵۵- گزینه ۲ درست است.

حالت ایده ال

$$PV_{id} = RT \Rightarrow V_{id} = \frac{RT}{P}$$

$$\text{حالت غیر ایده‌آل} \quad \frac{PV_r}{RT} = 1 + \frac{B}{V_r} \Rightarrow V_r = \frac{RT}{P} \left(1 + \frac{B}{V_r} \right)$$

$$V_r = V_{id} \left(1 + \frac{B}{V_r} \right) \Rightarrow V_r - V_{id} = \frac{V_{id}}{V_r} B \Rightarrow B = (V_r - V_{id}) \frac{V_r}{V_{id}}$$

۵۶- گزینه ۱ درست است.

$$\Delta S_{\text{جهان}} = \Delta S_{\text{محیط}} + \Delta S_{\text{سیستم}} \Rightarrow \Delta S_{\text{سیستم}} = 12 - 40 = -28$$

$$\Delta S_{\text{sys}} = m C_V \ln \frac{T_A}{T_W} = -28 = 10 \times 4 \ln \frac{T_A}{T_W} \Rightarrow$$

$$\ln \frac{T_A}{T_W} = -0.7 \Rightarrow \frac{T_W}{T_A} = 2$$

راه دوم:

$$\Delta S_{\text{محیط}} = \frac{-m C_V (T_A - T_W)}{T_A} \Rightarrow 40 = \frac{-40 (T_A - T_W)}{T_A}$$

$$T_A = -T_A + T_W \Rightarrow \frac{T_W}{T_A} = 2$$

۵۷- گزینه ۱ درست است.

در درجه حرارت‌های بالاتر از وارونگی ضریب ژول تامسون منفی است و در این حالت سیال در عبور از شیر فشارشکن گرم‌تر می‌شود.

۵۸- گزینه ۱ درست است.

$$C_p - C_v = T \left(\frac{dP}{dT} \right)_V \left(\frac{dV}{dT} \right)_P$$

$$P = \frac{RT}{V-b} \Rightarrow \left(\frac{dP}{dT} \right)_V = \frac{R}{V-b}$$

$$V = \frac{RT}{P} + b \Rightarrow \left(\frac{dV}{dT} \right)_P = \frac{R}{P}$$

$$C_p - C_v = T \times \frac{R}{V-b} \times \frac{R}{P} = R$$

۵۹- گزینه ۳ درست است.

با توجه به رابطه‌ی زنجیره‌ای اولر و روابط ماکسول:

$$\left(\frac{dP}{dV}\right)_S = \frac{\left(-\frac{dS}{dV}\right)_P}{\left(\frac{dS}{dP}\right)_V}, \quad \left(\frac{dV}{dP}\right)_T = \frac{\left(-\frac{dT}{dP}\right)_V}{\left(\frac{dT}{dV}\right)_P}$$

$$\left(\frac{dP}{dV}\right)_S \left(\frac{dV}{dP}\right)_T = \frac{\left(\frac{dS}{dV}\right)_P \times \left(\frac{dT}{dP}\right)_V}{\left(\frac{dT}{dV}\right)_P \times \left(\frac{dS}{dP}\right)_V} = \left(\frac{dS}{dT}\right)_P \left(\frac{dT}{dS}\right)_V$$

۶۰- گزینه ۳ درست است.

در واقع زمانی $\left(\frac{dz}{dP}\right)_T = 0$ می‌شود که دما برابر دمای بویل باشد که دمای بویل $T_B = 2/5 T_C$

$$T_B = 2/5 \times 220 = 550 \text{ K}$$

بنابراین دمای گاز بایستی ۳۵۰ درجه کلوین افزایش یابد.

۶۱- گزینه ۱ درست است.

$$\eta = \frac{\text{کار انجام شده}}{\text{گرمای گرفته شده}} = \frac{W}{Q_{1-2}} = 0/6 \Rightarrow W = 0/6 Q_{1-2}$$

با توجه به این که فرایند ۲ → ۳ آیزنتروپیک است ($S_2 = S_3$, $S_2 = S_3$)

$$Q_{2-3} = T \Delta S = 200 \times (-25) = -5000 \text{ kJ}$$

$$\oint \Delta u = 0 \Rightarrow Q_{12} + Q_{13} = W \Rightarrow$$

$$\frac{W}{0/6} + (-5000) = W \Rightarrow \frac{4}{6} W = 5000 \Rightarrow W = 7500 \text{ kJ}$$

۶۲- گزینه ۲ درست است.

$$\eta = \frac{m(h_i - h_o)}{W} = \frac{50(4000 - 3800)}{5000} = 0/2 \Leftrightarrow 20 \text{ درصد}$$

۶۳- گزینه ۳ درست است.

$$W_{\text{lost}} = T_o \Delta S_{\text{net}}$$

$$\Delta S_{\text{net}} = \Delta S_{\text{sys}} + \Delta S_{\text{surr}} = mc \ln \frac{T}{T_o} + \frac{mc(T_o - T)}{T_o}$$

$$\frac{d}{dT} \Delta S_{\text{net}} = 0 \Rightarrow \frac{mc}{T} - \frac{mc}{T_o} = 0 \Rightarrow T = T_o$$

۶۴- گزینه ۴ درست است.

$$\Delta S = \frac{q_{\text{rev}}}{T} \Rightarrow q_{\text{rev}} = \Delta S \cdot T = 14 \times 300 = 4200$$

$$q_{\text{irrev}} = 3700$$

$$\Delta q = q_{\text{rev}} - q_{\text{irrev}} = 4200 - 3700 = +500 \text{ J}$$

۶۵- گزینه ۱ درست است.

$$\Delta u = \int \left(-p + T \frac{dp}{dT}\right)_V dV, \quad (T = \text{cte})$$

$$p = \frac{RT}{V-b} - \frac{a}{V^2} \Rightarrow \left(\frac{dp}{dT}\right)_V = \frac{R}{V-b}$$

$$\Delta u = \int (-p + \frac{RT}{V-b})dV = \int \frac{a}{V^2}dV = a(\frac{1}{V_1} - \frac{1}{V_2})$$

بنابراین در صورتیکه $a = 0$ باشد آنگاه $\Delta u = 0$ خواهد بود.

مکانیک سیالات

۶۶- گزینه ۳ درست است.

نیروی عمودی برابر است با:

$$F_y = m_1 v_1 \sin \alpha_1 - m_2 v_2 \sin \alpha_2 = mv \sin 30^\circ + mv \sin 30^\circ = 2mv \sin 30^\circ$$

بنابراین نیروی وارده برابر mv می‌باشد.

۶۷- گزینه ۳ درست است.

در قانون بقای مومنتم فرض شده است که سرعت به صورت یکنواخت می‌باشد و در راستای شعاعی برابر سرعت متوسط می‌باشد که در سیال حقیقی به دلیل چرخش و وجود جریان در بیش از یک بعد این فرض دارای خطا می‌باشد که با ضریب تصحیح اندازه حرکت اصلاح می‌شود.

۶۸- گزینه ۴ درست است.

زمانی در معادله‌ی برنولی شرط روی یک خط جریان بودن نقاط بکار گرفته می‌شود که جریان چرخشی باشد و در جریان غیر چرخشی این شرط لزومی ندارد.

۶۹- گزینه ۴ درست است.

فرم اصلی معادله‌ی اولر که برای یک سیال تراکم ناپذیر صادق می‌باشد برابر است با:

$$gz + \frac{V^2}{2} + \int \frac{dP}{\rho} = \text{ثابت}$$

۷۰- گزینه ۳ درست است.

با توجه به ساختار مخزن با ورود آب به مخزن نفت خارج می‌شود:

$$m_w = m_o \Rightarrow \rho_w AV_w = \rho_o AV_o$$

$$\rho_w V_w = \rho_o V_o \Rightarrow \rho_w V_w = 0.8 \rho_w V_o \Rightarrow V_o = 4 \times \frac{1}{8} = 5 \frac{m}{s}$$

در مورد دبی هم:

$$\rho_w Q_w = \rho_o Q_o \Rightarrow \rho_w \times 100 = 0.8 \rho_w Q_o \Rightarrow Q_o = 100 \times \frac{1}{8} = 12.5 \frac{m^3}{s}$$

۷۱- گزینه ۳ درست است.

$$\psi = xy^2 + 10$$

$$\frac{d\psi}{dx} = V_y = y^2$$

$$\frac{d\psi}{dy} = -V_x = 2xy \Rightarrow V_x = -2xy$$

$$V = \sqrt{V_y^2 + V_x^2} = \sqrt{2^2 + (-2 \times 1 \times 2)^2} = \sqrt{4 + 16} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

۷۲- گزینه ۱ درست است.

در صورتی که اصل بقای جرم برقرار باشد سرعت سیال سیال می‌بایست در معادله‌ی پیوستگی صدق کند:

$$\text{برای سیال تراکم ناپذیر: } \frac{du_x}{dx} + \frac{du_y}{dy} + \frac{du_z}{dz} = 0$$

$$2a - 7 + 11 = 0 \Rightarrow a = -2$$

۷۳- گزینه ۳ درست است.

در حالت دائمی تغییرات نسبت به زمان وجود ندارد.

در جریان یکنواخت سرعت نسبت به مکان تغییر نمی‌کند.

با افزایش مجاری جریان حالت جریان از آرام به درهم می‌رود.

۷۴- گزینه ۴ درست است.

$$\frac{dx}{u} = \frac{dy}{V} \Rightarrow \frac{dx}{12 + \alpha t} = \frac{dy}{3x} \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{3x}{12 + \alpha t}$$

در حالت پایدار ترم زمانی صفر می‌باشد بنابراین $\alpha = 0$ است.

$$dy = \frac{3x}{12} dx \Rightarrow y = \frac{x^2}{8} + c$$

۷۵- گزینه ۲ درست است.

$$Q = A\bar{V} \text{ دبی حجمی سیال}$$

$$\bar{V} = \frac{\int_0^R V dA}{A} = \frac{\int_0^R \left(1 - \frac{r}{2}\right)^2 \pi r dr}{\pi R^2} = \frac{9 \times 2\pi \left(\frac{r^2}{2} - \frac{r^3}{6}\right) \Big|_0^R}{4\pi}$$

$$\bar{V} = \frac{9 \times \left(\frac{2}{2} - \frac{4}{6}\right)}{2} = \frac{18 - 12}{2} = 3$$

$$Q = A\bar{V} = \pi R^2 \bar{V} = \pi \times 4 \times 3 = 12\pi$$

۷۶- گزینه ۴ درست است.

$$A_1 = \frac{1}{2} A_0 \Rightarrow \left(\frac{r_1}{r_0}\right)^2 = \frac{1}{2}$$

$$h_1 = \frac{r_1^2 \omega^2}{2g}, \quad h_0 = \frac{r_0^2 \omega^2}{2g} \Rightarrow \frac{h_1}{h_0} = \left(\frac{r_1}{r_0}\right)^2 = \frac{1}{2}$$

$$h_0 = 2/5 + h_1 \Rightarrow 2h_1 = 2/5 + h_1 \Rightarrow h_1 = 2/5$$

$$\omega^2 = \frac{2gh_0}{r_0^2} = \frac{2 \times 10 \times 5}{4} = \omega = 5 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

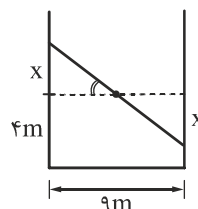


۷۷- گزینه ۳ درست است.

ابتدا شیب سطح آزاد مایع را حساب می‌نمائیم:

$$\tan \theta = \frac{a_x}{a_y + g} = \frac{\frac{g}{2}}{\frac{g}{2} + g} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{1}{3} = \frac{x}{4/5} \Rightarrow x = 1/5 \text{ m}$$



بنابراین حداکثر فاصله‌ی سطح آزاد تا لبه‌ی ظرف برابر $5 + 1/5$ می‌باشد.

۷۸- گزینه ۳ درست است.

$$P = \rho h(g + a_e) = \rho gh + \rho a_e h$$

$$P = \rho g \frac{h}{\gamma} + \rho a_e h$$

بنابراین فشار در ته مخزن کاهش می‌یابد.

۷۹- گزینه ۳ درست است.

نیروی وزن = نیروهای بویانسی

$$S_1 \gamma_w \frac{\pi D^3}{2 \times 6} + S_2 \gamma_w \frac{\pi D^3}{2 \times 6} = \gamma_o \frac{\pi D^3}{6}$$

$$S_f = \frac{S_1 + S_2}{2} = 4$$

۸۰- گزینه ۱ درست است.

نیروی وارد از طرف نفت برابر وزن سیال داخل نیم کره و رو به پائین می‌باشد. در صورتی که نیروی وارد در اثر آب برابر وزن سیال داخل نیم کره و رو به بالا می‌باشد.

$$F = F_{\text{آب}} - F_{\text{نفت}} = \frac{\pi D^3}{2 \times 6} \times \gamma_w - \frac{\pi D^3}{2 \times 6} \times 0.8 \gamma_w = \frac{0.2 \pi D^3}{2 \times 6}$$

کنترل فرآیندها

۸۱- گزینه ۳ درست است.

$$Y(s) = L\{y(t)\} = \frac{1}{s} + \frac{2}{s+3} + \frac{3}{s+1}$$

چون مخرج تابع برای تعیین ثابت زمانی لازم است داریم:

$$= \frac{F(s)}{S(S+3)(S+1)}$$

$$G(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} \quad X(s) = \frac{1}{s} \Rightarrow G(s) = SY(s) = \frac{F(s)}{(S+3)(S+1)}$$

$$\Rightarrow (S+3)(S+1) = S^2 + 4S + 3$$

$$\Rightarrow \tau^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow \tau = \frac{1}{\sqrt{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

۸۲- گزینه ۱ درست است.

۸۳- گزینه ۳ درست است.

سیستم درجه ۲ می‌باشد پس گزینه ۲ یا ۳ جواب است. با توجه به این که در سیستم‌های متوالی، پاسخ سیستم به ورودی‌های استاندارد هیچ گاه نوسانی نمی‌شود ($\xi \geq 1$)، پس گزینه ۳ درست است.

۸۴- گزینه ۲ درست است.

چون با افزایش P دبی کم می‌شود، پس شیر از نوع Air to close می‌باشد و همچنین داریم:

$$\text{Max } Q = 25(15 - 3) = 300$$

۸۵- گزینه ۲ درست است.

$$\text{PB}\% = \frac{80 - 75}{100 - 20} \times 100 = \frac{5}{80} \times 100 = 6.25$$

$$K_C = \frac{12 \text{ psi}}{80 - 75} = \frac{12}{5} = \frac{12}{5} = 2.4 \frac{\text{psi}}{^\circ\text{C}}$$

۸۶- گزینه ۲ درست است.

$$\frac{H_T}{Q_i} = \frac{R_T}{\tau_1 \tau_2 S^2 + (\tau_1 + \tau_2 + A_1 R_T) S + 1}$$

$$\tau_1 = R_1 A_1 = 2$$

$$\tau_2 = R_2 A_2 = 1$$

$$\frac{H_T}{Q_i} = \frac{1}{2S^2 + (2+1+2)S+1} = \frac{1}{2S^2 + 5S+1}$$

۸۷- گزینه ۴ درست است.

$$\text{تابع مدار بسته} = \frac{1}{1 + \frac{4}{S(S+a)}} = \frac{1}{S(S+a) + 4}$$

$$\text{مخرج تابع مدار بسته} = S^2 + aS + 4$$

$$\Rightarrow \frac{1}{4} S^2 + \frac{a}{4} S + 1 \Rightarrow \tau = \frac{1}{2}$$

$$2\tau\xi = \frac{a}{4}$$

حداقل نوسان و حداکثر سرعت یعنی $\xi = 1 \Leftarrow$

$$\xi=1 \Rightarrow 2\tau = \frac{a}{4} \Rightarrow a = 4$$

۸۸- گزینه ۳ درست است.

$$Y(t) = \frac{A}{\sqrt{(1-\tau^2\omega^2)^2 + (2\xi\tau\omega)^2}} \sin(\omega t + \phi), \quad \phi = -\arctan\left(\frac{2\xi\omega\tau}{1-\tau^2\omega^2}\right)$$

$$A = 2 \quad \tau = 1$$

$$\omega = 1 \quad \xi = 1$$

$$\Rightarrow Y(t) = \frac{2}{\sqrt{(1-1)^2 + (2 \times 1 \times 1 \times 1)^2}} \sin(t + \phi) = \sin(t + \phi)$$

$$\phi = -\arctan\left(\frac{2 \times 1 \times 1 \times 1}{1-1}\right) = -\frac{\pi}{2}$$

$$\Rightarrow Y(t) = \sin\left(t - \frac{\pi}{2}\right) = -\cos(t)$$

۸۹- گزینه ۱ درست است.

$$G_C(s) = K_C(1 + \tau_D S) = 5(1 + 2S)$$

$$P(s) = G_C(s)E(s), \quad E(s) = L\xi(t)$$

$$P(s) = 5(1 + 2S)E(s)$$

$$P(t) = 5e(t) + 10 \frac{d\xi(t)}{dt} = 5(0.2u(t)) + 10(0.2u(t))$$

$$= 2u(t) + tu(t) = \text{اندازه پرش} \Rightarrow t \times \text{اندازه شیب} + \text{اندازه پرش}$$

۹۰- گزینه ۳ درست است.

$$\left[(RG_1 - CH_1 H_T) G_T - \frac{C}{G_F} \right] G_T G_F = C \Rightarrow \frac{C(S)}{R(S)} = \frac{G_1 G_T G_T G_F}{(1 + G_T) + H_1 H_T G_T G_T G_F}$$

۹۱- گزینه ۳ درست است.

$$\frac{P(s)}{\xi(s)} = 1 + 2s + \frac{1}{3s}$$

$$P(s) = \frac{1}{s^2} \left(1 + 2s + \frac{1}{3s} \right)$$

$$P(t) = t + 2 + \frac{t^2}{6} \Rightarrow P(t) = 1 + t + 2 + \frac{t^2}{6}$$

$$P(t = 2 \text{ min}) = 5/66 \text{ psi}$$

۹۲- گزینه ۳ درست است.

۹۳- گزینه ۳ درست است.

۹۴- گزینه ۲ درست است.

$$\left[u(s) \left[1 - \frac{2}{s+2} \right] + y(s) \right] \frac{1}{s} = y(s)$$

$$\frac{1}{s} \left(1 - \frac{2}{s+2} \right) u(s) = \left(1 - \frac{1}{s} \right) y(s)$$

$$\frac{1}{s} \left(\frac{s-1}{s+2} \right) u(s) = \left(\frac{s-1}{s} \right) Y(s)$$

$$\Rightarrow \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{1}{s+2}$$

۹۵- گزینه ۴ درست است.

انتقال جرم و عملیات واحد ۱ و ۲

۹۶- گزینه ۳ درست است.

با توجه به سرد بودن محیط شار انتقال جرم بسیار کم می‌باشد.

بنابراین:

$$N_A = -D_{AB} \frac{dC_A}{dr}$$

$$N_A = \frac{D_{AB} (C_{AS} - C'_A)}{\left[\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right] R_1^2}$$

$$N_A = K_C [C_{AS} - C'_A]$$

$$\frac{D_{AB}}{\left[\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right] R_1^2} = K_C \Rightarrow \frac{K_C D_{AB}}{D_{AB}} = \frac{2}{\left[\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right] R_1}$$

$$Sh = \frac{2}{1 - \frac{R_1}{R_2}} = \frac{2}{1 - \frac{R_1}{5R_1}} = 2/5$$

۹۷- گزینه ۱ درست است.

چنانچه شیب خط برحسب نسبت ضرایب نوع K باشد همواره این نمودار خطی می‌باشد:

$$N_A = K_x (x_{AL} - x_{Ai}) = K_y (y_{Ai} - y_{AG})$$

اما در صورتی که نفوذ متقابل با مول‌های برابر باشد برحسب ضرایب نوع F هم نمودار خطی خواهد شد.

۹۸- گزینه ۲ درست است.

رابطه‌ی زیر همواره بین مقاومت‌های کلی فاز گاز و مایع برقرار است.

$$K_x = mK_y$$

در صورتی که در مورد ضرایب موضعی (K) زمانی $K_x = mK_y$ می‌شود که مقاومت در دو فاز با هم برابر باشد.

$$\frac{K_x}{k_x} = \frac{K_y}{k_y}$$

۹۹- گزینه ۱ درست است.

در فرآیند جذب:

حلالیت گاز در مایع باید زیاد باشد تا گاز به سادگی جذب مایع شود.

فراریت حلال کم باشد تا از اتلاف حلال جلوگیری شود.

ویسکوزیته حلال کم باشد تا ضریب انتقال جرم بیشتر باشد.

دما کم باشد زیرا عموماً فرآیند جذب گرماده می‌باشد.

۱۰۰- گزینه ۳ درست است.

با توجه به موازی بودن خط عملیاتی و خط تعادل:

$$\frac{\text{اختلاف غلظت کل}}{\text{اختلاف هر مرحله}} = \frac{Y_{N_p+1} - Y}{Y_1 - mX_0} = \frac{0/075 - 0/015}{0/015 - 0} = 4$$

(ارتفاع کلی هر مرحله تئوری) \times تعداد مراحل تئوری = ارتفاع برج

$$17 = 4 \times H_{toG} \Rightarrow H_{toG} = 4/25 \text{ m}$$

۱۰۱- گزینه ۳ درست است.

$$\Delta P = ZC_D \frac{G'^2}{\rho_G} = ZC_D \frac{G'^2}{P} RT$$

با افزایش دمای برج ΔP افزایش می‌یابد. (G ثابت)

۱۰۲- گزینه ۲ درست است.

۱. در زمانی که خورندگی سیال بالاست برج‌های پر شده مناسب‌تر است.

۲. در زمانی که دبی فاز گاز به مایع زیاد باشد برج سینی دار ارجحیت دارد.

۳. در زمانی که ماندگی مایع زیاد باشد برج پر شده مناسب است.

۴. در زمانی که فاز مایع دارای ذرات جامد است هیچ یک از دو برج مناسب نمی‌باشد.

۱۰۳- گزینه ۳ درست است.

در برج‌های پاششی افت فشار فاز گاز بسیار پائین می‌باشد علی‌رغم این موضوع که پراکندگی مایع نیاز به هزینه‌های بالای پمپ کردن دارد، در ضمن حداکثر تعداد مراحل تئوری در این برجها از ۲ مرحله تجاوز نکرده و ماندگی فاز مایع در گاز نیز بالا می‌باشد.

۱۰۴- گزینه ۲ درست است.

زمانی بازده محلی و بازدهی مورفری در یک سینی با یکدیگر برابر می‌شود که در روی سینی اختلاط کامل مایع ایجاد شده باشد تا غلظت در تمام نقاط روی سطح سینی برابر باشد که این امر در $Pe = 0$ (عدد پلکت) رخ می‌دهد:

$$Pe = \frac{uL}{D_{AB}} = \frac{L^2}{D_{AB} \cdot \Theta}$$

$$Pe = 0, L = 0, D_{AB} = \infty, \Theta = \infty, u = 0$$

L: طول مسیر حرکت مایع

Θ : زمان اقامت

u: سرعت مایع

D_{AB} : ضریب نفوذ

۱۰۵- گزینه ۲ درست است.

رابطه‌ی راندمان مورفری با وجود ماندگی و در حالت گاز خشک برابر است با:

$$E_{MGE} = \frac{E_{MG}}{1 + E_{MG} \left(\frac{E}{1-E} \right)} = \frac{0/9}{1 + 0/9 \left(\frac{0/1}{1-0/1} \right)}$$

$$E_{MGE} = \frac{0/9}{1/1} = \frac{9}{11} \Rightarrow \frac{900}{11} \text{ درصد } 81/1$$

۱۰۶- گزینه ۲ درست است.

$$u_f = c_f \left(\frac{\rho_L - \rho_G}{\rho_G} \right)^{1/2}$$

با فرض $(P = \rho_G RT)$, $\rho_G \ll \rho_L$

$$u_f = c_f \left(\frac{\rho_L RT}{P} \right)^{1/2} , u_G = au_f$$

$$A_T = \frac{Q_G}{1 - 2W}$$

با توجه به این که برج در حال کار می‌باشد و دما دو برابر شده قطر برج ثابت است:

$$\sqrt{2}T \rightarrow \sqrt{2}u_f \rightarrow \sqrt{2}u_G \rightarrow \sqrt{2}Q_G$$

۱۰۷- گزینه ۲ درست است.

در جریان آرام عدد توان با عدد رینولدز نسبت عکس دارد.

$$P \propto \frac{1}{Re} \propto \frac{1}{\rho}$$

در صورتی که توان همزن در رژیم آرام تابعی از دانسیته نمی‌باشد.

$$P \propto N^2 d^5 \mu$$

۱۰۸- گزینه ۲ درست است.

Slip Velocity : $V_S = V'_G - V'_L =$ سرعت واقعی مایع - سرعت واقعی گاز

$$V_S = \frac{V_G}{\phi} - \frac{V_L}{1-\phi}$$

$$\phi = \frac{\text{حجم گاز}}{\text{حجم کل ظرف}}$$

$$0 = V'_G - \frac{4}{1 - \frac{2}{2/5}} = V'_G = \frac{4}{1 - \frac{4}{5}} = 20 \frac{m}{s}$$

۱۰۹- گزینه ۱ درست است.

در صورتی که رابطه‌ی تعادلی به صورت خطی باشد:

$$E_{mG} = \frac{E_{mL}}{E_{mL}(1-S) + S}$$

بنابراین زمانی $E_{MG} = E_{ML}$ می‌باشد که $S = 1$ باشد.

۱۱۰- گزینه ۲ درست است.

در فرآیند دفع (وقتی که خط عملیاتی در پایین منحنی تعادل واقع است) با افزایش شیب منحنی تعادل، خطوط تبادل و تعادل از هم دور می‌شوند و لذا نیروی محرکه زیاد می‌شود و در نتیجه عده مراحل تئوری کم می‌شود.

۱۱۱- گزینه ۱ درست است.

$$N_A = K_x (x_{Ai} - x_{Ai}) = k_y (y_{AG} - y_{Ai})$$

$$x_{Ai} - 0.02 = 2(0.1 - y_{Ai}) \Rightarrow x_{Ai} = 0.22 - 2m x_{Ai} \Rightarrow$$

$$x_{Ai} = \frac{0.22}{1 + 2m}$$

۱۱۲- گزینه ۲ درست است.

در فرآیندهای همسو حداکثر جداسازی تا غلظت تعادلی در مقطع خروجی می‌باشد بنابراین هیچ گاه نمی‌توان غلظت ماده‌ی مورد نظر را در خروجی به صفر رسانید.

۱۱۳- گزینه ۳ درست است.

در فرآیندهای دو مرحله‌ای متقاطع در حالی که حلال خالص و منحنی تعادل خطی باشد.

$$R_S = -E_S \left[\frac{\sqrt{Y_o Y_r - Y_o}}{\frac{\sqrt{Y_o Y_r}}{m}} \right] \Rightarrow$$

$$E_S = E(1 - y_1) = 140 \left(1 - \frac{2}{7} \right) = 100 \frac{\text{Kg}}{\text{S}}$$

$$Y_o = \frac{2}{1 - \frac{2}{7}} = 0.4$$

$$Y_r = \frac{1}{1 - \frac{1}{11}} = 0.1$$

$$R_S = -100 \left[\frac{\sqrt{0.1 \times 0.4 - 0.4}}{\frac{\sqrt{0.1 \times 0.4}}{2}} \right] = \frac{0.2 - 0.4}{\frac{0.2}{2}} (-100) = 200$$

بنابراین مجموع حلال مصرفی $400 \frac{\text{kg}}{\text{s}} = 2 \times 200$ خواهد بود.

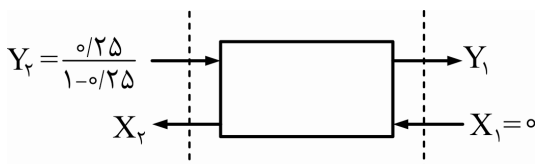
۱۱۴- گزینه ۳ درست است.

۵. با توجه به قرار گرفتن خط عملیاتی در بالای منحنی تعادل فرآیند جذب می‌باشد.

۶. با توجه به منفی بودن شیب خط عملیاتی فرآیند ناهمسو نمی‌باشد.

۷. با توجه به این که در مختصات $(x-y)$ کسر مولی نمودار به شکل خطی درآمده است بنابراین نفوذ متقابل با مولهای برابر بوده است.

۱۱۵- گزینه ۲ درست است.



$$\frac{Y_r - Y_1}{X_r - X_1} = \frac{R_S}{E_S}$$

$$R_S = 350 \frac{\text{mol}}{\text{S}} \text{ (حلال خالص می‌باشد)}$$

$$E_S = E(1 - y_A) = 280(1 - 0.25) = 210 \frac{\text{mol}}{\text{S}} \text{ دبی جزئی منتقل نشونده}$$

$$\frac{\frac{0.25}{1-0.25} - Y_1}{\frac{0.25}{1-0.25}} = \frac{300}{210} \Rightarrow \frac{1-Y_1}{3} = \frac{35}{21} \Rightarrow 7-21Y_1 = 5 \Rightarrow$$

$$\frac{2}{1-\frac{0.25}{2}} = \frac{2}{1-\frac{0.25}{2}}$$

مول‌های جزء منتقل شونده

$$Y_1 = \frac{2}{21} = \frac{\text{مول‌های اجزاء ساکن}}{\text{مول‌های اجزاء ساکن}}$$

سینتیک و طرح راکتورهای شیمیایی

۱۱۶- گزینه ۴ درست است.

در واکنش سری حداکثر غلظت ماده‌ی میانی در حالت درجه اول:

$$\frac{C_{Rm}}{C_{A0}} = \left(\frac{K_1}{K_2} \right) \left(\frac{K_2}{K_2 - K_1} \right) = \left(\frac{1}{2} \right) \frac{2K_1}{2K_1 - K_1} = \frac{1}{4}$$

۱۱۷- گزینه ۴ درست است.

راکتورهای لوله‌ای و مخلوط شونده به صورت پایدار می‌باشند و در راکتورهای لوله‌ای تغییرات یک بعدی (فقط در راستای طول) و در راکتور مخلوط شونده تغییرات نسبت به X, Y, Z اصلاً وجود ندارد.

۱۱۸- گزینه ۳ درست است.

$$\frac{C_R}{C_{A0}} = \frac{K_1}{K_1 + K_2} \left[1 - e^{-(K_1 + K_2)t} \right] \Rightarrow (t \rightarrow \infty)$$

$$\frac{C_R}{C_{A0}} = \frac{K_1}{K_1 + K_2} \Rightarrow K_1 + K_2 = 4K_1 \Rightarrow \frac{K_2}{K_1} = \frac{3}{1}$$

$$\frac{C_S - C_{S0}}{C_R - C_{R0}} = \frac{K_2}{K_1} \Rightarrow (\text{خوراک خالص}) \Rightarrow \frac{C_S}{C_R} = 3$$

۱۱۹- گزینه ۲ درست است.

۸. در زمانی که پراکندگی داده‌ها زیاد می‌باشد روش انتگرالی مناسب است.

۹. معادله‌ی سرعت به دست آمده از دو روش دیفرانسیلی و انتگرالی می‌تواند متفاوت باشد زیرا در روش انتگرالی فرض بر رگرسیون و حدس و خطا است.

۱۰. در مکانیسم‌های پیچیده روش دیفرانسیلی مناسب می‌باشد.

۱۲۰- گزینه ۲ درست است.

واکنش حجم متغیر می‌باشد:

$$\varepsilon_A = \frac{4-3}{1} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$$

$$x_A = \frac{1 - \frac{C_A}{C_{A0}}}{1 + \varepsilon_A \frac{C_A}{C_{A0}}} \Rightarrow x_A = \frac{1 - \frac{1}{4}}{1 + \frac{1}{4} \times \frac{1}{4}} = \frac{\frac{3}{4}}{\frac{17}{16}} = \frac{12}{17}$$

$$N_A = N_{A0} (1 - x_A) = N_A = 4 \times \left(1 - \frac{12}{17} \right) = 4 \times \frac{5}{17} = \frac{20}{17} \text{ mol}$$

۱۲۱- گزینه ۴ درست است.

در گزینه ۱ و ۲ و ۳ شرط ثابت ماندن حجم ذکر شده است در صورتی که در واکنش‌های درجه صفر معادله تغییرات غلظت در حالت $\varepsilon \neq 0$ به صورت زیر می‌باشد:

$$\ln(1 + \varepsilon_A x_A) = \frac{\varepsilon_A K}{C_{A_0}} t$$

۱۲۲- گزینه ۲ درست است.

واکنش تعادلی می‌باشد:

در لحظه تعادل (زمان بسیار طولانی)

$$K_1 C_{A_0} = K_2 C_{B_0}$$

$$[C_{A_0} - C_A = C_B - C_{B_0} \Rightarrow C_B = C_{B_0} + C_{A_0} - C_A]$$

$$K_1 C_{A_0} = K_2 (1 - C_{A_0}) \Rightarrow K_1 \times 4 = 8 K_2 \Rightarrow$$

$$\frac{K_1}{K_2} = \frac{1}{2}$$

۱۲۳- گزینه ۳ درست است.

در واکنش درجه اول برگشت ناپذیر:

$$\ln C_A - \ln C_{A_0} = -Kt \Rightarrow \ln C_A = -Kt + \ln C_{A_0}$$

بنابراین مقادیر $\ln C_A$ در $C_A = 1$ برابر صفر خواهد بود و در $0 < C_A < 1$ مقادیری منفی خواهد داشت. در صورتی که واکنش‌های درجه یک زمان اتمام ندارند.

۱۲۴- گزینه ۴ درست است.

$$\frac{dC_A}{dt} = -K C_A C_B, \quad \frac{C_{A_0}}{C_{B_0}} = 1 \Rightarrow \frac{dC_A}{dt} = -K C_A^2 \Rightarrow$$

$$\frac{1}{C_A} - \frac{1}{C_{A_0}} = \frac{1}{C_{A_0}} \cdot \frac{x_A}{1-x_A} = Kt$$

$$\frac{1}{4} \times \frac{0.2}{0.8} = K \times 4 \Rightarrow K = \frac{1}{4^3}$$

$$\text{در حالت دوم: } \frac{1}{4} \times \frac{0.5}{0.5} = \frac{1}{4^3} \cdot t \Rightarrow t = 16 \text{ min}$$

۱۲۵- گزینه ۲ درست است.

معادله‌ی تغییر حجم در واکنش‌های حجم متغیر به صورت زیر می‌باشد:

$$V = V_0 (1 + \varepsilon_A x_A)$$

$$\varepsilon_A = \frac{\Delta n}{a} \times y_A = \frac{2-1}{1} \times 1 = 1$$

واکنش برگشت ناپذیر $x_A = 1$

$$18 = V_0 (1+1) \Rightarrow V_0 = 9 \text{ cm}^3$$

۱۲۶- گزینه ۱ درست است.

ماده A واکنش دهنده می‌باشد و رفته رفته غلظت آن کم می‌شود.

$$P_A = C_A RT \rightarrow C_A \downarrow \rightarrow P_A \downarrow$$

بنابراین فشار جزئی A قطعاً کاهش می‌یابد.

$$\frac{P_{A_0} - P_A}{1} = \frac{a}{\Delta n} \left(\frac{\pi - \pi_0}{2} \right)$$

با توجه به این که ترم ۱ همواره مثبت می‌باشد و در این واکنش $\Delta n < 0$ است بنابراین ترم ۲ نیز مثبت بوده و $\pi_0 < \pi$ می‌باشد پس فشار کل سیستم افزایش می‌یابد که این امر از روی ضرایب استوکیومتری هم مشخص بود.

۱۲۷- گزینه ۱ درست است.

راکتورهای Plug و Mixed به صورت پایا می‌باشند و در معادله‌ی عملکرد آنها ترم تغییرات غلظت نسبت زمان وجود ندارد.

۱۲۸- گزینه ۱ درست است.

$$\frac{dC_A}{dt} = -KC_A C_B^2, \quad C_{A_0} - C_A = \frac{C_{B_0} - C_B}{2} \Rightarrow C_A = \frac{C_B}{2}$$

$$\frac{dC_A}{dt} = -4KC_A^2 \Rightarrow \frac{1}{C_A} - \frac{1}{C_{A_0}} = 4Kt$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{4} - \frac{1}{C_{A_0}} &= 4 \times K \times 0.5 \times 60 \\ \frac{1}{1} - \frac{1}{C_{A_0}} &= 4 \times K \times 1 \times 60 \end{aligned} \right\} \Rightarrow 1 - \frac{1}{4} = 4 \times K \times 60 \times 0.5 \Rightarrow$$

$$\frac{3}{4} = 240K \Rightarrow K = \frac{3}{960}$$

۱۲۹- گزینه ۱ درست است.

در واکنشهای کاتالیستی:

$$\ln \frac{C_A}{C_{A_0}} = -(K_1 + K_2 C_c) t$$

$$1 \text{ در حالت } \ln \frac{C_{A1}}{C_{A_0}} = -(K_1 + K_2 C_c) 2$$

$$2 \text{ در حالت } \ln \frac{C_{A2}}{C_{A_0}} = -(K_1 + K_2 C_c) 4$$

$$\frac{\ln \frac{C_{A1}}{C_{A_0}}}{\ln \frac{C_{A2}}{C_{A_0}}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \left(\frac{C_{A1}}{C_{A_0}} \right)^2 = \frac{C_{A2}}{C_{A_0}} \Rightarrow$$

$$C_{A1} = \sqrt{C_{A2} C_{A_0}}$$

۱۳۰- گزینه ۳ درست است.

در واکنش اتوکاتالیستی سرعت حداکثر برابر $\frac{KC_t^2}{4}$ می‌باشد که در $C_A = C_R$ اتفاق می‌افتد.

$$r_{A \text{ Max}} = \frac{KC_t^2}{4} \Rightarrow 9 = \frac{4C_t^2}{4} \Rightarrow C_t = 3$$

$$C_t = C_R + C_A = C_t = 2C_R \Rightarrow C_R = \frac{3 \text{ mol}}{2 \text{ lit}}$$

ریاضیات (کاربردی - عددی)

۱۳۱- گزینه ۲ درست است.

$$x^2 y'' + x(x+1)y' + 2y = 0$$

$$y'' + \left(\frac{x+1}{x} \right) y' + \frac{2}{x^2} y = 0$$

$$p(x) = \frac{x+1}{x} \quad q(x) = \frac{2}{x^2}$$

در $x=0$ تحلیلی نیستند پس $x=0$ یک نقطه منفرد معادله است.

$$xp(x) = x+1, \quad x^2 q(x) = 2$$

هر دو عبارت بالا در $x=0$ تحلیلی هستند پس $x=0$ یک نقطه منفرد منظم می‌باشد.

۱۳۲- گزینه ۳ درست است.

$$\frac{d}{dx} [x^n J_n(x)] = x^n J_{n-1}(x)$$

$$\rightarrow \int x^n J_{n-1}(x) dx = x^n J_n(x) + C$$

$$n=2 \Rightarrow \int x^2 J_1(x) dx = x^2 J_2(x) + C$$

۱۳۳- گزینه ۱ درست است.

جواب پایدار این مسئله برابر است با:

$$\frac{\partial^2 C}{\partial x^2} = 0 \rightarrow C(x) = Ax + B \rightarrow \frac{\partial C}{\partial x} = A$$

از اعمال شرایط مرزی داریم:

$$\frac{\partial C}{\partial x}(x=0) = 0 \rightarrow A = 0 \rightarrow C(x) = B$$

$$C(x=1) = 3 \Rightarrow B = 3 \Rightarrow C(x) = 3$$

چون شرط مرزی در $x=0$ نوع دوم است پس تابع ویژه کسینوسی است. شرط مرزی در $x=1$ نوع اول است در

$$\lambda_n = \left(\frac{2n-1}{2L} \right) \pi \rightarrow \lambda_n = \left(\frac{2n-1}{2} \right) \pi$$

نتیجه:

۱۳۴- گزینه ۳ درست است.

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial u}{\partial r} \right) + m^2 u = 0 \Rightarrow r \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{\partial u}{\partial r} + m^2 u = 0$$

$$r^2 u'' + ru' + m^2 ru = 0 \Rightarrow u(r) = C_1 J_0(2m\sqrt{r}) + C_2 Y_0(2m\sqrt{r})$$

۱۳۵- گزینه ۴ درست است.

مشق اول و دوم را از روی سری داده شده در معادله اول جایگزین می‌کنیم.

$$\begin{cases} Y' = \sum_{n=1}^{\infty} n a_n x^{n-1} \\ y'' = \sum_{n=2}^{\infty} n(n-1) a_n x^{n-2} \end{cases} \Rightarrow \sum_{n=2}^{\infty} n(n-1) a_n x^{n-2} + \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^{n+2} = 0$$

برای این که بتوان جمله اول هم $n+2$ شود، n را به $n+4$ تغییر می‌دهیم.

$$\sum_{n=-2}^{\infty} (n+4)(n+3) a_{n+4} x^{n+2} + \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^{n+2} = 0 \Rightarrow (n+3)(n+4) a_{n+4} + a_n = 0 \Rightarrow a_{n+4} = \frac{-a_n}{(n+3)(n+4)}$$

۱۳۶- گزینه ۱ درست است.

$$\int_0^{\infty} (x^6 - x^4) e^{-2x} dx = \int_0^{\infty} x^6 e^{-2x} dx - \int_0^{\infty} x^4 e^{-2x} dx$$

با تغییر متغیر روبرو داریم:

$$2x = u \Rightarrow du = 2dx, \quad x = \frac{u}{2}$$

$$\Rightarrow \int_0^{\infty} \left(\frac{u}{2} \right)^6 e^{-u} \frac{du}{2} - \int_0^{\infty} \left(\frac{u}{2} \right)^4 e^{-u} \frac{du}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2^7} \int_0^{\infty} u^6 e^{-u} du - \frac{1}{2^5} \int_0^{\infty} u^4 e^{-u} du$$

با توجه به تعریف تابع گاما داریم:

$$\Gamma(n) = \int_0^{\infty} e^{-x} x^{n-1} dx \Rightarrow \frac{1}{\Gamma(n)} \Gamma(n) - \frac{1}{\Gamma(n-1)} \Gamma(n-1) \Rightarrow \Gamma(n) = (n-1)!$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\Gamma(7)} (6!) - \frac{1}{\Gamma(5)} (4!) = \frac{720}{128} - \frac{24}{32} = \frac{39}{8}$$

۱۳۷- گزینه ۲ درست است.

$$x^2 y'' - 2xy' + 4xy = 0 \Rightarrow y'' - \frac{2}{x} y' + \frac{4}{x} y = 0$$

$$y'' + y'p(x) + yq(x) = 0$$

$$p_0 = \lim_{x \rightarrow 0} xp(x), \quad q_0 = \lim_{x \rightarrow 0} x^2 q(x)$$

داریم:

$$\text{معادله اندیسی} = r(r-1) + rp_0 + q_0 = 0$$

و در این تست داریم:

$$p_0 = \lim_{x \rightarrow 0} x \left(-\frac{2}{x} \right) = -2, \quad q_0 = \lim_{x \rightarrow 0} x^2 \times \frac{4}{x} = 0$$

$$\text{معادله اندیسی} = r(r-1) - 2r = 0 \Rightarrow r^2 - 3r = 0 \Rightarrow r = 0, +3$$

۱۳۸- گزینه ۲ درست است.

اگر شرایط مرزی را بنویسیم شرایط مرزی در هر دو راستای x و y همگن است و به توابع اورتوگونال و در راستای x باید تابع ویژه $\cos\left(\frac{n\pi}{L}x\right)$ باشد. در راستای y تابع ویژه باید $\sin\left(\frac{m\pi}{H}y\right)$ باشد چون در $y=0$ شرط مرزی نوع اول است.

۱۳۹- گزینه ۳ درست است.

۱۴۰- گزینه ۴ درست است.

$$\int_0^x e^{-x^2} dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \Rightarrow \text{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-x^2} dx = \frac{2}{\sqrt{\pi}}$$

$$\text{erfc}(x) = 1 - \text{erf}(x) = 1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} = \frac{\sqrt{\pi} - 2}{\sqrt{\pi}} = 0.6$$

۱۴۱- گزینه ۳ درست است.

در حالت پایدار $\frac{\partial T}{\partial t} = 0$ می باشد. پس داریم:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + 10 = 0 \Rightarrow \frac{\partial T}{\partial x} = -10x \Rightarrow \frac{\partial T}{\partial x} = -10x + C_1$$

$$\rightarrow T = -5x^2 + C_1x + C_2$$

$$\begin{cases} \frac{\partial T}{\partial x}(x=0) = 0 \Rightarrow 0 = -10(0) + C_1 \Rightarrow C_1 = 0 \\ T(x=4) = 80 \Rightarrow 80 = -5(4)^2 + C_2 \Rightarrow C_2 = 160 \end{cases} \Rightarrow T_{\text{steady}} = 160 - 5x^2$$

۱۴۲- گزینه ۲ درست است.

توابع بسط مجموعه متعامد با تابع وزنی X می باشد.

۱۴۳- گزینه ۱ درست است.

$$(1-x^2)y'' - 2xy' + n(n+1)y = 0 \xrightarrow{n=1} (1-x^2)y'' - 2xy' + 2y = 0$$

جواب معادله لژاندر مرتبه اول ($n=1$) به صورت زیر می باشد.

$$y(x) = C_1 P_1(x) + C_2 Q_1(x)$$

$$P_1(x) = x, \quad Q_1(x) = Q_0(x)P_1(x) - 1$$

$$Q_1(x) = \frac{x}{2} \ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right) - 1$$

بنابراین جواب معادله به شکل $P_1(x)$ یا $Q_1(x)$ می‌باشد.

۱۴۴- گزینه ۳ درست است.

$$4xy'' + 4y' + y = 0 \Rightarrow x^2 y'' + xy' + \frac{1}{4}xy = 0$$

با مقایسه معادله دیفرانسیل بالا با معادله بسل کلی خواهیم داشت:

$$x^2 y'' + ax y' + [C + dx^2 S] y = 0$$

$$a = 1, \quad c = 0, \quad d = \frac{1}{4}, \quad S = \frac{1}{2}$$

$$P = \frac{1}{S} \sqrt{\left(\frac{1-a}{2}\right)^2} - C = \frac{1}{\frac{1}{2}} \sqrt{\left(\frac{1-1}{2}\right)^2} = 0$$

$$y(x) = x^{\frac{1-a}{2}} \left[c_1 z_p \left(\frac{\sqrt{|d|}}{S} \right) x^S + c_2 z_{-p} \left(\frac{\sqrt{|d|}}{S} \right) x^S \right]$$

$$y(x) = C_1 J_0 \left(\frac{1}{2} x^{\frac{1}{2}} \right) + C_2 Y_0 \left(\frac{1}{2} x^{\frac{1}{2}} \right) \Rightarrow y(x) = C_1 J_0(\sqrt{x}) + C_2 Y_0(\sqrt{x})$$

۱۴۵- گزینه ۲ درست است.

۱۴۶- گزینه ۲ درست است.

چون شرط مرزی در $x = 0$ نوع اول است لذا تابع ویژه باید به صورت $\sin \lambda_n x$ باشد و با اعمال شرایط مرزی مشخص می‌شود که گزینه ۲ درست است.

۱۴۷- گزینه ۱ درست است.

گزینه ۲ صحیح نمی‌باشد زیرا تابع بسل نوع دوم همواره در صفر برابر $-\infty$ می‌باشد.

گزینه ۳ صحیح نمی‌باشد زیرا توابع بسل نوع اول اصلاح شده همواره صعودی می‌باشد.

گزینه ۴ صحیح نمی‌باشد زیرا تابع بسل نوع دوم اصلاح شده همواره نزولی می‌باشد.

توابع بسل نوع اول می‌تواند در صفر مقدار صفر داشته باشد.

۱۴۸- گزینه ۱ درست است.

$$\Gamma(n) = \int_0^{\infty} x^{n-1} e^{-x} dx$$

$$\left. \begin{aligned} \Gamma(n+1) &= n\Gamma(n) \\ (n-1)\Gamma(n-1) &= \Gamma(n) \end{aligned} \right\} \Rightarrow n = \frac{\Gamma(n+1)}{(n-1)\Gamma(n-1)}$$

دقت شود گزینه ۱ از آن جهت صحیح نمی‌باشد که حد بالای انتگرال بجای n باید ∞ باشد.

۱۴۹- گزینه ۴ درست است.

$$y = C_1 I_0(\sqrt{\beta x}) + C_2 K_0(\sqrt{\beta x})$$

$$y(0) = \text{finite} \rightarrow C_2 = 0$$

$$y(\alpha) = y_0 \Rightarrow C_1 = \frac{y_0}{I_0(\sqrt{\alpha\beta})} \Rightarrow \frac{y}{y_0} = \frac{I_0(\sqrt{\beta x})}{I_0(\sqrt{\alpha\beta})}$$

۱۵۰- گزینه ۴ درست است.

$$P_n(1) = 1, \quad P_n(-1) = (-1)^n, \quad P_{2n-1}(0) = 0$$