

## الف) و م)

مطلبی که مبرهن است این است که به دلیل تقارن، کشش در قسمت‌هایی از نخ در سمت راست و چپ، که وضعیتی مشابه دارند، با هم برابر است. پس ما مسئله را برای سمت چپ حل می‌کنیم و سپس به کل آن تعمیم می‌دهیم.

اگر کشش در نخ‌ها از بالا به پایین با  $T_1$ ،  $T_2$  و  $T_3$  مشخص گردد، با رسم دیاگرام نیروها در دو نقطه‌ی اتصال، به چهار معادله‌ی زیر میرسیم.

$$mg + T_2 \sin \theta_2 = T_1 \sin \theta_1$$

$$T_1 \cos \theta_1 = T_2 \cos \theta_2$$

$$mg = T_2 \sin \theta_2$$

$$T_2 = T_1 \cos \theta_2$$

با استفاده از معادله‌های نخست، دوم و سوم به راحتی می‌توانیم رابطه‌ی بین  $\theta_1$  و  $\theta_2$  که را بیابیم.

$$\tan \theta_2 = \frac{1}{2} \tan \theta_1 \quad \text{یا} \quad \theta_2 = \tan^{-1} \left( \frac{1}{2} \tan \theta_1 \right)$$

حال با استفاده از رابطه‌ی بالا و معادله‌های نخست و دوم می‌توانیم  $T_1$  را بدست آوریم.

$$T_1 = \frac{2mg}{\sin \theta_1}$$

برای محاسبه‌ی  $T_2$  باید از معادله‌ی سوم، رابطه‌ی بین  $\theta_1$  و  $\theta_2$  و اتحاد مثلثاتی  $\frac{1}{\sin^2 x} = 1 + \cot^2 x$  بهره بگیریم. نتیجه به صورت زیر است.

$$T_2 = mg \sqrt{1 + 4 \cot^2 \theta_1}$$

حال با استفاده از معادله‌های دوم و سوم و رابطه‌ی بین  $\theta_1$  و  $\theta_2$  به راحتی می‌توانیم مقدار  $T_3$  را پیدا کنیم.

$$T_3 = 2mg \cot \theta_1$$

(۵)

با توجه به شکل و استفاده از معادله‌ی مثلثاتی  $\cos^2 x = \frac{1}{1+\tan^2 x}$  به راحتی می‌توانیم به مقدار زیر برای  $D$  برسیم.

$$D = \frac{L}{\delta} \left\{ 2 \cos \theta_1 + 2 \sqrt{\frac{1}{1 + \frac{1}{4} \tan^2 \theta_1}} + 1 \right\}$$

مقادیر  $a$  و  $b$  نیز مطابق زیر مشخص می‌شوند.

$$a = b = 2$$