

حالت اول! توزیع متغیر در هر جامعه نرمال $\Leftarrow$ نمونه های تصادفی به حجم دلخواه $n_1, n_2 \geq 2$

حالت دوم! توزیع متغیر در هر جامعه مجهول (غیر نرمال) $\Leftarrow$ نمونه های تصادفی به اندازه کافی بزرگ $n_1, n_2 \geq 30 \Rightarrow +\infty$

(۲) این آزمون می تواند به منظور با هدف صورت گیرد:

زمن می تواند به ۲ منظور یا هدف صورت گیرد؛
هدف اول؛ به عنوان پیش فرض یا مبنا ← از زمان برابری و یا پیش یا پیش فرض محاسبه می کنند؛

ہدف ہم؟ ہم عنوان آزمون ہدف $\Leftarrow$ تناسبیہ پیرا لنگے ۲ جامعہ (ریسک) دو پیرا نفوی (نفاوت کیفی)

(۳) آنزیم در از معالیه واریاس هابه نسبت واریاس های ۲ جامعه که با یک مقاسیه می شود تبدیل می کنیم؛



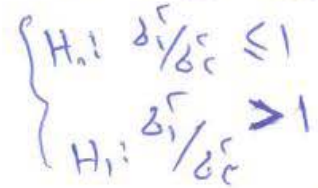
۳) $\left\{ H_{11} \Delta_1^2 \neq \Delta_1^2 \Rightarrow \left\{ H_{11} \frac{\Delta_1^2}{\Delta_1^2} \neq 1 \right. \right.$  $\Delta_1^2 \sim F(\alpha, \nu_1, \nu_2)$ ۴) ملاک آزمون :

$T = \frac{s_r^T}{s_r^T} \Rightarrow s_r^T = b_r^T \Rightarrow T = \frac{b_r^T}{s_r^T}$

نکته: در حالت اول (توزیع دقیقاً) F و در حالت دوم (مجموع یا غیر نرمال بودن) توزیع ملاک تقریباً F می باشد.

۱۲ چون توزیع متغایر است، در آزمون کب رانده است، در جدول ۲، این که جدول ۲
 راضی جدول مزبور است؟

$$\left\{ H_0: \frac{\sigma^2}{\sigma_0^2} \leq 1 \right.$$



$$\begin{cases} H_0: \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} \geq 1 \\ H_1: \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} < 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} H_0: \sigma_1^2 / \sigma_2^2 = 1 \\ H_1: \sigma_1^2 / \sigma_2^2 \neq 1 \end{cases}$$

(۳)

مسئله:

اگر توزیع وزن محصله شکرانی در ۲ سبب صبح و عصر نزال، و به ترتیب از محصله سبب صبح و عصر محصله به تصادف انتخاب و وزن محصله به صورت زیر ثبت شده است:

$$X_1: 40 \quad 45 \quad 70 \quad 75$$

$$X_2: 60 \quad 66 \quad 68 \quad 72 \quad 76 \quad 80 \quad 86 \quad 88 \quad 92$$

مطلوب است در سطح ۵ درصد خطای نوع اول آزمون ادعای رذیل:

$$a) \mu_1 > \mu_2$$

$$b) \mu_1 < \mu_2$$

$$c) \mu_1 = \mu_2$$

$$d) \mu_1 < \mu_2$$

الف) پراکنده‌گی وزن محصله سبب صبح بیش از عصر است، معیار پراکنده‌گی واریانس را حساب کنید.

ب) پراکنده‌گی وزن محصله سبب صبح بر مبنای احواف معیار کمتر از عصر است.

ج) برابر اولی ها (پراکنده‌گی وزن در ۲ سبب برابر است).

د) بر مبنای نتیجه بند ج ادعای سبب ترکیب متوسط وزن محصله سبب صبح

حل:

استدلال: $\bar{X}_1$ و $\bar{X}_2$ میانگین وزن در ۲ سبب صبح و عصر، و s_1^2 و s_2^2 واریانس وزن در ۲ سبب صبح و عصر به ما می‌دهند.

$$\bar{X}_1 = 67.5$$

$$s_1^2 = \frac{125}{3}$$

$$s_2^2 \approx 99$$

$$\bar{X}_2 = 74$$

$$s_2^2 = 120$$

یادآوری:

محاسبه درجه آزادی و واریانس و سبب اول و سبب دوم در آزمون مقایسه میانگین در حالت اول و دوم انجام دادیم که خلاصه آن به شرح فوق است.

$$1) \begin{cases} H_0: \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} \leq 1 \\ H_1: \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} > 1 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} \text{توزیع درخت کمره ۲ نسبت برآل ۱ است} \\ \nu_1 = 2-1=3, \nu_2 = 9-1=8 \\ \alpha = 5\% \end{cases}$$

$$3) T = \frac{s_1^2}{s_2^2} \sim F(\alpha, \nu_1, \nu_2) \quad \delta_1' > \delta_2' \quad \text{الف}$$



$$5) T = \frac{125/3}{120} \approx 1.347$$

$$4) 0.3, T = 1.347 < 41.42 \Rightarrow R_{H_0}, A_{H_0}$$

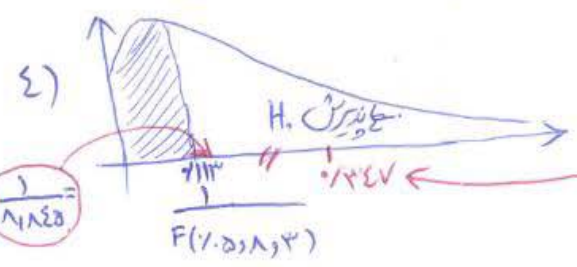
نتیجه گیری: به احتمال ۹۵ درصد بر آنکه توزیع درخت کمره ۲ هیچ بیش از عصر نمی باشد. (در این تست هیچ برآورد نیست)

$$\delta_1 < \delta_2 \Rightarrow \delta_1' < \delta_2' \quad \text{ب}$$

$$1) \begin{cases} H_0: \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} \geq 1 \\ H_1: \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} < 1 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} \text{توزیع درخت کمره ۲ نسبت برآل ۱ است} \\ \nu_1 = 2-1=3, \nu_2 = 9-1=8 \\ \alpha = 5\% \end{cases}$$

$$3) T = \frac{s_1^2}{s_2^2} \sim F(\alpha, \nu_1, \nu_2)$$



$$5) T = \frac{120}{125} \approx 1.347$$

$$4) 0.3, T = 1.347 > 1/11.83 \Rightarrow R_{H_0}, A_{H_0}$$

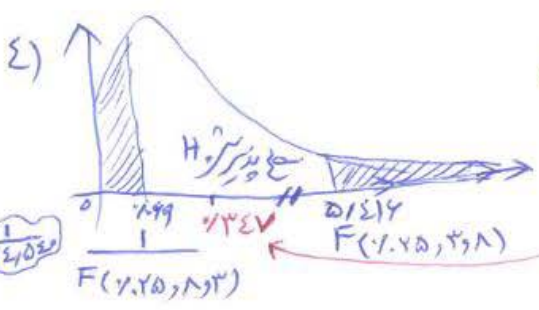
نتیجه گیری: به احتمال ۹۵ درصد بر آنکه توزیع درخت کمره ۲ نسبت به کمره ۱ کمتر از عصر نمی باشد. -
- ارف معیار توزیع درخت کمره ۲ نسبت به کمره ۱ که کمتر از عصر نمی باشد.

$$\frac{1}{11.83} = 0.0845$$

$$1) \begin{cases} H_0: \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} = 1 \\ H_1: \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} \neq 1 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} \text{توزیع درخت کمره ۲ نسبت برآل ۱ است} \\ \nu_1 = 2-1=3, \nu_2 = 9-1=8 \\ \alpha = 5\%, \alpha/2 = 2.5\% \end{cases}$$

$$3) T = \frac{s_1^2}{s_2^2} \sim F(\alpha, \nu_1, \nu_2) \quad \delta_1' = \delta_2' \quad \text{الف}$$



$$5) T = \frac{120}{125} \approx 1.347$$

$$4) 0.3, T = 1.347 < 51.412 \Rightarrow R_{H_0}, A_{H_0}$$

نتیجه گیری: به احتمال ۹۵ درصد بر آنکه توزیع درخت کمره ۲ در نسبت به کمره ۱ برابر است. -
- به احتمال ۹۵ درصد واریانس ها برابر است.

$$\frac{1}{12.03} = 0.0831$$

۱۲) $\mu_1 < \mu_2$

۵)

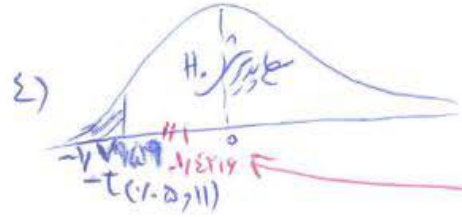
$s_p^2 = 99$

حالت دوم - الف: توزیع دوزهای دارو در شرکت‌های مختلف و در برابرند

۱) $\begin{cases} H_0: \mu_1 - \mu_2 \geq 0 \\ H_1: \mu_1 - \mu_2 < 0 \end{cases}$

۲) $\begin{cases} \text{توزیع دوزهای دارو در شرکت‌های مختلف و در برابرند} \\ \alpha = 5\%, df = n_1 + n_2 - 2 = 4 + 9 - 2 = 11 \end{cases}$

۳) $T = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{s_p^2}{n_1} + \frac{s_p^2}{n_2}}} \sim t(\alpha, df)$
 $df = n_1 + n_2 - 2$



۵) $T = \frac{(7.15 - 7.2) - 0}{\sqrt{\frac{99}{4} + \frac{99}{9}}} = \frac{-0.05}{5.1979} \approx -0.0096$

۱۷) نتیجه گیری

مقایسه میانگین دوزهای دارو در شرکت‌های مختلف و در برابرند

۴) $0.05 > T = -0.0096 > -1.4214 \Rightarrow R_{H_0}, A_{H_1}$

تمرین:

اگر توزیع بازده سهام شرکت‌های مختلف و در برابرند و به تصادف از بین شرکت‌های خودروسازی ۹، از شرکت‌های شیمیایی ۴ شرکتی به تصادف انتخاب شوند و بازده این شرکت‌ها به صورت زیر بیان شود:

شرکت	تعداد	بازده
شرکت خودروسازی	۹	۸ ۱۰ ۱۲ ۱۴ ۱۶ ۱۸ ۲۰ ۲۲ ۲۴
شرکت شیمیایی	۴	۱۲ ۱۴ ۲۰ ۲۴

- در سطح درصد خطای ۵٪ آزمون را انجام دهید
- الف) ریسک ۴ شرکت خودروسازی بر مبنای بازدهی بیشتر از شرکت‌های شیمیایی است.
- ب) تفاوت میانگین بازدهی بین شرکت‌های خودروسازی و شیمیایی است.
- ج) ریسک شرکت خودروسازی کمتر از شرکت‌های شیمیایی است.
- د) بر مبنای نتیجه بند ج (در صورت عدم تفاوت میانگین بازدهی) شرکت خودروسازی

9

f_2	f_1								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	161.45	199.50	215.71	224.58	230.16	233.99	236.77	238.88	240.54
2	18.513	19.000	19.164	19.247	19.296	19.330	19.353	19.371	19.385
3	10.128	9.552	9.277	9.117	9.014	8.941	8.867	8.845	8.812
4	7.709	6.944	6.591	6.368	6.256	6.163	6.094	6.041	5.999
5	6.608	5.786	5.410	5.192	5.050	4.950	4.876	4.818	4.773
6	5.987	5.143	4.757	4.534	4.387	4.284	4.207	4.147	4.099
7	5.591	4.737	4.347	4.120	3.953	3.866	3.787	3.726	3.677
8	5.318	4.459	4.066	3.838	3.686	3.581	3.501	3.438	3.388
9	5.117	4.257	3.863	3.633	3.482	3.374	3.293	3.230	3.179
10	4.965	4.103	3.708	3.478	3.326	3.217	3.136	3.072	3.020
11	4.844	3.982	3.587	3.357	3.204	3.095	3.012	2.948	2.896
12	4.747	3.885	3.490	3.259	3.106	2.996	2.913	2.849	2.796
13	4.667	3.805	3.411	3.179	3.025	2.915	2.832	2.767	2.714
14	4.600	3.739	3.344	3.112	2.958	2.848	2.764	2.699	2.646
15	4.543	3.682	3.287	3.056	2.901	2.791	2.707	2.641	2.588
16	4.494	3.634	3.239	3.007	2.852	2.741	2.657	2.591	2.538
17	4.451	3.592	3.197	2.965	2.810	2.699	2.614	2.548	2.494
18	4.414	3.555	3.160	2.928	2.773	2.661	2.577	2.510	2.456
19	4.381	3.522	3.127	2.895	2.740	2.628	2.544	2.477	2.423
20	4.351	3.493	3.098	2.866	2.711	2.599	2.514	2.447	2.393
21	4.325	3.467	3.073	2.840	2.685	2.573	2.488	2.421	2.366
22	4.301	3.443	3.049	2.817	2.661	2.549	2.464	2.397	2.342
23	4.279	3.422	3.028	2.796	2.640	2.528	2.442	2.375	2.320
24	4.260	3.403	3.009	2.776	2.621	2.508	2.423	2.355	2.300
25	4.242	3.385	2.991	2.759	2.603	2.490	2.405	2.337	2.282
26	4.225	3.369	2.975	2.743	2.587	2.474	2.388	2.321	2.265
27	4.210	3.354	2.960	2.728	2.572	2.459	2.373	2.305	2.250
28	4.196	3.340	2.947	2.714	2.558	2.445	2.359	2.291	2.236
29	4.183	3.328	2.934	2.701	2.545	2.432	2.346	2.278	2.223
30	4.171	3.316	2.922	2.690	2.534	2.421	2.334	2.266	2.211
40	4.085	3.232	2.839	2.606	2.450	2.336	2.249	2.180	2.124
60	4.001	3.150	2.758	2.525	2.368	2.254	2.167	2.097	2.040
120	3.920	3.072	2.680	2.447	2.290	2.175	2.087	2.016	1.959
∞	3.842	2.996	2.605	2.372	2.214	2.099	2.010	1.938	1.880



جدول کوانتیل‌های $P = 0.975$ توزیع F

f_2	f_1								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	647.79	799.50	864.16	699.58	921.85	937.11	948.22	956.66	953.28
2	38.506	39.000	39.165	39.248	39.298	39.331	39.355	39.373	39.387
3	17.443	16.044	15.439	15.101	14.885	14.735	14.624	14.540	14.473
4	12.218	10.649	9.979	9.605	9.365	9.197	9.074	8.980	8.905
5	10.007	8.434	7.764	7.388	7.146	6.978	6.853	6.757	6.681
6	8.813	7.260	6.599	6.227	5.988	5.820	5.696	5.600	5.523
7	8.073	6.542	5.890	5.523	5.285	5.119	4.995	4.899	4.823
8	7.571	6.060	5.416	5.053	4.817	4.652	4.529	4.433	4.357
9	7.209	5.715	5.078	4.718	4.484	4.320	4.197	4.102	4.026
10	6.937	5.456	4.826	4.468	4.236	4.072	3.950	3.855	3.779
11	6.724	5.256	4.630	4.275	4.044	3.881	3.759	3.664	3.588
12	6.554	5.096	4.474	4.121	3.891	3.728	3.607	3.512	3.436
13	6.414	4.965	4.347	3.995	3.767	3.604	3.483	3.388	3.312
14	6.298	4.857	4.242	3.892	3.663	3.501	3.380	3.285	3.209
15	6.200	4.765	4.153	3.804	3.576	3.415	3.293	3.199	3.123
16	6.115	4.687	4.077	3.729	3.502	3.341	3.219	3.125	3.049
17	6.042	4.619	4.011	3.665	3.438	3.277	3.156	3.061	2.985
18	5.978	4.560	3.954	3.608	3.382	3.221	3.100	3.005	2.929
19	5.922	4.508	3.903	3.559	3.333	3.172	3.051	2.956	2.880
20	5.872	4.461	3.859	3.515	3.289	3.128	3.007	2.913	2.837
21	5.827	4.420	3.819	3.475	3.250	3.090	2.969	2.874	2.798
22	5.786	4.383	3.783	3.440	3.215	3.055	2.934	2.839	2.763
23	5.750	4.349	3.751	3.408	3.184	3.023	2.902	2.808	2.731
24	5.717	4.319	3.721	3.379	3.155	2.995	2.874	2.779	2.703
25	5.686	4.291	3.694	3.353	3.129	2.969	2.848	2.753	2.677
26	5.659	4.266	3.670	3.329	3.105	2.945	2.824	2.729	2.653
27	5.633	4.242	3.647	3.307	3.083	2.923	2.802	2.707	2.631
28	5.610	4.221	3.626	3.286	3.063	2.903	2.782	2.687	2.611
29	5.588	4.201	3.607	3.267	3.044	2.884	2.763	2.669	2.592
30	5.568	4.182	3.589	3.250	3.027	2.867	2.746	2.651	2.575
40	5.424	4.051	3.463	3.126	2.904	2.744	2.624	2.529	2.452
60	5.286	3.925	3.343	3.008	2.786	2.627	2.507	2.412	2.334
120	5.152	3.805	3.227	2.894	2.674	2.515	2.395	2.299	2.222
∞	5.024	3.689	3.116	2.786	2.567	2.408	2.288	2.192	2.114



جدول کوانتیلهای $P = 0.99$ توزیع F

f_1	f_2								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	4052.2	4999.5	5403.3	5624.6	5763.7	5859.0	5928.3	5981.6	6022.5
2	98.503	99.000	99.166	99.249	99.299	99.332	99.356	99.374	99.388
3	34.116	30.817	29.457	28.710	28.237	27.911	27.672	27.489	27.345
4	21.198	18.000	16.694	15.977	15.522	15.207	14.976	14.799	14.659
5	16.258	13.274	12.060	11.392	10.967	10.672	10.456	10.289	10.158
6	13.745	10.925	9.780	9.148	8.746	8.466	8.260	8.102	7.976
7	12.246	9.547	8.451	7.847	7.460	7.191	6.993	6.840	6.719
8	11.259	8.649	7.591	7.006	6.632	6.371	6.178	6.029	5.911
9	10.561	8.022	6.992	6.422	6.057	5.802	5.613	5.467	5.351
10	10.044	7.559	6.552	5.994	5.636	5.386	5.200	5.057	4.942
11	9.646	7.206	6.217	5.668	5.316	5.069	4.886	4.745	4.632
12	9.330	6.927	5.953	5.412	5.064	4.821	4.640	4.499	4.388
13	9.074	6.701	5.739	5.205	4.862	4.620	4.441	4.302	4.191
14	8.862	6.515	5.564	5.035	4.695	4.456	4.278	4.140	4.030
15	8.683	6.359	5.417	4.893	4.556	4.318	4.142	4.005	3.895
16	8.531	6.226	5.292	4.773	4.437	4.202	4.026	3.890	3.780
17	8.400	6.112	5.185	4.669	4.336	4.102	3.927	3.791	3.682
18	8.285	6.013	5.092	4.579	4.248	4.015	3.841	3.705	3.597
19	8.185	5.926	5.010	4.500	4.171	3.939	3.765	3.631	3.523
20	8.096	5.849	4.938	4.431	4.103	3.871	3.699	3.564	3.457
21	8.017	5.780	4.874	4.369	4.042	3.812	3.640	3.506	3.398
22	7.945	5.719	4.817	4.313	3.988	3.758	3.587	3.453	3.346
23	7.881	5.664	4.765	4.264	3.939	3.710	3.539	3.406	3.299
24	7.823	5.614	4.718	4.218	3.895	3.667	3.496	3.363	3.256
25	7.770	5.568	4.676	4.177	3.855	3.627	3.457	3.324	3.217
26	7.721	5.526	4.637	4.140	3.818	3.591	3.421	3.288	3.182
27	7.677	5.488	4.601	4.106	3.785	3.558	3.388	3.256	3.149
28	7.636	5.453	4.568	4.074	3.754	3.528	3.358	3.226	3.120
29	7.598	5.421	4.538	4.045	3.725	3.500	3.330	3.198	3.092
30	7.563	5.390	4.510	4.018	3.699	3.474	3.305	3.173	3.067
40	7.314	5.179	4.313	3.828	3.514	3.291	3.124	2.993	2.888
60	7.077	4.977	4.126	3.649	3.339	3.119	2.953	2.823	2.719
120	6.851	4.787	3.949	3.480	3.174	2.956	2.792	2.663	2.559
∞	6.635	4.605	3.782	3.319	3.017	2.802	2.639	2.511	2.407

۹

جدول کوانتیلهای $P = 0.995$ توزیع F

f_2	f_1								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	16211	20000	21615	22500	23056	23437	23715	23925	24091
2	198.50	199.00	199.17	199.25	199.30	199.33	199.36	199.37	199.39
3	55.552	49.799	47.467	46.195	45.392	44.818	44.434	44.126	43.882
4	31.333	26.284	24.259	23.155	22.456	21.975	21.622	21.352	21.139
5	22.785	18.314	16.530	15.556	14.940	14.513	14.200	13.961	13.772
6	18.635	14.544	12.917	12.028	11.464	11.073	10.786	10.566	10.391
7	16.236	12.404	10.882	10.050	9.522	9.155	8.885	8.678	8.514
8	14.688	11.042	9.597	8.815	8.302	7.952	7.694	7.495	7.339
9	13.614	10.107	8.717	7.956	7.471	7.134	6.885	6.693	6.541
10	12.826	9.427	8.081	7.343	6.872	6.545	6.303	6.116	5.978
11	12.226	8.912	7.600	6.881	6.422	6.102	5.865	5.682	5.537
12	11.754	8.510	7.226	6.521	6.071	5.757	5.525	5.345	5.202
13	11.374	8.187	6.926	6.234	5.791	5.482	5.253	5.076	4.935
14	11.060	7.922	6.680	5.998	5.562	5.257	5.031	4.857	4.717
15	10.798	7.701	6.476	5.803	5.372	5.071	4.847	4.674	4.536
16	10.575	7.514	6.303	5.638	5.212	4.918	4.692	4.521	4.384
17	10.384	7.354	6.156	5.497	5.075	4.779	4.559	4.389	4.254
18	10.218	7.215	6.028	5.375	4.955	4.663	4.445	4.276	4.141
19	10.073	7.094	5.916	5.268	4.853	4.561	4.345	4.177	4.043
20	9.944	6.987	5.818	5.174	4.762	4.472	4.257	4.090	3.956
21	9.830	6.891	5.730	5.091	4.681	4.393	4.179	4.013	3.880
22	9.727	6.806	5.652	5.017	4.609	4.323	4.109	3.944	3.812
23	9.635	6.730	5.582	4.950	4.544	4.259	4.047	3.882	3.750
24	9.551	6.661	5.519	4.890	4.486	4.202	3.991	3.826	3.695
25	9.475	6.598	5.462	4.835	4.433	4.150	3.939	3.776	3.645
26	9.406	6.541	5.409	4.785	4.384	4.103	3.893	3.730	3.599
27	9.342	6.489	5.361	4.740	4.340	4.059	3.850	3.688	3.557
28	9.284	6.440	5.317	4.698	4.300	4.020	3.811	3.649	3.519
29	9.230	6.396	5.276	4.659	4.262	3.983	3.775	3.613	3.483
30	9.180	6.355	5.239	4.623	4.228	3.949	3.742	3.580	3.451
40	8.828	6.066	4.976	4.374	3.986	3.713	3.509	3.350	3.222
60	8.495	5.795	4.729	4.140	3.760	3.492	3.291	3.134	3.008
120	8.179	5.539	4.497	3.921	3.548	3.285	3.087	2.933	2.808
∞	7.879	5.298	4.279	3.715	3.350	3.091	2.897	2.744	2.621