

www.darvishkasa.blog.ir

بسم الله الرحمن الرحيم

جزوه درس سیستم های کنترل خطی

دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران جنوب

سال تحصیلی ۱۳۹۳-۱۳۹۴

استاد: زائری امیرانی

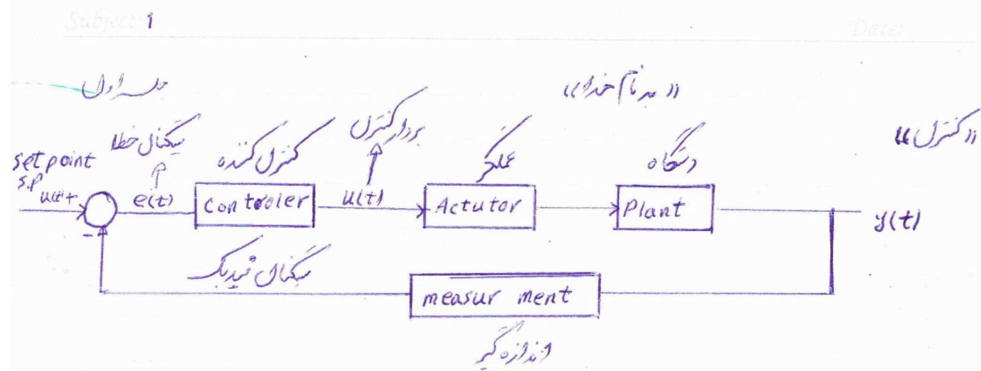
شماره دانشجویی: ۹۲۱۲۹۱۲۸۷۱

رشته مهندسی تکنولوژی الکترونیک

منبع جزوه شخصی استاد زائری

برگرفته از www.darvishkasa.blog.ir

تهیه و تنظیم: محسن درویش کسا



Plan: به مجموعه‌ای از مشخصات یا الزامات که در یک سیستم کار خاص، انجام می‌دهد، دستگاه یا Plant می‌گویند.

Process: به تغییری که در یک سیستم باید کنترل شود، فرایند یا پروسه می‌گویند.

کنترل کننده: واحدی است که با فراهم نمودن ورودی مناسب برای Plant، خروجی مناسب را تولید می‌کند.

عملگر (Actuator): واحدی است که با دریافت فرمان لازم از کنترل کننده، عمل تغییر کمیت در پروسه یا Plant انجام می‌دهد.

بروز اندازه‌گیری کمیت‌های پروسه، اندازه‌گیر یا measurement استفاده می‌شود.

بردار یا سیگنال کنترل: خروجی کنترل کننده است که جهت مطلوب کردن سیگنال خروجی به

سیگنال مرجع یا set point: سیگنالی است که نشان دهنده مطلوب در خروجی سیستم می‌باشد.

Pilavaran

Subject:

Date:

سیگنال فیدبک: خروجی اندازه گیر است که در جهت معایبه با ورودی اثر را کن استفاده می شود
 سیگنال خفا: تمام ورودی مرجع و سیگنال فیدبک بوده که جهت تصحیح یکسری کندی
 داده می شود.

سیستم های کنترلی:

1- حلقه بازده و خروجی فیدبک نداریم (مثل خمیره اندازیم)

و اثر کمی: اند، خروجی تأخیری بر سیگنال کنترلی کننده ندارد.

ب) در مثال اغتشاشات و نویز بسیار ضعیف عمل می کند

ج) احتیاج به طراحی بسیار دقیق دارد.

(بدون دلیل که سیگنال فیدبک نداریم)

2- حلقه بسته: و خروجی فیدبک داریم (مثل موتور)

ATI

LTV

1- خط

و خودموس Autonomus: دستهای غیر خطی Autonomus

صراحتاً در حادلات و ورودی شود

2- غیر خطی

non Autonomus: عکس بالا

soft

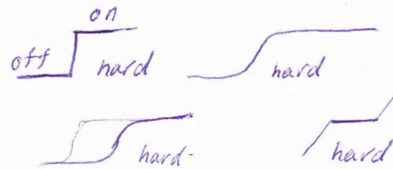
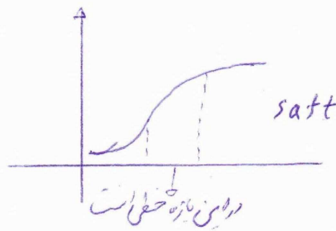
hard

Pilavaran

Subject: 2

Date:

نرم soft: غیر خطی که در دوطرف نقطه کار خود تغییرات نرمی داشته باشد. (قابلیت خطی شدن دارد)
 سخت hard: نرم غیر خطی که خارج از این توانمندی خطی گردد.



فصل دوم: مدل کردن سیستم های فیزیکی ۱

انواع حرکت: ۱- انتقالی: در راستای یک خط مستقیم حرکت می کند
 $\left. \begin{array}{l} x(t) \rightarrow 1 \\ v(t) \rightarrow 2 \\ a(t) \rightarrow 3 \\ F \rightarrow 4 \end{array} \right\}$
 2- دورانی: حول یک محور ثابت حرکت می کند
 $\left. \begin{array}{l} \theta(t) \rightarrow 1 \\ \omega(t) \rightarrow 2 \\ F \rightarrow 3 \end{array} \right\}$

اجزای حجم حرکت انتقالی:

۱) جرم (mass) $\xrightarrow{F}$ M $F = M \frac{d^2 x}{dt^2} \xrightarrow{1} F = M s^2 x(s)$

$$\Rightarrow \frac{x(s)}{F(s)} = \frac{1}{M s^2}$$

۲) فنر (spring) $\xrightarrow{F}$ k $F = kx \rightarrow \frac{x(s)}{F(s)} = \frac{1}{k}$

۳) میراکننده (friction box OR Damping) $\xrightarrow{F}$ B $F = B \cdot \frac{dx}{dt} \xrightarrow{1} \frac{x(s)}{F(s)} = \frac{1}{B s}$

@Pilevaran

۱) شخصی (عمان انیس) → 

$$T, j. \frac{\partial^2}{\partial t^2}$$

خاصیت و جسم و است که نزدیکی جنس حرکت دارد
از خود و غیر خودی کند.

2) τ 

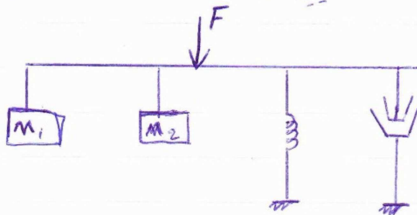
$$T = k\theta$$

3)  P Q R S

$$\tau = \beta \frac{d\theta}{dt}$$

نصیبی کی محاسن کی سری ۵

در این سینه‌ها عناصر کافیک، یک گونه‌ای هسته که تفسیر حکما آن‌ها یکسان بوده و نیز دین



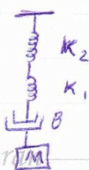
آکھا تقسیم میں شمول۔

$$F_2 [m_1 s^2 + m_2 s^2 + K + B s] X(s)$$

$$\frac{X(s)}{F(s)} = p$$

سیستمهای مکانیکی هوایی

در این سیستم نیروی اعمال شده بر تمامی اعضا یکسان بوده و تغییر مکان بین آنها تقسیم می شود



$$X(s) = \left(\frac{1}{ms^2} + \frac{1}{bs} + \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} \right) \cdot F$$

Subject 3

Date:

$$F \rightarrow V$$

$$sX(s) \rightarrow i$$

$$F \rightarrow F = ms^2 X(s) \Rightarrow \frac{F}{sX(s)} = ms \Rightarrow \frac{V}{i} = ms \rightarrow L = m$$

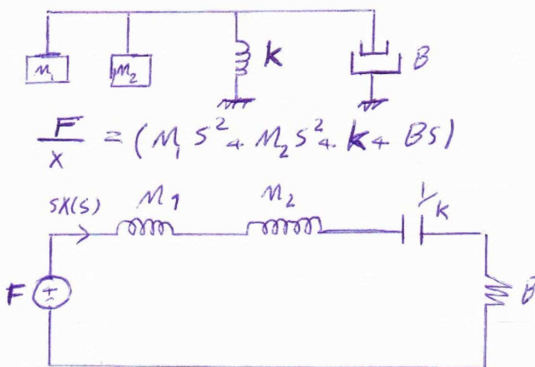
اندکشی L

$$F \rightarrow F = kX(s) \Rightarrow \frac{F}{sX(s)} = \frac{k}{s} \Rightarrow \text{خازن } C = \frac{1}{k}$$

$$F \rightarrow F = BSX(s) \Rightarrow \frac{F}{sX(s)} = B \Rightarrow R = B$$

مقاومت

مثال ۲



$$\frac{F}{X} = (m_1 s^2 + m_2 s^2 + k + Bs)$$

$$\frac{F}{X} = \frac{V}{i} = Z = m_1 s + m_2 s + \frac{k}{s} + B$$

اندکشی

۲- نمایش عکس: (روش اختصار)

$$F = i$$

$$sX = V$$

$$F \rightarrow F = ms^2 X \Rightarrow \frac{sX}{F} = \frac{V}{i} = Z = \frac{1}{ms} \quad \text{خازن } C = m$$

$$F \rightarrow F = kX \Rightarrow \frac{sX}{F} = \frac{s}{k} \quad \text{سلف } L = \frac{1}{k}$$

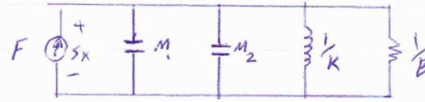
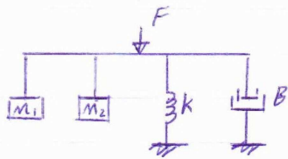
$$F \rightarrow F = BSX \Rightarrow \frac{sX}{F} = \frac{1}{B} \quad \text{مقاومت } R = \frac{1}{B} \quad B = G$$

رسانایی

Subject:

Date:

خالی

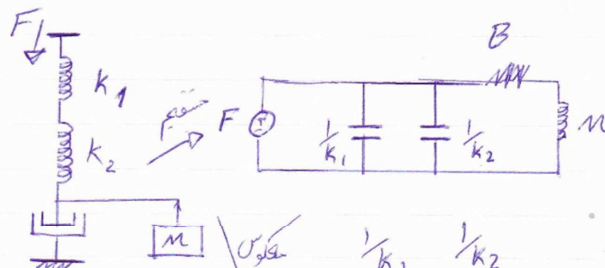
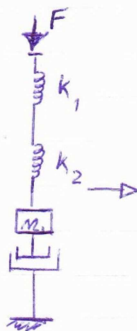


$$\frac{F}{s_x} = \frac{i}{v} = Y = (m_1 s + m_2 s + \frac{k}{s} + B)$$

↓
ارتعاش

نکته: اگر در چند عنصر مکانیکی مداری جری (n) وجود داشته باشد که آخرین عنصر نباشد.
در این صورت از نقطه‌ای که جرم وجود دارد یک شتاب گرفته و جرم را از آن نقطه با سایر اجزا بصورت

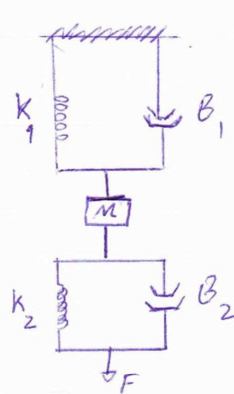
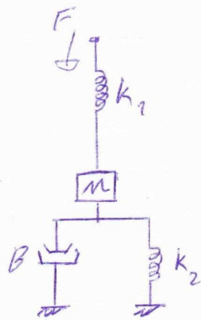
سری قرار می‌دهیم. ؟



Pilavaran

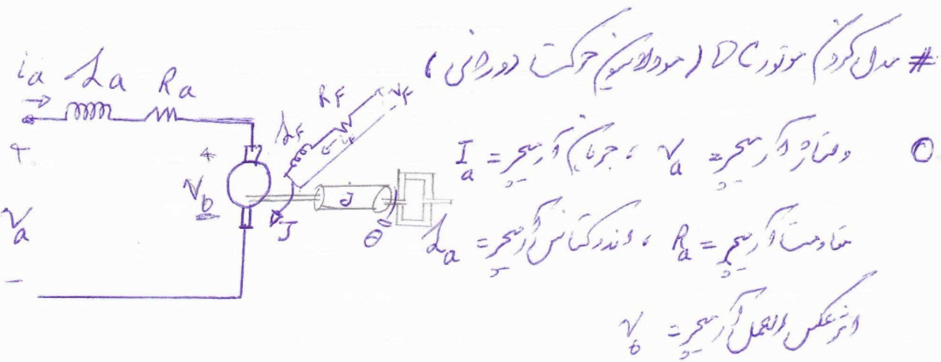
Subject: 4

Date:



تحرک

(از این قسمت در اینجا نمی آید)



$$* V_b \propto \omega \rightarrow V_b = K_b \omega$$

V_f = ولتاژ تحریک ، I_f = جریان تحریک ، R_f = مقاومت تحریک ، L_f = اندکثا تحریک

حالت اول:

کنترل میدان (یعنی موتور با کمترین توان در این حالت باید رابطه بین V_f و θ را بدست آوریم)

Pilavaran

Subject: _____

Date: _____

$$T \propto i_f \Rightarrow T = k_f i_f$$

$$V_F = \text{میان کن کنترل} \leftarrow i_a = \text{cte}$$

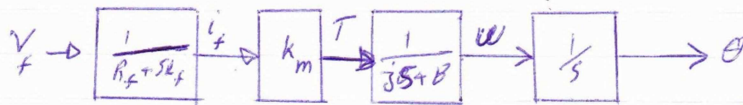
$$i_f = \frac{V_f}{R_f + sL_f}$$

$$T = k_f i_f$$

$$\Sigma T = J\alpha = J \frac{d^2\theta}{dt^2} = J \frac{d\omega}{dt} \rightarrow T - BW = J \frac{d\omega}{dt}$$

$$\Rightarrow T(s) = (Js + B) \Omega(s)$$

$$\frac{\Omega(s)}{T(s)} = \frac{1}{Js + B}$$



بلوک وینگرام کنترل موتور DC

Pilavaran _____

Subject: 5

Date:

8.5, 12, 15

1) به نام خنده

جبهه دوم؟

حالت کنترل در اینجا (در این حالت جبهه دوم) خنک و ثابت بوده و با فشار ورودی V_a و با مدار کنترل

1) $\rightarrow i_a = \frac{V_a - V_b}{R_c + sL_c}$ می شود.

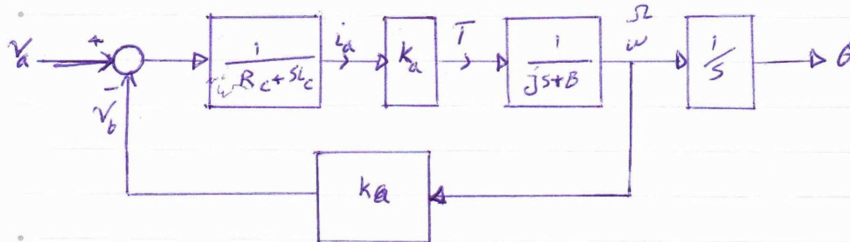
2) $\rightarrow T = K_a i_a$

3) $\rightarrow T = (Js + B) \Omega$

4) $\rightarrow V_b = K_b \omega$

5) $\rightarrow \omega(t) = \frac{JB(t)}{\delta(t)}$

$\Omega(s) = s \cdot d(s)$



چرخ دنده (Gear Train)

روابط زیر در مورد چرخ دنده ثابت می شود:

1- سانشن کردوی هر چرخ دنده طی می شود یکسان است

$$\frac{r_1}{r_2} = \frac{\theta_2}{\theta_1} \Leftrightarrow r_1 \theta_1 = r_2 \theta_2$$

Pilavaran

Subject:

Date:

2- تعداد دندانه‌های چرخ دنده با شیار هالی آن متناسب است $\frac{r_1}{r_2} = \frac{N_1}{N_2}$

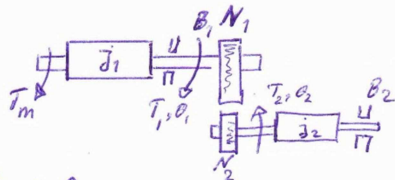
3- کاری هر چرخ دنده با شیار هالی آن متناسب است انجام می‌دهد باید یکدیگر را در راست

$$T_1 \theta_1 = T_2 \theta_2 \Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \frac{\theta_2}{\theta_1}$$

$$\boxed{\frac{T_1}{T_2} = \frac{r_1}{r_2} = \frac{N_1}{N_2} = \frac{\theta_2}{\theta_1}}$$

مثال ۵

بلوک دیاگرام محل زیر بر روی T_m در خروجی θ_2 رسم کنید.



$$\frac{N_1}{N_2} = n$$

$$\sum T = J \alpha = J \frac{d\omega}{dt}$$

$$1) \rightarrow T_m - T_1 - B_1 \Omega_1 = J_1 s \Omega_1$$

$$\Rightarrow T_m = T_1 + (J_1 s + B_1) \Omega_1$$

$$2) \frac{T_1}{T_2} = n \Rightarrow T_1 = n T_2$$

$$3) T_2 = (J_2 s + B_2) \Omega_2 \Rightarrow T_2 = (J_2 s + B_2) \cdot n \Omega_1$$

$$\text{Pisavaran } \frac{\theta_2}{\theta_1} = \frac{N_2}{N_1} = n \Rightarrow \theta_2 = n \theta_1, \Rightarrow \omega_2 = n \omega_1$$

Subject: 6

Date:

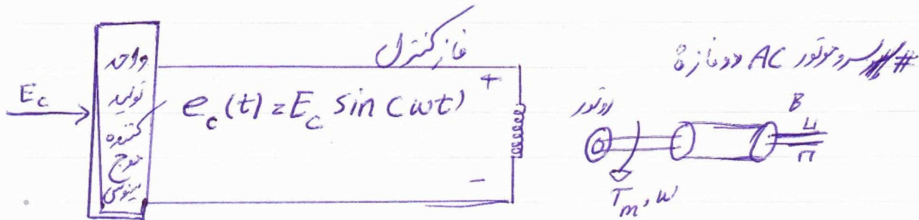
$$T_m = n^2(j_2 s + B_2) \Omega_1 + (j_1 s + B_1) \Omega_1$$

$$\rightarrow T_m = ((j_1 + n^2 j_2) s + (B_1 + n^2 B_2)) \Omega_1$$

$$T_m = (j_{eq} s + B_{eq}) \Omega \quad \checkmark \checkmark$$

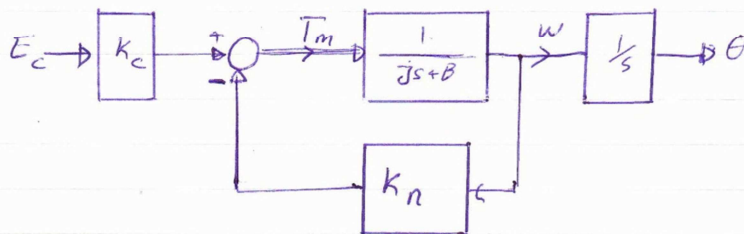


این مدل سازی نقطه در میان نرم افزار می آید



$$T_m = k_c E_c - k_n \Omega$$

فاز کنترل → + - - - - -
محلرم



Pilavaran

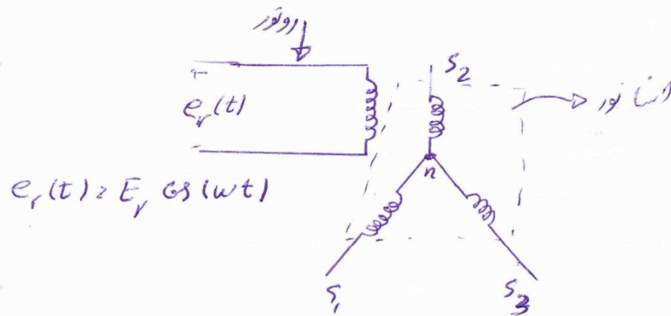
Subject:

Date:

سگروها: سگرو در اصل یک وسیله چرخان است که مطابق با اصول یک ترانسفورماتور

کاری کند و تمام وضعیت زواری و دینامیک را شناسایی کند

سگرو ترانسفورماتور



$$e_1(t) = E_1 \cos(\omega t)$$

در سگرو دارای سه سیم است که به یکدیگر متصل می‌باشند تا این داشته‌اند زواری بین آنها 120

است فرض کنید که هسته سگرو در حالت دایره ای است

$$e_{s_2}(t) = k E_1 \cos(\omega t)$$

$$e_{s_1}(t) = k E_1 \cos(\omega t) \cos(120)$$

$$e_{s_3}(t) = k E_1 \cos(\omega t) \cos(-120)$$

اگر زواری را بزرگتر از θ بیاوریم

$$e_{s_2}(t) = k E_2 \cos(\omega t) \cos \theta$$

$$e_{s_1}(t) = k E_2 \cos(\omega t) \cos(\theta + 120)$$

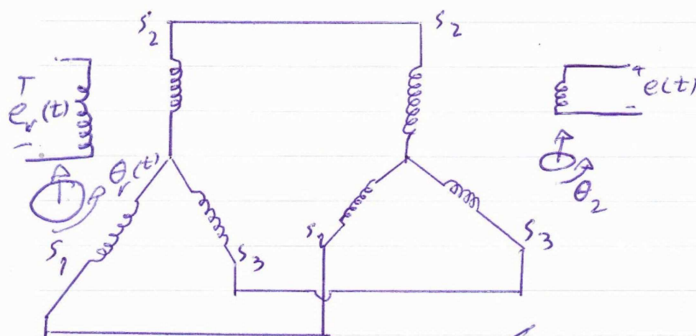
$$e_{s_3}(t) = k E_2 \cos(\omega t) \cos(\theta - 120)$$

Pilavaran

Subject: 7

Date:

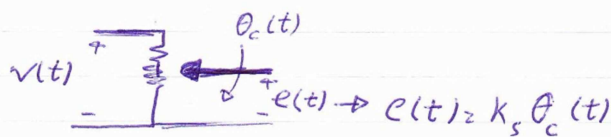
سگند تشخیص خطا



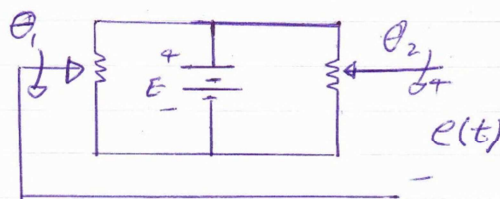
سگند تشخیص خطا علاوه بر اینکه مدل زاویه ایست یک ساینه گذره نیز است.

$$e(t) = k_s (\theta_1 - \theta_2)$$

له بجه سگند



* پیانوستر



$$e(t) = k_s (\theta_1 - \theta_2)$$

$$k_s = \frac{E}{2\pi N}$$

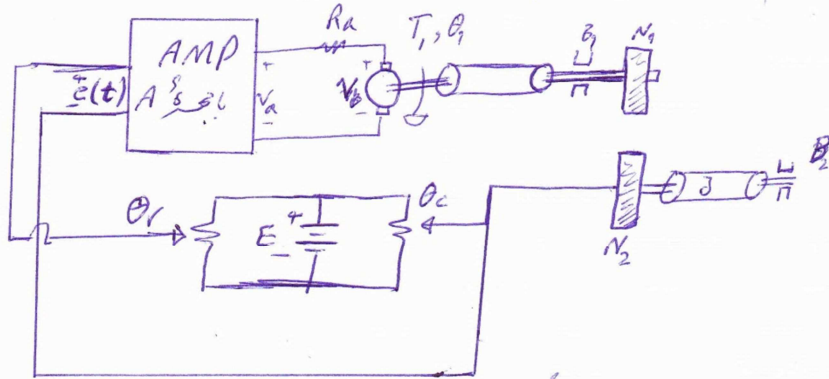
Pilavaran

Subject:

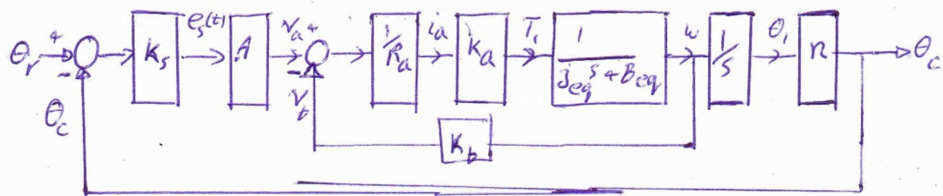
Date:

N پیرامون یک سنسور N دوری و جایابی کل برابر با $2\pi N$ خواهد بود

یک دینام در مدار به دور θ_r و خروجی θ_c و نسبت k_s دارد



ضریب عبور سنسور k_s



$$J_{eq} = J_1 + n^2 J_2$$

$$B_{eq} = B_1 + n^2 B_2$$

Pilavaran

Subject: 8

Date:

فصل سیم: منابع انتقال و گراف کدرنگی (SFG)

$$\begin{cases} X' = A_{n \times n} X_{n \times 1} + B_{n \times 1} U_{1 \times 1} \\ Y = C_{1 \times n} X_{n \times 1} + D_{1 \times 1} U_{1 \times 1} \end{cases}$$

متغیر حالت $X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}$

Matlab

$$\Rightarrow A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 4 & 3 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow \Rightarrow A = [1, 2, 3; 4, 5, 6; 4, 3, 2]$$

$$\Rightarrow B = [1 \ 2 \ 3] \Rightarrow \Rightarrow B = [1; 2 \ 3]$$

$$\Rightarrow C = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} \Rightarrow \Rightarrow C = [1; 2; 3]$$

$$\begin{cases} X' = AX + BU \\ Y = CX + DU \end{cases} \xrightarrow{\text{با فرض شرایط اولیه صفر}} \begin{cases} sX(s) = AX(s) + BU(s) \\ Y(s) = CX(s) + DU(s) \end{cases} \quad (2)$$

$$\Rightarrow (sI - A)X(s) = BU(s)$$

$$\Rightarrow X(s) = (sI - A)^{-1}BU(s) \quad (1)$$

$$\Rightarrow Y(s) = [C(sI - A)^{-1}B + D] \cdot U(s)$$

$$\Rightarrow T(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = C(sI - A)^{-1}B + D$$

Pilayaran

منبع انتقال

Subject:

Date:

>> A

matlab

>> B

>> C

>> D

>> [N D] = ss2tf(A, B, C, D) ⇒ درگاه‌های ورودی و خروجی
برابر N، ضرایب خروجی D است

$$T(s) = \frac{s^2 + 2s + 1}{s^2 + 4s + 1} = D \begin{cases} N = [1 \ 2 \ 1] \\ D = [1 \ 4 \ 1] \end{cases}$$

>> T = tf(N, D) ⇒ حوز کسری (نسبت)

>> help ss2tf

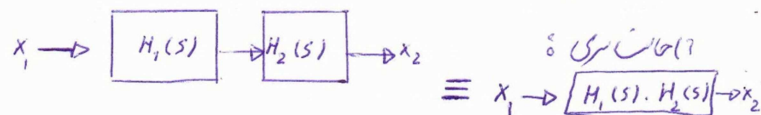
⇒ help دستور

شماره تابع و مثال زیر را با MATLAB درسی حساب کنید

$$x' = \begin{bmatrix} -5 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} u$$

$$y = [1 \ 0 \ 0] x$$

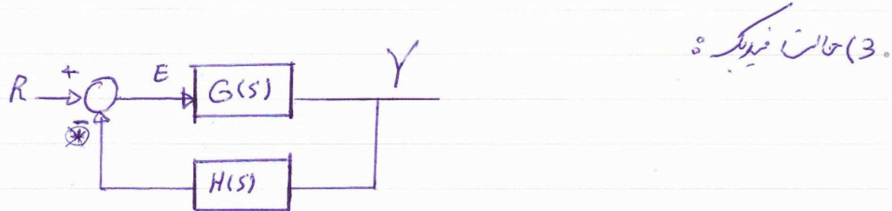
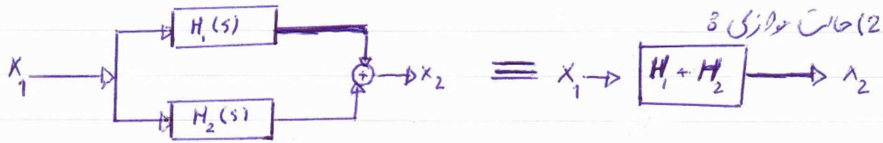
ترکیب توابع انتقالی



Pilavaran

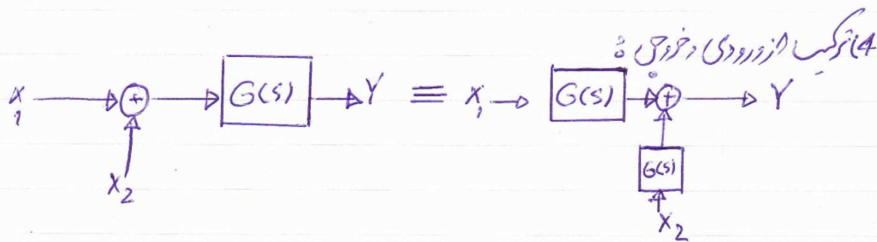
Subject: 9

Date:

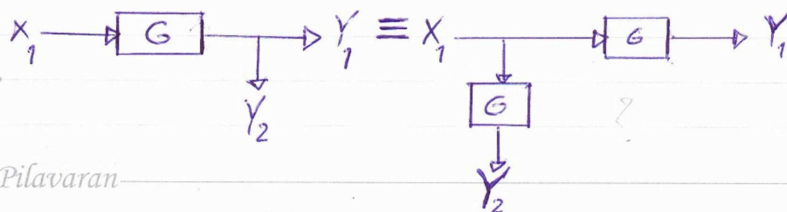


$$\left. \begin{array}{l} Y = G \cdot E \\ B = H \cdot Y \\ E = R - B \end{array} \right\} \rightarrow Y(s) = \frac{G(s)}{1 + G(s)H(s)} \cdot R(s)$$

$$\rightarrow T(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{G(s)}{1 + G(s)H(s)}$$



(5) تقاب از خروجی به ورودی :

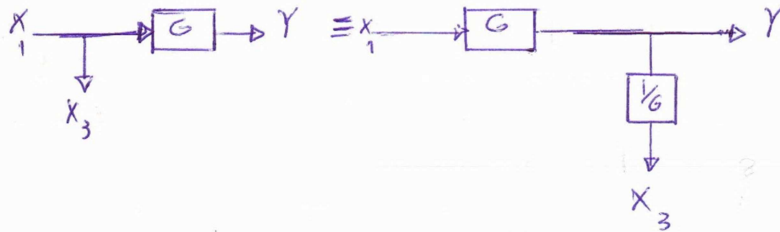


Pilavarani

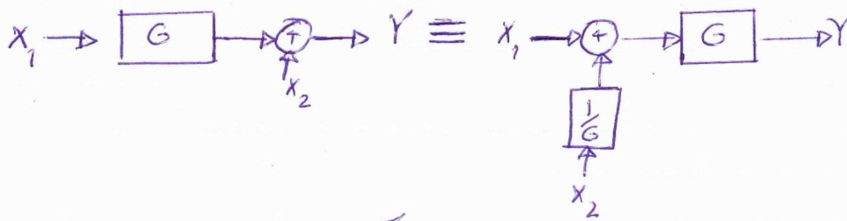
Subject:

Date:

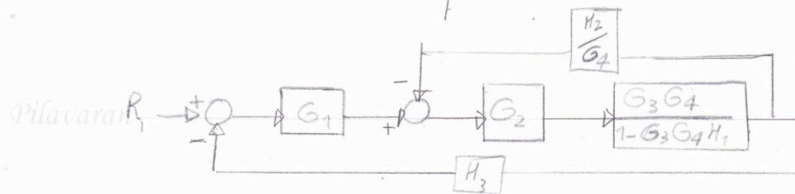
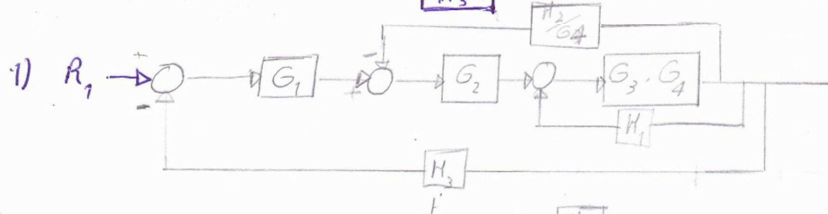
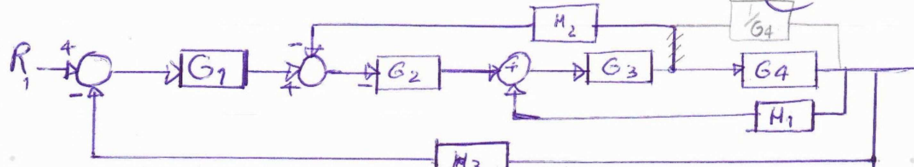
6) آشوب از ورودی به خروجی



7) ترکیب از خروجی به ورودی



مثال 5 تابع انتقال $T(s) = \frac{C(s)}{R(s)}$ را بدست آورید.

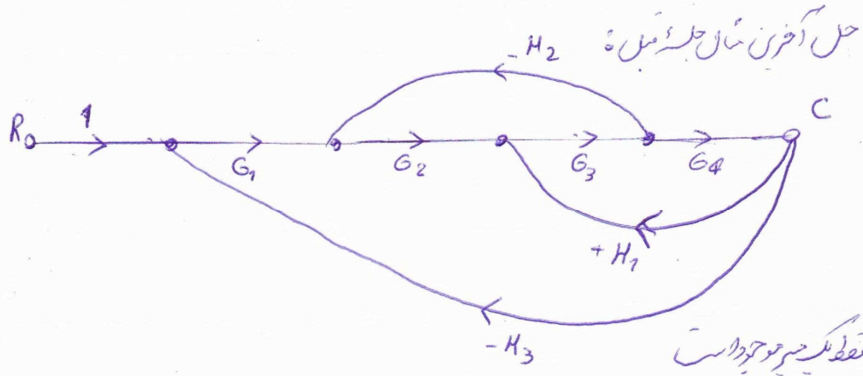


Subject 11

Date

Δk (همچون Δ) است شش سیر k از دایره حذف می‌شود.

$$C(X) \circ T_2 \frac{\theta}{\lambda} = \frac{P_i \Delta}{A} = \frac{P_i \times 1}{1 - (L_1)}$$



سیر $P_i = G_1 G_2 G_3 G_4$

$\Delta_k \circ \Delta_1 = 1$

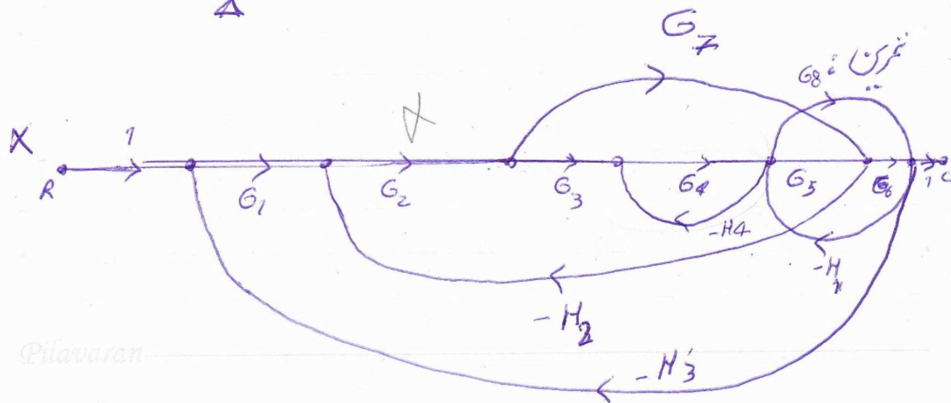
$L_1 = -G_1 G_2 G_3 G_4 H_3$

$L_2 = G_2 G_4 H_2$

$L_3 = -G_2 G_3 H_1$

$\Delta = 1 - (L_1 + L_2 + L_3)$

$T = \frac{P_i \Delta_1}{A}$



Pilavaran

Subject:

Date:

فصل چهارم: تحلیل سیستم‌های کنترل در حوزه زمان

برای پیدا کردن گشتی نسبت به سیستم رشارگان در حوزه زمان را باید تحلیل کنیم. اولین منظور ما اینست که سیستم را تحت یکخال تست (سیخال که زبون آن ورودی داریم)

(1) سیخال پله (2) سیخال شیب (3) سیخال سهمی

(1) سیخال پله $(r(t) = R \cdot u(t))$: ورودی پله‌ای که ناگهانی در ورودی ایجاد کاربرد زیادی دارد

(2) سیخال شیب $(r(t) = R \cdot t \cdot u(t))$: توانایی پاسخ سیستم را به ورودی‌هایی که تغییرات آن‌ها با زمان ثابت است را نشان می‌دهد.

(3) سیخال سهمی $(r(t) = R \cdot \frac{1}{2} t^2 \cdot u(t))$: توانایی پاسخ سیستم را به ورودی‌هایی که تغییرات آن‌ها با زمان ثابت است را نشان می‌دهد.

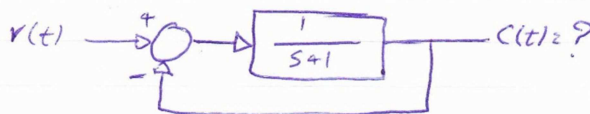
$$\frac{t^n}{n!} u(t) \rightarrow \frac{1}{s^{n+1}}$$

$$x(t) \rightarrow H(s) \rightarrow y(t)$$

$$Y(s) = H(s) \cdot X(s)$$

$$y(t) = x(t) * h(t)$$

* پاسخ سیستم را به ورودی $r(t) = a \cdot u(t)$ و $r(t) = a \cdot t \cdot u(t)$ بدست آورید (عوضی با MATLAB)



Pilavarani

Subject: 10

Date:

85, 12, 27

« برنامه خرد »

گراف گزینجانی:

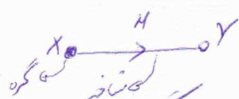
زمانی که عناصر گزینجانی (نود) یک کنترل زمان داشته باشند (از پیش (SFG) استفاده کنیم. SFG گراف

است که از تعدادی ساخته شده است. در درونی مجموعه تعدادی گره تشکیل شده است

گره (Node) حاوی است که درون گزینجانی موجود است.

ساخته (Link): سیستم حاوی دو گزینجانی را با استفاده از نامی بهم مجموعه ساخته نام و نشان

$$H(s) = \frac{Y(s)}{X(s)}$$



بین دو گزینجانی است.

ساخته جهت در دست جهت کن از گره در درون برگردن می باشد

گره ورودی (source): گره هایی که از آنجا فقط گزینجانی خارج می شود و گره ورودی می نامند.

گره خروجی (sink): گره هایی که به آنجا فقط گزینجانی ورودی می شود و گره خروجی می گویند.

مسیر (Path): مجموعه ساخته های که ارتباط بین یک گره و گره های دیگر را مشخص می کند.

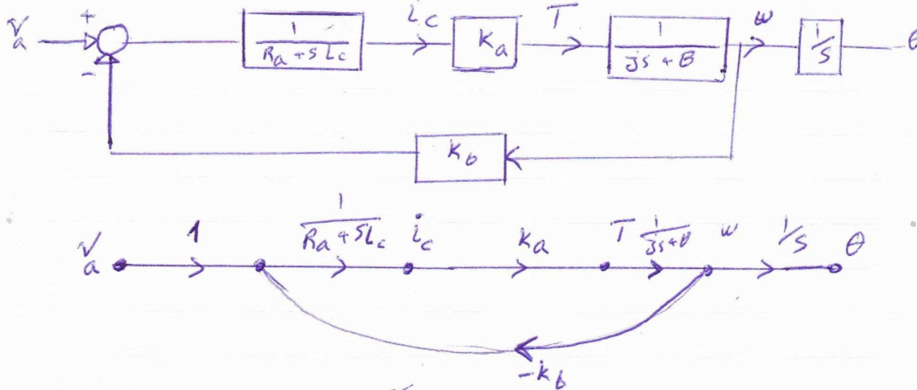
حلقه (Loop): مجموعه ساخته های که ارتباط یک گره با خودش را تشکیل می دهد.

در حلقه خروجی در حلقه زمانی از هم جدا اند که در هیچ گره یا ساخته ای مشترک نداشته باشند

Pilavaran

Subject:

Date:



$$T_{\text{تابع انتقال}} = \frac{\text{گروه خروجی}}{\text{گروه ورودی}} = \frac{\theta}{V_a}$$

$$P_1 = \frac{1}{R_a + sL_c} \times K_a \times \frac{1}{Js + B} \times \frac{1}{s}$$

$$L_1 = \frac{1}{R_a + sL_c} \times K_a \times \frac{1}{Js + B} \times -K_b$$

روش مسیحه: در حالت کلی تابع انتقال T_{ij} بین تغییرات ورودی x_i و تغییرات خروجی x_j

$$T_{ij} = \frac{x_j}{x_i} = \frac{\sum P_{ijk} \Delta_k}{\Delta}$$

P_{ijk} : مسیحه k امین مسیر بین x_i و x_j است

Δ : دترمینان گراف مانسین است که بصورت زیر تعریف می شود.

$$\Delta = 1 - \left(\text{مجموع حلقه های} \right) + \left(\text{مجموع حاصلضرب} \right) - \left(\text{مجموع حاصلضرب} \right) + \dots$$

$$\sum_{i=k}^n L_i \quad \sum L_i L_j \quad \sum L_i L_j L_k$$

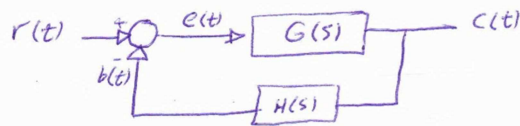
Pilavarani

Subject 12

Date

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G}{1+G} = \frac{1}{s+1} \rightarrow C(s) = ?$$

شکل خطاهای تارسیجی در یک سیستم بازخوردی را بکشید (e(t))



$$e(t) = r(t) - b(t)$$

$$\rightarrow E(s) = R(s) - B(s), \quad B(s) = H(s) \cdot C(s)$$

$$C(s) = \frac{G}{1+GH} \cdot R(s)$$

$$\Rightarrow E(s) = R(s) - \frac{HG}{1+GH} R(s)$$

$$\Rightarrow E(s) = R(s) \left(\frac{1}{1+HG} \right)$$

$$e_{ss} \triangleq \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sE(s)$$

$$= \lim_{s \rightarrow 0} \frac{sR(s)}{1+G(s)H(s)}$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sE(s)$$

یادآوری:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sE(s)$$

Pilavaran

Subject:

Date:

در مقلای تابع انتقال حلقه باز سیستم می نامند.

$$GH(s) = K \frac{(1 + T_1 s)(1 + T_2 s) \dots (1 + T_m s)}{s^P (1 + P_1 s)(1 + P_2 s) \dots (1 + P_n s)} = \frac{\prod_{i=1}^m (1 + T_i s)}{\prod_{i=1}^n (1 + P_i s)}$$

$$GH(s) = K \frac{\prod_{i=1}^m (1 + T_i s)}{s^P \prod_{j=1}^n (1 + K_j s)}$$

صفرهای تابع انتقال اگر صورت تابع انتقال را برابر با مخرج قرار دهیم صفرهای تابع انتقال بدست می آید.

$$-\frac{1}{T_i}$$

قطبهای تابع انتقال عبارتند از (s) که مخرج را صفر می کند $-\frac{1}{K_j}$

درجه سیستم: عدد در کسرها درجه سیستم گویند (P+n)

نوع سیستم (Type system): مرتبه (s) در مخرج تابع انتقال را type سیستم گویند.

$$G(s) = \frac{2(1 + s_2)(1 + s_6)}{s^2(1 + s_{10})(1 + s_3)(1 + s_4)}$$

$$\text{صفر} \rightarrow 0, 0, -10, -3, -4$$

$$\text{مرتبه} \rightarrow 5$$

$$\text{نوع} \rightarrow 2$$

$$\text{صفر} \rightarrow -2, -6$$

$$e_{ss}(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sE(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{sR(s)}{1 + G(s)H(s)}$$

Pilavaran

Subject: 13

Date:

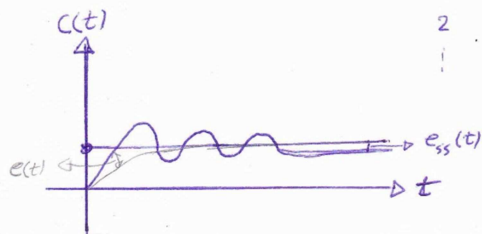
(1) خطای حالت ماندگار بر روی $\frac{1}{s}$ $R(s) = \frac{R}{s} \leftarrow r(t) = R u(t)$

مستقر می شود $\rightarrow e_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{sR}{1+G(s)H(s)} = \frac{R}{K_p}$

$K_p \equiv \lim_{s \rightarrow 0} (1+G(s)H(s))$

ثابت خطای پله

type	K_p	e_{ss}
0	$1+k$	$\frac{R}{1+k}$
1	∞	0
2	∞	0
...	...	...



(2) خطای حالت ماندگار بر روی $\frac{1}{s^2}$

$r(t) = R \cdot t u(t) \rightarrow R(s) = \frac{R}{s^2}$

$e_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s \cdot R(s)}{1+G(s)H(s)} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{R}{s(1+G(s)H(s))}$

$\lim_{s \rightarrow 0} \frac{R}{sG(s)H(s)} \equiv \frac{R}{K_v}$

$K_v \equiv \lim_{s \rightarrow 0} sG(s)H(s)$

type	K_v	e_{ss}
0	0	∞
1	k	$\frac{R}{k}$
2	∞	0
3	∞	0

Pilavarani

Subject:

Date:

حد اولی و نالینکراسی که نیاز است تا $(e_{ss} \rightarrow 0)$

خطای حالت ماندگار در ورودی پله‌ای $\rightarrow R(s) = \frac{R}{s^3}$ $u(t) \rightarrow R(s) = \frac{R}{s^3}$

$$e_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s \cdot R(s)}{1 + G(s)H(s)} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{R}{s^2(1 + G(s)H(s))} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{R}{s^2 G(s)H(s)}$$

$$\triangleq \frac{R}{k_a}$$

$$k_a \triangleq \lim_{s \rightarrow 0} s^2 G(s)H(s)$$

type	k_a	e_{ss}
0	0	∞
1	0	∞
2	k	$\frac{R}{k}$
3	∞	0

نکات: 1) ثابت‌های خطای بدست آمده زمانی در تحلیل خطاها دارد که ورودی پله‌ای باشد.

پله‌ای باشد.

2) رابطه بدست آمده فقط در مورد بلوک دیفرانسیل کسره شده درست است وگرنه باید ابتدا $e(t)$ بعد e_{ss}

$$e_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} s E(s) \quad \text{رابطه بدست آمده در مورد رابطه}$$

Pilavaran

Subject | 34

Date

3) اگر ورودی ترکیبی خطی از سه ورودی گرفته شده باشد، به سادگی و با جمع آثار هر کدام خطای حالت ماندگار را حساب کرد.

4) توجه کنید قضیه مقدار محالی و تعالی به کاری در در که $SE(s)$ هیچ قطبی در سمت راست محور موهومی یا بر روی محور موهومی نداشته باشد لذا برای ورودی های $\sin$ نمی توان قضیه را کار برد و باید در حوزه زمان و با استفاده از کانولوشن خطا را بدست آورد.

$$\sin a \rightarrow \frac{a}{s^2 + a^2} \Rightarrow s = \pm ja$$

$$G(s) = \frac{k}{s+1}$$

$$H(s) = 1$$

نکته: $\begin{cases} \text{در روی خط} \\ \text{در روی خط} \\ \text{در روی خط} \end{cases}$
 (البته در رسم و محاسبه MATLAB هم کار را بدست آورد)

X

$$r(t) = \sin(2t) \rightarrow e_{ss} = ?$$

85, 12, 22

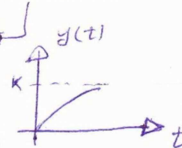
((به نام خدا))

$$T \dot{y} + y = kx ; x = u(t)$$

اول

$$\rightarrow T(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{k}{1 + Ts}$$

$$y(t) = k(1 - e^{-\frac{t}{T}})u(t)$$



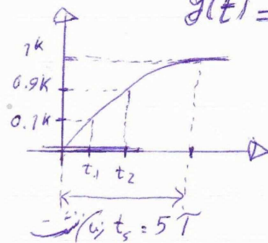
Pilavaran

Subject:

Date:

زمان مورد نیاز به جبر است زمانی که طول می کشد تا پاسخ سیستم از ۱۰٪ مقدار پایایی به ۹۰٪ مقدار پایایی برسد.

$$y(t) = k(1 - e^{-\frac{t}{T}}) u(t) \quad (\text{زمان مورد نیاز به جبر است})$$



$$y(t_1) = 0.9k = k(1 - e^{-\frac{t_1}{T}}) \rightarrow 0.9 = e^{-\frac{t_1}{T}}$$

$$y(t_2) = 0.1k = k(1 - e^{-\frac{t_2}{T}}) \rightarrow 0.1 = e^{-\frac{t_2}{T}}$$

$$\Rightarrow 9 = e^{\frac{t_2 - t_1}{T}} = e^{\frac{t_r}{T}}$$

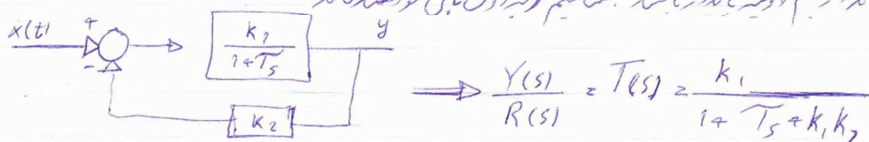
$$\ln 9 = \frac{t_r}{T} \Rightarrow t_r = 2.2 T$$

همین مشخصه سیستم های مرتبه اول زمان مورد نیاز باشد چون این سیستم ها در حالت پایداری هستند.
اثبات سیستم های کنونی هستند.

نکات: ۱) اگر سیستم مرتبه اول اگر پایداری باشد با تغییر مرتبه سیستم پایداری است.

۲) اگر یک سیستم مرتبه اول را در یک حلقه کنونی یا حلقه باز یک ثابت مرکز در حلقه سیستم حلقه بسته کلی باید از خواص

عائد اگر سیستم اول پایداری باشد ضرایب سیستم مرتبه اول باقی خواهد ماند



$$\frac{k_1}{1 + k_1 k_2} = \frac{\hat{k}}{1 + \hat{T}s} \quad \boxed{\hat{k} = \frac{k_1}{1 + k_1 k_2}}$$

Pilavaran

Subject: 15

Date:

$$\hat{T} = \frac{T}{1+k_1 k_2}$$

بررسی پاسخ سیستم مرتبه 2

$$y''(t) + 2\zeta \omega_n y'(t) + \omega_n^2 y(t) = \omega_n^2 u(t);$$

$$\Rightarrow T(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta \omega_n s + \omega_n^2}$$

$$y(t) = y_h + y_p = 1 + y_h(t) = ?$$

ω_n = فرکانس طبیعی / نوساندهای سیستم

$$p^2 + 2\zeta \omega_n p + \omega_n^2 = 0$$

ζ = ضریب میرایی

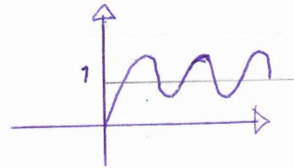
$$p_{1,2} = -\zeta \omega_n \pm \omega_n \sqrt{\zeta^2 - 1}$$

$$y_h = k_1 e^{p_1 t} + k_2 e^{p_2 t}$$

$\zeta = 0 \Rightarrow$ حالت اول $\rightarrow p_{1,2} = \pm j \omega_n$

$$\rightarrow y_h(t) = A \sin(\omega_n t + \phi)$$

$$y(t) = 1 + A \sin(\omega_n t + \phi)$$



حالت دوم $\rightarrow 0 < \zeta < 1$: حالت دوم

$$\rightarrow p_{1,2} = -\zeta \omega_n \pm j \omega_n \sqrt{1 - \zeta^2} = -\zeta \omega_n \pm j \omega_d \rightarrow \text{فرکانس طبیعی میرانشده سیستم}$$

$$\tan(\phi) = \frac{\omega_n \sqrt{1 - \zeta^2}}{\zeta \omega_n} = \frac{\sqrt{1 - \zeta^2}}{\zeta}$$

Elavaran

Subject:

Date:

$$y_h = k_1 e^{p_1 t} + k_2 e^{p_2 t} = e^{-\zeta \omega_n t} (k_1 e^{j \omega_d t} + k_2 e^{-j \omega_d t}) = e^{-\zeta \omega_n t} A \sin(\omega_d t + \phi)$$

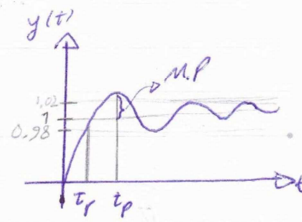
$$y(t) = 1 + A e^{-\zeta \omega_n t} \sin(\omega_d t + \phi)$$

$$y(0) = 0 \rightarrow A = \frac{-1}{\sin(\phi)}$$

$$\Rightarrow \sin(\phi) = \frac{\omega_n \sqrt{1-\zeta^2}}{\omega_d} = \sqrt{1-\zeta^2}$$

$$\cos(\phi) = \zeta$$

$$y(t) = 1 - \frac{e^{-\zeta \omega_n t}}{\sqrt{1-\zeta^2}} \sin(\omega_d t + \phi), t \geq 0$$



زمان صعود (t_r) و مدت زمانی که طول می کشد تا پاسخ برای اولین بار به پاسخ حالتی خود برسد.

$$y(t_r) = 1 \rightarrow t_r = \frac{\pi - \phi}{\omega_d}$$

زمان سک (t_p) زمانی است که در آن لحظه پاسخ به بیشترین مقدار خود می رسد.

$$y'(t) = 0 \rightarrow t_p = \frac{\pi}{\omega_d}$$

بالا زدگی (over shoot یا کمتر یک M.P.) اختلاف پاسخ در زمان P از مقدار حالتی

$$M.P. = y(t_p) - y(\infty) = e^{-\pi \zeta t(\phi)}$$

پاسخ رد M.P. می کنند.

زمان نشست t_s زمانی است که پاسخ به درون ناحیه مجزیه 2٪ یا 5٪ می رسد.

$$\rightarrow \begin{cases} 1.2 \rightarrow t_s = \frac{4}{\zeta \omega_n} \\ 1.5 \rightarrow t_s = \frac{3}{\zeta \omega_n} \end{cases}$$

Pilavaran

حالتی خود را نگه دارد.

Subject: 16

Date:

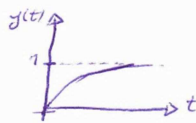
نکته ۱: در حالت زیر میرا (هر چند در ضریب میرایی کاهش باید میدادیم) بالا زدگی (افزایش) باید (که خوب نیست)

ولی به کم می شود $\leftarrow$ سرعت زیاد می شود.

۲) اگر در سیستم حدود نظر سرعت کمتر از دقت در ضریب میرایی کمتر از یک مناسب باشد

حالت سوم: $\zeta = 1$ حالت میرایی بحرانی

$$\rightarrow p_{1,2} = -\omega_n \rightarrow y_n(t) = (k_1 + k_2 t) e^{-\omega_n t}$$



نکته ۳: در $\zeta = 1$ بهترین حالت است زیرا علاوه بر زیاد شدن بالا زدگی سرعت مناسب هم داریم

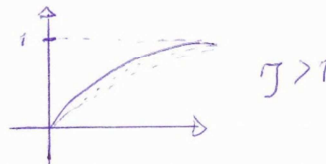
$$\rightarrow p_{1,2} = -\zeta \omega_n \pm \omega_n \sqrt{\zeta^2 - 1}$$

حالت چهارم: در $\zeta > 1$ حالت فوق میرا

۲.۴ ریشه حقیقی و منفی

$$\rightarrow y(t) = k_1 e^{p_1 t} + k_2 e^{p_2 t}$$

$$y(t) = 1 + k_1 e^{\xi_1 t} + k_2 e^{\xi_2 t}$$



سیستمهای حلقی دقیق دارای ندرم در حالت فوق میرا در برابر ضریب میرایی کمی متغیر از ۱ طراحی کرد.

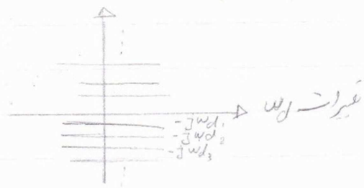
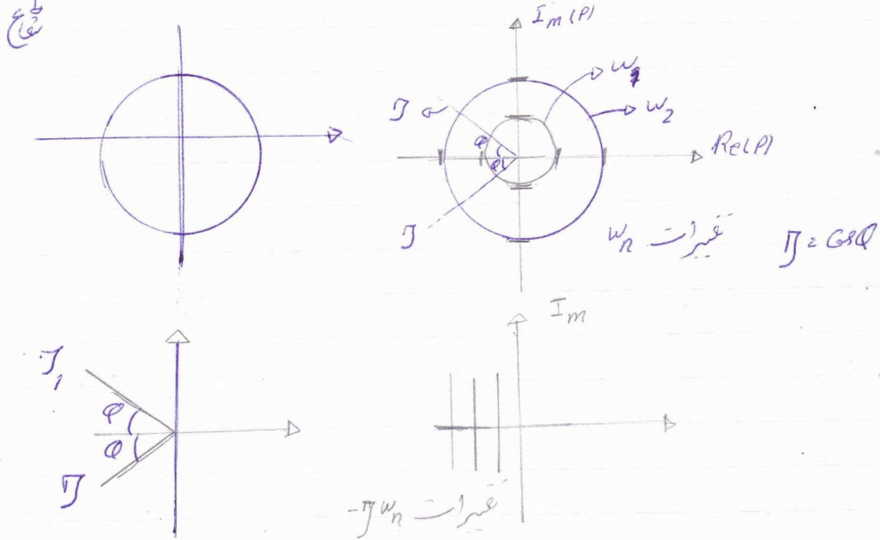
$$p_{1,2} = -\zeta \omega_n \pm j \omega_d = \zeta \omega_n \pm j \omega_n \sqrt{1 - \zeta^2}$$

Pilavaran

Subject:

Date:

$$r = \sqrt{(\zeta \omega_n)^2 + \omega_n^2 (1 - \zeta^2)} = \omega_n$$

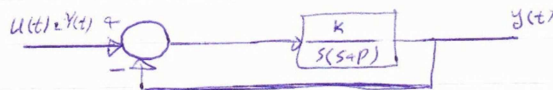


مشار K, P, و (ج) غیر کند

نسبت $M.P \leq 5\%$

تایم $t_s \leq 4 \text{ sec}$ تا 2٪

ج. کنترل کننده



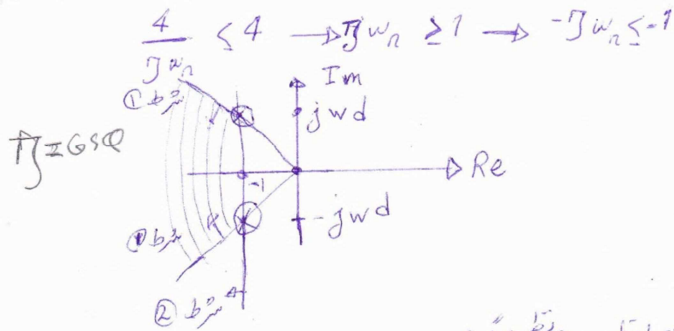
Pilavaran

Subject 17

Date:

$$M.p_2 e^{-\pi \cdot G \pm (\omega)} \leq 0.5 \quad (\text{الف})$$

$$\rightarrow \omega < \frac{\pi}{4} \rightarrow \gamma = G \pm (\omega) > \frac{\sqrt{2}}{2}$$



عمر

$$H = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$

$$w_n = 2$$

$$J = 0, 0.2, 0.6, 0.8, 0.9$$

1, 1.1, 1.2, 1.3

باسمہ علیہ

.86, 1, 21

جلد ۹، شمارہ ۱

(۱) تمام خدا

۱۰ سینه‌های مزبور بالا تره برای دین قبل سینه‌ها اگر مقدار باشد که آنها را در سینه‌های ارتش در دم تبدیل می کنیم
۱۱ مرتبه سله ۱۰ اگر حاصله بعضی از قطبها از عرض حقیق برابر است که چنانچه از حاصله سایر قطبها باشد در این صورت این
قطب را قطب سله و دیگر گرفت و از اثر سایر قطبها صرف نظر کرد و عیار که چنانچه حاصله بدست طراح جنگی دارد
معمولا برای دقت بالا از نسبت ۱۵ و دقتهای کمتر نداشت و در نظر گرفته می شود.

$$|Re\{\text{سایر قطبها}\}| > \begin{cases} \text{رقعت کمتر} & 5 |Re\{\text{قطب بالا}\}| \\ \text{رقعت بالا} & 10 |Re\{\text{قطب بالا}\}| \end{cases}$$

$$e^{x/2} \cdot G(s) = \frac{1}{(s^2 + 2js + 1)(s + 1)}$$

Pilavarani

Subject: 18

Date:

$$\left| \frac{F_1}{A} \right| > \begin{cases} 10 \text{ } \gamma \\ 5 \text{ } \gamma \end{cases}$$

فصل 5:

پایداری سیستم‌های کنترلی: تعریف پایداری سیستم‌های خطی و غیر خطی و تغییرپذیری پایداری

مهم‌ترین نکات که مباحث پایداری را شامل می‌شود در این فصل بررسی می‌کنیم

۱- پایداری جانبی
۲- پایداری عرضی (حاشیه‌ای)
۳- ناپایداری

۱- پایداری جانبی: اگر خروجی ناشی از شرایط اولیه ورودی صفر باشد و در این صورت سیستم پایداری جانبی گویند.

۲- پایداری عرضی: اگر برای برخی از شرایط اولیه ورودی صفر نشود و در این حالت به برای هیچ شرط اولیه ورودی صفر

نشود در این صورت سیستم را ناپایدار عرضی گویند

۳- ناپایداری: اگر برای برخی از شرایط اولیه ورودی صفر نشود سیستم ناپایدار است.

* حالت صفر: پایداری جانبی
ناپایداری حاشیه‌ای
ناپایداری

پایداری جانبی: چنانچه برای ورودی صفر خروجی صفر گردد.

Pilavaran

Subject:

Date:

پایداری حاشیه‌ای: چنانچه برای برخی ورودی‌ها (این ورودی‌ها ممکن است طبیعی یا سیستم را در خود دارند) خروجی نامحدود گردد ولی برای سایر ورودی‌ها خروجی محدود باشد و این صورت سیستم را پایداری مرزی گویند.
 ناپایداری: در صورتی که برای یک ورودی محدود و غیرفرکانس طبیعی، خروجی نامحدود گردد.

* بررسی پایداری برای $h(t)$ }
 پایداری حاشیه‌ای
 حاشیه‌ای (مرزی)
 ناپایدار

(1) پایایی: $\lim_{t \rightarrow \infty} h(t) \rightarrow 0$

(2) مرزی: $\lim_{t \rightarrow \infty} h(t) < \infty$

(3) ناپایداری: $\lim_{t \rightarrow \infty} h(t) \rightarrow \infty$

* بررسی پایداری بر اساس قطبهای حلقه بسته تابع تبدیل:

(1) پایداری: اگر تمام قطبهای حلقه بسته در سمت چپ محور حقیقی باشد.

$ke^{st} \rightarrow 0$
 $s \rightarrow -\infty$

(2) ناپایداری: اگر قطب در سمت راست محور حقیقی باشد.

$ke^{st} \rightarrow \infty$
 $s \rightarrow \infty$

Pilavarani

Subject 19

Date:

پایه دوی عرضی در اکثر قطبهای ساده بردی محور حوض داشته باشد یا دایره عرضی نیست. ولی اگر قطب

معکوس بردی محور حوض باشد یا دایره راست

$$T(s) = \frac{G(s)}{1+G(s)} = \frac{G(s)}{\Delta(s)}$$

roots برای این که در این ریشه های معادله مشخصه
roots (L I)

$$\Delta(s) = \alpha_n s^n + \alpha_{n-1} s^{n-1} + \dots + \alpha_1 s + \alpha$$

جدول رشت - حوضه

معیار رشت - حوضه

جدول رشت

s^n	α_n	α_{n-2}	α_{n-4}		α_1, α_0	بسته به زوج یا فرد بودن n
s^{n-1}	α_{n-1}	α_{n-3}	α_{n-5}		"	"
s^{n-2}	A_1	A_2	A_3			
s^{n-3}						
s^{n-4}						
s^{n-5}						
s^{n-6}						
s^{n-7}						
s^{n-8}						
s^{n-9}						
s^{n-10}						
s^{n-11}						
s^{n-12}						
s^{n-13}						
s^{n-14}						
s^{n-15}						
s^{n-16}						
s^{n-17}						
s^{n-18}						
s^{n-19}						
s^{n-20}						
s^{n-21}						
s^{n-22}						
s^{n-23}						
s^{n-24}						
s^{n-25}						
s^{n-26}						
s^{n-27}						
s^{n-28}						
s^{n-29}						
s^{n-30}						
s^{n-31}						
s^{n-32}						
s^{n-33}						
s^{n-34}						
s^{n-35}						
s^{n-36}						
s^{n-37}						
s^{n-38}						
s^{n-39}						
s^{n-40}						
s^{n-41}						
s^{n-42}						
s^{n-43}						
s^{n-44}						
s^{n-45}						
s^{n-46}						
s^{n-47}						
s^{n-48}						
s^{n-49}						
s^{n-50}						

Pilavarian

Subject:

Date:

$$A_1 = \frac{- \begin{vmatrix} \alpha_n & \alpha_{n-2} \\ \alpha_{n-1} & \alpha_{n-3} \end{vmatrix}}{\alpha_{n-1}^*}$$

$$A_2 = \frac{\alpha_{n-1} \cdot \alpha_{n-4} - \alpha_{n-5} \cdot \alpha_n}{\alpha_{n-1}}$$

$$A_{i-2} = \frac{\alpha_{n-i} \cdot \alpha_{n-2} - \alpha_{n-3} \cdot \alpha_n}{\alpha_{n-1}}$$

$$A_3 = \frac{\alpha_{n-1} \cdot \alpha_{n-6} - \alpha_{n-7} \cdot \alpha_n}{\alpha_{n-1}}$$

$$A_n = 0$$

1. معیار درجه شش در نام معادله برای یک چند جمله ای این است که تمامی ضرایب درجه در هم علامت

باشد

2. معیار راس: شرط لازم و کافی برای پایداری یک سیستم این است که: 1) اگر تمامی ضرایب بتون اول جدول

غیر صفر در هم علامت باشد سیستم پایدار است 2) بعد از تغییر علامت در ستون اول ساقط است راست

داریم.

$$\Delta(s) = s^3 - 4s^2 + 5s + 6 \Rightarrow \text{پایدار نیست}$$

s^3	+1	$\left. \begin{array}{l} \xrightarrow{+1} \text{ تغییر علامت} \\ \xrightarrow{6} \\ \xrightarrow{0} \end{array} \right\} \Rightarrow \text{پایدار نیست}$
s^2	-4	
s^1	-4-6, 2, 0	
s^0	6	

در قطب سمت راست دارد.

Pilavaran

Subject: 20

Date:

$$\Delta(s) = s^4 + 3s^3 + 5s^2 + 6s + 2$$

مثال ۲۰

نقطه یک سطر در این مثال بر یک عدد مثبت

s^4	1	1	2
s^3	3	5	0
s^2	-16	2	
s	4	0	
s^0	2		

تقسیم عدد
در قطب سمت راست دارد $\Rightarrow$ ناپایدار است با درجه علامت $\Rightarrow$

حالت خاص:

الف) اگر در جدول اول یک سطر تولید شود. در این حالت دوین سطر جدول اول صفری شود و در حالی که اگر در این سطر دوین سطر غیر صفری برای معین منگی ندارد که یک مثبت ۴ را قرار دهد و در جدول را حاصل می کنیم

$$\Delta(s) = s^4 + s^3 + 2s^2 + 2s + 3$$

مثال الف

s^4	1	2	3
s^3	1	2	0
s^2	0+1	3	
s^1	$2+3$		
s^0	3		

$\Rightarrow$ ناپایدار است با درجه علامت
در قطب سمت راست

ب) در این حالت کل در این سطر صفری شود. در این حالت زمانی رخ می دهد که یک معادله دست کم یک جفت ریشه حقیقی مادی و مختلف علامت داشته باشد. ② در حالتی که ریشه حقیقی مادی داشته باشد.

Plavuran

برای حل این شکل به صورت زیر عمل می کنیم:

طرح بالایی مطرح شده نشانی همی انقباض کننده در ردی ضرایب موجود در سطح بالایی یک چند جمله ای $P(x)$ را

متکلی فی یمیم پس $P(\omega)$ نوشته و ضرایب آن را در سطح صفر شده نوشته می شود و جدیداً را تکمیل می کنیم

$$\Delta(s) = s^4 + 6s^2 + 25 \Rightarrow \sqrt{s^4 + 6s^2 + 25} = s^2 + 6s + 25 \Rightarrow \begin{cases} -1 \pm j2 \\ 4 \pm j2 \end{cases}$$

5⁴ 1 2 25

S^3 $\omega_1 = 1$ $\omega_2 = 0.3$ $\omega_3 = 0$

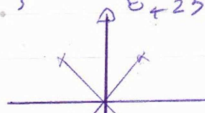
$$5^2 \quad / \quad 3 \quad 25$$

$$s^1 \quad \frac{9-25}{3} = -\frac{16}{3} \quad 0$$

5. $\Delta + 25$

→ نیاید دره در قفس

سخت، راست، دارک.



یک خط منتهی در دو نقطه هم خط راست و دارد = حالت دوم است

در حالتی که معادله درجه چهار است دو حالت می دهیم ① ②

تغیر علامت خجی در عدد

$$\Delta(s) = s^6 + s^5 - 2s^4 - 3s^3 - 7s^2 - 4s - 4$$

$$5^6 \mid 1 \quad -2 \quad -7 \quad -4$$

$$5^5 \quad | \quad 1 \quad -3 \quad -4 \quad 0$$

$$s^4 \quad 1 \quad -3 \quad -4$$

$$0 \rightarrow 4 \quad 0 \rightarrow -6 \quad 0$$

$$\begin{array}{r} -3/2 \\ -5/2 \end{array} \quad \begin{array}{r} -4 \\ 0 \end{array}$$

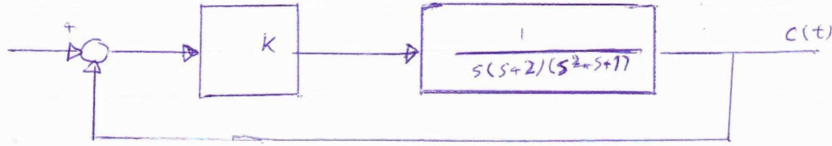
$$\begin{array}{ccc} 0 & -4 & 0 \end{array}$$

$\Rightarrow$ دائرة ملائمة $\Rightarrow$


Subject 21

Date:

مثال: آیا از چه مقادیری از k سیستم پایدار است؟



$$T(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{k \cdot ?}{1 + k \cdot ?}$$

$$\Delta(s) = 1 + \frac{k}{s(s+2)(s^2+s+1)}$$

$$\Rightarrow \Delta(s) = s(s+2)(s^2+s+1) + k = s^4 + 3s^3 + 3s^2 + 2s + k$$

s^4	1	3	k
s^3	3	2	0
s^2	$\frac{7}{3}$	k	
s^1	$\frac{14}{3} - 3k$		
s^0	k		

$\xrightarrow{s^1} > 0 \Rightarrow \frac{14}{3} - 3k > 0 \Rightarrow \frac{14}{9} > k$
 $\xrightarrow{s^0} k > 0$

$$\Rightarrow 0 < k < \frac{14}{9}$$

نکته: سطحی که تمامی ستونهای آن منفی شود که ضرایب ستون بالا را
یعنی $P(s) = 0$ قرار دهیم همیشه حاد است می آید.

Pilavarah

Subject:

Date:

86, 1, 29

« به نام خدا »

جلسه پنجم:

محل مکان خندس بیشتر ها؟

$$\left. \begin{aligned} \Delta(s) &= s^2 + 2s + 1 \\ \Delta(s) &= s^2 + 2s + k \end{aligned} \right\} \rightarrow \text{برای رسم پلوس - locus}$$

مکان خندس را به جای معادله مشخصه و قی که پارامتر ها می تواند عوض می شود رسم این مکان برای

سیستم برای تغییر است k مکان خندس بیشتر ها می نامند

$$\Delta(s) = s^2 + 2s + k \quad \text{مثال ۱}$$

$$\text{if } k=0 \Rightarrow s_{1,2} = 0, -2$$

$$\text{if } k=1 \Rightarrow s_{1,2} = -1, -1$$

$$T(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{\sum P_i \Delta_i}{\Delta} \quad \text{برای یک سیستم بازدهی با ورودی } r(t) \text{ و خروجی } c(t) \text{ داریم}$$

$$\Delta(s) = 1 + F(s) = 0 \Rightarrow \begin{cases} F(s) = 0 \\ F(s) = (2i+1)\pi \quad ; \quad i = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \end{cases}$$

$$\Delta(s) = B(s) + k A(s) = 0 \quad \text{خرج کنید معادله مشخصه به پارامتر } k \text{ وابسته باشد}$$

$$\Rightarrow \Delta(s) = 1 + k \frac{A(s)}{B(s)} = 0 \Rightarrow \Delta(s) = 1 + k P(s) = 0$$

$$\Rightarrow k P(s) = -1 \Rightarrow \begin{cases} |P(s)| = \frac{1}{k} \quad k > 0 \\ \angle P(s) = (i+1)\pi \quad i \neq 0, \pm 1, \pm 2, \dots \end{cases}$$

Pilavaran

Subject: 22

Date:

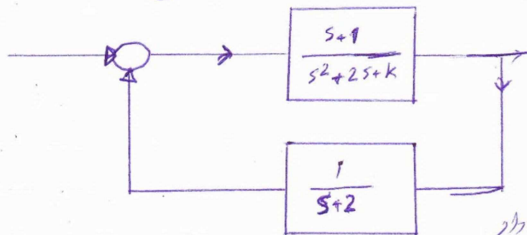
ماتوجه به معادله فوق در رسم:

1- شرط زاویه بیان می دارد که یا "s" می تواند ریشه معادله مشخصه باشد یا خیر.

2- شرط اندازه بیان می دارد که برای چه مقادیری از k این امر صورت می گیرد.

اصطلاحات: $KP(s)$ تابع انتقال + انتقال حلقه باز سیستم می نامند که ممکن نیست تابع انتقال حلقه باز $GH(s)$

فوق کند.



برای سیستم در برورد باید $\Delta(s)$ را تشکیل داد

و بعد $KP(s)$ را به دست آورد ولی $GH(s)$ این خصوصیت را عین $KP(s) \neq GH(s)$ می توان داشت

قوانین رسم مکان هندسی ریشه ها:

برای استفاده از این قوانین ابتدا باید معادله مشخصه را به دست آورد و به فرست رو برد $\Delta(s) = 1 + KP(s)$ نوشت

$$\Delta(s) = s^5 + ks^4 + 6s^3 + k(s^2 - 2) + s + 1$$

$$\Delta(s) = 1 + k \frac{s^4 + s^2 - 2}{s^5 + 6s^3 + s + 1}$$

ماتوجه به اینکه پارامتر k می تواند تغییرات $-\infty < k < \infty$ داشته باشد ولی با اصطلاح مکان هندسی ریشه ها کار

Elavarar

Subject:

Date:

تغییرات $-\infty < k < \infty$ - بکار می‌بریم و برای تغییرات $-\infty < k < \infty$ (از اصطلاح مکمل مکان) هندسی استاندارد کنیم

$$\Delta(s) = 0 \text{ قطبهای حلقه بسته}$$

قانون 1) برای $k=0$ قطبهای حلقه بسته و زود می‌توانیم قطبهای را بگیریم

حلقه باز

$$\Delta(s) = 1 + kP(s) = 1 + k \frac{A(s)}{B(s)} = B(s) + kA(s) = 0 \xrightarrow{k=0} \Delta(s) = B(s) = 0$$

صفحه‌های حلقه باز 0

قطبهای n بسته x

قانون 2: مکان هندسی ریشه‌های $k=0$ بر روی صفحه حلقه باز را پیدا کنید

$$\Delta(s) = 1 + k \frac{A(s)}{B(s)} = 0 \Rightarrow \frac{1}{k} B(s) + A(s) = 0 \Rightarrow \Delta(s) = A(s)$$

غیرت: مکان هندسی یک ریشه معادله $\Delta(s) = 0$ را وقتی که $-\infty < k < \infty$ تغییر می‌کند را یک شاف می‌کنیم

قانون 3: اگر n تعداد قطبهای $P(s)$ ، n صفحه‌های $P(s)$ باشد در این صورت تعداد شافهای

مکان هندسی برای $\max\{n, n_p\}$ خواهد شد. برای یک سیستم خوش رفتار (اگر n_p سره) (درجه صورت $>$ درجه مخرج)

نکته: یک شاف از مکان هندسی در یک قطب حلقه باز شروع و به یک صفحه حلقه باز ختم می‌شود.

برای یک سیستم خوش رفتار که تعداد قطبهای n از صفحه‌های بیشتر است به تعداد $(n - n_p)$ صفحه پهنایت

داریم. (پهنایت ممکن است صفر یا منفی باشد)

Pilavaran

Subject 23

Date:

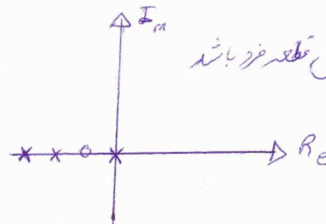
قانون 4: مکان عددی ریشه‌های معادله مشخصه نسبت به محور حقیقی متعادل است.

$$it: s \in \text{مکان} \rightarrow \Delta(s) \geq 0 \rightarrow \Delta(\bar{s}) \geq 0 \rightarrow \bar{s} \in \text{مکان}$$

هر ریشه موهومی حتماً زوج گون در ریشه‌هاست

قانون 5: یک قطعه از محور حقیقی متعلق به مکان است اگر و تنها اگر مجموع عدد (دفعه‌ها و قطب‌های $P(s)$) واقع در سمت راست آن قطعه فرد باشد

$$K P(s) = K \frac{(s+1)}{s(s+2)(s+3)}$$



قانون 6: جابجایی شاخه (برای سادگی بزرگ K در صورتی که $n_p > n_z$ ریشه‌ها به سمت جابجایی که خطوط

ستیم حرکت می‌کنند این جابجایی با شیب $(\tan \theta_i)$ مشخص می‌شوند

$$\theta_i = \frac{(2i+1)\pi}{n_p - n_z} \quad i = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, n_p - n_z - 1$$

$$\theta_i = \frac{(2i+1)\pi}{n_p - n_z} \quad i = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad \text{شکل 1}$$

$$K P(s) = K \frac{s+1}{s(s+2)(s+3)}$$

$$\theta_i = \frac{(2i+1)\pi}{3-1} \quad i = 0, 1$$

$$\Rightarrow \theta_i = \begin{cases} \frac{\pi}{2} \\ \frac{3\pi}{2} \end{cases}$$

Pilavaran

Subject:

Date:

قانون 7. محل تلاقی مجانبها و مجانبها یکدیگر را در نقطه ای در محور حقیقی قطع می کنند که این نقطه از رابطه زیر بدست می آید

$$\sigma = \frac{\sum p_i - \sum z_i}{n_p - n_z}$$

$$\sigma = \frac{(-3-2-0) - (-1)}{3-1} = -\frac{4}{2} = -2$$

* قانون 8 محل برخورد مکان هندسی با محور حقیقی و در روش می توان این کار کرد.

$$\Delta(j\omega) = 0 \rightarrow \begin{cases} k = ? \\ \omega = ? \end{cases} \quad (1)$$

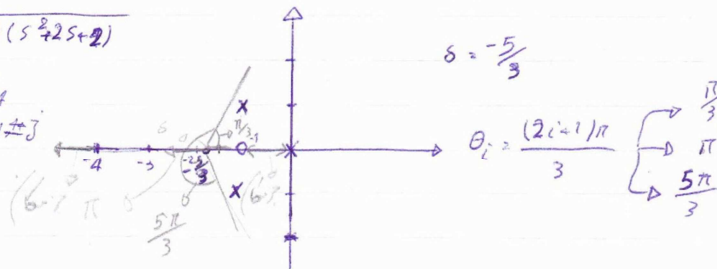
(2) استفاده از جدول رouth (برای پیدا کردن باید سفری که می سفری شود. k را بدست آورد از روی k

مقدار $\Delta(s)$ را بدست آورد و s هایی که در آن باید از تغییر می کنند بدست آورد.)

قانون 9. محاسبه زاویه خروج از تقاطع و ورود به منفرد

$$K P(s) = \frac{K(s+1)}{s(s+4)(s^2+2s+2)}$$

$$Z = -1, \begin{cases} p_1 = 0 \\ p_2 = -4 \\ p_3 = -1 \pm j \end{cases}$$



$$P(s) = (2i+1)\pi$$

$$\frac{A(s)}{B(s)} = (2i+1)\pi \rightarrow A(s) - B(s) = (2i+1)\pi$$

Pilavarani

Subject 24

Date:

$$\rightarrow \phi (\text{مشرق}) - \phi (\text{قطب}) = (2i+1)\pi$$

$$\rightarrow \phi_1 - (\theta_1 + \theta_2 + \theta_3 + \theta_x) = (2i+1)\pi$$

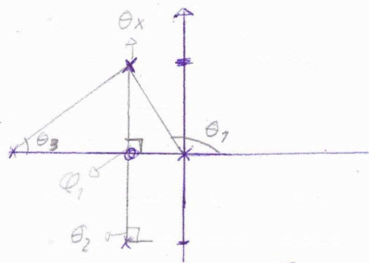
نشان

$$\rightarrow \frac{\pi}{2} - \left(\frac{\pi}{2} + \tan^{-1}(1) + \frac{\pi}{2} + \tan^{-1}\left(\frac{1}{3}\right) + \theta_x \right) = (2i+1)\pi$$

$$-135 - 18.42 - \theta_x = (2i+1)\pi$$

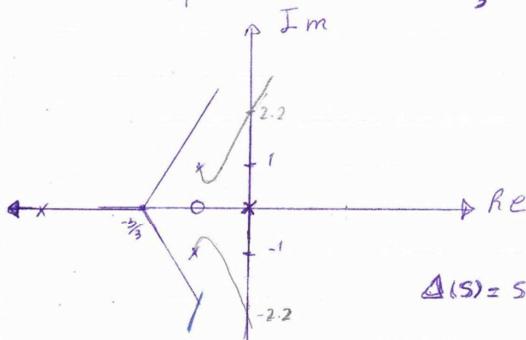
$$-135 - \theta_x = (2i+1)\pi$$

$$\theta_x = +135 - (2i+1)\pi = +135 - \pi \Rightarrow \theta_x = -27^\circ$$



$$kP(s) = k \frac{s+1}{s(s+4)(s^2+2s+2)}$$

$$\sigma = -\frac{5}{3} \quad \theta_i = \begin{cases} \frac{\pi}{3} \\ \pi \\ \frac{5\pi}{3} \end{cases}$$



$$\Delta(s) = s(s+4)(s^2+2s+2) + ks + k = 0$$

$$\rightarrow \Delta(s) = s^4 + 4s^3 + 10s^2 + (8+k)s + k = 0$$

Polarvan

Subject:

Date:

$$\begin{array}{rcl}
 s^4 & 1 & 10 \quad K \\
 s^3 & 6 & 8+K \\
 s^2 & \frac{52-K}{6} \rightarrow K < 52 & K \\
 s^1 & \frac{(\frac{52-K}{6})(8+K)-6K}{\frac{52-K}{6}} & \rightarrow 416+44K+K^2-36K=0 \\
 s^0 & K & \rightarrow K > 0 \quad 416+8K+K^2=0 \Rightarrow \begin{cases} -16 \\ 24 \end{cases}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{c}
 -16 \quad 24 \\
 - \quad + \quad -
 \end{array}
 \Rightarrow \text{بین دو ریشه مثبت است} \quad \text{②}$$

↑ در ریشه ۱ که ۰ است ③

باید ابتدا $P(s)$ تشکیل داد و

$$P(s) = \left(\frac{52-K}{6}\right)s^2 + K = 0$$

$$K=24 \Rightarrow 4.6s^2 + 24 = 0$$

و $P(s)=0$ فراموشی دهیم و $K=24$ فراموشی دهیم
تا s حاصلی که در آن پایدار می تغییر می کند را بدست آوریم

$$\Rightarrow s = \pm j2.2 \rightarrow \text{نقطه‌ای که در آن پایداری تغییر می کند}$$

می کنند نقطه $j2.2$ نقطه ای است که $(0 < K < 24)$ سیستم پایدار است (نقطه)

خارج از قطب با محور حوضی بر خورد می کنند.

تنگنا: اگر یک سیستم صفه شود (حدود رشت) چنانچه پایدار است ولی اگر یک سیستم صفه شود و تغییر علامت در آن پیدا کند
چون اگر علامت در صفه (در) باشد یعنی تغییر علامت دارد

Subject (25)

Date:

قانون 70 محاسبه نقاط ترک: نقاط از مکان حسنه که مکان داروی ریشه مضاعف یا بیشتر می باشد عبارت دیگر محل تلاق 2 یا چند شاخه از مکان می باشد.

محاسبه نقاط ترک: نقطه نقطه ترک است اگر (1) ریشه معادله مشخصه باشد (2) ریشه معادله $\frac{\partial(P(s))}{\partial s}$

$$\frac{\partial}{\partial s} \left(\frac{1}{P(s)} \right) = 0$$

نکته: اگر حاصل مشتق عبارتی مانند $(s+p)$ خاص شود در این صورت در نقطه $s = -p$ ریشه تکواری از مرتبه 2

+9 داریم اگر تنها اگر $(s = -p)$ ریشه معادله مشخصه باشد

اگر m ریشه مضاعف در مرتبه n باشد n شاخه از نقطه m می گذرد.
تمرین: مکانهای زیر را رسم کنید

$$KP(s) = k \frac{(s+3)}{s(s+5)(s+6)(s^2+2s+2)}$$

$$b) KP(s) = k \frac{s+2}{s^2+2s+2}$$

$$ج) KP(s) = k \frac{s+4}{s(s+2)}$$

$$د) KP(s) = k \frac{s+1}{s^2(s+9)} \rightarrow \text{نکته: بلاصلا می گذرد}$$

$$Pole-zero \rightarrow KP(s) = k \frac{1}{s(s^2+2s+2)}$$