سرشاخ شدن با کنکور
konkoori.blog.ir

سرشاخ شدن با کنکور

- خلاصه مطالب دروس
- جزوات برترین اساتید
- ارایه نکات کنکوری
- مشاوره کنکور
- اخبار کنکوری ها

«همه و همه در سرشاخ شدن با کنکور»

www.konkoori.blog.ir

جزوه

ریاضی سوم تجربی

فصل اول

نویسنده: عبدالکریم قزل (دبیر ریاضی دبیرستان های شهرستان مراوه تپه)

پدیده های تصادفی

پدیده ی تصادفی: پدیده ها و آزمایش هایی را که از همه ی حالت های ممکن در به وقوع پیوستن آن ها مطلع باشیم اما از این که کدام حالت قطعا رخ خواهد داد اطمینان نداشته باشیم یک پدیده ی تصادفی می گوییم

تمرین ۱) جای خالی را با عبارات مناسب پر کنید

– به پدیده هایی که از به وقوع پیوستن آن ها اطمینان نداشته باشیم، .... می گوییم . (سوال ۱ امتحان نهایی خرداد ماه ۱۳۹۱)

فضای نمونه ای: اگر یک پدیده ی تصادفی داشته باشیم، مجموعه ی شامل همه ی حالت های ممکن در به وقوع پیوستن این پدیده ی تصادفی را فضای نمونه ای می نامیم .

تذکر : فضای نمونه ای را معمولا با حرف S نمایش می دهند ، و تعداد اعضای فضای نمونه ای را با n(s) نمایش می دهند.

نکته : اگر اعضای S قابل شمارش باشد آن را یک فضای نمونه ای گسسته می نامیم

مثال)

پدیده ی تصادفی	فضای نمونه ای : S	تعداد اعضای فضای نمونه ای : n(s)
انداختن یک سکه	S={ رو و پشت}	n(s)= ۲

تمرین ۲) جای خالی را با عبارات مناسب پر کنید

اگر اعضای فضای نمونه ای قابل شمارش باشد، آن را یک فضای نمونه ای .... می نامیم. (سوال ۱ امتحان نهایی خرداد ماه ۱۳۹۱)

تمرین ۳) خانواده ای دارای چهار فرزند است. فضای نمونه ای فرزندان این خانواده را مشخص کنید (سوال ۱ امتحان نهایی دی ماه ۱۳۸۹)

تمرین ۴) هر یک از اعداد زوج طبیعی کوچکتر از ۲۰ را روی یک کارت نوشته و یکی از کارت ها را به تصادف برمی داریم، مطلوب است :

– فضای نمونه ای این آزمایش (سوال ۱ امتحان نهایی دی ماه ۱۳۹۰)

پیشامد تصادفی: اگر یک پدیده ی تصادفی رخ دهد و S فضای نمونه ای این پدیده یا آزمایش تصادفی باشد، هر زیر مجموعه ی S را یک پیشامد تصادفی در فضای نمونه ای S می نامیم .

نکته : پیشامد $A=\emptyset$ را پیشامد نشدنی و پیشامد $A=S$ را پیشامد حتمی می نامیم

مثال) یک تاس و یک سکه را با هم می اندازیم و پیشامد A را چنین تعریف می کنیم که تاس عدد زوج و سکه رو بیاید A را مشخص کنید.

حل) می دانیم فضای نمونه ای این مثال دارای ۱۲ = ۶× ۲ عضو است و داریم : $A = \{$(رو ، ۲) و (رو ، ۴) و (رو ، ۶)$\}$

تمرین ۵) یک سکه و یک تاس را با هم پرتاب می کنیم: (سوال ۱ امتحان نهایی شهریور ماه ۱۳۹۰)

- پیشامد آن را بنویسید که عدد روی تاس بزرگ تر از ۵ باشد.

تمرین۶) هر یک از اعداد زوج طبیعی کوچکتر از ۲۰ را روی یک کارت نوشته و یکی از کارت ها را به تصادف برمی داریم، مطلوب است :

- پیشامد A که در آن روی کارت اول یا مضرب ۳ باشد. (سوال ۱ امتحان نهایی دی ماه ۱۳۹۰)

تمرین ۷) جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید.

- پیشامد $A= \emptyset$ را پیشامد.............. و پیشامد $A= S$ را پیشامد ....می نامیم. (سوال ۴ امتحان نهایی دی ماه ۱۳۹۰)

اعمال روی پیشامدها

متمم یک پیشامد : اگر S فضای نمونه ای یک پدیده ی تصادفی و $A\subseteq S$ پیشامدی در این فضای نمونه ای باشد، متمم پیشامد A را با A' نمایش می دهیم . و تعبیر آن چنین است که« پیشامد A' زمانی رخ می دهد که پیشامد A رخ ندهد.»

تذکر : با توجه به تعریف متمم یک پیشامد نتایج زیر حاصل می شوند:

الف) $A \cup A' = S$

ب) $A \cap A' = \emptyset$

ج) $n(A')= n(S) - n(A)$

تمرین ۸) در جاهای خالی عبارت مناسب قرار دهید (سوال ۲ امتحان نهایی شهریور ماه ۱۳۹۰)

اگر $A\subseteq S$ و A' متمم A باشد آن گاه $A \cap A' =$.................. و $A \cup A' =$...............

اجتماع دو پیشامد : اگر A و B دو پیشامد از فضای نمونه ای S باشند ، پیشامد $A \cup B$ زمانی رخ می دهد که پیشامد A یا پیشامد B یا هر دو رخ دهند.

اشتراک دو پیشامد : اگر A و B دو پیشامد از فضای نمونه ای S باشند ، پیشامد $A \cap B$ زمانی رخ می دهد که هم پیشامد A و هم پیشامد B رخ دهند.

تفاضل دو پیشامد : اگر A و B دو پیشامد در فضای نمونه ای S باشند ، پیشامد A-B زمانی رخ می دهد که پیشامد A رخ دهد ولی پیشامد B رخ ندهد.

پیشامدهای ناسازگار : اگر A و B دو پیشامد از فضای نمونه ای S باشند و $A \cap B = \emptyset$ در این صورت آن ها را دو پیشامد ناسازگار می نامیم

در واقع اگر A و B دو پیشامد ناسازگار باشند با هم رخ نمی دهندو اگر $A \cap B \neq \emptyset$ ، آن ها را سازگار می نامیم.

سوال) دو تاس را با هم می اندازیم (یا تاسی را دو بار می اندازیم) و پیشامدهای A و B و C را به صورت زیر تعریف می کنیم :

پیشامد آن که عدد رو شده ی تاس اول ۴ باشد= A

پیشامدآن که مجموع اعداد دو تاس ۷باشد= B

پیشامد آن که اعداد رو شده متمایز باشند= C

هریک از پیشامدهای $A \cup B$ و $A \cap B$ و C' و $A-B$ و $A-C$ را مشخص کنید؟

تمرین ۹) جای خالی را با عبارت مناسب پر کنید. (سوال ۱ امتحان نهایی خرداد ماه ۱۳۹۱)

– اگر A و B دو پیشامد از فضای نمونه ای S باشند و $A \cap B \neq \emptyset$ ، در این صورت A ,B را دو پیشامد .... می نامیم.

تمرین ۱۰) جای خالی را با عبارت مناسب پر کنید . (سوال ۲ امتحان نهایی شهریور ۱۳۹۰)

– اگر A و B دو پیشامد از فضای نمونه ای S باشند و $A \cap B = \emptyset$ ، در این صورت A ,B را دو پیشامد .... می نامیم.

احتمال

تعریف احتمال : اندازه ی امکان به وقوع پیوستن هرپیشامد تصادفی A در فضای نمونه ای S را اصطلاحا احتمال وقوع آن پیشامد می نامند

و آن را با نماد P(A) نمایش می دهند.

فرمول احتمال : $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{\text{تعداد اعضای پیشامد } A}{\text{تعداد اعضای فضای نمونه } S}$

احتمال رخداد پیشامد A : $۰ \leq P(A) \leq ۱$ یعنی احتمال رخدادهر پیشامد حداقل صفر و حداکثر یک است

نکته : $P(S)=۱$ و $P(\emptyset)=۰$

قانون جمع احتمالات: اگر A و B دو پیشامد از فضای نمونه ای S باشند داریم : $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$

احتمال پیشامد متمم: اگر A پیشامدی از فضای نمونه ای S و A' متمم آن باشد داریم $P(A)=1-P(A')$

احتمال پیشامدهای ناسازگار:

با توجه به قانون جمع احتمالات، اگر A و B دو پیشامد ناسازگار باشند، چون $A\cap B=\emptyset$ و $P(\emptyset)=0$ بنابراین می توان نوشت :

$P(A\cup B)=P(A)+P(B)$

تمرین ۱۱) اگر $P(A\cup B)=P(A)+P(B)$ باشد ، آن گاه .... = $P(A\cap B)$ (سوال ۴ امتحان نهایی دی ماه ۱۳۹۰)

پیشامد مستقل: اگر A وB دو پیشامد از فضای نمونه ای S بوده و اتفاق افتادن هرکدام از آن ها تاثیری در اتفاق افتادن دیگری نداشته باشد،
این دو پیشامد را مستقل می نامیم و داریم : $P(A\cap B)=P(A)\times P(B)$

تمرین ۱۲) سکه سالمی را سه بارپرتاب می کنیم . اگر A پیشامد برآمدهایی باشد که در آن دومین پرتاب <<رو>> است و B پیشامد برآمدهایی باشد که در آن فقط دو <<رو>> به صورت متوالی ظاهر شده است ، آیا دو پیشامد A وB مستقل هستند؟چرا ؟

(فضای نمونه و هریک از پیشامدها را مشخص کنید). (سوال ۲ امتحان نهایی خرداد ماه ۱۳۹۰)

یاد آوری : تعداد حالات انتخاب r شی از n شی به طوری که ترتیب انتخاب آن ها مهم نباشد ، برابر با $\binom{n}{r}$ می باشد و داریم : $\binom{n}{r}=\frac{n!}{r!(n-r)!}$

دسته بندی سوالات احتمال

دسته ی اول : احتمال انداختن سکه یا تولد(داشتن) فرزند

تعداد اعضای فضای نمونه ای تولد n فرزند یا پرتاب n سکه (یا n بار پرتاب یک سکه) برابر با 2^n است.

تمرین ۱۳)خانواده ای دارای چهار فرزند است. پیشامد آن که حداقل دو فرزند این خانواده پسر باشد را نوشته و احتمال آن را محاسبه کنید؟

راهنمایی : حداقل دو فرزند پسر معادل آن است که دو فرزند پسر یا سه فرزند پسر یا چهار فرزند پسر باشند (سوال ۱ امتحان نهایی دی ماه ۱۳۸۹)

دسته ی دوم : احتمال پرتاب تاس

تعداد اعضای فضای نمونه ای پرتاب n تاس (یا n بار پرتاب یک تاس) برابر با 6^n است.

تمرین۱۴) تاسی را سه بار می اندازیم . مطلوبست احتمال آن که مجموع اعداد رو شده سه تاس کوچکتر از۵ باشد. (سوال ۴ امتحان نهایی دی ۱۳۹۰)

دسته ی سوم : احتمال پرتاب تاس و سکه با هم

هنگامی که تاس و سکه ای را با هم پرتاب می کنیم ، چون پیشامدهای آن ها مستقل از هم هستند ، می توان از رابطه ی زیر در حل سوالات مربوط به این دسته استفاده نمود . $P(A\cap B) = P(A) \times P(B)$

تمرین ۱۵) یک تاس و یک سکه را با هم پرتاب می کنیم ، احتمال آن را بیابید که سکه پشت یا تاس ۴ بیاید. (سوال ۱ امتحان نهایی شهریور ۱۳۹۰)

راهنمایی : از رابطه ی $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ استفاده می کنیم .و نیزچون پیشامدهای آن ها مستقل از هم هستند برای محاسبه ی احتمال اشتراک دو پیشامد از رابطه ی مقابل استفاده می‌کنیم. $P(A\cap B) = P(A) \times P(B)$

دسته ی چهارم : احتمال تولد

تعداد اعضای فضای نمونه ای تولد n نفر در ماه های سال برابر با ۱۲^n است.

تعداد اعضای فضای نمونه ای تولد n نفر در روزهای سال برابر است با ۳۶۵^n است.

تمرین ۱۶) در یک کلاس ۲۵ نفری ، قدر احتمال دارد که روز تولد هیچ دو نفری یکسان‌نباشد ؟ (سوال ۳ امتحان نهایی خرداد ماه ۱۳۹۰)

تمرین ۱۷) چقدر احتمال دارد در یک تیم والیبال(تیم ۶نفره)

الف) همه در ماه خرداد متولد شده باشند ؟

ب) هیچ دو نفری در یک ماه متولد نشده باشند ؟

دسته ی پنجم : احتمال بخش پذیری (مضرب بودن)

تعداد مضارب k از ۱ تا n ، برابر با خارج قسمت تقسیم n بر k می باشد.

تمرین ۱۸) از بین اعداد ۱ تا ۱۰۰ عددی انتخاب می کنیم . با چه احتمالی : الف) مضرب ۲ است ؟ ب) مضرب ۳ نیست؟

حل الف : چون $۵۰ = \frac{۱۰۰}{۲}$ پس در بین اعداد ۱ تا ۱۰۰ تعداد ۵۰ عدد مضرب ۲ هستند ، در نتیجه : $P(\text{مضرب}۲) = \frac{۵۰}{۱۰۰} = \frac{۱}{۲}$

دسته ی ششم : احتمال ساختن کلمه یا عدد خاص : عدد زوج یکانش زوج و عدد مضرب ۵ یکانش ۰ یا ۵ می باشد.

تمرین ۱۹) به کمک ارقام ۳ ، ۵ ، ۰ و ۹ عددی دو رقمی و بدوت تکرار ارقام می نویسیم. با چه احتمالی :

الف) عدد نوشته شده زوج یا بزرگتر از ۵ است ؟ ب) عدد نوشته شده مضرب ۵ است؟

دسته ی هفتم : احتمال در جایگشت ها

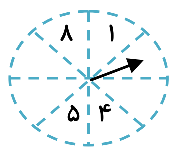
تعداد حالاتی که n نفر (یا n شی متمایز) می توانند کنار هم جابجا شوند برابر با $n!$ می باشد.

تمرین ۲۰) چهار برادر در یک صف، کنار هم ایستاده اند .

الف) با چه احتمالی بزرگ ترین و کوچک ترین برادر همواره کنار هم هستند؟

ب) با چه احتمالی بزرگ ترین و کوچکترین برادر در اول و آخر صف واقع شده باشند ؟

دسته ی هشتم : احتمال در عقربه



تمرین ۲۱) عقربه ای مطابق شکل زیر و به تصادف پس از به حرکت درآمدن روی یکی از ۸ ناحیه ی شکل می ایستد و عددی رانشان می دهد . چقدر احتمال دارد :

الف) عقربه عددی اول را نشان دهد .

ب) عقربه عددی اول یا فرد را نشان دهد .

ج) عقربه روی عدد مضرب ۳ بایستد .

دسته ی نهم : احتمال انتخاب از یک ظرف، جعبه یا گروه

تعداد حالات انتخاب r شی از n شی به طوری که ترتیب انتخاب آن ها مهم نباشد، برابر با $\binom{n}{r}$ می باشد و داریم : $\binom{n}{r}=\frac{n!}{r!(n-r)!}$

سه حالت انتخاب :

حالت اول) انتخاب r شی از n شی برابر است با : $\binom{n}{r}$

حالت دوم)انتخاب r شی یکی پس از دیگری و بدون جای گذاری از بین n شی

مثال : $\binom{۷}{۱}\binom{۶}{۱}=۴۲$ = تعداد حالات $\rightarrow$ ۲ مهره را یکی پس از دیگری و بدون جای گذاری از بین ۷ مهره انتخاب می کنیم .

حالت سوم) انتخاب r شی یکی پس از دیگری و با جای گذاری از بین n شی

مثال : $\binom{۷}{۱}\binom{۷}{۱}=۴۹$ = تعداد حالات $\rightarrow$ ۲مهره را یکی پس از دیگری و با جای گذاری از بین ۷ مهره انتخاب می کنیم .

تمرین ۲۲) از جعبه ای که شامل ۴ مهره سفید و ۳ مهره سبز و ۲ مهره سیاه می باشد ، ۳ مهره به تصادف خارج می کنیم ،

مطلوب است احتمال آن که : الف) فقط ۲ مهره سفید باشد . ب) حداکثر ۲ مهره سبز باشد. (سوال ۲ امتحان نهایی خرداد ماه ۱۳۹۰)

تمرین ۲۳) برای تشکیل تیمی ، ۵ دانش آموز سال سوم و ۴ دانش آموز سال اول داوطلب شده اند. به تصادف ۳ دانش آموز انتخاب می کنیم.احتمال آن را پیدا کنید که: الف) حداکثر ۱ نفر سال اولی باشد .

ب) هیچ کدام از سه نفر دانش آموز انتخاب شده ، سال سومی نباشند. (محاسبه ی جواب های پایانی الزامی نیست) (سوال ۱ امتحان نهایی خرداد ۹۰)

تمرین ۲۴) درجعبه ای ۶ لامپ سالم و ۴ لامپ معیوب موجود است . سه لامپ به تصادف و هم زمان خارج می کنیم، احتمال آن که لامپ ها از یک نوع باشد را بیابید ؟ (سوال۴ امتحان نهایی شهریور ۹۰)

تمرین ۲۵) در کیسه ای ۳ مهره سفید و ۴ مهره سیاه وجود دارد. از این کیسه ۲ مهره به تصادف خارج می کنیم، احتمال آن که هر دو مهره همرنگ باشند را به دست آورید ؟ (سوال ۲ امتحان نهایی دی ۹۰)

دسته ی دهم : ابتدا انتخاب ظرف (جعبه یا گروه) سپس انتخاب مهره (یا فرد)

اگر چند ظرف (یا گروه) داشته باشیم و بخواهیم ابتدا یکی از این ظروف(یا گروه ها) را انتخاب کنیم ، سپس از آن مهره ای (یا فردی) انتخاب کنیم ، باید احتمال انتخاب ظروف (یا گروه ها) را نیز محاسبه کنیم . در واقع بهتر است از نمودار درختی استفاده کنیم

تمرین ۲۶) در جعبه ی A ، ۴ مهره ی قرمز و ۳ مهره ی آبی و در جعبه ی B ، ۳ مهره ی قرمز و ۲ مهره ی آبی وجود دارد.یکی از این دو جعبه را به تصادف انتخاب کرده و ۱ مهره به تصادف از آن جعبه خارج می کنیم. چقدر احتمال دارد این مهره آبی باشد؟(سوال ۳ امتحان نهایی دی ۸۹)

تمرین ۲۷) در جعبه ی A ، ۵ مهره ی سفید و ۳ مهره ی سیاه و در جعبه ی B ، ۴ مهره ی سفید و ۲ مهره ی سیاه وجود دارد.یکی از این دو جعبه را به تصادف انتخاب کرده و یک مهره به تصادف از آن جعبه خارج می کنیم. چقدر احتمال دارد این مهره سیاه باشد؟

(سوال۳ امتحان نهایی شهریور ۹۰)

دسته ی یازدهم : احتمال درصدی (اعشاری)

تمرین ۲۸) احتمال این که رضا در کنکور قبول شود۰/۶ و احتمال آن که علی در کنکور۰/۳ می باشد ، احتمال آن که حداقل یکی از آن ها در کنکور قبول شود را به دست آورید . (سوال ۳ امتحان نهایی خرداد ۹۱)

تمرین ۲۹) احتمال آن که دانش آموزی در درس ریاضی قبول شود۰/۷ و احتمال این که در درس شیمی قبول شود۰/۸۵ و احتمال آن که در هر دو درس قبول شود ۰/۶ است.احتمال آن که حداقل در یکی از دروس ریاضی و شیمی قبول شود چقدراست؟ سوال ۴ امتحان نهایی خرداد ۹۰)

تمرین ۳۰) احتمال آن که دانش آموزی در درس ریاضی قبول‌نشود ۰/۴ و احتمال این که در درس فیزیک قبول شود ۰/۷ و احتمال آن که در هر دو درس قبول شود ۰/۵ است.احتمال آن که حداقل در یکی از دروس ریاضی وفیزیک قبول شود چقدراست؟(سوال ۲ امتحان نهایی دی ۸۹)