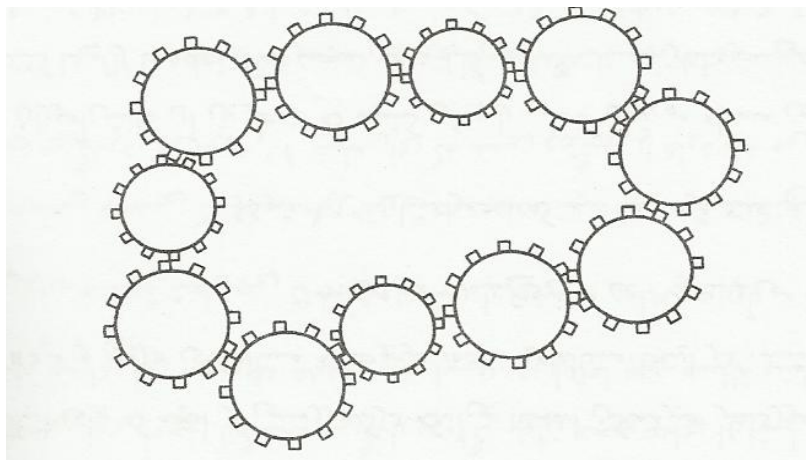


زوجیت

- 1) در صفحه ای یازده چرخ دنده به شکل زیر در یک زنجیره چیده شده اند. آیا ممکن است که همه ی این چرخ دنده ها با هم بچرخند؟



- 2) مینا و دوستانش دور دایره ای ایستاده اند. میدانیم هر دو بغل دستی هر یک از این بچه ها همجنس اند. اگر روی این دایره پنج پسر وجود داشته باشد، تعداد دختر ها چند تا ست ؟
- 3) حاصل ضرب 22 عدد صحیح برابر 1 است. ثابت کنید مجموع این عددها صفر نیست ؟
- 4) آیا میتوان با نخستین 36 عدد اول یک مربع جادویی تشکیل داد ؟
- (منظور از مربع جادویی جدولی 6×6 است که در هر خانه یک عدد وجود دارد و مجموع عددهای هر سطر ، هر ستون و هر قطر مقداری ثابت است .)
- 5) عددهای یک تا ده در یک سطر نوشته شده اند. آیا میتوان میان آنها طوری علامت های + و - گذاشت که مقدار عبارت حاصل صفر شود ؟

شمارش

(تمرین های شمارش تکراری می باشد . حل دوباره آنها برای یادآوری مطالب گذشته مفید است .)
(برای تمرین بیشتر بهتر است 2 فصل ترکیبیات از کتاب محافل ریاضی و فصل اول کتاب الفبای المپیاد ریاضی خوانده شود.)

1. تعداد اعداد 2 رقمی زوج چند تا است ؟ (با استفاده از اصل ضرب)
2. تعداد اعداد 2 رقمی که بر 5 بخش پذیرند چند تا است ؟ (با استفاده از اصل ضرب)
3. تعداد اعداد 3 رقمی که بر 2 بخش پذیرند ؟ (با استفاده از اصل ضرب)
4. تعداد اعداد 3 رقمی فرد که هیچ رقم تکراری نداشته باشد، چند تا است ؟ (با استفاده از اصل ضرب)
5. تعداد اعداد 3 رقمی زوج که هیچ رقم تکراری نداشته باشد ، چند تا است ؟ (با استفاده از اصل ضرب)

6. با حروف A,B,C,D,E,F چند کلمه ی 4 حرفی می توان نوشت که حرف تکراری نداشته باشد ؟
 7. با حروف A,B,C,D,E,F چند کلمه ی 4 حرفی می توان نوشت که هیچ دو حرف کنار هم تکراری نباشند ؟

8. چند عدد 3 رقمی وجود دارد که فقط از ارقام فرد در آنها استفاده شده باشد ؟

9. چند عدد 3 رقمی وجود دارد که فقط از ارقام زوج در آنها استفاده شده باشد ؟

10. حاصل ضرب های زیر را به وسیله ی فاکتوریل بنویسید .

$$10*9*8*7$$

$$100*99*98*....*61*60$$

$$5*(4! + 5!)$$

$$3! + 3! + 3! + 3!$$

11. به چند روش می توان 5 نفر را در یک صف مرتب کرد ؟

12. به چند روش می توان از بین 20 نفر 3 نفر انتخاب کرد و آنها را به ترتیب در یک صف قرار داد ؟

13. به چند روش می توان از بین 10 نفر 3 نفر برای یک تیم انتخاب کرد به طوری که ترتیب اعضا مهم نباشد ؟

14. حاصل عبارتهای زیر را بنویسید ؟

$$a. \binom{10}{2} = ?$$

$$b. \binom{n}{k} = ?$$

$$c. \binom{100}{53} = ?$$

$$d. \binom{5}{1} + \binom{5}{2} + \binom{5}{3} + \binom{5}{4} = ?$$

$$e. \binom{n}{k} = \binom{n}{?}$$

15. تعداد زیرمجموعه های مجموعه ی $A = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$ چند تا است ؟

16. تعداد زیرمجموعه های 4 عضوی مجموعه ی A چند تا است ؟

17. تعداد زیرمجموعه های 4 عضوی مجموعه ی A که شامل عدد 2 باشند و عدد 3 در آنها نباشد ، چند تا

است ؟

18. تعداد زیرمجموعه های 3 عضوی مجموعه ی A که حاصل جمع اعداد داخل آن زیرمجموعه بر 3 بخشپذیر باشد ؟

19. تعداد زیرمجموعه های 4 عضوی مجموعه ی A چند برابر تعداد زیرمجموعه های 6 عضوی مجموعه ی A است ؟

20. ثابت کنید $\binom{10}{5} = \binom{9}{4} + \binom{9}{5}$. (بدون استفاده از راه حل جبری)

21. به چند روش می توان 10 نفر را دور یک میز گرد چید ؟ (توجه کنید که اگر هر نفر یک صندلی به سمت راست حرکت کند یک چیدمان تکراری بدست می آید)

22. به چند روش می توان 10 نفر را دور یک میز گرد چید به طوری که A و B کنار هم باشند.

23. به چند روش می توان 10 نفر را دور یک میز گرد چید به طوری که A و B کنار هم باشند و C و D هم کنار هم باشند.

24. می خواهیم 8 نفر را دور یک میز گرد بچینیم . می دانیم 4 نفر لباس قرمز و 4 نفر لباس آبی پوشیده اند . به چند روش می توان این افراد را دور میز چید به طوری که هیچ دو نفر با لباس قرمز در کنار هم نباشند ؟

25. به چند روش می توان 6 وجه یک مکعب را با 6 رنگ ، رنگ کرد به طوری که از هر رنگ فقط یک بار استفاده کنیم . (توجه کنید که اگر مکعب را بچرخوانیم حالت تکراری بدست می آید .)

26. با 11 حرف کلمه ی Mississippi چند کلمه ی متفاوت می توان نوشت ؟ (مهم نیست کلمه معنی دار باشد).

27. اگر X مجموعه ی همه ی اعداد 2 رقمی مضرب 3 و Y مجموعه ی همه ی اعداد 2 رقمی مضرب 4 باشد . کدام یک بزرگتر است $\frac{1}{3}$ تعداد عناصر مجموعه ی X یا $\frac{1}{2}$ تعداد عناصر مجموعه ی Y ؟