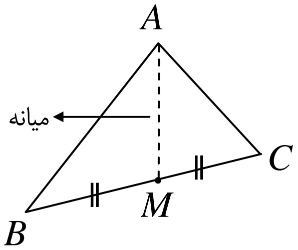
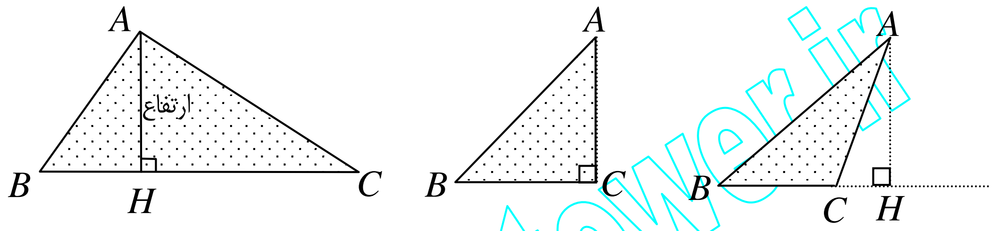
☑ اجزای فرعی مثلث

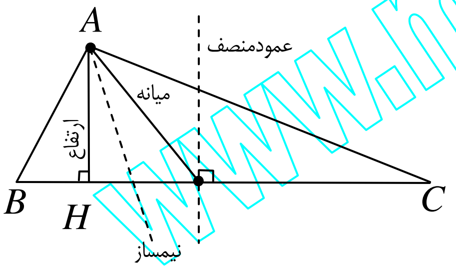


تعریف : خطی که یک رأس مثلث را به وسط ضلع مقابل آن وصل می‌کند، را ***میانه*** می نامند.

تعریف : خطی که از یک رأس مثلث بگذرد و بر ضلع مقابل (یا امتداد آن) عمود باشد، را ***ارتفاع*** می نامند.



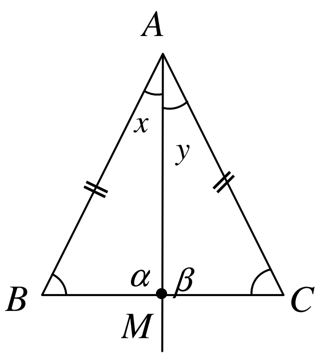
علاوه بر میانه و ارتفاع، برای هر یک از زاویه های مثلث، می توان ***نیمساز*** و برای هر یک از اضلاع مثلث می توان ***عمود منصف*** را تعریف نمود. در هر مثلث ارتفاع‌ها، میانه‌ها، نیمسازهای زاویه‌ها و عمود منصف‌های اضلاع را ***اجزای فرعی*** مثلث می نامند.



در مثلث ABC شکل مقابل، عمود منصف ضلع BC، میانه ی وارد بر ضلع BC، ارتفاع نظیر رأس A و همچنین نیمساز زاویه ی A رسم شده‌اند.

❋❋❋

قضیه ی ۱۹) در هر مثلث متساوی‌الساقین، اجزای فرعی نظیر رأس مثلث برهم منطبقند.



اثبات : در مثلث متساوی‌الساقین ABC در شکل مقابل نیمساز زاویه رأس آن (یعنی رأس A) را رسم می‌کنیم. حال ثابت می کنیم که این نیمساز ، میانه و ارتفاع وارد بر ضلع BC می‌باشند، که نتیجه می شود ، عمود منصف نظیر آن نیز هست.

$$\left.\begin{array}{r} AB = AC \\ \angle x = \angle y \\ \text{مشترک} \quad AM = AM \end{array}\right\} \to \underset{\text{(ض ز ض)}}{\overset{\Delta}{ABM} \cong \overset{\Delta}{ACM}} \to \angle\alpha = \angle\beta$$

و چون دو زاویه ی β و α مکمل یکدیگرند، پس :

$$\angle\alpha = \angle\beta = ۹۰^\circ \rightarrow AM \perp BC$$

پس AM ارتفاع وارد بر ضلع BC است.

از طرفی چون دو مثلث ABM و ACM همنهشت می باشند، لذا $BM = MC$. یعنی AM میانه وارد بر ضلع BC است.

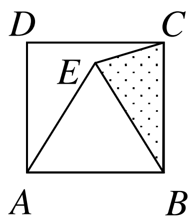
و چون AM هم میانه و هم ارتفاع وارد بر ضلع BC می‌باشند. لذا عمود منصف نظیر آن نیز هست.

***

نتیجه : چون هر متساوی‌الاضلاع ، متساوی الساقین نیز می باشد. لذا در مثلث متساوی الاضلاع ، میانه، نیمساز ، ارتفاع و عمود منصف هر رأس بر هم منطبق هستند.

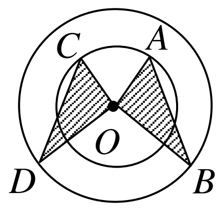
***

تمرین:

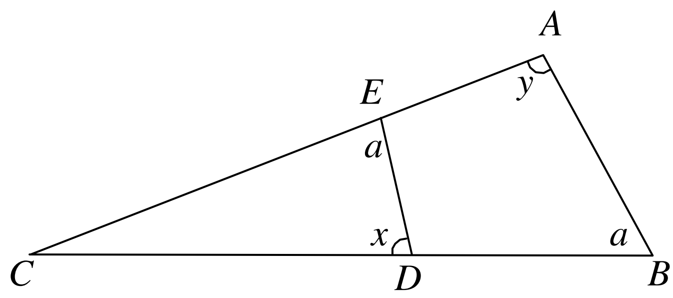


۱- در شکل مقابل، چهارضلعی $ABCD$ یک مربع و مثلث ABE یک مثلث متساوی‌الاضلاع است، نشان دهید که مثلث BCE متساوی‌الساقین است.

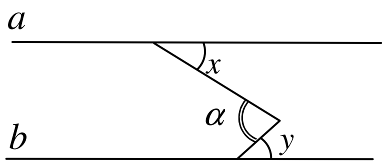
۲- در شکل مقابل $AB = CD$. ثابت کنید که $\angle AOB = \angle COD$.



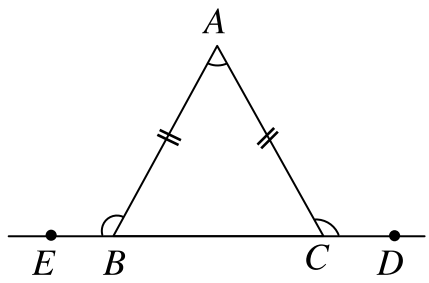
۳- با توجه به شکل مقابل نشان دهید که $\angle x = \angle y$



۴- در شکل زیر $a \parallel b$ ثابت کنید که $\angle\alpha=\angle x+\angle y$



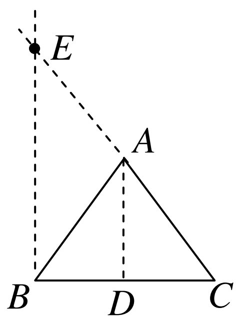
۵- در شکل زیر $AB = BC$ نشان دهید که $\angle ABE = \angle ACD$



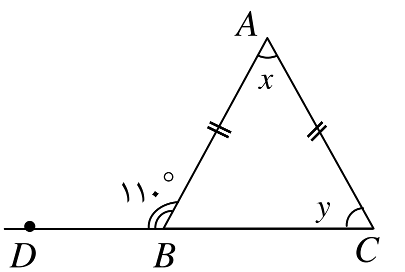
۶- تفاضل دو زاویه ی مکمل ۸۰ درجه است، اندازه ی آن دو زاویه را به دست آورید.

۷- مجموع دو زاویه ۷۰ درجه است، مجموع مکمل‌های آنها را پیدا کنید.

۸- در شکل مقابل $AD \parallel BE$ و AD نیمساز زاویه ی داخلی BAC می‌باشد. ثابت کنید که مثلث ABE متساوی‌الساقین است.



۹- با توجه به شکل مقابل مقدار y و x را بیابید.



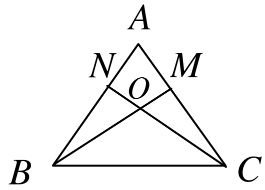
$AB = AC$

۱۰- ثابت کنید که مجموع زاویه‌های خارجی هر مثلث ۳۶۰ درجه است.

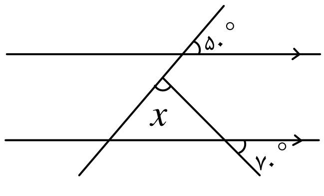
۱۱- ثابت کنید که هر مثلث که سه زاویه ی مساوی داشته باشد، متساوی‌الاضلاع است.

۱۲- ثابت کنید که در هر مثلث قائم‌الزاویه ، ضلع روبرو به زاویه ی ۳۰ درجه نصف وتر است.

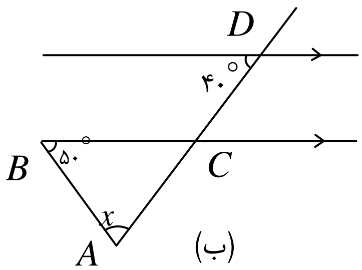
۱۳- در مثلث متساوی الاضلاع ABC نیمسازهای زاویه های ABC و ACB یکدیگر را در نقطه ی O قطع کرده‌اند. ثابت کنید $\frac{OB}{OM}=\frac{OC}{ON}=۲$



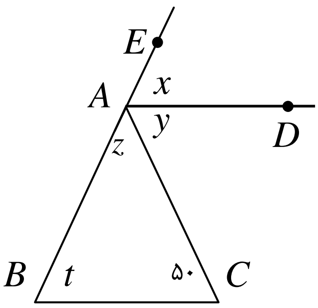
۱۴- در هر مورد x را بیابید.



(الف)

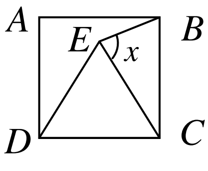


(ب)



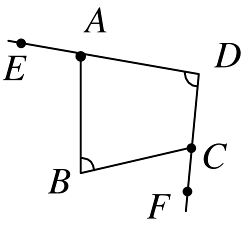
۱۵- در شکل مقابل، $AB=AC$ و AD نیمساز زاویه EAC است . مقدار t و z و y و x را بیابید.

۱۶- در شکل زیر چهارضلعی $ABCD$ مربع و مثلث DEC متساوی‌الاضلاع است . مقدار x را بیابید.



۱۷- با یک مثال نقض گزاره ی زیر را رد کنید :

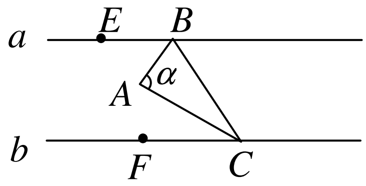
« میانه ی هر ضلع مثلث از ارتفاع نظیر آن ضلع بزرگتر است. »



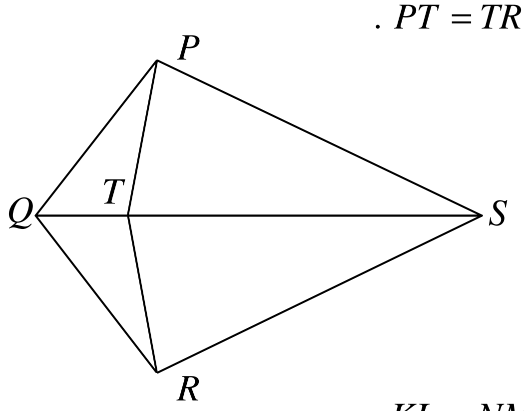
۱۸- با توجه به شکل مقابل درستی رابطه زیر را نشان دهید.

$$\angle EAB+\angle BCF=\angle B+\angle D$$

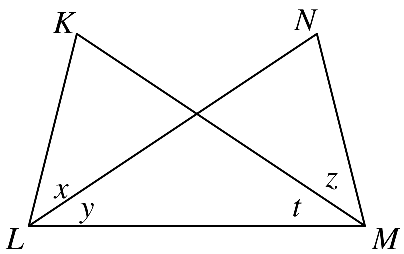
۱۹- در شکل مقابل AB نیمساز زاویه ی EBC و AC نیمساز زاویه ی FCB و $a \parallel b$ نشان دهید که $\angle\alpha = ۹۰^\circ$.



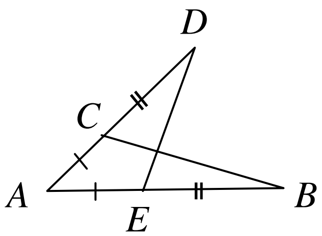
۲۰- در شکل مقابل داریم $PS = RS$ و $PQ = QR$. ثابت کنید که $PT = TR$.



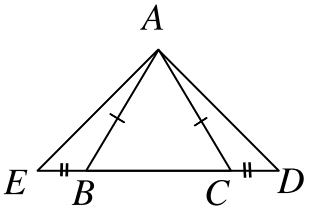
۲۱- در شکل مقابل داریم $\angle y = \angle t$ و $\angle x = \angle z$. ثابت کنید که $KL = NM$.



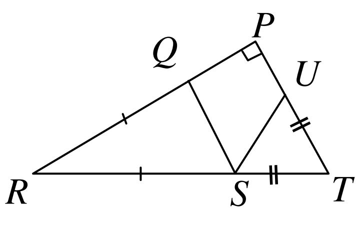
۲۲- در شکل زیر ثابت کنید که $BC = DE$.



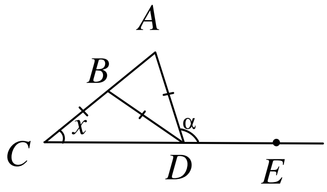
۲۳- با توجه به شکل مقابل ثابت کنید که $AD = AE$.



۲۴- با توجه به شکل توضیح دهید که چرا $\angle QSU = ۴۵^\circ$ ؟

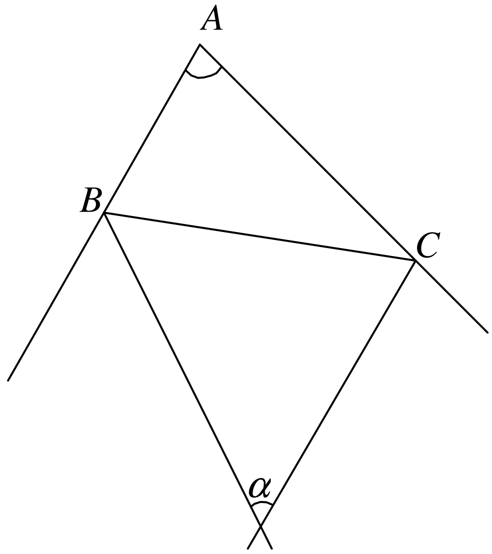


۲۵- با توجه به شکل زیر توضیح دهید که چرا $\angle\alpha = ۳\angle x$ ؟



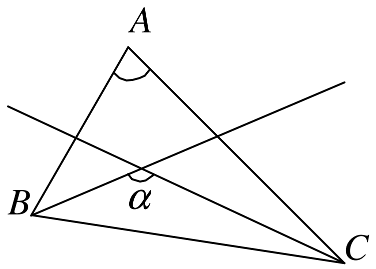
۲۶ : در مثلث ABC در شکل مقابل ، اگر زاویه ی بین نیمساز های دو زاویه ی خارجی B و C برابر α باشد. ثابت کنید که :

$$\angle\alpha = ۹۰ - \frac{۱}{۲}\angle A$$



۲۷ : در مثلث ABC در شکل مقابل ، اگر زاویه ی بین نیمساز های دو زاویه ی داخلی B و C برابر α باشد. ثابت کنید که :

$$\angle\alpha = ۹۰ + \frac{۱}{۲}\angle A$$



***