

۱۳۱- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$x^2 + x = 1190 \Rightarrow x^2 + x - 1190 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (1)^2 - 4(1)(-1190) = 1 + 4760 = 4761$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(1) \pm \sqrt{4761}}{2(1)} = \frac{-1 \pm 69}{2} \Rightarrow \begin{cases} x = 34 \\ x = -35 \end{cases}$$

با در نظر گرفتن عدد ۳۴، مجموع ارقام برابر ۷ بدست خواهد آمد.

۱۳۲- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

حالت اول: رقم یکان عدد صفر باشد، که داریم،

$$\boxed{8} \times \boxed{9} \times \boxed{9} \times \boxed{1} = 648$$

حالت دوم: رقم یکان یکی از ارقام ۲، ۴، ۸ باشد، که داریم،

$$\boxed{8} \times \boxed{9} \times \boxed{9} \times \boxed{3} = 1944$$

اکنون با جمع تعداد این دو حالت عدد ۲۵۹۲ حاصل خواهد شد.

۱۳۳- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\frac{n(n+1)}{2} = 28n \Rightarrow n^2 + n = 56n \Rightarrow n^2 - 55n = 0 \Rightarrow n(n-55) = 0 \Rightarrow \begin{cases} n = 0 \\ n - 55 = 0 \Rightarrow n = 55 \end{cases}$$

۱۳۴- هیچکدام از گزینه‌ها صحیح نیست.

$$\overline{14ab} + 90 = \overline{ba41} \Rightarrow 1 \times 1000 + 4 \times 100 + a \times 10 + b + 90 = b \times 1000 + a \times 100 + 4 \times 10 + 1$$

$$\Rightarrow 1490 + 10a + b = 1000b + 100a + 41 \Rightarrow \boxed{999b + 90a = 1449} \quad I$$

با توجه به رابطه I می‌توان نتیجه گرفت که b باید برابر ۱ باشد؛ پس برای بدست آوردن a داریم،

$$999 \times (1) + 90a = 1449 \Rightarrow 90a = 450 \Rightarrow a = 5$$

پس سال تولد دانشمند ۱۴۵۱ است مجموع ارقام آن برابر ۱۱ می‌باشد؛ که با این جواب، هیچکدام از گزینه‌ها صحیح نمی‌باشد.

البته در کلید اولیه سازمان سنجش گزینه ۳ به عنوان پاسخ صحیح داده شده است!!! (شاید مد نظر طراح محترم مجموع دو رقم وسطی سال تولد دانشمند بوده است).

۱۳۵- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$1 - \frac{1}{25} = \frac{24}{25}$$

افرادی که اطلاع‌رسانی شده است برابر است با

$$\frac{1}{15} \times \frac{24}{25} = \frac{8}{125}$$

افرادی که اطلاع‌رسانی شده و شرکت نکرده‌اند برابر است با

پس برای رأی‌های تأثیرگذار داریم،

$$\left(\frac{24}{25} - \left(\frac{8}{125} + \frac{1}{56} \right) \right) \times 100 = 96 - 6/4 - 1/876 \approx 88\%$$

۱۳۶- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

۱۲ خرداد، روز ۷۴ سال $(2 \times 31 + 12 = 74)$ و ۱۶ آبان، روز ۲۳۲ سال $(6 \times 31 + 1 \times 30 + 16 = 232)$ می‌باشد. همچنین می‌دانیم اختلاف زمانی این دو تاریخ ۱۵۸ روز $(232 - 74 = 158)$ است و اگر ۱۵۸ را بر ۷ تقسیم نماییم برابر ۲۲ هفته و ۴ روز خواهد بود که پس از ۲۲ هفته دوباره پنجشنبه خواهد بود و چهار روز بعد مصادف است با روز دوشنبه.

۱۳۷- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

اگر X را زاویه (برحسب درجه) و Y را زمان (برحسب دقیقه) در نظر بگیریم، داریم،

$$\frac{30}{x} = \frac{60}{y} \Rightarrow \boxed{y = 2x} \quad \text{I}$$

رابطه برای عقربه ساعت‌شمار

$$\frac{360}{(120+x)+90} = \frac{60}{y} \Rightarrow \boxed{6y = x + 210} \quad \text{II}$$

رابطه برای عقربه دقیقه‌شمار

با توجه به دو رابطه I و II و حل دستگاه دو معادله و دو مجهول آن‌ها داریم،

$$\begin{cases} y = 2x \\ 6y = x + 210 \end{cases} \Rightarrow 6y = \frac{y}{2} + 210 \Rightarrow \frac{11}{2}y = 210 \Rightarrow y = \frac{420}{11} = 38 \frac{2}{11}$$

۱۳۸- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\overline{ab} = \sqrt{(a+b)} \Rightarrow 1 \cdot a + b = \sqrt{a+b} \Rightarrow 3a = 6b \Rightarrow a = 2b \Rightarrow \boxed{b = \frac{a}{2}} \quad \text{I}$$

با توجه به رابطه I و اینکه $1 \leq a \leq 9$ و $0 \leq b \leq 9$ و $a, b \in \mathbb{N}$ می‌توان نتیجه گرفت که a باید عددی زوج در محدوده ذکر شده باشد. یعنی a می‌تواند یکی از مقادیر ۲، ۴، ۶ و یا ۸ را داشته باشد و ۴ عدد ۲۱، ۴۲، ۶۳ و ۸۴ اعداد مدنظر هستند.

۱۳۹- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\overline{abc} = \overline{cba} + 396 \Rightarrow 100a + 10b + c = 100c + 10b + a + 396 \Rightarrow 99a - 99c = 396 \Rightarrow 99(a - c) = 396$$

$$\Rightarrow \boxed{a - c = 4} \quad \text{I}$$

با توجه به رابطه I و اینکه $1 \leq a \leq 9$ و $1 \leq c \leq 9$ و $a, c \in \mathbb{N}$ زوج مرتب‌های زیر را برای a و c می‌توان تعریف نمود،

$$(a, c) \rightarrow (5, 1), (6, 2), (7, 3), (8, 4), (9, 5)$$

و از اینکه عدد سه رقمی مضرب ۹ است داریم،

$$\overline{abc} = 9k ; k \in \mathbb{N} \Rightarrow \boxed{a + b + c = 9t ; t \in \mathbb{N}} \quad \text{II}$$

حال با استفاده از رابطه II و اعداد بدست آمده برای a و c و اینکه بیشترین عدد مفروض دارای رقم صدگان ۹ می‌باشد، می‌توان نوشت،

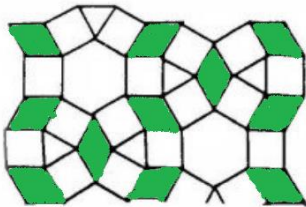
$$(9, 5) \rightarrow 9 + b + 5 = 9t \Rightarrow 14 + b = 9t \Rightarrow b = 4$$

۱۴۰- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$12 \times (2 \times 1) + 4 = 28$$

۱۴۱- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

با توجه به شکل مقابل، تعداد لوزی‌ها برابر ۱۱ می‌باشد.



۱۴۲- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$11 \times 4 - \left(\frac{1}{2} \times (3 \times 2 + 6 \times 1 + 5 \times 3 + 6 \times 1 + (8 + 6) \times 1) \right) = 44 - \frac{1}{2} \times 50 = 44 - 25 = 19$$

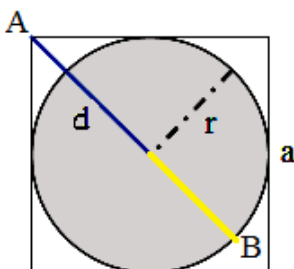
۱۴۳- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

با توجه به شکل مقابل بیشترین فاصله، از نقطه A تا نقطه B است. پس،

$$d + r = 2 \Rightarrow \frac{a}{2} \sqrt{2} + \frac{a}{2} = 2 \Rightarrow (\sqrt{2} + 1)a = 4 \Rightarrow a = \frac{4}{\sqrt{2} + 1}$$

حال عبارت بدست آمده را گویا می‌کنیم،

$$\frac{4}{\sqrt{2} + 1} \times \frac{\sqrt{2} - 1}{\sqrt{2} - 1} = \frac{4(\sqrt{2} - 1)}{2 - 1} = 4(\sqrt{2} - 1)$$



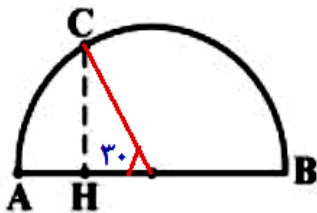
۱۴۴- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

می‌خواهیم ببینیم در یک مستطیل که طول آن به m و عرض آن به n واحد تقسیم و جدول‌بندی شده است، کلاً چند مستطیل (مربع هم نوعی مستطیل فرض می‌شود) وجود دارد؟

هر مستطیل کوچک در درون مستطیل اولیه از دو خط عمودی موازی که با دو خط افقی موازی برخورد کرده‌اند به وجود می‌آید. به طوری که هر دو خط موازی عمودی و دو خط موازی افقی تشکیل یک مستطیل منحصر به فرد را می‌دهد (یا به عبارت دیگر هر مستطیل کوچک از یک جفت خط افقی خاص و منحصر به فرد و یک جفت خط موازی عمودی خاص و منحصر به فرد تشکیل می‌شود) و هر مستطیل را جز با آن دو جفت خط نمی‌توان مشخص کرد. بنابراین تعداد کل مستطیل‌ها برابر است با تعداد انتخاب همزمان یک جفت خط عمودی و یک جفت خط افقی، که این تعداد برابر است با:

$$\binom{m+1}{2} \times \binom{n+1}{2} = \binom{4+1}{2} \times \binom{2+1}{2} = \binom{5}{2} \times \binom{3}{2} = \frac{5!}{(5-2)!2!} \times \frac{3!}{(3-2)!2!} = 10 \times 3 = 30$$

۱۴۵- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.



با توجه به شکل مقابل داریم،

$$CH = \frac{AB}{2} \sin 30^\circ \Rightarrow CH = \frac{4}{2} \times \frac{1}{2} = 2$$

۱۴۶- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$2 \times (29 + 24) - 4 = 2 \times 53 - 4 = 106 - 4 = 102$$

۱۴۷- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

تعداد صفرهای توخالی با دنباله زیر توصیف می‌گردد،

$$0, 2, 2, 2, 4, 2+4, 2+4+6, 2+4+6+8, 2+4+6+8+10, \dots$$

$$\Rightarrow 0, 2, 2, 6, 6, 10, 10, 18, 18, 30, \dots$$

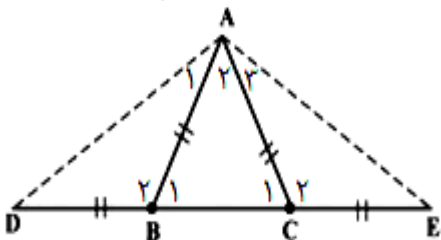
که جمله دهم این دنباله برابر ۳۰ می‌باشد.

۱۴۸- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

با توجه به شکل مقابل و اطلاعات سؤال داریم،

$$\hat{A}_r + \hat{B}_1 + \hat{C}_1 = 180^\circ \xrightarrow{\hat{B}_1 = \hat{C}_1, \hat{B}_1 = 2\hat{A}_r} \hat{A}_r + 2\hat{A}_r + 2\hat{A}_r = 180^\circ$$

$$\Rightarrow 5\hat{A}_r = 180^\circ \Rightarrow \hat{A}_r = 36^\circ \quad \text{I}$$



همچنین بنا به حالت (ض ز ض)، $\triangle ACE \cong \triangle ABD$ و داریم،

$$\hat{B}_1 = 2\hat{A}_r \Rightarrow \hat{B}_1 = 2 \times 36 = 72^\circ, \quad \hat{B}_r = 180^\circ - 72^\circ = 108^\circ$$

$$\hat{A}_1 + \hat{D} + 108^\circ = 180^\circ \xrightarrow{\hat{A}_1 = \hat{D}} \hat{A}_1 + \hat{A}_1 = 72^\circ \Rightarrow \hat{A}_1 = 36^\circ, \quad \hat{A}_r = \hat{A}_1 \Rightarrow \hat{A}_r = 36^\circ$$

$$\hat{A} = \hat{A}_1 + \hat{A}_r + \hat{A}_r = 36^\circ + 36^\circ + 36^\circ \Rightarrow \boxed{\hat{A} = 108^\circ} \quad \text{II}$$

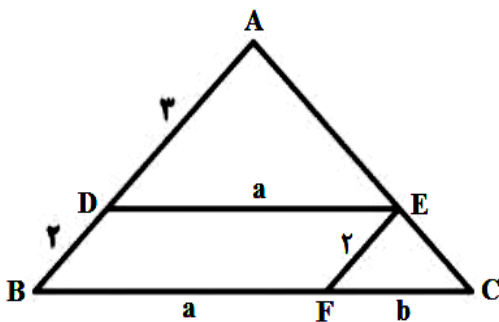
با استفاده از روابط I و II می توان نتیجه گرفت، $\hat{A} = 3\hat{A}_r$.

۱۴۹- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

چون BDEF متوازی الاضلاع است، $BD = EF, DE = BF$ و $BD \parallel EF, DE \parallel BF$.

همچنین می توان ثابت نمود که مثلث های $\triangle ABC$ و $\triangle ADE$ و $\triangle EFC$ متشابه هستند.

پس،



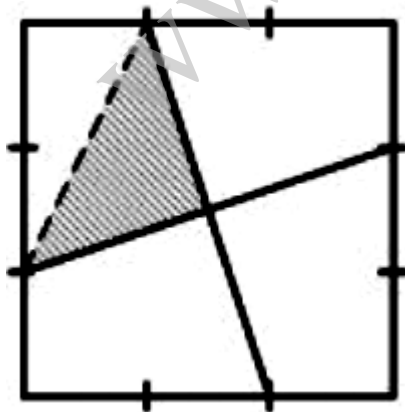
$$\frac{S_{ADE}}{S_{ABC}} = \left(\frac{r}{5}\right)^2 = \frac{9}{25}, \quad \frac{S_{EFC}}{S_{ADE}} = \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}$$

$$\Rightarrow \frac{S_{EFC}}{S_{ABC}} = \frac{S_{ADE}}{S_{ABC}} \times \frac{S_{EFC}}{S_{ADE}} = \frac{9}{25} \times \frac{4}{9} = \frac{4}{25}$$

$$\frac{S_{BDEF}}{S_{ABC}} = \frac{S_{ABC} - S_{ADE} - S_{EFC}}{S_{ABC}} = 1 - \frac{S_{ADE}}{S_{ABC}} - \frac{S_{EFC}}{S_{ABC}}$$

$$\Rightarrow \frac{S_{BDEF}}{S_{ABC}} = 1 - \frac{9}{25} - \frac{4}{25} = \frac{12}{25} \times 100 = 48\%$$

۱۵۰- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.



با توجه به شکل مقابل می توان دریافت که مربع به ۴ بخش مساوی تقسیم شده است و برای محاسبه مساحت قسمت سایه زده شده باید از مساحت یک چهارم مربع، مساحت مثلث گوشه را کم نماییم. پس،

$$\frac{S'}{S} = \frac{\frac{1}{4}a^2 - \frac{1}{2}\left(\frac{a}{3}\right)\left(\frac{2a}{3}\right)}{a^2} = \frac{\frac{1}{4}a^2 - \frac{1}{9}a^2}{a^2} = \frac{a^2\left(\frac{1}{4} - \frac{1}{9}\right)}{a^2} = \frac{1}{4} - \frac{1}{9} = \frac{5}{36}$$

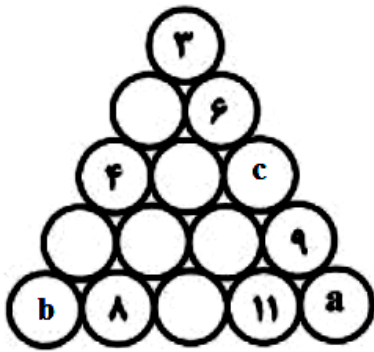
۱۵۱- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

می‌دانیم برای مجموع اعداد از ۱ تا n داریم،

$$1+2+3+\dots+n = \frac{n(n+1)}{2}$$

پس برای مجموع اعداد از ۱ تا ۱۵ خواهیم داشت،

$$1+2+3+\dots+15 = \frac{15(15+1)}{2} = 120$$



از شکل فوق در می‌یابیم که عناصر a و ۳ و b در جمع عناصر دو بار تکرار می‌شوند. پس، با توجه به رابطه فوق و اینکه مجموع اعداد روی هر ضلع ۳۴ می‌باشد، می‌توان نتیجه گرفت که،

$$(a+3+b) + 120 = 4 \times 34 \Rightarrow \boxed{a+b=13} \quad \text{I}$$

همچنین از عناصر روی ضلع سمت راست مثلث می‌توان نتیجه گرفت،

$$3+6+c+9+a = 34 \Rightarrow \boxed{a+c=16} \quad \text{II}$$

حالا حالت‌های مختلف موجود برای a به شکل زیر می‌باشد،

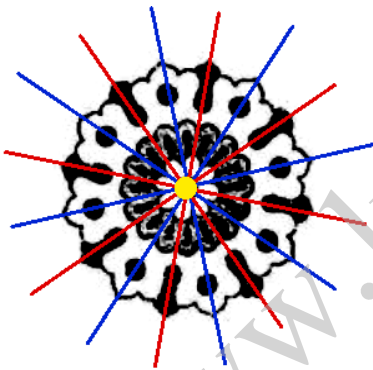
با در نظر گرفتن $a=2$ ، با توجه به رابطه I مقدار b برابر ۱۱ خواهد بود که به علت تکراری بودن غیر قابل قبول است.

با در نظر گرفتن $a=10$ ، با توجه به رابطه I مقدار b برابر ۳ خواهد بود که به علت تکراری بودن غیر قابل قبول است.

با در نظر گرفتن $a=12$ ، با توجه به رابطه II مقدار c برابر ۴ خواهد بود که به علت تکراری بودن غیر قابل قبول است.

۱۵۲- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

با توجه به شکل مقابل می‌توان دریافت که این شکل دارای ۸ محور تقارن (۴ خط آبی و ۴ خط قرمز) و یک مرکز تقارن (نقطه زرد) است.



۱۵۳- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

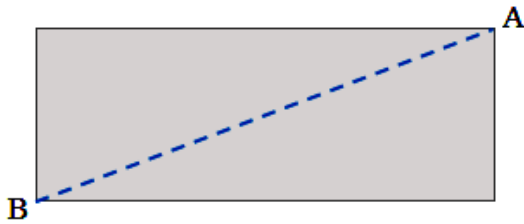
ابتدا حجم استوانه را محاسبه می‌کنیم،

$$V = \pi r^2 h \Rightarrow V = \pi(1)^2(2) = 2\pi \text{ (m}^3\text{)} = 2\pi \times 1000 \text{ (lit)} = 2000 \cdot \pi \text{ (lit)}$$

که در مدت ۴۰ دقیقه (۲۴۰۰ ثانیه) تخلیه می‌گردد. پس تناسب زیر برقرار است و داریم،

$$\frac{2000 \cdot \pi}{x} = \frac{2400}{1} \Rightarrow x = \frac{2000 \cdot \pi}{2400} = \frac{5\pi}{6} \xrightarrow{\pi \approx 3/14} x = \frac{15/7}{6} \approx 2/6 \text{ s}$$

۱۵۴- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.



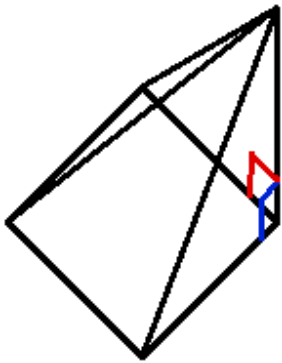
اگر استوانه را باز کنیم شکل مقابل حاصل خواهد شد، عرض این مستطیل همان ارتفاع استوانه (یعنی ۳ واحد) و طول آن از رابطه زیر

$$L = 2\pi r = 2\pi \left(\frac{4}{\pi} \right) = 8$$

بدست می آید،

پس شیب پاره خط AB برابر است با $\frac{3}{8}$.

۱۵۵- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.



با توجه به شکل مقابل، سطح هرم داده شده در سؤال تشکیل شده از مساحت یک مربع به ضلع واحد، دو مثلث به ارتفاع و قاعده واحد و دو مثلث به قاعده واحد و ارتفاع $\sqrt{2}$ برابر واحد. پس،

$$S = (1)^2 + 2 \left(\frac{1}{2} (1 \times 1) \right) + 2 \left(\frac{1}{2} (\sqrt{2} \times 1) \right) = 1 + 1 + \sqrt{2} = 2 + \sqrt{2}$$