تمرین های دوگونه شمردن

1. تساوی های زیر را با استفاده از روش های ترکیبیاتی اثبات کنید.

$$\left(\genfrac{}{}{0pt}{}{m}{k}\right)\left(\genfrac{}{}{0pt}{}{n}{m}\right)=\left(\genfrac{}{}{0pt}{}{n}{k}\right)\left(\genfrac{}{}{0pt}{}{n-k}{m-k}\right)$$

$$k\left(\genfrac{}{}{0pt}{}{n}{k}\right)=n\left(\genfrac{}{}{0pt}{}{n-1}{k-1}\right)$$

$$\sum\_{k=0}^{p}\left(\genfrac{}{}{0pt}{}{m}{k}\right)\left(\genfrac{}{}{0pt}{}{n}{p-k}\right)=\left(\genfrac{}{}{0pt}{}{m+n}{p}\right)$$

تمرین های ترکیب با تکرار

1. یک مادر به چند طریق می تواند 7 عدد سیب را بین 4 فرزند تقسیم کند ؟(می تواند به یک یا چند نفر از فرزندان اطلا سیبی ندهد. )
2. یک پدر به چند روش می تواند 10 دلار به 3 فرزندش عیدی بدهد به طوری که به هر فرزندش حداقل یک دلار بدهد . (این 10 دلار به صورت اسکناس های یک دلاری است . )
3. تعداد جواب های حسابی معادله ی زیر چند تا است .

$$\left(x\_{1}+x\_{2}+x\_{3}\right)\left(y\_{1}+y\_{2}+y\_{3}+y\_{4}\right)=77$$

تمرین های لانه کبوتری

1. فرض کنید $a\_{1},a\_{2},a\_{3},…, a\_{n}$ ، n عدد صحیح باشند که لزوما متمایز نیستند . ثابت کنید مجموعه ای از این اعداد وجود دارد که مجموع اعضایش بر n بخش پذیر است .
2. درون یک اتاق به مساحت 4.9 مترمربع ، 9 قالیچه به مساحت یک متر مربع و با شکل دلخواه پهن کرده ایم . نشان دهید دو قالیچه وجود دارند که به اندازه ی حداقل $\frac{1}{9}$ متر مربع اشتراک دارند .
3. پنجاه و یک نقطه درون مربعی به طول ضلع 1 متر پراکنده شده اند . ثابت کنید که مجموعه ای از سه تا از این نقطه ها را می توان با مطبعی به طول 20 سانتیمتر پوشاند .
4. ثابت کنید تفاضل دو تا از توانهای 2 ، مضربی از 1987 است . (منظور از توانهای 2 اعدادی مثل 16 ، 32، 64 ، .... است . )
5. ثابت کنید در میان هر 52 عدد صحیح همیشه می توان دو عدد طوری پیدا کرد که تفاضل مربعهایشان بر 100 بخش پذیر باشد .

تمرین های هندسه

1. ثابت کنید هرگاه دو زاویه از مثلثی با دو زاویه از مثلث دیگر برابر باشند ، آن دو مثلث متشابه هستند .
2. ثابت کنید در دو مثلث متشابه همواره :

الف) نسبت طول نیمسازها ی نظیر دو مثلث ، برابر با نسبت تشابه مثلث است .

ب) نسبت طول ارتفاع های نظیر دو مثلث ، برابر با نسبت تشابه مثلث است .

ج) نسبت محیط دو مثلث ، برابر با نسبت تشابه مثلث است .

د) نسبت طول میانه های نظیر دو مثلث ، برابر با نسبت تشابه مثلث است .

ه) نسبت مساحت دو مثلث برابر با مربع نسبت تشابه مثلث است .

12) ثابت کنید هر گاه دو ضلع از مثلثی با دو ضلع از مثلثی دیگر متناسب باشند و زاویه ی بین انها نیز برابر باشد ، دو مثلث متشابه هستند.

13) اگر D ، E ، F اوساط اضلاع مثلث ABC باشند ، ثابت کنید دو مثلث ABC و DEF به نسبت 2 به 1 با یکدیگر متشابه هستند .