



* معرفی مجموعه‌ها

مجموعه: برای مجموعه‌تشریح دقیقی وجود ندارد. اما واژه مجموعه در ریاضی برای نمایش معرفی بیان دسته یا گروهی از اعداد، اشیا، موجودات و... به باری روده نه دارای ویژگی مشترک، کاملاً مشخص و غیر تکراری باشند. مجموعه‌ها دسته یا گروهی هستند نه اعضای آن کاملاً مشخص باشند.

علامت مجموعه: مجموعه را با $\{ \}$ نمایش می‌دهیم نه اعضای مجموعه داخل آن تکراری گیرند. مجموعه‌ها را با حرف بزرگ انگلیسی نامگذاری می‌کنیم.

$$A = \{ \text{نرس و شب و روز} \}$$

$$B = \{ \square, \triangle, \circ, \diamond \}$$

نکته: اعضای مجموعه باید کاملاً مشخص باشند در غیر این صورت متناقضی درباره اعضا داشته باشند و به سلیقه و نظر آن‌ها راسته باشد آن دسته مجموعه نخواهد بود. مثل: دانش آموزان ضعیف، چهار عدد فرد متوالی، سیارات بزرگ

نکته: اعضای یک مجموعه را با (،) یا (،) جای کنیم. هر عدد در مجموعه متکرر نیست.

$$A = \{ ۲, ۳, ۷ \} = \left\{ \frac{۴}{۲}, \frac{-۶}{-۲}, \frac{۸}{۴}, \frac{۴۹}{۷}, ۳ \right\}$$

نکته: ترتیب اعضا در مجموعه‌ها اهم نیست یعنی جا-جاپی اعضا در مجموعه چیزی ایجاد مجموعه جدید نخواهد کرد.

$$A = \{ ۲, ۳, ۷ \} = \{ ۳, ۲, ۷ \}$$

$$B = \{ \triangle, \circ, \square \} = \{ \circ, \square, \triangle \}$$

عضو بودن: هر یک از اعداد، اشیا، اشیا، ... درون یک مجموعه قرار گرفته اند اعضای آن مجموعه خواهند بود. اعضا با علامت \in نشان می‌دهند و به معنای عضو نیست است.

$$A = \{ \triangle, \circ, \square, \diamond \}$$

$\triangle \in A$ $\square \notin A$
 $۱۰ \notin A$ $۵ \in A$

مهندس فلاح
b.fallah930@gmail.com

نمایش مجموعه‌ها

۱- توصیفی: در این نوع نمایش از لغات فارسی برای بیان مجموعه‌ها استفاده می‌شود.

$$\{ ۲, ۳, ۷, ۹, ۱۱, ۱۲, ۱۳, ۱۴, ۱۵, ۱۶, ۱۷, ۱۸, ۱۹, ۲۰ \} = \text{مجموعه شماره های ۳۶}$$

$$\{ ۱, ۲, ۳, ۴, ۵, ۶, ۷, ۸, ۹, ۱۰ \} = \text{مجموعه عدد فرد اولی}$$



۲- روش هندسی (نمودار من، محور اعداد): در این نوع نمایش اعضا در یک خط نسبت به نمایش داده می شوند.



۳- روش نمایش (علائم ریاضی)

- * عضدهای مجموعه با علامت ریاضی درون آیلینی لوجب مانند x و n و x و 0 و 100 نمایش می دهند
- * علامت \in را **ب** خوانند یا **ب** به شرفی که می خوانیم
- * برای تیس مجموعه از علامت $<$ و $>$ یا \leq و \geq استفاده می کنیم

$$A = \{x \in \mathbb{N} \mid 5 \leq x < 9\}$$

$$B = \{x \in \mathbb{Z} \mid -5 < x < 3\}$$

مثال: **عدهای صحیح** لوجب تر از ۹ و بزرگ تر مساوی ۵
 ← **اعداد صحیح** تیس از ۳ و بزرگ تر از ۳-
 ← **عدد منوزتر** یا تیس

نکته: باقی اعضای یک مجموعه به جای یک حرف یا یک عبارت جبری نشان داده می شود در این حالت اعضا از مجموعه معرفی شده وارد عبارت جبری شده درجی این عبارت جبری اعضای مجموعه را نشان می دهند.

$$N = \{2n+1 \mid n \in \mathbb{Z}\} = \{\dots, -5, -3, -1, 1, 3, 5, \dots\}$$

$$\{0, 2, 4, 6, 8, \dots\}$$

مهندس فلاح
 b.fallah930@gmail.com

$$M = \{2^m \mid m \in \mathbb{N}\} = \{2, 4, 8, \dots\}$$

۴- **تعداد عضدهای مجموعه**: تعداد اعضای یک مجموعه را عدد اصلی آن مجموعه می نامند و به صورت $n(A)$ نمایش می دهند

و نام هر مجموعه

$$A = \{1, 5, 7\} \Rightarrow n(A) = 3$$

$$B = \{0, 2, 4, 6, 8, 10\} \Rightarrow n(B) = 6$$

مجموعه ها از نظر تعداد عضو یا عدد اصلی به دسته تقسیم می شوند:

- ۱- **مجموعه تهی**: مجموعه ای که هیچ عضدی ندارد و عدد اصلی این مجموعه صفر است. مجموعه تهی را با $\{\}$ یا \emptyset نمایش می دهند $n(\emptyset) = 0$
 - ۲- **مجموعه خالی**: مجموعه ای که دارای اعضای محدود و نامتناهی است.
 - ۳- **مجموعه نامتناهی**: مجموعه ای که تعداد اعضا نامحدود و غیر قابل شمارش است.
- $$\{ \dots, 7, 5, 3, 1, -1, -3, -5, -7, \dots \}$$
- مجموعه عددهای اول من
- $$\{ \dots, 9, 10 \}$$
- مجموعه عددهای صحیح زوج

$$A = \{3, 6, 9, 12, 15, 18\}$$

$$B = \{53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83\}$$

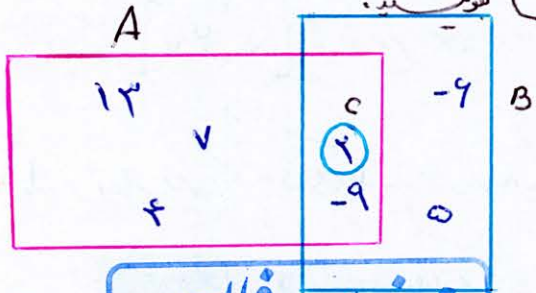
$$C = \{-11, -12, -13, 000\}$$

سوال ۱) مجموعه‌های زیر را با عضدهای آن بنویسید
 الف) مجموعه‌ی عددهای صحیح مضرب ۳ کوچکتر از ۲۰
 ب) مجموعه‌ی عددهای اول ۲ رقمی بزرگتر از ۵۰ و کوچکتر از ۱۰۰

ج) مجموعه‌ی عددهای صحیح بین ۴- و ۵- $\{ \} = \emptyset$

د) مجموعه‌ی عددهای صحیح منفی کوچکتر از ۱۰-

سوال ۲) با توجه به شکل مقابل مجموعه‌های خواسته شده را با عضدهای آن بنویسید.



$$A = \{-9, 2, 4, 7, 13\}$$

$$B = \{-9, 2, 5, -6\}$$

$$C = \{2\}$$

$$A \cap B = \{-9, 2\}$$

الف) مجموعه A

ب) مجموعه B

ج) مجموعه C

د) مجموعه‌های مشترک A و B

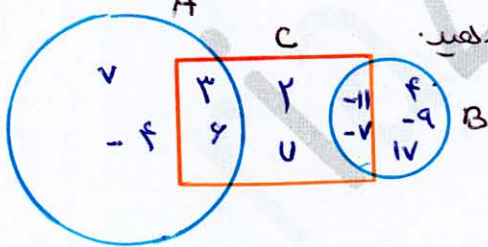
مهندس فلاح
 b.fallah930@gmail.com

سوال ۳) مجموعه‌ی شمارنده‌های صحیح ۱۲ را نوشته و آن را با مجموعه‌ی درستی یا نادرستی را بنویسید

- $3 \in M$ ✓
- $-1 \notin M$ ✓
- $0 \in M$ ✗
- $6 \in M$ ✓
- $-2 \notin M$ ✓
- $12 \in M$ ✓
- $4 \in M$ ✓

$$M = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$$

سوال ۴) با توجه به شکل مقابل در جاهای خالی علامت مناسب (ع و ن) قرار دهید.



- $6 \in C$
- $-4 \in A$
- $-11 \notin A$
- $3, 7 \notin B$
- $-7 \in B, C$
- $17 \notin A, B, C$

* مجموعه‌های برابر و ناهمپوش مجموعه‌ها

- دو مجموعه برابر: دو مجموعه را برابر گویند هرگاه همه عضدهای آن یکسان باشد.

$$A = \{2, 3\} \quad B = \left\{ \frac{4}{2}, \sqrt{9} \right\} \Rightarrow A = B$$

هر عضوی در A باشد در B باشد یا عضوی در B باشد در A باشد در این صورت A با B برابر است.

- زیر مجموعه: مجموعه B را زیر مجموعه A گویند هرگاه همه عضدهای B داخل A باشد در این صورت $B \subseteq A$ فاش می‌دهیم.

زیر مجموعه بودن \subseteq و زیر مجموعه نبودن را با $\not\subseteq$ فاش می‌دهیم.

* نکته: مجموعه تهی زیر مجموعه همه مجموعه‌ها است. $\emptyset \subseteq N \quad \emptyset \subseteq M$

* نکته: هر مجموعه زیر مجموعه خودش است. $M \subseteq M \quad N \subseteq N$

* نکته: مجموعه تهی فقط یک زیر مجموعه دارد نه فقط خودش است.

* نکته: اگر زیر مجموعه‌های یک مجموعه خودشان مجموعه‌ها باشند، آن مجموعه‌ها را مجموعه‌های زیر مجموعه‌ها می‌گویند. این مجموعه‌ها را با مجموعه خاص می‌نامیم.

مثال: اگر $B = \{5, 6, 7\}$ زیر مجموعه بعضی از آن عبارت است از:

$\{\}, \{5, 6\}, \{6, 7\}$

$\{5, 7\}, \{5\}, \{6\}, \{7\}$

* نکته: تعداد زیر مجموعه‌های یک مجموعه n عضوی برابر 2^n است.

- مجموعه‌های اعداد: مجموعه‌های اصلی اعداد در ریاضی به تالفلن با آن‌ها آشنا شویم عبارت اند از:

$\rightarrow W = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$ مجموعه اعداد حسابی $\rightarrow N = \{1, 2, 3, \dots\}$ مجموعه اعداد طبیعی

$\rightarrow Z = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$ مجموعه اعداد صحیح



زیر مجموعه‌ها، مجموعه‌های اعداد اصلی

* مجموعه عددهای زوج $E = \{0, 2, 4, 6, 8, \dots\}$

مجموعه عددهای اول $P = \{2, 3, 5, 7, \dots\}$

* مجموعه عددهای فرد $O = \{1, 3, 5, 7, \dots\}$

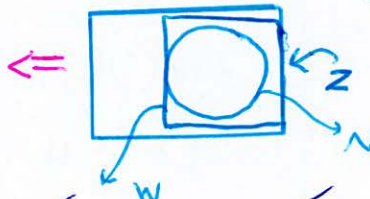
نمایش تعداد منتهی

$N \subseteq Z \subseteq R$

$W \subseteq Z$

$N \subseteq W \subseteq Z$

$O \subseteq N \subseteq W \subseteq Z$



* نکته: هر عددی را به صورت کسری می‌توانیم به طوری که صورت آن صحیح و مخرج آن عدد صحیح باشد، بنویسیم. مجموعه اعداد صحیح را به صورت کسری می‌نویسند.

$Q = \left\{ \frac{a}{b} \mid a, b \in Z, b \neq 0 \right\}$

مثال ۱۵ / توابع از مجموعه‌های زیر با هم برابرند؟

الف) $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x < 5\}$, $B = \{x \in \mathbb{Z} \mid 1 \leq x < 4\}$

$A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{1, 2, 3, 4\} \Rightarrow A = B$

ب) $C = \{2\alpha \mid \alpha \in \mathbb{N}\}$ و $D = \{2k \mid k \in \mathbb{Z}\}$

$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$ $\mathbb{Z} = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$

$C = \{2, 4, 6, 8, \dots\}$ $D = \{\dots, -4, -2, 0, 2, 4, \dots\} \Rightarrow C \neq D$

ج) $E = \{\frac{k}{2} \mid k = 2, 4, 6\}$ و $F = \{k-1 \mid k \in \mathbb{N}\}$

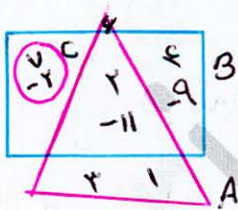
$E = \{1, 2, 3\}$, $F = \{0, 1, 2, \dots\} \Rightarrow E \neq F$

مهندس فلاح
b.fallah930@gmail.com

مثال ۱۶ همه زیرمجموعه‌های $A = \{x^2 \mid x \in \mathbb{W}, 0 \leq x < 3\}$ را بنویسید. ابتدا باید همه اعضای مجموعه را بنویسید

$\mathbb{W} = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$ $x = \{0, 1, 2\} \Rightarrow A = \{0, 1, 4\}$

زیرمجموعه‌ها: $\{\}, \{0\}, \{1\}, \{4\}, \{0, 1\}, \{0, 4\}, \{1, 4\}, \{0, 1, 4\}$



$M = \{2, 6\}$

$N = \{2\}$

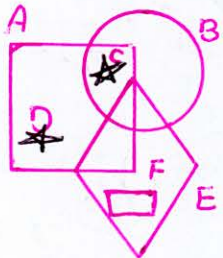
$F = \{7\}$

الف) زیرمجموعه‌ای از A نه عضدهای آن زنجیر باشد.

ب) زیرمجموعه از B نه عضدهای آن شماره 6 باشد.

ج) زیرمجموعه‌ای از C نه عضدهای آن عدد اول باشد.

مثال ۱۸ با توجه به شکل مقابل درجای خالی علاقت مناسب (\subseteq و $\not\subseteq$) قرار دهید.



$C \not\subseteq F$

$D \not\subseteq F$

$E \not\subseteq D$

$D \subseteq A$

$E \not\subseteq B$

$F \subseteq E$

مثال ۱۹ مجموعه‌های زیر را با عضدهایشان نشان دهید.

$M = \{\frac{x+1}{2} \mid x \in \mathbb{Z}, -3 \leq x \leq 0\} \Rightarrow x = \{-3, -2, -1, 0\} \Rightarrow M = \{-\frac{3+1}{2}, -\frac{2+1}{2}, -\frac{1+1}{2}, \frac{0+1}{2}\}$

$M = \{-1, -\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2}\}$

$N = \{\frac{x^2}{x-2} \mid x \in \mathbb{N}, x < 5\} \Rightarrow x \in \{1, 2, 3, 4\} \Rightarrow N = \{\frac{1}{1-2}, \frac{4}{2-2}, \frac{9}{3-2}, \frac{16}{4-2}\}$

$N = \{-1, \infty, 9, 4\}$

$$P = \left\{ \frac{2k}{2k-1} \mid k \in \mathbb{N} \right\} \Rightarrow k \in \{0, 1, 2, 3, \dots\} \Rightarrow P = \left\{ \frac{0}{0-1}, \frac{2}{2-1}, \frac{2(3)}{2(3)-1}, \dots \right\}$$

$$k = \left\{ n^2 - 2n + 1 \mid 0 \in \mathbb{N}, 7 < n < 10 \right\} \quad P = \left\{ 0, 2, \frac{6}{5}, \dots \right\}$$

$$n \in \{8, 9\} \quad k = \left\{ (8)^2 - 2(8) + 1, (9)^2 - 2(9) + 1 \right\} = \{41, 49\}$$

مثال ۱۰: کدام یک از مجموعه‌های زیر برابر هستند؟

$$A = \{2, -4, 9\}, B = \left\{ -\frac{10}{5}, \sqrt{81}, \frac{4^2}{2^2} \right\} \Rightarrow B = \left\{ -4, 9, 2 \right\}$$

$$A = B$$

ب) $C = \{x \in \mathbb{N} \mid 4 \leq x < 10\}, D = \{x+1 \mid x \in \mathbb{Z}, 2 < x \leq 8\} \quad x \in \{3, 4, 5, 6, 7, 8\}$

$$C = \{4, 5, 6, 7, 8, 9\}, D = \{4, 5, 6, 7, 8, 9\} \Rightarrow C = D$$

ب) $E = \left\{ \frac{k}{2} \mid k \in \mathbb{N} \right\}, F = \left\{ \frac{2k}{4} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$

$$k \in \{1, 2, 3, \dots\} \quad k \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, \dots\}$$

$$E = \left\{ \frac{1}{2}, \frac{2}{2}, \frac{3}{2}, \dots \right\} \quad F = \left\{ \dots, \frac{-6}{4}, \frac{-4}{4}, \frac{-2}{4}, 0, \frac{2(1)}{4}, \frac{2(2)}{4}, \dots \right\}$$

$$E \neq F \quad F = \left\{ \dots, \frac{-3}{2}, -1, -\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2}, 1, \frac{3}{2}, \dots \right\}$$

مهندس فلاح
b.fallah930@gmail.com

* اجتماع اشتراک و تفاضل مجموعه‌ها

ن اجتماع اشتراک دو مجموعه: منظور از اجتماع ۲ مجموعه، مجموعه‌ای است که همه عضوهای هر دو مجموعه را هم‌زمان داشته باشد. اجتماع دو مجموعه را با \cup نمایش می‌دهیم.

$$A = \{3, 5, 2\} \quad B = \{11, 24, 1\} \Rightarrow A \cup B = \{3, 5, 2, 11, 24, 1\}$$



اشتراک ۲ مجموعه: مجموعه‌ای است که عضوهای آن شامل عضوهای مشترک آن دو مجموعه باشد.

$$A \cup B = \{x \mid x \in A \cup x \in B\}$$

$$A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ و } x \in B\}$$

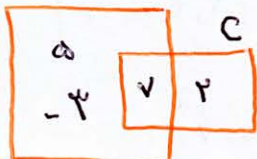
$$A = \{3, 5, 6, 9\} \quad B = \{9, 1, 3, 7, 1\} \quad A \cap B = \{3, 9\}$$

فواصل دو مجموعه: $A - B$ فاصل یا اختلاف بین ۲ مجموعه A و B است و مجموعه‌ای حاصل می‌شود که نه در A و نه در B هستند و از آن حذف کرده‌اند.

$$P = \{3, 5, 7, 9\} \quad R = \{5, 10\} \Rightarrow P - R = \{3, 7, 9\}$$

مجموعه اعضای C به جز آن‌هایی که در D حضور دارند

$$C - D = \{2, 7\} - \{5, -3, 7\} = \{2\}$$



رابطه ۱: $A - B = B - A$ یعنی فواصل مجموعه‌ها خاصیت جابه‌جایی ندارند.

رابطه ۱: $A \cup A = A$ اجتماع هر مجموعه با خودش برابر خودش می‌شود.

رابطه ۲: $A \cup \emptyset = A$ اجتماع هر مجموعه با توپا برابر خود مجموعه می‌شود.

رابطه ۳: $A \cap A = A$ اشتراک هر مجموعه با خودش برابر خودش می‌شود.

رابطه ۴: $A \cap \emptyset = \emptyset$ اشتراک هر مجموعه با توپا برابر توپا می‌شود.

رابطه ۵: $B \subseteq A \cup B$ و $A \subseteq A \cup B$ هر یک از ۲ مجموعه زیر مجموعه اجتماعشان هستند.

رابطه ۶: $A \cap B \subseteq A$ و $A \cap B \subseteq B$ اشتراک ۲ مجموعه زیر مجموعه هر یک از ۲ مجموعه خواهد بود.

رابطه ۷: $A \cap B \subseteq A \cup B$ اشتراک دو مجموعه زیر مجموعه اجتماع ۲ مجموعه است.

رابطه ۸: $A - B \subseteq A$ فاصل ۲ مجموعه زیر مجموعه، مجموعه اول است.

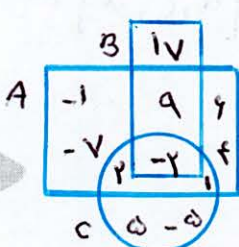
رابطه ۹: **if $A \subseteq B$, $A \cup B = B$, $A \cap B = A$**

مثال ۱۱: مجموعه شماره‌های ۱۲ را A و عددهای اول بزرگتر از ۱۰ را B بنویسید. مجموعه‌های خواسته شده را بنویسید.

الف) $A = \{1, 12, 2, 4, 3, 4\}$ ب) $B = \{2, 4, 5, 7\}$ ج) $A \cup B = \{1, 12, 2, 4, 3, 4, 5, 7\}$

د) $A \cap B = \{2, 4\}$ ه) $A - B = \{1, 12, 2, 4\}$ و) $B - A = \{5, 7\}$

ز) $(A \cap B) \cup (A - B) = \{2, 3, 1, 12, 4, 4\}$ ح) $(A - B) \cup (B - A) = \{1, 12, 4, 4, 5, 7\}$



مثال ۱۲: با توجه به شکل مقابل مجموعه‌های خواسته شده را بنویسید.

$$A = \{-1, -7, 2, 9, 4, 6\} \quad B = \{17, 9, -2\}$$

$$C = \{2, -2, 5, -5\} \quad A \cap C = \{2, -1, -2\}$$

$$B \cap C = \{-2\} \quad B \cup C = \{17, 9, -2, 1, 2, 5, -5\} \quad C - A = \{5, -5\}$$

سوال ۱۳: اگر $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x < 7\}$ و $B = \{2k \mid k \in \mathbb{Z}, -2 < k < 2\}$ باشد مجموعه های $A \cap B \cap C = \{-2\}$ نیز چند عضو دارد؟

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \quad n(A) = 6 \quad B = \{-2, 0, 2\} \quad n(B) = 3 \quad A \cup B = \{-2, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\} \quad n(A \cup B) = 8$$

$$A \cap B = \{2\} \quad n(A \cap B) = 1 \quad B - A = \{-2, 0\} \quad n(B - A) = 2 \quad A - B = \{1, 3, 4, 5, 6\}$$

$$B \cap \emptyset = \emptyset \quad n(B \cap \emptyset) = 0 \quad A \cup A = A \quad n(A \cup A) = 6 \quad n(A - B) = 5$$

فکتوریل: متغیر از n حاصل ضرب اعداد صحیح ۱ تا عدد n است.

$$5! = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5$$

نکته: برای تعیین تعداد زیر مجموعه های k عضوی از یک مجموعه n عضوی از رابطه

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

سوال ۱۱۴: از بین ۸ دانش آموز چند تن سه نفری فوتبالی می توان شکل داد؟

$$\binom{8}{3} = \frac{8!}{3!(8-3)!} = \frac{8!}{3! \cdot 5!} = \frac{8 \times 7 \times 6 \times 5!}{3! \cdot 5!}$$

$$= \frac{8 \times 7 \times 6}{3 \times 2 \times 1} = 56$$

مهندس فلاح
b.fallah930@gmail.com

نکته: اگر یکی از اعضای یک مجموعه، خود مجموعه ای از خود را نداشته باشد... باشد اعضای آن مجموعه عضو مجموعه اصلی نخواهند بود.

$$A = \{3, \{6, 7, 9\}, 10\} \quad 3 \in A \quad 6 \notin A \quad \{6, 7, 9\} \in A \quad 9 \notin A \quad 10 \in A$$

مجموعه توانی: مجموعه توانی شامل همه زیر مجموعه های یک مجموعه است. و مجموعه توانی، مجموعه ای مثل \emptyset را $P(B)$ توانی گویند.

$$A = \{a, b, c, d\} \quad n(P(A)) = 2^k$$

$$A \text{ مجموعه توانی } = P(A) = \{\emptyset, \{a, b, c, d\}, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{d\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{a, d\}, \{b, c\}, \{b, d\}, \{c, d\}, \{a, b, c\}, \{a, c, d\}, \{b, c, d\}, \{a, b, c, d\}\}$$

سوال ۱۵) تعداد زیر مجموعه‌های یک مجموعه $n+2$ عضوی ۱۲۰ برابر تعداد زیر مجموعه‌های یک

مجموعه $n-2$ عضوی است. عدد n را بدست آورید.

$$2^{n+2} = 2^{n-2} + 120 \Rightarrow 2^n \cdot 2^2 - 2^n \cdot 2^{-2} = 120$$

$$\Rightarrow 2^n \left(\frac{15}{4} \right) = 120 \Rightarrow 2^n \left(\frac{1}{4} \right) = 8 \quad \quad \quad 2^n \left(4 - \frac{1}{4} \right) = 120$$

$$\Rightarrow 2^n = 32 \Rightarrow 2^n = 2^5 \Rightarrow n = 5$$

سوال ۱۶) تعداد زیر مجموعه‌های یک مجموعه $n+4$ عضوی چند برابر تعداد زیر مجموعه‌های یک مجموعه $n-4$ عضوی است؟

$$\frac{A}{B} = \frac{2^{n+4}}{2^{n-4}} \Rightarrow \frac{A}{B} = \frac{2^4 \times 2^4}{2^4 \times 2^{-4}} = 2^8 \times 2^8 \quad \begin{matrix} \text{مجموعه } A = n+4 \text{ عضوی} \\ \text{مجموعه } B = n-4 \text{ عضوی} \end{matrix}$$

$$\frac{A}{B} = 2^8 \Rightarrow A = 2^8 B$$

- مفهوم بسته بودن مجموعه: زمانی یک مجموعه نسبت به یک عمل مثل جمع یا تفریق بسته است به حاصل تفریق یا جمع هر عدد دیگری از آن مجموعه یا خود عدد با خودش در مجموعه باشد.

مجموعه نسبت به عمل جمع $\rightarrow A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, \dots\} \rightarrow 5+5=10 \notin A$ نسبت نیست

مجموعه نسبت به عمل جمع بسته است $\rightarrow N = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, \dots\} \rightarrow 2+2=4 \in N, 1+6=7 \in N$

مهندس فلاح
b.fallah930@gmail.com

مجموعه مربع: مجموعه‌ای است که حاصل ضربی از اعداد طبیعی در خود را شامل می‌شود در مورد اعداد مجموعه مربع شامل

اعداد صحیح صحیح کتب، حقیقی، توپا است. در مورد اعداد مجموعه مربع با \square نشان داده می‌شود. با مرتبه \cup و \cap نشان داده می‌شود.

متمم مجموعه: به مجموعه‌ای گفته می‌شود که شامل تمامی اعضای مجموعه مرجع می‌شود به غیر از اعضای همان مجموعه. متمم این مجموعه متمم نامیده می‌شود و با A' یا A^c نسبت به متمم A نامیده می‌شود.

سوال ۱۷) اگر $M = \{x | x \in Z, -2 \leq x < 5\}$ و $A = \{x | x \in W, x < 4\}$ و $A = A' = A^c$ متمم A و A', B' را مشخص کنید

$$M = \{-2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\} \quad A = \{0, 1, 2, 3\} \quad B = \{1, 2, 4\}$$

$$A' = \{-2, -1, 4\} \quad B' = \{-2, -1, 0, 4\}$$

نکته‌های قوانین ریاضی به مجموعه و قسمتها:

۱) $(A')' = A$ ۲) $A \cup A' = M$

۳) $A \cap A' = \emptyset$ ۴) $M' = \emptyset$

۵) قوانین درون = $(A \cap B)' = A' \cup B'$
 $(A \cup B)' = A' \cap B'$

۶) $A - B = A \cap B'$

۸) قانون جابجایی $A \cap B = B \cap A$

$A \cup B = B \cup A$

۹) قانون ترتیب پذیری $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$

$A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$

۱۰) قانون ترتیب پذیری $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

مهندس فلاح
 b.fallah930@gmail.com

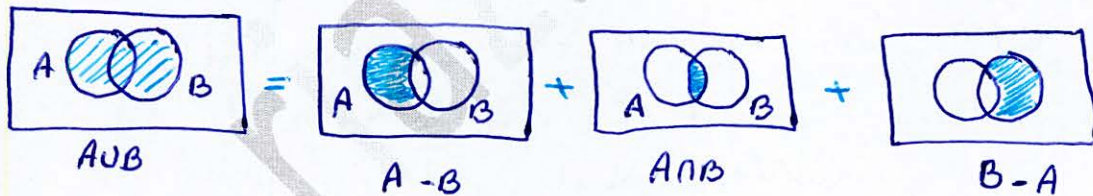
سوال ۱۸: اگر A و B دو مجموعه دلخواه باشند، یک قانون مجموعه‌ها ثابت کنید

$(A - B) \cap B = \emptyset \Rightarrow ((A \cap B') \cap B) = A \cap (B' \cap B) = A \cap \emptyset = \emptyset$

$A' \cap (A \cup B) = B - A \Rightarrow (A' \cap A) \cup (A' \cap B) = \emptyset \cup (A' \cap B) = B - A$

$(A - B) \cup (B \cap A) = A \Rightarrow (A \cap B') \cup (B \cap A) = (A \cap B') \cup (A \cap B) = A \cap (B' \cup B) = A$

سوال ۱۹: اگر $n(A \cup B) = ۱۲$ ، $n(A - B) = ۴$ ، $n(A \cap B) = ۵$ قسمتی از مجموعه B ضمیمه A است.



$n(A \cup B) = n(A - B) + n(A \cap B) + n(B - A)$

$۱۲ = ۴ + ۵ + x$

$x = ۳$

$n(B) = ۳ + ۵ = ۸$

↓
A ∩ B

سوال ۱۲: مجموعه‌های زیر را با جادریاضی قسمتی کنید

$B = \{ \pm 1, \pm 2, \pm 5, \pm 10 \}$

$B = \{ x \mid \frac{10}{x} \in \mathbb{Z} \}$

$A = \{ 0, 2, 4, 6, 8, 10, \dots \} \Rightarrow \{ x \mid x \in \mathbb{N} \}$



*** احتمال**

دستور محاسبه احتمال عبارت است از

اگر احتمال رخ دادن A را با $P(A)$

همه حالت های ممکن را با $n(S)$

تعداد حالت های مطلوب $n(A)$

احتمال رخ دادن A = $\frac{\text{تعداد حالت های مطلوب}}{\text{تعداد کل حالت های ممکن}}$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$



مثال ۱۲۱ تاسی را پرتاب کرده ایم احتمال اینکه (الف) ۶ بیاید (ب) عدد اول بیاید (ج) حرف ۳ بیاید (د) بزرگ از ۶ بیاید

$\Rightarrow S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

$n(S) = 6$ (الف) $A = \{6\} \Rightarrow n(A) = 1 \Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{1}{6}$

(ب) $B = \{2, 3, 5\} \Rightarrow n(B) = 3 \Rightarrow P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

(ج) $C = \{1, 2, 4, 5\} \Rightarrow n(C) = 4 \Rightarrow P(C) = \frac{n(C)}{n(S)} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

(د) $F = \emptyset \Rightarrow n(F) = 0 \Rightarrow P(F) = \frac{0}{6} = 0$

مهندس فلاح
b.fallah930@gmail.com

پیتا صدقانی: اگر همه حالت های ممکن در یک پیتا را با مجموعه S نمایش داده پس همه زیر مجموعه های S را نیز می توانیم فهرست از زیر مجموعه های S را یک پیتا صدقانی می نامیم

$S = \{ \text{آبی}, \text{سبز}, \text{قرمز} \}$
 پیتا صدقانی ها: $\emptyset, \{ \text{آبی} \}, \{ \text{سبز} \}, \{ \text{قرمز} \}, \{ \text{آبی}, \text{سبز} \}, \{ \text{آبی}, \text{قرمز} \}, \{ \text{سبز}, \text{قرمز} \}, \{ \text{آبی}, \text{سبز}, \text{قرمز} \}$

پیتا صدقانی هم کانس: در بین آنها آنهایی که احتمال آن ها با هم مساوی است. پیتا صدقانی هم کانس

مثال ۱۲۲ درون لیسبه ای ۳ مهره سبز، ۴ مهره سیاه و ۵ مهره زرد وجود دارد یک مهره به تصادف خارج کنیم:

الف) سبز بیاید ب) سیاه بیاید ج) زرد یا سفید بیاید د) زرد بیاید

احتمال های P در مجموع احتمال هم کانس هستند

$n(S) = 3 + 4 + 5 = 12$	الف) $n(A) = 3$ $n(S) = 12$ $P(A) = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$
	ب) $n(B) = 3 + 5 = 8$ $P(B) = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$
	ج) $n(C) = 5 + 3 = 8$ $P(C) = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$
	د) $n(D) = 4 + 3 = 7$ $P(D) = \frac{7}{12}$

نکته: برای بدست آوردن تعداد همه حالت‌های ممکن در چند آنتان جدا از هم با ضریب تعدد اصل حالت‌های ممکن را در هم ضرب کنیم.

برای مثال اگر دو تاس را با هم بزنیم تعدد اصل حالت‌ها همان $6 \times 6 = 36$

نکته: فضای نمونه بزرگ n بار یک سکه و یک بار n بار بزرگ بزرگ فضای نمونه 2^n است.

نکته: اگر یک تاس را n بار بزنیم یا n تاس را با هم بزنیم فضای نمونه 6^n است.

مهندس فلاح
b.fallah930@gmail.com

$P(A) = 1 - P(B)$

* متمم یک احتمال:

مثال ۱۲۳: تاس را با هم می‌اندازیم احتمال اینکه مجموع ۲ عدد را بدست آوریم چقدر است؟

$n(S) = 6 \times 6 = 36$ $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \times \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} = \{(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (1,6), (2,1), (2,2), (2,3), (2,4), (2,5), (2,6), (3,1), (3,2), (3,3), (3,4), (3,5), (3,6), (4,1), (4,2), (4,3), (4,4), (4,5), (4,6), (5,1), (5,2), (5,3), (5,4), (5,5), (5,6), (6,1), (6,2), (6,3), (6,4), (6,5), (6,6)\}$

* حالت‌های که مجموع بیش از ۷ شود بسیار زیاد در پیدایش شدن سخت است بنابراین ما حالت متمم آن را پیدا می‌کنیم و احتمال متمم آن را می‌سوی کنیم.

$P(A) = 1 - \frac{10}{36} = \frac{13}{18}$

مثال ۱۲۴: در تریاک که سه تخته مختلف احتمال آن سه ضلع ۴ سکه است بیاید چقدر است؟

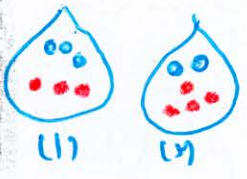
وقتی که راه بار بزرگ می‌کنیم فضای نمونه $S = 2^5 = 32$ است

وقتی که کوید ضلع ۴ سکه است بیاید یعنی ۴ سکه است در یک سکه بیاید یا اینکه همه سکه‌ها است بیایند.

$A = \{(پ پ پ پ), (پ پ پ س), (پ پ س پ), (پ پ س س), (پ س پ پ), (پ س پ س), (پ س س پ), (پ س س س), (س پ پ پ), (س پ پ س), (س پ س پ), (س پ س س), (س س پ پ), (س س پ س), (س س س پ), (س س س س)\}$

مثال ۱۲۵: در کلاس ۳۰ نفره ۳ نفر آبی، ۳ نفر قرمز و ۲۵ نفر سبز هستند. اگر ۲ نفر را به صورت تصادفی انتخاب کنیم احتمال آنکه هر دو نفر سبز باشند چقدر است؟

$P(A) = \frac{6}{32} = \frac{3}{16}$



$\frac{3}{6} \times \frac{2}{6} = \frac{1}{6}$

الف) هر دو نفر قرمز یا هر دو نفر آبی باشند \times (یعنی نه)
ب) هر دو نفر هم رنگ باشند

احتمال هر دو سبز $\Rightarrow \frac{3}{6} \times \frac{2}{6} = \frac{1}{6}$ احتمال هر دو قرمز $= \frac{3}{6} \times \frac{2}{6} = \frac{1}{6}$ احتمال هر دو آبی $= \frac{3}{6} \times \frac{2}{6} = \frac{1}{6}$

احتمال جمع $= \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

بخش دوم: حل تمرینات کتاب درسی

فعالیت صفحه ۲ کتاب درسی

در شکل موجود شماره‌های صبیحی عدد ۶ را نوشته‌ایم و بین آن‌ها شماره‌های اول را قلمزنی کرده‌ایم. شماره‌های ۶ را به اول نسبت در یک صفتی قرار دهید.

۱ ۶۰ ۲ ۵
۱۵ ۴ ۳
۱۲ ۲۰ ۱۰
۶ ۲۰

* شماره‌های اول و ۶ را به صورت یک مجموعه بنویسید و آن را B بنامید.
 $B = \{ ۶۰, ۳۰, ۶, ۱۲, ۱۵, ۲۰, ۱۰, ۴ \}$ $n(B) = ۸$

* مجموعه شامل شماره‌های عدد ۶ نه اول باشد و نه اول باشد، چند عضو دارد؟ این مجموعه را C بنامید.

$C = \{ ۱ \}$ $n(C) = ۱$

مهندس فلاح
b.fallah930@gmail.com

* مجموعه D شامل همگی شماره‌های دورقمی ۶ را تشکیل می‌دهد. این مجموعه چند عضو دارد؟

$D = \{ ۶۰, ۳۰, ۱۲, ۱۵, ۲۰, ۱۰ \}$ $n(D) = ۶$

* از رضا و احمد خواسته شد تا مجموعه‌های ۳ شماره زوج عدد ۶ را تشکیل دهند. احمد نسبت $\{ ۴, ۶, ۱۰ \}$ و رضا نسبت $\{ ۶, ۱۲, ۱۰ \}$ به زور شماره‌ها جواب‌های این‌ها با هم فرق دارد. عدد ۶ دارای شماره‌های زوج متفاوتی است. احمد و رضا هر کدام به سلیقه خود عدد زوج را انتخاب کرده‌اند.

فعالیت صفحه ۱ کتاب درسی

۱- کدام یک از عبارات زیر قلمزنی گفته می‌شود؟ مجموعه مورد نظر را بنویسید.

الف) عدد‌های صبیحی و یک رقمی $A = \{ ۱, ۲, ۳, ۴, ۵, ۶, ۷, ۸, ۹ \}$

ب) حروف الفبایی X مجموعه‌ایست چون به سلیقه راسته بوده و افراد مختلفی را می‌توان نام برد.

ج) ۲ عدد اول کوچک‌تر از ۱۲ X مجموعه‌ایست چون به سلیقه راسته است و می‌توان تعداد مختلفی را معرفی کرد.

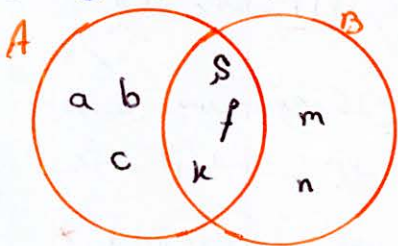
۲- با توجه به شرط مقایسه کردن، عضوهای یک مجموعه جاهای خالی را پر کنید.

الف) به جای $\{ ۴, ۶, ۱۰, ۱۲ \}$ باید بنویسیم $A = \{ ۵, ۴, ۲, ۱ \}$ ← عضو تکراری باید حذف شود.

ب) به دلیل تکراری بودن عدد ۵ در $B = \{ ۵, ۶, ۵, ۷ \}$ که آن را به صورت $C = \{ ۵, ۶, ۷ \}$ بنویسید.

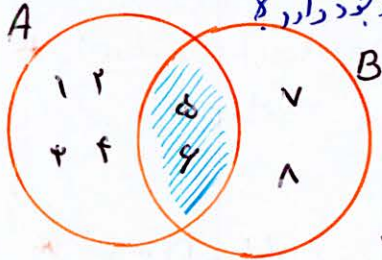
فعالیت صفحه ۳ کتاب درسی

۱- با توجه به نمودارین که برای ۲ مجموعه A و B رسم شده است، مجموعه های A و B را با عضوهایشان مشخص کنید.



$$A = \{a, b, c, s, f, k\} \quad B = \{m, n, s, f, k\}$$

۲- دو مجموعه $A = \{۱, ۲, ۳, ۴, ۵, ۶\}$ و $B = \{۵, ۶, ۷, ۸\}$ را در نظر بگیرید. دو مجموعه را با نمودارین نمایش دهید. کدام عددها هم در ضمنی بسته مربوط به A و هم در ضمنی بسته B وجود دارند؟



- اعداد ۵ و ۶ در هر دو ضمنی هستند

۳- مجموعه عددهای دورقمی و زوج اول را بنویسید و آن را E بنامید این مجموعه چند عضو دارد؟ این مجموعه هیچ عضدی ندارد زیرا عدد اول زوج ۲ است نه اول رقیق است پس مجموعه تهی است $\{\} = \emptyset$

۴- کدام یک از عبارات زیر مجموعه تهی را مشخص می کند؟

الف) عددهای صحیح بین ۵ و ۶ ✓

ب) عددهای صحیح بین ۱-۱ و ۱-۱

ج) عددهای اول زوج $\{۲\}$ = تهی عضدی

د) عددهای صحیح یک رقیق و مضرب ۳ نه اول با مجموعه تهی عضدی $\{۰\}$

مجموعه تهی عضدی = $\{۳\}$

مهندس فلاح
b.fallah930@gmail.com

کار در کلاس صفحه ۴ کتاب درسی

- سه عبارت بنویسید که هر کدام نشان دهنده مجموعه تهی باشد.
 - مجموعه شمارنده های زوج عدد ۸۱
 - مجموعه اعداد صحیح کوچکتر از ۱
- سه عبارت بنویسید که هر کدام ضمنی گشته مجموعه ای متفاوت با این عضو باشد.
 - مجموعه اعداد صحیح بین ۷ و ۹
 - مجموعه اعداد صحیح کوچکتر از ۱
- عبارت تهلی نه مجموعه ای را مشخص می کنند با علامت ✓ و بقیه را با علامت ✗ مشخص کنید اول عدد ۸۱

- جای عدم فرد متوالی $x \leftarrow$ چون به لحاظ دانسته است $\{۷, ۹, ۱۱, ۱۳\}$
- سه عدد صحیح زوج متوالی با شروع از ۲ ✓ با تر کردن عدد ۲، محدودیت نوشته و شروع را مشخص کرده $\{۲, ۴, ۶\}$
- اعددهای اول کوچکتر از ۵ ✓ $\{۲, ۳, ۴, ۵, ۷, ۱۱, ۱۳, ۱۷, ۱۹\}$ $x \leftarrow$ عدد ۲ را $x \leftarrow$ محدودیت وجود ندارد.
- سه شهر از ایران $x \leftarrow$ هیچ قید و محدودیتی وجود ندارد.
- شمارنده های عدد ۲۴ ✓ $\{۲, ۳, ۴, ۶, ۸, ۱۲, ۲۴\}$

اداره تمرین صفحه ۶ کتاب درسی

- (د) عددهای صحیح بزرگتر از ۴ و کوچکتر از ۵ $F = \{ \} = \emptyset$
- (ه) عددهای صحیح منفی که بین ۴ و ۷ قرار دارند $C = \{ \} = \emptyset$
- (و) عددهای دورقمی که مضرب ۷ باشد $J = \{ \} = \emptyset$

اول

۲- جاهای خالی را طوری کامل کنید که عبارت حاصل درست باشد.

الف) عبارت $20 \div 5$ عدد صحیح نه بین ۲۰ قرار داشته باشد و یک مجموعه را مشخص نمی‌کند.

ب) مجموعه $\{ 9, 0, 000, 4, 3, 2 \}$ دارای هفت عضو است.

ج) مجموعه $A = \{ 0 \text{ و } 5 \}$ دارای دو عضو است.

د) با توجه به مجموعه $A = \{ 3, 5, 7, 9, 11 \}$ داریم که عضو A است یا با نام ریاضی $12 \notin A$ و $5 \in A$ و ۱۲ عضو A نیست.

۳- سه مجموعه متفاوت بنویسید که عدد ۲ عضو آن باشد.

- (۱) مجموعه اعداد اول زوج
- (۲) مجموعه اعداد صحیح کوچکتر از ۴
- (۳) مجموعه ستاره‌های عدد ۴

دو مجموعه برابر

مهندس فلاح
b.fallah930@gmail.com

فعالیت صفحه ۶ کتاب درسی

۱- جدول عددهای صحیح زوج را طوری کامل کنید که مجموع عددهای روی هر سطر، هر ستون و هر قطر آن برابر ۱۳ شود. سپس مجموعه عددهای سفردوم جدول را بنویسید و آن را A بنامید.

۱۰	-۱۰	۱۲
+۶	+۴	۲
-۴	+۱۱	-۲

$A = \{ 2, 4, 6 \} \Rightarrow n(A) = 3$

الف) مجموعه B را چنان بنویسید که شامل سه عدد زوج متوالی و میانگین عضدهای آن با ۴ برابر باشد. فرب از مجموعه‌های A و B چند عضو دارد؟

$B = \{ 2, 4, 6 \} \Rightarrow n(B) = 3$

آیا هر عضو A در مجموعه B است؟ بپندارید آیا هر عضو B در مجموعه A است؟ بپندارید.

$A = B$ دو مجموعه A و B برابر هستند

ادامه بار در ملاس صفحه ۴ کتاب درسی

۴- مانند نمونه کامل کنید

۱- مجموعه حروف الفبای فارسی $A = \{ \dots \}$

۲- $G = \{ 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 \}$ مجموعه عددهای صحیح بین ۲ و ۱۰

۳- مجموعه عددهای صحیح بین ۲- و ۴- $E = \emptyset$

۴- مجموعه عددهای صحیح مضرب ۴ $B = \{ 4, 8, 12, 16, \dots \}$

۵- مجموعه عددهای اول دین رقی $H = \{ 2, 3, 5, 7 \}$

۶- مجموعه عددهای اول مضرب ۵ $D = \{ 5 \}$

۷- $C = \{ 3, a, b \}$ مجموعه حروف با دو عدد ۳

۸- $F = \{ 1, 4, 6, 8 \}$

مهندس فلاح
b.fallah930@gmail.com

ک- در لمب از عبارات زیر مشخص کننده یک مجموعه است با نمودار نشان دهید

الف) $A = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 \}$

$\{ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 \}$

ب) شمارندههای اول عدد ۱۹

$\{ 19 \}$

ج) $B = \{ 19 \}$

د) $C = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6 \}$

$\{ 1, 2, 3, 4, 5, 6 \}$

ه) عددهایی که عدد یک با آن مجموعی را تشکیل می‌دهند

$\{ -1 \}$

د) جواب معادله $2x + 1 = 1$

$D = \{ -3, 5 \}$

هـ) جاریه خوشه \leftarrow مجموعه است چون امکان دارد سلیقه‌دوگون با دیگری فرق کند

$F = \emptyset$

ترین صفحه ۴ کتاب درسی

۱- تصاویر با هر عبارت یک مجموعه و تصاویر با هر مجموعه یک عبارت بنویسید و تعداد اعضاها را در هر مجموعه تعیین کنید

الف) $A = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 \}$ \leftarrow مجموعه صاحب اعداد صحیح کوچکتر از ۱۰ $n(A) = 9$

ب) $C = \{ 10 \}$ \leftarrow مجموعه اعداد صحیح بین ۹ و ۱۱

ج) $H = \{ 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30 \}$ \leftarrow مجموعه مضرب ۳ در کتب تراز ۱۰۰۰

ادامه فعالیت صفحه ۶ کتاب درسی

۲- مجموعه A شامل سه عدد متوالی طبیعی است به طوری که حاصل جمع آن ها ۲۷ است. ابتدا A را با عضدهای
 بنویسید پس مجموعه های را مشخص کنید به در زیر صریح شده و با A برابر است:

$$A = \{8, 9, 10\}$$

$$A \neq B = \{7, 8, 9\}$$

الف) مجموعه عددهای طبیعی بین ۶ و ۱۰

$$A = C = \{8, 9, 10\}$$

ب) مجموعه عددهای طبیعی بزرگتر از ۷ و کوچکتر از ۱۱

$$A = D = \{8, 9, 10\}$$

ج) مجموعه سه عدد طبیعی متوالی که میانگین آن ها با ۹ برابر است.

کار در تلاش صفحه ۶ کتاب درسی

مهندس فلاح

b.fallah930@gmail.com

۱- جاهای خالی را در مجموعه های زیر طوی پر کنید به مجموعه های برابر باشد

الف) $\left\{ \frac{9}{2}, 4, \frac{2}{5}, \frac{3}{x}, \frac{5}{3} \right\} = \left\{ \frac{2}{5}, 2, \frac{-\sqrt{44}}{(-2)^2}, 4, \sqrt{\frac{25}{3}} \right\}$

$$\frac{-12}{+4} = -\frac{3}{x}$$

ب) $\left\{ \sqrt{\frac{4}{9}}, -\frac{1}{2}, -2, 0, \frac{1}{9}, \frac{5}{15}, \frac{4}{10}, \frac{2}{15}, \frac{4}{9}, \frac{2}{15}, \frac{4}{10}, \frac{2}{15} \right\} = \left\{ \frac{2}{3}, \frac{2}{5}, -\frac{1}{5}, \frac{5}{8}, \frac{2}{3}, \frac{2}{5}, -\frac{1}{5}, \frac{5}{8} \right\}$

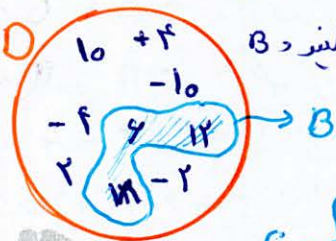
۲- در مجموعه بنام های A و B مانند سوال بالا طرح کنید.

$$A = \left\{ \sqrt{49}, \frac{-\sqrt{11}}{3}, -2^4, -2 \right\} = B = \left\{ -16, 7, -2, -3 \right\}$$

فعالیت صفحه ۷ کتاب درسی

مجموعه عددهای جدول فعالیت قبل را D بنامید. پس عضوهای مجموعه D را در نمودار دایره ای بنویسید

- در نمودار دایره ای عضوهای را در ۳ بخش بنویسید است. با لب صفتی بسته صفتی کنید B بنامید. آیا هر عضوی از B عضوی از D است؟ بله هست.



- در مجموعه D عددهای زوج را مشخص کنید و آن را C بنامید آیا C = D؟ بله

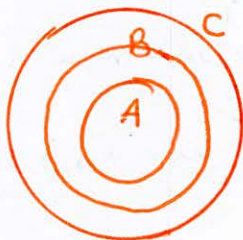
$$C = \{2, -2, 4, -4, -10, 10, 6, 18\}$$

- آیا مجموعه C زیر مجموعه D است؟ بله چون هر عضوی در مجموعه D است

- ادامه فعالیت صفحه ۷ کتاب درسی

- اکنون زیر مجموعه‌ی از ۵ راضی کنید نه عضدهای کن عضدهای فریب نام در این مجموعه هست؟
- آیا عبارت $\{2, 4, 6, 10\} \subseteq B$ درست است چرا؟ $B = \{0, 6, 10\}$ $\emptyset = \{\}$ **مجموعه تهی است**
- آیا در مجموعه تهی عضوی هست نه در مجموعه دلخواهی مانند A باشد؟ **خیر**

ب در طلای صفحه ۸ کتاب درسی



۱- با توجه به نمودار مقابل، دلیل درستی یا نادرستی عبارات زیر را صحتش کنید

* $C \subseteq A$ **مجموعه مادر در زیر از A و B است پس** $C \not\subseteq A$ **نی تواند زیر مجموعه A و B باشد.**

* $B \subseteq A$ **مجموعه داخل B است پس B نی تواند زیر مجموعه A باشد.**

* $A \subseteq C$ **مجموعه مادر است و A و B زیر مجموعه C هستند.**

* $A \subseteq B$ **مجموعه A داخل B بوده زیر مجموعه B است.**

* $B \subseteq C$ **مجموعه B داخل C بوده زیر مجموعه C است.**

* $\emptyset \subseteq A$ **تهی زیر مجموعه همه مجموعه ها است.**

مهندس فلاح
b.fallah930@gmail.com

۲- مجموعه های A، B و C را در نظر بگیرید پس درستی یا نادرستی عبارات زیر را صحتش کنید

$$A = \{1, 3, 4\} \quad B = \{3, 4, 5\} \quad C = \{2, 3, 4, 5, 6\}$$

$B \not\subseteq A$: B زیر مجموعه A نیست زیرا عدد $5 \in B$ است نه $5 \in A$ **✓**

$3 \subseteq B$: ۳ یک عدد است و عضو B است ($3 \in B$) بی مجموعه نیست نه زیر مجموعه B باشد. **x**

$A \subseteq B$: A زیر مجموعه B نیست چون $4 \in A$ است بی $4 \in B$ **x**

$B \subseteq C$: B زیر مجموعه C است چون همگی اعضای B در مجموعه C حضور دارند **✓**

$A \not\subseteq C$: A زیر مجموعه C نیست چون $4 \in A$ ولی $4 \notin C$ **✓**

$2 \in A$: عدد ۲ در مجموعه A نیست پس $2 \notin A$ **x**

$\{1, 4\} \in A$: علاقت اعداد نشان دهنده مجموعه است و مجموعه بی تواند و عضو A نیست $\{1, 4\} \notin A$ **x**

$4 \notin A$: ۴ است بی از اعضای مجموعه A است.

$\{5, 6\} \subseteq C$: بی مجموعه اتنیاب شده از اعضای مجموعه C است $5, 6 \in C$ **✓**

$5 \in C$: بی از اعداد حاضر در مجموعه C است. $5 \subseteq A$ **✓** $5 \in A$ **✓** $5 \notin A$ **✓** $5 \in A$ **✓**

ادامه بار در طلسم صفحه ۸ کتاب درسی

۳- مانند مثال قبل تمام زیر مجموعه های تعریف از مجموعه های زیر را بنویسید.

الف) $A = \{10, 11\} \Rightarrow$ مجموعه عددهای طبیعی بین ۹ و ۱۲ (الف) تعداد زیر مجموعه ها $= 2^1 = 2^2 = 4$

مجموعه همه زیر مجموعه ها $A = \{\emptyset, \{10\}, \{11\}, \{10, 11\}\}$

ب) $B = \{a, b, c, d\} \Rightarrow$ تعداد زیر مجموعه ها $= 2^4 = 16$

مجموعه همه زیر مجموعه های B = $\{\{a\}, \{b\}, \{c\}, \{d\}, \{a, b, c, d\}, \emptyset, \{a, b, c\}, \{a, c, d\}, \{b, c, d\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{a, d\}, \{b, c\}, \{c, d\}, \{b, d\}, \{a, b, d\}\}$

بار در طلسم صفحه ۱۰ کتاب درسی

مجموعه های زیر را با عضوها مشخص کنید

الف) مجموعه عددهای صحیح فرد $A = \{3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21, 23, 25, 27, 29, 31, 33, 35, 37, 39, 41, 43, 45, 47, 49, 51, 53, 55, 57, 59, 61, 63, 65, 67, 69, 71, 73, 75, 77, 79, 81, 83, 85, 87, 89, 91, 93, 95, 97, 99\}$

ب) $A = \{x \mid x \in \mathbb{Z}, -5 \leq x < 5\}$

ج) $B = \{3k+2 \mid k \in \mathbb{Z}\}$ $B = \{0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24, 26, 28, 30, 32, 34, 36, 38, 40, 42, 44, 46, 48, 50, 52, 54, 56, 58, 60, 62, 64, 66, 68, 70, 72, 74, 76, 78, 80, 82, 84, 86, 88, 90, 92, 94, 96, 98, 100\}$

تمرین صفحه ۱۰ کتاب درسی

۱- مجموعه $A = \{-2, -1, 1, 2\}$ را در نظر بگیرید. کدام یک از مجموعه های زیر با هم برابر است؟

$B = \{x \mid x \in A, x^2 \leq 2\} \Rightarrow B = \{-1, 0, 1\}$

$(-1)^2 \leq 2 \Rightarrow 1 \leq 2$ $(1)^2 \leq 2 \Rightarrow 1 \leq 2$
 $(-2)^2 \leq 2 \Rightarrow 4 \leq 2$ $(2)^2 \leq 2 \Rightarrow 4 \leq 2$

$C = \{x \mid x \in A, -1 \leq x \leq 1\} \Rightarrow C = \{-1, 0, 1\}$

$D = \{x \mid x \in A, x^4 = 1\}$

$O = \{-1, 1\}$

$(-1)^4 = 1 \Rightarrow 1 = 1 \checkmark$
 $(1)^4 = 1 \Rightarrow 1 = 1 \checkmark$

مهندس فلاح
b.fallah930@gmail.com

ادامه تمرین صفحه ۱۰ کتاب درسی

۲- سه مجموعه مانند A و B و C بنویسید به طوری که $A \subseteq B$ و $B \subseteq C$ آياي توان نتیجه گرفت $A \subseteq C$ ؟

از این نوشتن نتیجه می شود $A \subseteq C$ است زیرا تمام اعضای مجموعه A در مجموعه C وجود دارد.

$A \subseteq B \subseteq C \Rightarrow A \subseteq C$

۳- تمام زیر مجموعه های هر یک از مجموعه های زیر را بنویسید.

الف) $A = \{x \mid x \in \mathbb{N} \text{ و } 2x+1=3\}$

$2x+1=3 \Rightarrow 2x=3-1 \Rightarrow 2x=2 \Rightarrow x=1 \in \mathbb{N}$

$A = \{1\} \Rightarrow$ مجموعه زیر مجموعه های $A = \{\emptyset, \{1\}\}$

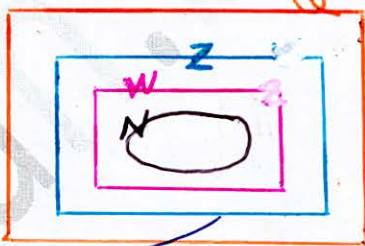
ب) $B = \{x \mid x=0, 2, 4\}$

$x=0 \Rightarrow 2(0)=0$
 $x=2 \Rightarrow 2(2)=4$
 $x=4 \Rightarrow 2(4)=8$

$B = \{\emptyset, \{0\}, \{2\}, \{4\}, \{0, 2\}, \{0, 4\}, \{2, 4\}, \{0, 2, 4\}\}$

۴- نمودار زیر در وضعیت مجموعه های \mathbb{Q} ، \mathbb{W} و \mathbb{N} و \mathbb{Z} راست به هم نشان می دهد. کن هارا نام نویسی و با علامت \subseteq حقایق بنویسید.

$\mathbb{N} \subseteq \mathbb{W} \subseteq \mathbb{Z} \subseteq \mathbb{Q}$



مهندس فلاح
b.fallah930@gmail.com

۵- درستی یا نادرستی عبارات های زیر را با ذکر دلیل قضاوت کنید

- الف) هر عدد گویا عددی حسابی است.
- ب) هر عدد حسابی عددی گویا است.
- ج) هر عدد صحیح عددی گویا است.
- د) بعضی از عدد های گویا، عدد صحیح است.

فعالیت صفحه ۱۰ کتاب درسی

۱- در کلاس درس، علی، رضا، عضد و تیم در لیال، و فوتسال هستند. اصمان، فرید، حسن، قنف در تیم در لیال و محمد، حسن، کیوان و سبحان قنف در تیم فوتبال بازی می کنند.

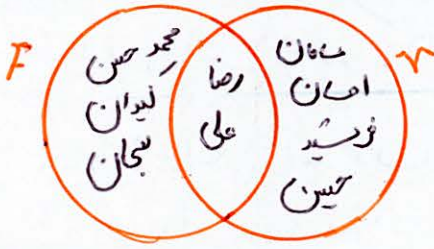
الف) این مجموعه دانش آموزان عضو تیم در لیال را با \mathbb{A} و فوتبال را با \mathbb{B} نشان دهیم این مجموعه ها را با نمودار ون نمایش دهیم با عضو های نشان بنویسید

$\mathbb{A} = \{\text{سبحان و کیوان و حسن و محمد و رضا و علی}\}$

نمودار ون صفحه بعد

$\mathbb{B} = \{\text{حسن و فرید و اصمان و سبحان و رضا و علی}\}$

اداره فعالیت صفحه ۱۱ کتاب درسی



$M = \{ \text{علی, رضا} \}$

ب) مجموعه دانش آموزانی که در هر دو تیم عضویت دارند را بنویسید

ج) مجموعه دانش آموزانی که راه حوصله در یکی از این

دو تیم عضویت دارند را بنویسید. حوصله یعنی افزایی که در یکی از دو تیم یا هر دو تیم هرمان باشد

$G = \{ \text{سبحان, لیوان, حسن, محمد, علی, رضا, فرید, امین, حسین} \}$

$B = \{ \alpha \in \mathbb{Z} \mid -2 \leq \alpha \leq 3 \}$ را دستگیر کنید و مجموعه های زیر را با

۲- در مجموعه $A = \{ \alpha \mid \alpha \in \mathbb{N} \mid \alpha \leq 2 \}$ و

عضدهای آن تطبیق دهید.

$A = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6 \}$ $B = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6 \}$

مجموعه عددهایی که در هر دو مجموعه A و B هست $A \cap B = \{ 1, 2, 3 \}$

مهندس فلاح
b.fallah930@gmail.com

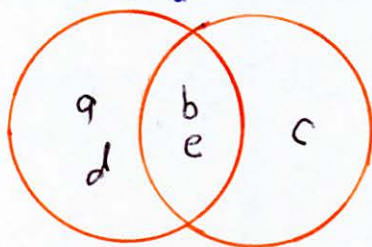
مجموعه عددهایی که حوصله در یکی از این دو مجموعه A و B هست $A \cup B = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6 \}$

فعالیت صفحه ۱۲ کتاب درسی

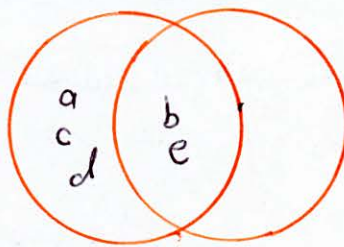
۱- مجموعه $A \cup B = \{ a, b, c, d, e \}$ و $A \cap B = \{ b, e \}$ را دستگیر کنید از دانش آموزان بی کلاس فراموش

بسته است نه با توجه به این ۲ مجموعه. مجموعه های A و B را با نمودارون نمایش دهید یا بنویسید ۴ دانش آموزی بنویسید:

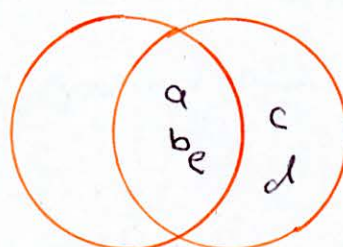
الف) درباره درستی و نادرستی یا بنویسید این دانش آموزان بگفت که برای درستی یا نادرستی آن ها دلیل بیاورید



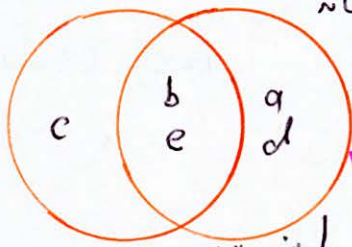
یا بنویسید ✓



یا بنویسید ✓



یا بنویسید ✗



یا بنویسید ✓

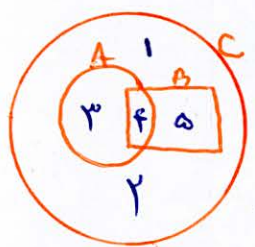
تنها یا بنویسید زها نادرست است چون $A \cap B = \{ b, e \}$ است در یا بنویسید زها اشتباه را (a, b, e) نمی برداره است

اداره فعالیت صفحه ۱۲ کتاب درسی

ب) آیا شما هم می‌توانید جواب درست دیگری به این سؤال بدهید؟ یا بیخ خود را تعریف کنید
 $A \cap B = \{b, e\}$ است این دو عضو بیلت همان فصلی در کتاب است ۳ عضو دیگر داریم که فردی می‌توانند
 در مجموعه A یا مجموعه B بروند بنابراین $2 \times 2 \times 2 = 8$ حالت برای جواب داریم.

۲- با توجه به اولین فعالیت این درس و وزن کلمات در تیم والیبال و فوتبال مجموعه‌های تطبیق دهید هر عضو کس
 عضو تیم والیبال باشد و بی عضو تیم فوتبال نباشد این مجموعه‌ها $F - V$ و $V - F$ می‌نامیم
 $F = \{\text{حسین و فرید و احسان و مسلمان و علی و رضا}\}$ $V = \{\text{سپان و کیوان و حسن و محمد و رضا و علی}\}$
 $F - V = \{\text{سپان و کیوان و حسن و محمد}\}$ $V - F = \{\text{مسلمان و احسان و فرید و حسین}\}$

مهندس فلاح
 b.fallah930@gmail.com



کار در درس صفحه ۱۳ کتاب درسی

۱- با توجه به ضوابط رو کدام عبارات درست کدام عبارات نادرست است

- الف) $A \subseteq C$ ✓
- ب) $B \subseteq C$ ✓
- ج) $C \subseteq (A \cup B)$ ✗ $A \cup B = \{3, 4, 5\}$
- د) $4 \notin (A \cap B)$ ✗ $C = \{1, 2, 3, 4, 5\}$
- ه) $2 \in (A \cup B)$ ✗
- و) $(A \cup B) \subseteq C$ ✓
- ز) $A \cup B = A$ ✗
- ح) $5 \in (A \cup B)$ ✓
- ط) $4 \in (A \cup B)$ ✓

۲- مجموعه شماره‌های صحتی عدد ۱۲ را A و مجموعه شماره‌های صحتی عدد ۱۸ را B بنامید ابتدا A و B را تطبیق
 و سپس به سوالات زیر پاسخ دهید.
 الف) مجموعه‌ای تطبیق دهید که هر عضداً آن، شماره ۱۸ باشد ولی شماره ۱۲ نباشد.

ب) مجموعه‌ای تطبیق دهید که عضدهای آن، هم شماره ۱۲ و هم شماره ۱۸ باشد.

$A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$ $B = \{1, 2, 3, 6, 9, 18\}$

الف) $A \setminus B = \{4, 6, 12\}$ ب) $A \cap B = \{1, 2, 3, 6\}$

۳- مجموعه‌های $(w - N)$, $(N - Z)$, $(Z - N)$ را تطبیق دهید.

$w - N = \{0\}$ $N - Z = \{\} = \emptyset$ $Z - N = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

تمرین صفحه ۱۴ کتاب درسی

۱- مجموعه $A = \{2, 4, 6, 8, 9\}$ و $B = \{1, 5, 7, 3, 9\}$ و $C = \{1, 7, 8, 10, 11\}$ را در نظر بگیرید. سبب هر یک از مجموعه‌های زیر را با عضوهایشان مشخص کنید.

الف) $A \cup B = \{2, 4, 6, 8, 9, 1, 5, 7, 3\}$ ب) $B \cup C = \{1, 5, 7, 3, 9, 8, 10, 11\}$

ج) $A \cup C = \{2, 4, 6, 8, 9, 1, 7, 10, 11\}$ د) $A \cap B = \{9\}$

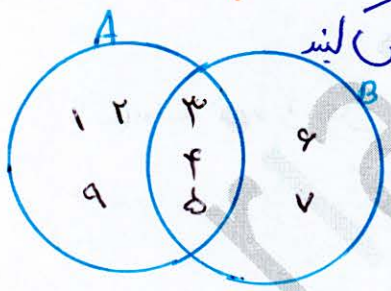
ه) $A - B = \{2, 4, 6, 8\}$ و) $C - B = \{1, 10, 11\}$

ز) $(A - C) \cup (B - C) = \{2, 4, 6, 9\} \cup \{5, 3, 9\} = \{2, 4, 6, 9, 3, 5\}$

ح) $(A \cup B) - C = \{2, 4, 6, 8, 9, 1, 5, 7, 3\} - \{1, 7, 8, 10, 11\} = \{2, 4, 6, 9, 5, 3\}$

ط) $A \cap A = A = \{2, 4, 6, 8, 9\}$ س) $A \cap \emptyset = \{\}$ ی) $B \cup B = B = \{1, 5, 7, 3, 9\}$

ث) $C \cup \emptyset = C = \{1, 7, 8, 10, 11\}$



۲- با توجه به نمودار زیر عبارات‌های درست را با \checkmark و نادرست را با \times مشخص کنید.

$A = \{1, 3, 4, 5, 9\}$
 $B = \{3, 4, 5, 6, 7\}$

الف) $B - A = \{6, 7\}$ \checkmark

ب) $(A - B) \cup (A \cap B) = A$ \times

$\{1, 2, 9\} \cup \{3, 4, 5\} \neq \{1, 2, 9, 3, 4, 5\}$

ج) $n(A - B) = n(B - A)$ (و) \times $A - B = B - A$ (ه) $n(A \cup B) = 8$ \checkmark (د)

$A - B = \{1, 2, 9\} = (B - A) = \{6, 7\}$ \leftarrow زمانی این رابطه برقرار است $A \cap B = \emptyset$

$\frac{n(A - B)}{3} \neq \frac{n(B - A)}{2}$

۳- المان‌ها و مجموعه‌های داده شده را در جاهای خالی قرار دهید.

الف) A و B اشتراک، اجتماع، زیرمجموعه $(A \cup B)$

ب) اشتراک دو مجموعه A و B زیرمجموعه $(A \cup B)$ است

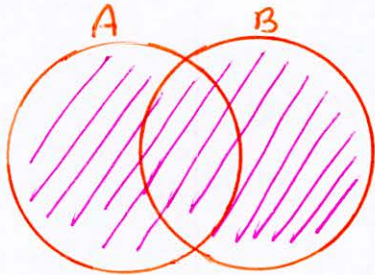
ب) اشتراک دو مجموعه زیرمجموعه اجتماع همان دو مجموعه است

ادامه تمرین صفحه ۴ کتاب درسی

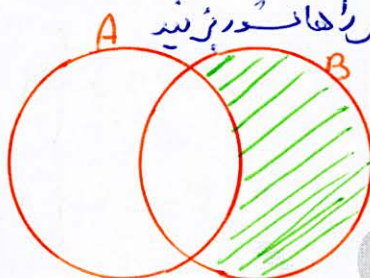
ج) اشتراک دو مجموعه A و B زیر مجموعه کتبی از دو مجموعه A و B است

و مجموعه $A - B$ زیر مجموعه مجموعه A است

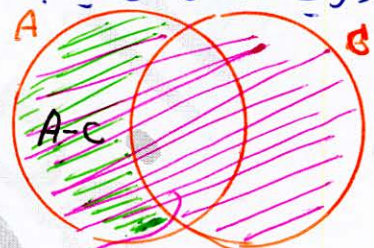
د) اشتراک دو مجموعه $(A \cap B)$ با مجموعه B مساوی است



$A \cup B$



$B - A$

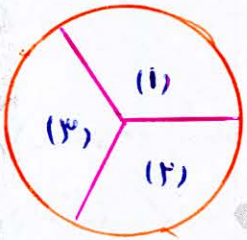


$(A - B) \cup B = A \cup B$

مهندس فلاح
b.fallah930@gmail.com

فصل ۱۶ کتاب درسی

۱- با توجه به چرخنده مقابل همه حالت های ممکن را در عقربه می تواند بایستد دعوی را نمایش دهد مجموعه S را با عضدهایش نمایش دهید و به سؤالات پاسخ دهید



$S = \{1, 2, 3\} \Rightarrow n(S) = 3$

الف) مانند نمونه برای هر مجموعه با بیان یک جمله یک پیشامد تعریف کنید

$A = \{3, 1\} \Rightarrow$ عقربه روی اعداد فرد بایستد $B = \{1, 2\} \Rightarrow$ عقربه روی اعداد زوجی کوچکتر از ۳ بایستد

$C = \{2, 3\} \Rightarrow$ عقربه روی اعداد اول بایستد $D = \{2\} \Rightarrow$ عقربه روی اعداد اول زوج بایستد

ب) کتبی از زیر مجموعه های S را بیاموزید تا بتوانید احتمال رخ دادن کتبی از پیشامدها را به دست آورید چه تعداد از این پیشامدها هم نمایش هستند؟

$P(A) = \frac{2}{3}$

$P(C) = \frac{2}{3}$

$P(B) = \frac{2}{3}$

$\Rightarrow P(A) = P(C) = P(B)$ هم نمایش هستند

$P(D) = \frac{1}{3}$

ج) همه زیر مجموعه های S را کتبی کنید

$S = \{ \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}, \{1, 2, 3\}, \emptyset \}$

کار در کتاب صفحه ۱۶ کتاب درسی

۱۰ کارت بیسبان با شماره های ۱ تا ۱۰ را داخل جعبه قرمزی دهیم و تصادفی یک کارت بیسبانی آوریم.
الف) مجموعه ای همه کارت های همان $S = \{۱, ۲, ۳, ۴, ۵, ۶, ۷, ۸, ۹, ۱۰\}$ است. بیسبان A را به این صورت ترتیبی لیست کنیم.
عدد بیسبانی کارت خارج شده از جعبه A باشد. مجموعه A را تکمیل کنید و احتمال رخ دادن بیسبان را بدست آورید.

$n(S) = 10$ $n(A) = 4$ $A = \{1, 2, 3, 4\}$

$P(A) = \frac{4}{10}$

ب) مجموعه بیسبانی ترتیبی لیست کنیم و احتمال رخ دادن آن بیسبان $\frac{4}{10}$ باشد.

احتمال اینکه عدد بیسبانی کارت عدد فرد کوچک تر از ۹ باشد.

$n(B) = 4 \rightarrow P(B) = \frac{4}{10}$

ج) اگر B بیسبان خارج شدن عدد اول و C بیسبان خارج شدن عدد زوج باشد مجموعه های B و C را تکمیل دهید و احتمال رخ دادن هر یک را بیسبان لیست کنید آیا بیسبانهای B و C همبستگی است؟ چرا؟

$B = \{2, 4, 6, 8\} \Rightarrow P(B) = \frac{4}{10} \Rightarrow P(B) \neq P(C)$ غیر همبستگی

$C = \{1, 3, 5, 7, 9\} \Rightarrow P(C) = \frac{5}{10}$

مهندس فلاح
b.fallah930@gmail.com

پرسش صفحه ۱۷ کتاب درسی

- اگر تاسی را بیسبازیم چند احتمال دارد؟
الف) عدد رو شده زوج باشد.
ب) عدد رو شده زوج و از ۲ بزرگتر باشد.
ج) عدد رو شده زوج و اول باشد.
د) عدد رو شده از ۳ بزرگتر باشد.
- $n(S) = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ $n(A) = \{2, 4, 6\} \Rightarrow P(A) = \frac{3}{6}$
 $n(B) = \{4, 6\} \Rightarrow P(B) = \frac{2}{6}$
 $n(C) = \{2\} \Rightarrow P(C) = \frac{1}{6}$
 $n(D) = \{1, 2\} \Rightarrow P(D) = \frac{2}{6}$

۲- اگر خانواده ای دارای سه فرزند باشد از آن مجموعه کارت های همان را تکمیل کنید. آیا بیسبانها احتمال دارد این خانواده را زنده بگذرانند؟

$S = \{(د د د) (د پ د) (پ د د) (د پ پ) (پ پ د) (پ پ پ) (پ د د) (د د د)\}$
 $n(S) = 2 \times 2 \times 2 = 8$
 $A = \{(د د د) (د پ د) (پ د د)\}$
 $P(A) = \frac{3}{8}$

فرزند سوم: د یا پ
فرزند دوم: د یا پ
فرزند اول: د یا پ

ادامه تمرین صفحه ۱۷ کتاب درسی

۳- در مجله ای ۳ دوره قرمز و ۴ دوره آبی و ۵ دوره سبز وجود دارد. اگر دوره را به تصادف از این مجله خارج کنیم چند احتمال دارد:

الف) این دوره آبی باشد؟ $n(S) = 5 + 4 + 3 = 12$ $n(A) = 4 \Rightarrow P(A) = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$

ب) این دوره سبز نباشد؟ $n(B') = 5 = \text{تعداد سبز} = 5 \Rightarrow P(B') = \frac{5}{12}$ $P(B) = \frac{12}{12} - \frac{5}{12} = \frac{7}{12}$

ج) این دوره قرمز یا سبز باشد؟ $\frac{3}{12} + \frac{5}{12} = \frac{8}{12} \Rightarrow$ احتمال سبز یا قرمز بودن $P(B) = \frac{7}{12}$

۴- اگر تاسی را دو بار پیاپی بزنیم (یا دو تاسی آبی را هم پیاپی بزنیم)، چند احتمال دارد؟

الف) تعداد بار، عدد اول رو شده. $A = \{(2,2) (2,3) (2,4) (2,5) (2,6) (3,2) (3,3) (3,4) (3,5) (3,6) (4,2) (4,3) (4,4) (4,5) (4,6) (5,2) (5,3) (5,4) (5,5) (5,6) (6,2) (6,3) (6,4) (6,5) (6,6)\}$
 $P(A) = \frac{9}{36} = \frac{1}{4}$

ب) $B = \{(1,1) (2,2) (3,3) (4,4) (5,5) (6,6)\}$

$P(B) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

مهندس فلاح
b.fallah930@gmail.com

ج) $C = \{(3,3) (6,6) (3,6) (6,3)\}$ $P(C) = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$

د) $D = \{(1,6) (6,1) (2,5) (5,2) (3,4) (4,3)\}$ $P(D) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$