

به نام خدا

## وزارت آموزش و پرورش باشگاه دانش‌پژوهان جوان

مدت آزمون: ۵ ساعت

### مسئله‌های پنج جوابی

پاسخ هر یک از مسائل زیر را در پاسخ‌نامه سیاه کنید. هر جواب درست چهار نمره‌ی مثبت و هر جواب نادرست یک نمره‌ی منفی دارد.

(۱A) در یک مجموعه‌ی تفریحی تمرین تیراندازی در نظر گرفته شده است. با هر بلیط می‌توان ۵ تیر شلیک کرد و به ازای هر تیر که به هدف بخورد، ۲ تیر جایزه داده می‌شود. علی با یک بلیط ۱۷ شلیک انجام داده است. او چند بار به هدف زده است؟

الف - ۱۲ بار ب - ۳ بار ج - ۶ بار د - ۱۵ بار ه - نمی‌توان به صورت یکتا تعیین کرد.

(۲A) یک دانش‌آموز در چند امتحان هوش صد نمره‌ای شرکت کرده است. در آخرین روز امتحان، دانش‌آموز با خودش حساب کرد که اگر در آخرین امتحان ۹۷ بگیرم، میانگین نمره‌های من ۹۰ و اگر ۷۳ بگیرم میانگین ۸۷ خواهد بود. او چند بار امتحان داده است؟

الف - ۴ بار ب - ۵ بار ج - ۶ بار د - ۷ بار ه - ۸ بار

۳A) یک دنباله از عددها به این صورت ساخته می‌شود: عدد اول این دنباله برابر با ۱ و پس از آن هر عدد برابر با مجموع عددهای قبل از خودش به اضافه‌ی یک است.  $n$ امین عنصر این دنباله برابر با چند است؟

الف -  $n$       ب -  $2n - 1$       ج -  $2^n$       د -  $2^{n-1}$       ه -  $2^n - 1$

۴A) مجموعه‌ی  $A = \{1, 2, \dots, 100\}$  مفروض است.

(a) به چند طریق می‌توان دو عدد صحیح از مجموعه‌ی  $A$  انتخاب کرد که مجموع آن‌ها عددی زوج باشد.

(b) به چند طریق می‌توان دو عدد صحیح از مجموعه‌ی  $A$  انتخاب نمود که مجموع آن‌ها عددی فرد باشد.

الف -  $a - 2500$  (b)  $2500$

ب -  $a - 2450$  (b)  $2450$

ج -  $a - 2450$  (b)  $2450$

د -  $a - 2500$  (b)  $2500$

ه - هیچ‌کدام

۵A) به چند طریق می‌توان جدول نیمه‌پروبه‌رو را با عددهای ۱ تا ۴ طوری پر کرد که در هیچ سطر و ستونی عدد تکراری نداشته باشیم؟

الف - ۰      ب - ۱      ج - ۲      د - ۳      ه - ۴!

6A) از میان عددهای زیر حداکثر چند عدد را می‌توان انتخاب کرد به صورتی که میانگین عددهای انتخاب شده بزرگ‌تر یا مساوی ۱۵ باشد.

۲۱, ۱۴, ۱۳, ۱۷, ۱۵, ۱۶, ۲۳, ۱۲, ۸, ۱۱, ۱۲, ۹, ۵, ۴, ۱۶, ۲, ۱۴, ۱۵, ۱۸, ۸, ۳, ۱۶

الف -                      ب -                      ج -                      د -                      ه -

7A) در سرزمین عجایب چهار نوع آدم وجود دارد: درستکار باهوش، درستکار احمق، تبهکار باهوش، و تبهکار احمق. آدم‌های درستکار باهوش و همچنین آدم‌های تبهکار احمق همواره راست می‌گویند. آدم‌های درستکار احمق و تبهکار باهوش همواره دروغ می‌گویند. به یک نفر از این سرزمین برمی‌خوریم. او به ما جمله‌ای می‌گوید که با استفاده از این جمله می‌توانیم، تعیین کنیم که او دقیقاً از چه نوعی است. این جمله چه می‌تواند باشد؟

الف - من احمق هستم.

ب - من درستکار احمق هستم.

ج - من درستکار باهوش هستم.

د - من تبهکار هستم.

ه - ب و د

8A) در سرزمین عجایب به دو نفر به نام‌های A و B برخوردیم. A به من چیزی گفت که نفهمیدم. B گفت: «A می‌گوید که یک درستکار احمق یا یک تبهکار باهوش است.» A با اعتراض گفت: «من این را نگفتم!» B گفت: «A تبهکار است.» و A در جواب گفت: «B احمق است!» با توجه به این مکالمات، A و B هر کدام از چه نوعی هستند؟

الف - با این اطلاعات نمی‌توان به طور دقیق نوع او را مشخص کرد.

ب - A یک تبهکار احمق و B یک درستکار احمق است.

ج - A یک درستکار باهوش و B یک تبهکار باهوش است.

د - A یک تبهکار احمق و B یک درستکار احمق است.

ه - A یک درستکار باهوش و B یک درستکار احمق است.

۹A) در ساعت صفر، ۱۰ نفر با شماره‌های ۱ تا ۱۰ برای پر کردن سطل خود در مقابل یک شیر آب صف کشیده‌اند. به محض این که سطل فردی که در جلوی شیر آب است پر می‌شود، او به کنار می‌رود و نفر بعدی در صف جای او را می‌گیرد. فرض کنید سطل نفر  $n$ ام به اندازه‌ای است که پر کردن آن  $n$  دقیقه طول می‌کشد. زمانی که نفر  $n$ ام سطل خود را پر می‌کند را «زمان معطلی» نفر  $n$ ام می‌نامیم. کدامیک از گزینه‌های زیر درباره‌ی مجموع زمان معطلی ۱۰ نفر درست است.

الف - مجموع زمان معطلی می‌تواند کمتر از ??? دقیقه باشد.

ب - مجموع زمان معطلی می‌تواند بیشتر از ??? دقیقه باشد.

ج - به هر ترتیبی که سطل‌ها پر شود مجموع زمان معطلی تغییر نخواهد کرد.

د - اگر افراد به ترتیب شماره‌هایشان در صف بایستند مقدار مجموع زمان معطلی کمینه است.

ه - اگر افراد به ترتیب عکس شماره‌هایشان در صف بایستند مقدار مجموع زمان معطلی کمینه است.

۱۰A) یک کشاورز پنبه نوع محصول کشت می‌کند: لوبیا، ذرت، کلم، کدو، و نخود. او در هر سال دقیقاً سه محصول براساس قوانین زیر کشت می‌کند:

• اگر ذرت بکارد حتماً لوبیا هم می‌کارد.

• دو سال متوالی کلم کشت نمی‌کند.

• در هر سال بیش از یکی از محصول‌های سال بعد را دوباره کشت نمی‌کند.

اگر در یک سال کشاورز لوبیا، ذرت و کلم بکارد، در دو سال بعد کدامیک از ترکیبات زیر را باید بکارد؟

الف - کلم، ذرت، لوبیا

ب - نخود، ذرت، لوبیا

ج - نخود، کلم، لوبیا

د - کدو، نخود، لوبیا

ه - کدو، نخود، کلم

۱۱A) یک آجر در صورتی می‌افتد که هیچ آجر یا نیمه آجر در زیر آن نباشد. در شکل زیر حداکثر چند آجر می‌توان برداشت به صورتی که آجرهای بالایی پایدار بمانند. (بدیهی است حق برداشتن آجرهای بالایی را نداریم.)

الف - ۸      ب - ۹      ج - ۱۰      د - ۱۱      ه - ۱۲

۱۲A) شکل مقابل را در نظر بگیرید. مهره‌ی سیاه یک وزیر در این صفحه است و خانه‌هایی که تهدید می‌کند با نقطه چین مشخص شده‌اند. حداقل چند وزیر لازم است تا بتوان آن‌ها را طوری در صفحه چید که همه‌ی خانه‌ها را تهدید کنند؟

الف - ۲      ب - ۳      ج - ۴      د - ۵      ه - ۶

۱۳A) در یک ایستگاه قطار، ریل‌ها به شکل زیر هستند:

همه‌ی ریل‌ها از سمت چپ به راست یک طرفه هستند. اگر ۵ قطار با شماره‌های ۱ تا ۵ به ترتیب ۵ و ۴ و ۳ و ۲ و ۱ از ورودی وارد این ریل‌ها شوند، کدام ترتیب برای خروج این قطارها ممکن نیست؟ (قطارها می‌توانند هر یک از دو راه رسیدن به خروجی را انتخاب کنند و همچنین می‌توانند مدتی روی ریل منتظر بمانند، ولی نمی‌توانند از روی هم عبور کنند. همچنین هر دو ریل به اندازه‌ی کافی طولانی هستند و می‌توانند تعداد زیادی قطار را در خود جا دهند.)

الف - ۴, ۱, ۲, ۵, ۳

ب - ۴, ۲, ۱, ۳, ۵

ج - ۲, ۳, ۴, ۵, ۱

د - ۲, ۳, ۵, ۱, ۴

ه - ۳, ۴, ۱, ۵, ۲

۱۴A)  $n$  دایره در صفحه رسم شده است. با رسم دایره‌ی بعدی تعداد نواحی ایجاد شده در صفحه توسط این دایره‌ها حداکثر چه قدر می‌تواند افزایش یابد؟

الف -  $n$       ب -  $n - 1$       ج -  $n + 1$       د -  $2n$       ه -  $2n + 1$

۱۵A) یک دانش‌آموز به عنوان جریمه باید عددهای بین ۱۰۰۱ و ۱۹۹۹ را دو به دو با هم جمع کند. (یعنی برای هر  $x$  که  $1001 \leq x \leq 1999$  و هر  $y$  که  $1001 \leq y \leq 1999$  باید یک بار  $x + y$  را محاسبه کرده باشد.) این دانش‌آموز هنگام جمع ده بریک را منظور نمی‌کند. در چه تعداد از جمع‌ها جواب را درست به دست می‌آورد؟

الف - ۳۶      ب -  $45^2$       ج -  $36^2$       د -  $(1000)$       ه -  $45^2 - (1000)$

۱۶A) در یک روش عددنویسی، ۱۹ رقم وجود دارد. ارقام ۰ تا ۹ و  $\bar{1}$  تا  $\bar{9}$  که به ترتیب دارای ارزش ۱- تا ۹- است. مثلاً ۱۳۷۶ را می‌توان به صورت  $\overline{1424}$  و  $\overline{18624}$  نمایش داد. (چون  $1376 = 1 \times 1000 + 4 \times 100 - 2 \times 10 - 4 \times 1 = 1 \times 10000 - 8 \times 1000 - 6 \times 100 - 2 \times 10 - 4 \times 1$ )  
 معین کنید عدد ۲۵ دارای چند نمایش با حداکثر ۳ رقم است؟  
 الف - ۱      ب - ۲      ج - ۳      د - ۴      ه - ۵

۱۷A) در شکل زیر چند مثلث وجود دارد که هر سه رأس آن نقاط پررنگ است؟  
 الف - ۱۱      ب - ۱۷      ج - ۲۰      د - ۲۹      ه - ۳۵

۱۸A) تعداد ۱۱ مکعب «متمايز» مطابق شکل زیر روی یک میز قرار گرفته‌اند.

یک آدم آهنی می‌تواند در هر «حرکت» یک مکعب که رویش چیزی قرار ندارد را به روی میز یا روی یک مکعب دیگر منتقل کند. اگر هدف تغییر آرایش مکعب‌ها به یک صورت جدید (دل‌خواه) باشد، با حداقل چند حرکت می‌توانیم مطمئن باشیم که آدم آهنی می‌تواند مکعب‌ها را به آرایش جدید (که دل‌خواه است و مشخص) در آورد؟

الف - ۲۴      ب - ۱۷      ج - ۱۴      د - ۱۱      ه - ۲۲

۱۹A) از هر یک از شهرهای یک استان به جز یکی که فقط یک جاده دارد، دقیقاً سه جاده خارج شده است. تعداد شهرهای این استان کدام یک از عددهای زیر می‌تواند باشد؟

الف - ۴      ب - ۵      ج - ۶      د - ۹      ه - ۱۳۷۷

۲۰A) دانش‌آموزی برای فارغ‌التحصیل شدن باید ۹ درس را بگذراند. برخی از این درس‌ها پیش‌نیاز هم هستند که این روابط پیش‌نیازی به صورت «  
نمایش داده می‌شوند؛ به این معنی که  $a$  پیش‌نیاز  $b$  است و باید قبل از آن گذرانده شود. شکل زیر روابط پیش‌نیازی بین ۹ درس را نشان می‌دهد.

اگر این دانش‌آموز بتواند در هر ترم حداکثر سه درس را بگذراند به چند صورت می‌تواند در طی حداکثر ۴ ترم فارغ‌التحصیل شود؟

الف - ۱      ب - ۲      ج - ۳      د - ۴      ه - ۵



۲۱A) یک ماتریس  $5 \times 10$  است که مقدار درایه‌های سطر اول آن برابر با یک و مقدار بقیه‌ی خانه‌های ستون اول و ستون پنجم آن برابر با صفر است و مقدار بقیه‌ی عناصر آن از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید:

$$A_{i,j} = \frac{1}{4}(A_{i-1,j-1} + A_{i-1,j+1})$$

مقدار درایه‌های سطر نهم این ماتریس چه خواهد بود؟

- الف -  $\frac{1}{16} \quad \frac{1}{16} \quad \frac{1}{16}$
- ب -  $\frac{1}{16} \quad \frac{1}{8} \quad \frac{1}{16}$
- ج -  $\frac{1}{32} \quad \frac{1}{32} \quad \frac{1}{32}$
- د -  $\frac{1}{16} \quad \frac{1}{8} \quad \frac{1}{4}$
- ه -  $1 \quad 1 \quad 1$

۲۲A) رشته‌ی babababba را در نظر بگیرید. در هر مرحله می‌توانیم دو حرف متوالی از این رشته را با هم جابه‌جا کنیم. حداقل تعداد مراحل لازم برای این که بتوانیم به رشته‌ای برسیم که در آن همه‌ی aها در کنار هم و همه‌ی bها نیز در کنار هم قرار گرفته باشند، چند مرحله است؟

- الف - ۹
- ب - ۱۰
- ج - ۱۱
- د - ۱۲
- ه - ۱۳

۲۳A) شکل مقابل حداقل با چند بار برداشتن قلم از روی کاغذ قابل رسم است؟

الف - ۳      ب - ۴      ج - ۵      د - ۶      ه - ۷

۲۴A) فرض کنید که شهرهای ۱ تا ۷ دور دایره‌ای به شکل زیر می‌باشند. (بین شهرهای مجاور جاده وجود دارد). حداکثر چند جاده‌ی دیگر می‌توان بین این شهرها کشید به طوری که هیچ دو جاده‌ای همدیگر را قطع نکنند و بین هر دو شهر حداکثر یک جاده‌ی مستقیم وجود داشته باشد. (جاده‌ها هم می‌توانند در داخل دایره و هم در خارج آن کشیده شوند).

الف - ۶      ب - ۷      ج - ۸      د - ۹      ه - ۱۰

۲۵A) می‌خواهیم در عبارت زیر سه تا از ۶ علامت ضرب را به جمع تبدیل کنیم، به طوری که مقدار  $A$  مینیمم شود.

$$A = 5 \times 6 \times 4 \times 3 \times 2 \times 7 \times 8$$

حداقل مقدار  $A$  چه قدر خواهد بود؟

الف - ۶۴      ب - ۶۰      ج - ۸۴      د - ۷۹      ه - ۶۹

۲۶A) از مجموعه‌ی  $\{1, 2, \dots, 6\}$  چند زیرمجموعه می‌توان انتخاب کرد که شامل دو عضو متوالی نباشند؟

الف - ۶۴      ب - ۲۱      ج - ۳۶      د - ۱۵      هـ - ۳۰

۲۷A) یک دستگاه نمایش اعداد از ۷ پاره‌خط تشکیل شده که با روشن کردن چراغ‌های مشخص شده در شکل زیر ارقام 0 تا 9 را نشان می‌دهد.

برای نمایش اعداد 0 تا 59 از یک نمایش دهنده‌ی دو رقمی استفاده می‌کنیم. متأسفانه چراغ بعضی از پاره‌خطها سوخته است. حال اگر دستگاه، شکل زیر را نمایش دهد عدد واقعی چند حالت متفاوت دارد؟

الف -      ب -      ج -      د -      هـ -

۲۸A) شکل مقابل نقشه‌ی خیابان‌های یک شهر است. نقاط سیاه مراکز پلیس و خطوط خیابان‌های شهر هستند. به علت ازدیاد مراکز پلیس وزارت کشور می‌بایست در هر شهر مجموعه‌ای از مراکز را انتخاب کند به گونه‌ای که اولاً هیچ خیابانی وجود نداشته باشد که مراکز پلیس هر دو سرش انتخاب شده باشد، و ثانیاً اگر حتا یک مرکز دیگر به آن مجموعه اضافه شود آنگاه خیابانی وجود داشته باشد که مراکز پلیس هر دو سرش انتخاب شده باشد.

وزارت کشور به چند طریق می‌تواند این مجموعه را انتخاب کند؟

الف - ۱۲۹      ب - ۷      ج - ۸      د - ۱۲۸      ه - ۶۴

۲۹A) مطابق شکل به ترتیب اعداد ۳۰، ۴۵، ۶۰، ۱۸، ۱۲، ۲۴، ۴۲، و ۱۰۵ دور دایره‌ای نوشته شده‌اند. در هر مرحله بین هر دو عدد روی دایره بزرگ‌ترین مقسوم‌علیه مشترک آن‌ها را می‌نویسیم و همه‌ی اعداد مرحله‌ی قبل را پاک می‌کنیم. اگر ۱۳۷۶ بار عمل فوق را انجام دهیم مجموع اعداد باقیمانده چند است؟

الف - ۳۳۶      ب - ۱۶۸      ج - ۲۴      د - ۷۲      ه - ۱۰۰

۳۰A) میوه‌فروشی می‌خواهد مقداری میوه برای فروش بخرد. دو نوع میوه موجود است: پرتقال و سیب. قیمت خرید هر کیلو پرتقال ۲۰۰ تومان و قیمت فروش آن ۲۳۰ تومان است. قیمت خرید هر کیلو سیب هم ۱۰۰ تومان و قیمت فروش آن ۱۲۰ تومان است. میوه‌فروش می‌خواهد حداکثر به اندازه‌ی ۱۶۰۰۰ تومان خرید کند. همچنین به خاطر مسئله‌ی حمل و نقل، او حداکثر می‌تواند مجموعاً به اندازه‌ی ۱۰۰ کیلو جنس بخرد. حداکثر مقدار سودی که میوه‌فروش می‌تواند از فروش جنس‌هایی که می‌خرد ببرد چند تومان است؟

الف - ۲۶۰۰    ب - ۲۵۰۰    ج - ۳۰۰۰    د - ۲۴۰۰    هـ - ۲۳۳۳

۳۱A) تمام عددهای سه رقمی که صفر ندارند را با هم جمع می‌زنیم، حاصل جمع در کدام محدوده قرار دارد؟

الف - ۳۹۶۰۰۱ تا ۴۰۰۰۰۰

ب - ۴۰۰۰۰۱ تا ۴۰۵۰۰۰

ج - ۴۰۵۰۰۱ تا ۴۱۰۰۰۰

د - ۴۱۰۰۰۱ تا ۴۱۵۰۰۰

هـ - ۴۱۵۰۰۱ تا ۴۲۰۰۰۰

## مسئله‌های بله – خیر

پاسخ هر یک از مسائل زیر «بله» یا «خیر» است که باید در پاسخ‌نامه خانه‌های مربوط به آن سیاه شود. هر جواب درست دو نمره‌ی مثبت و هر جواب نادرست دو نمره‌ی منفی دارد.

(۱B) خانه‌های جدول زیر را می‌خواهیم با عددهای ۱ تا ۳ چنان پر کنیم که در هر سطر (و همچنین در هر ستون) اگر مثلاً  $k$  تا خانه‌ی خالی وجود دارد، عددهای ۱ تا  $k$  (البته نه لزوماً به همین ترتیب) قرار بگیرند. آیا این عمل امکان‌پذیر است؟

(۲B) چهار نقطه‌ی روبه‌رو را در نظر بگیرید. دو نفر به نام‌های اکبر و باقر به ترتیب زیر با هم بازی می‌کنند. ابتدا اکبر شروع به بازی می‌کند و پس از آن یک در میان به نوبت بازی می‌کنند. هر یک از دو بازی‌کن در نوبت خودش بین دو نقطه که تا حالا به هم وصل نشده‌اند یک پاره‌خط راست می‌کشد. اولین کسی که باعث ایجاد یک مثلث در شکل بشود بازنده است. آیا اکبر می‌تواند چنان حرکت کند که همیشه بازی را ببرد؟

(۳B) ۶ لیوان در یک ردیف قرار داده شده‌اند. در هر مرحله می‌توانیم ۵ تا از این لیوان‌ها را انتخاب کرده، هر پنج تا را وارون کنیم. آیا با تکرار این عمل‌ها می‌توان هر ۶ لیوان را وارون کنیم؟

(۴B) در شبکه‌ی روبرو آیا می‌توان از یک تقاطع شروع کرد و مسیری را طی کرد که در آن از هر یک از تقاطع‌های دیگر دقیقاً یک بار بگذریم و دوباره به همان تقاطع اولیه برسیم؟

(۵B) در شکل الف می‌بینید که سه صابون در دیوارها محصور شده‌اند. می‌خواهیم وضعیت مشخص شده را به حالت تبدیل ب‌کنیم. برای این کار حق داریم به صابون‌ها در جهت‌های افقی یا عمودی ضربه بزنیم. صابون‌ها در جهت ضربه حرکت می‌کنند تا به یک مانع (دیوار یا صابون دیگر) برسند و سپس می‌ایستند. دقت کنید که صابون‌ها حق دوران ندارند. آیا می‌توان این کار را انجام داد؟

(۶B) ۱۳۷۶ سنگریزه و دو بازی‌کن داریم. هر بازی‌کن در نوبت خود می‌تواند ۱ یا ۲ یا ۴ سنگریزه برای خود بردارد. کسی که آخرین سنگریزه را بردارد برنده است. آیا فرد اول می‌تواند طوری بازی کند که حتماً برنده شود؟

(۷B) ۵ نفر با وزن‌های ۸۰، ۸۰، ۴۰، ۳۰ و ۲۰ کیلوگرم در یک طرف رودخانه ایستاده‌اند و قایقی دارند که ظرفیت آن ۸۰ کیلوگرم است. آیا آن‌ها می‌توانند با استفاده از این قایق به سوی دیگر رودخانه بروند؟ (در هر بار رد شدن قایق از رودخانه باید حداقل یک نفر برای هدایت آن در قایق باشد).

(۸B) در کشوری تعدادی شهر وجود دارد و بعضی از شهرها با جاده به هم متصل‌اند. می‌خواهیم به هر یک از این شهرها یک مجموعه از عددهای صحیح را نسبت دهیم، به طوری که مجموعه‌های نسبت داده شده به هر دو شهری که به هم با یک جاده به طور مستقیم متصل‌اند با هم اشتراک ناتهی داشته باشند و اشتراک مجموعه‌های نسبت داده شده به هر دو شهری که با جاده‌ای به صورت مستقیم به هم متصل نیستند، تهی باشد. آیا این کار همواره ممکن است؟

(۹B) یک ترتیب از عددهای ۱ تا ۱۰ به ما داده شده است. دو عمل زیر را می‌توانیم بر روی هر ترتیب انجام دهیم:

- عنصر اول و دوم ترتیب را جابه‌جا کنیم.
  - عنصر اول ترتیب را برداشته، آن را در آخر ترتیب قرار دهیم.
- آیا با استفاده از دو عمل فوق، می‌توانیم ترتیب داده شده را مرتب کنیم؟

(۱۰B) آیا می‌توان به رئوس شکل زیر اعداد از ۰ تا ۶ را طوری نسبت داد که هر عدد از اعداد ۱ تا ۶ قدرمطلق تفاضل دو سر یک پاره‌خط باشند؟



۱۱B) رشته‌ی اعداد طبیعی را از ۱ شروع کرده و با هم جمع می‌زنیم. آیا ممکن است پس از جمع کردن چند عدد، به مجموعی سه رقمی با ارقام یکسان برسیم؟

۱۲B) شهرهای  $A$  و  $B$  و  $C$  و  $D$  و  $E$  و  $F$  در شکل مقابل توسط خیابان‌های یک طرفه‌ای که هر یک را با یک پیکان نشان داده‌ایم به هم وصل شده‌اند. مقدار مصرف بنزین برای عبور از یک خیابان عددی است که روی آن خیابان نوشته شده است. آیا می‌توان سفری را از راس  $A$  شروع کرد و با عبور از خیابان‌ها و مصرف دقیقاً ۲۱ واحد بنزین به شهر  $F$  رسید؟

۱۳B) جدول  $3 \times 3$ ی روبرو با عددهای صحیح پر شده است. در هر مرحله می‌توانیم به دو خانه‌ی مجاور در این جدول یک عدد صحیح اضافه نموده و یا از آن‌ها یک عدد صحیح را کم کنیم. آیا با استفاده از این عمل‌ها می‌توان تمام خانه‌های این جدول را صفر نمود؟

۱۴B) دو گروه از افراد که هر گروه دارای سه نفر است را در نظر می‌گیریم. برای هر شخص یک مجموعه‌ی ۲ عضوی از عددهای طبیعی اختصاص می‌دهیم. هر شخصی یکی از این اعداد اختصاص یافته به خود را انتخاب می‌کند. می‌خواهیم انتخاب‌ها چنان باشد که هیچ دو نفری از دو گروه متفاوت عددهای یکسانی انتخاب نکرده باشند. آیا این کار همواره ممکن است؟

(۱۵B) ۲۰ تیم به صورت دوره‌ای با هم بازی کرده‌اند (هر دو تیمی با هم دقیقاً یک بازی انجام داده‌اند)، جایگشتی از این تیم‌ها را داریم. اگر در این جایگشت دو تیم متوالی  $x$  و  $y$  باشند که  $x$  از  $y$  باخته باشد، جای  $x$  و  $y$  را عوض می‌کنیم. آیا این عمل می‌تواند تا بی‌نهایت ادامه داشته باشد؟