به نام خدا

فصل اول: الگو و دنباله‌ها

س۱

الف) $a_n = 2n$

n	۱	۲	۳	...	۲۰	...	n
a_n	1×2	2×2	3×2	...	20×2	...	$2n$

ب) $a_n = \frac{1}{n^2}$

n	۱	۲	۳	...	۲۰	...	n
a_n	$\frac{1}{1^2}$	$\frac{1}{2^2}$	$\frac{1}{3^2}$	...	$\frac{1}{20^2}$	...	$\frac{1}{n^2}$

پ) $a_n = 4 + (n-1)4 \Rightarrow a_n = 4n - 1$

n	۱	۲	۳	...	۲۰	...	n
a_n	۳	$3+(1\times4)$	$3+(2\times4)$	...	$3+(n-1)4$	...	$3+(n-1)\times4$

ت) $a_n = \frac{n}{n+1}$

n	۱	۲	۳	۴	...	۲۰	...	n
a_n	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{4}{5}$	...	$\frac{20}{21}$	...	$\frac{n}{n+1}$

ث) $a_n = 10^n + 1$

n	۱	۲	۳	...	۲۰	...	n
a_n	10^1+1	10^2+1	10^3+1	...	$10^{20}+1$	...	10^n+1

س۲

الف) $a_n = (-1)^n + \frac{1}{n}$

$$\begin{cases} a_1 = (-1)^1 + \frac{1}{1} = -1+1 = 0 \Rightarrow a_1 = 0 \\ a_2 = (-1)^2 + \frac{1}{2} = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2} \Rightarrow a_2 = \frac{3}{2} \\ a_3 = (-1)^3 + \frac{1}{3} = -1 + \frac{1}{3} = -\frac{2}{3} \Rightarrow a_3 = -\frac{2}{3} \end{cases}$$

ب) $a_n = \frac{2n^2}{n+1}$

$$\begin{cases} a_1 = \frac{2(1)^2}{1+1} = \frac{2}{2} = 1 \Rightarrow a_1 = 1 \\ a_2 = \frac{2(2)^2}{2+1} = \frac{8}{3} \Rightarrow a_2 = \frac{8}{3} \\ a_3 = \frac{2(3)^2}{3+1} = \frac{18}{4} = \frac{9}{2} \Rightarrow a_3 = \frac{9}{2} \end{cases}$$

پ) $a_n = \frac{n+3}{n-3}$

$$\begin{cases} a_1 = \frac{1+3}{3-1} = \frac{4}{2} = 2 \Rightarrow a_1 = 2 \\ a_2 = \frac{2+3}{3-2} = \frac{5}{1} \Rightarrow a_5 = 5 \\ a_3 = \frac{3+3}{3-3} = \frac{6}{0} = \text{تعریف نشده} \Rightarrow a_3 = \text{تعریف نشده} \end{cases}$$

س ۳

الف)

n	۱	۲	۳	...	n
a_n	$۲^۰$	$۲^۱$	$۲^۲$	...	۲^{n-1}

$\Rightarrow a_n = ۲^{n-1}$

ب)

$$\begin{cases} a_n = ۲۵۶ \\ n = ? \\ a_n = ۲^{n-1} \end{cases} \Rightarrow ۲^{n-1} = ۲۵۶ \Rightarrow ۲^{n-1} = ۲^{۸} \Rightarrow n-1 = ۸ \Rightarrow \boxed{n = ۹}$$

ج)

$$\begin{cases} a_n = ۲^{n-1} \\ n = ۱۰۰ \end{cases} \Rightarrow a_{۱۰۰} = ۲^{۱۰۰-۱} = ۲^{۹۹} \Rightarrow \boxed{a_{۱۰۰} = ۲^{۹۹}}$$

س ۴

الف) a) اگر مقدار دسته ها را در نظر بگیریم داریم که: $a_n = n$

b) اگر تعداد خط ها را در نظر بگیریم داریم که:

n	۱	۲	۳	۴	...	n
a_n	۳	۵	۷	۹	...	$۳+(n-۱)۲$

$a_n = ۳ + ۲n - ۲$

$\boxed{a_n = ۲n + ۱}$

ب) اگر n را تعداد مربع در نظر بگیریم داریم که $a_n = n + ۱$

س ۵

الف)

n	۱	۲	۳	...	n
$S = a_n$	$۱^۲$	$۲^۲$	$۳^۲$	...	$n^۲$

$\Rightarrow \boxed{a_n = n^۲}$

ب)

n	۱	۲	۳	...	n
a_n	۴×۱	۴×۲	۴×۳	...	$۴n$

$\boxed{a_n = ۴n}$

اگر $n = ۲۵۰ \Rightarrow a_{۲۵۰} = ۴ \times ۲۵۰ = ۱۰۰۰ \Rightarrow \boxed{a_{۲۵۰} = ۱۰۰۰}$

س ۶

$a_n = ۵۰n + ۱۵۰$

الف)

$$\begin{cases} n = ? \\ a_n = ۹۰۰ \\ a_n = ۵۰n + ۱۵۰ \end{cases} \Rightarrow ۵۰n + ۱۵۰ = ۹۰۰ \Rightarrow ۵۰n = ۹۰۰ - ۱۵۰ \Rightarrow ۵۰n = ۷۵۰$$

$$\Rightarrow n = \frac{۷۵۰}{۵۰} = ۱۵ \Rightarrow \boxed{n = ۱۵}$$

ب)
$n=۲۵$
$a_n = ۵n+۱۵۰ \Rightarrow a_{۲۵} = ۵\times ۲۵ + ۱۵۰ \Rightarrow a_{۲۵} = ۱۲۵ + ۱۵۰ \Rightarrow \boxed{a_{۲۵}=۱۷۵۰}$

س ۸

الف) دنباله‌ی حسابی است زیرا $a_۱ = ۷$
$d = a_۲ - a_۱ = ۱۰ - ۷ = ۳$
$d = a_۳ - a_۲ = ۱۳ - ۱۰ = ۳$
$a_n = a + (n-۱)d = ۷ + (n-۱)۳$
$\Rightarrow a_n = ۷ + ۳n - ۳ \Rightarrow \boxed{a_n = ۳n + ۴}$

ب) دنباله‌ی حسابی نمی‌باشد زیرا
$\frac{۱}{۴} - \frac{۱}{۲} = \frac{۱-۲}{۴} = -\frac{۱}{۲}$ ، $\frac{۱}{۶} - \frac{۱}{۴} = \frac{۲-۳}{۱۲} = -\frac{۱}{۱۲} \Rightarrow -\frac{۱}{۲} \neq -\frac{۱}{۱۲}$

ج)
$d = \frac{۸}{۵} - \frac{۳}{۵} = \frac{۸-۳}{۵} = \frac{۵}{۵} = ۱$ ، $d = \frac{۱۳}{۵} - \frac{۸}{۵} = \frac{۵}{۵} = ۱$
به زیر اعمالی اعداد یکسان است و $a = \frac{۳}{۵}$
$a_n = a + (n-۱)d = \frac{۳}{۵} + (n-۱)(۱) = \frac{۳}{۵} + n - ۱ = n - \frac{۲}{۵}$

د) $d = ۰ - (-۵) = +۵$ ، $d = ۵ - ۰ = ۵$ ، $d = ۱۰ - ۵ = ۵$
به هر جمله از جمع جمله‌ی قبلی با یک مقدار ثابتی برابر ۵ است
بنابراین دنباله‌ی حسابی می‌باشد $a = -۵$ ، $d = ۵$
$a_n = a + (n-۱)d = -۵ + (n-۱)۵ = -۵ + ۵n - ۵ \Rightarrow \boxed{a_n = ۵n - ۱۰}$

س ۹ الف)
a) $-۶, -۴, ۰, ۳, \boxed{۶}, \dots$
ب)
$d = -۴ - (-۶) = -۴ + ۶ = ۲$ $a = -۶$ $n = ۲۵۱$ $a_{۲۵۱} = ?$
$a_n = a + (n-۱)d \Rightarrow a_{۲۵۱} = -۶ + (۲۵۱-۱)(۲) = -۶ + ۲۵۰ \times ۲ = ۴۹۴$

b) $۳, ۷, ۱۱, ۱۵, \boxed{۱۹}, \dots$
الف)
ب) $d = ۷ - ۳ = ۴$ $a = ۳$ $n = ۲۵۱$ $a_{۲۵۱} = ?$
$a_n = a + (n-۱)d \Rightarrow a_{۲۵۱} = ۳ + (۲۵۱-۱)\times ۴ = ۳ + ۲۵۰ \times ۲ = ۴۰۳$

س۹ $4, 9, 14, 19, \dots$ $d = a - 4 = 5 \Rightarrow \boxed{d=5}$ $a=4$

$a_n = a + (n-1)d = 4 + (n-1)5 = 4 + 5n - 5 = 5n - 1 \Rightarrow \boxed{a_n = 5n-1}$

$n = ? \Rightarrow 5n - 1 = 84 \Rightarrow 5n = 85 \Rightarrow n = \frac{85}{5} = 17 \Rightarrow \boxed{n=17}$

س۱۰ الف) $2, 8, 14, 20, \dots$ $d = 8 - 2 = 6$

ب) $a=2$ $a_n = a + (n-1)d = 2 + (n-1)6 = 2 + 6n - 6 \Rightarrow \boxed{a_n = 6n - 4}$

ج) $a_{20} = 2a_{10} - a_{15} = 2(a + (10-1)6) - (a + (15-1)6)$

$\Rightarrow A = 2(2 + 9 \times 6) - (2 + 14 \times 6) = 4 + 228 - 2 - 84 = 146$

س۱۱ $0, -5, \boxed{-10}, \boxed{-15}, \boxed{-20}$

$d = -5 - 0 = -5$ $a_n = a + (n-1)d$

$\Rightarrow a_{19} = 0 + (19-1)(-5) = 18 \times (-5) = -90 \Rightarrow \boxed{a_{19} = -90}$

س۱۲

$$\begin{cases} a_3 = \frac{1}{7} \\ a_6 = \frac{15}{7} \end{cases} \Rightarrow d = \frac{a_m - a_n}{m-n} = \frac{\frac{15}{7} - \frac{1}{7}}{6-3} = \frac{\frac{14}{7}}{3} = \frac{2}{3} \Rightarrow d = 2$$

$a_2 = ?$ $a_5 = ?$ $a_7 = ?$

$a_n = a + (n-1)d \Rightarrow \frac{1}{7} = a + (3-1) \times 2 \Rightarrow \frac{1}{7} = a + 4$

$\Rightarrow a = \frac{1}{7} - \frac{4}{1} = \frac{1 - 28}{7} = -\frac{27}{7} \Rightarrow \boxed{a = -\frac{27}{7}}$

$a_4 = -\frac{27}{7} + (4-1) \times 2 = -\frac{27}{7} + 6 = \frac{-27 + 42}{7} = \frac{15}{7} \Rightarrow \boxed{a_4 = \frac{15}{7}}$

$a_5 = -\frac{27}{7} + (5-1)(2) = -\frac{27}{7} + 8 = \frac{-27 + 56}{7} = \frac{29}{7} \Rightarrow \boxed{a_5 = \frac{29}{7}}$

$a_4 = -\frac{27}{7} + (4-1)(2) = -\frac{27}{7} + 10 = \frac{-27 + 70}{7} = \frac{43}{7} \Rightarrow \boxed{a_4 = \frac{43}{7}}$

س ۱۳)

$\begin{cases} a_3 = 8 \\ a_{10} = 29 \end{cases} \Rightarrow d = \frac{a_m - a_n}{m-n} = \frac{29-8}{10-3} = \frac{21}{7} = 3 \Rightarrow \boxed{d=3}$ الف)

$a = ?$
$d = ?$

$a_n = a + (n-1)d \Rightarrow 8 = a + (3-1)(3)$

$\Rightarrow 8 = a + 6 \Rightarrow a = 8 - 6 = 2 \Rightarrow \boxed{a=2}$

$a_n = a + (n-1)d \Rightarrow a_n = 2 + (3n-1)3 = 2 + 3n - 3 \Rightarrow \boxed{a_n = 3n-1}$

ب)

$a_{20} - a_{12} = (a + (20-1)\times 3) - (a + (12-1)\times 3) = a + 57 - a - 33$

$\Rightarrow a_{20} - a_{12} = 24$

س ۱۴)

$a = 12 \quad , b = ? \quad c = 180$

$b = \frac{a+c}{2} = \frac{12+180}{2} = \frac{192}{2} = 96 \Rightarrow \boxed{b=96}$

س ۱۵)

$a = 1+\sqrt{2} \quad , b = ? \quad c = \frac{5}{1-\sqrt{2}}$

$b = \frac{a+c}{2} = \frac{1+\sqrt{2} + \frac{5}{1-\sqrt{2}}}{2} = \frac{1+\sqrt{2} + \frac{5(1+\sqrt{2})}{1-2}}{2} = \frac{1+\sqrt{2} - 5 - 5\sqrt{2}}{2}$

$= \frac{-4 - 4\sqrt{2}}{2} = -2 - 2\sqrt{2} = -2(1+\sqrt{2})$

س ۱۶)

$A = 2a+1 \quad b = 2a-4 \quad c = 3a+3$

$b = \frac{a+c}{2} \Rightarrow 2a-4 = \frac{2a+1+3a+3}{2} \Rightarrow 2(2a-4) = 5a+4$

$\Rightarrow 4a - 8 = 5a + 4 \Rightarrow 4a - 5a = 4 + 8 \Rightarrow -a = 12 \Rightarrow \boxed{a = -12}$

س ۱۷

$a=1-k \quad b=2+k \quad c=1+2k$

$2b=a+c \Rightarrow 2(2+k)=1-k+1+2k \Rightarrow 4+2k=k+2$

$\Rightarrow 2k-k=2-4 \Rightarrow \boxed{k=-2}$

س ۱۸

$a_7+a_{11}=30 \Rightarrow a+(7-1)d+a+(11-1)d=30$

$\Rightarrow 2a+6d+a+10d=30 \Rightarrow 3a+16d=30 \xrightarrow{\div 3}$

$a+8d=15 \Rightarrow a+(9-1)d=15 \Rightarrow a_9=15$

$a_{14}+a_{16}=a+(14-1)d+a+(16-1)d=2a+28d+2d=2a+30d$

$=2(a+15d)=2(15)=30 \Rightarrow a_{14}+a_{16}=30$

س ۱۹

(الف)

$3, \boxed{7}, \boxed{11}, \boxed{15}, 19$

$a=3 \quad L=19, d=19, n=5 \Rightarrow L=a+(n-1)d$

$\Rightarrow 19=3+(5-1)d \Rightarrow 19-3=4d \Rightarrow 16=4d \Rightarrow \boxed{d=4}$

(ب)

$a_{42}=?$, $n=42$ $\Rightarrow a_n=a+(n-1)d \Rightarrow a_{42}=3+(42-1)4$

$\Rightarrow a_{42}=3+41\times 4=3+164=167$

(ج)

$L=a_n=a_{11} \Rightarrow a_{11}=3+(n-1)4$

$n=? \Rightarrow a_{11}=3+4n-4 \Rightarrow a_{11}-3+4=4n$

$\Rightarrow 4n=a_{12} \Rightarrow n=\frac{a_{12}}{4}=128 \Rightarrow \boxed{n=128}$

س ۲۰

الف) $q=\frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{4}}=\frac{1}{4} \quad q=\frac{1}{2}\div\frac{1}{2}=1/4$

بله زیرا هر جمله از ضرب جمله قبل در یک مقدار ثابتی به دست آمده است

$a_n=a\,q^{n-1} \Rightarrow a_n=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}=\left(\frac{1}{2}\right)^n$

سوال ۳

Year: ..... Month: ..... Date: ..... ( )

الف) ۳ ـــ ـــ ـــ ۱۹ (۱۹

$\begin{cases} a_1 = ۳ \\ a_۵ = ۱۹ \end{cases} \rightarrow d = \frac{a_۵ - a_1}{۵-1} = \frac{۱۹-۳}{۴} = ۴$

$a_{۴۲} = a_1 + ۴۱d = ۳ + ۴۱(۴) = ۱۶۷$

ب) $\begin{cases} a_n = a_{۱۱} \\ n = ? \end{cases}$ $a_n = a_1 + (n-1)d$

$a_{۱۱} = ۳ + (n-1)۴$

$۴n = ۵۱۲ \rightarrow n = ۱۲۸$

الف) $a_۳ = ۴ \rightarrow aq^۲ = ۴$

$a_۹ = ۲۵۶ \rightarrow aq^۸ = ۲۵۶$ $\Rightarrow \frac{a_۹}{a_۳} = \frac{aq^۸}{aq^۲} = \frac{۲۵۶}{۴}$ (۲۲)

$\rightarrow q^۶ = ۶۴ \rightarrow q = ۲$

$aq^۲ = ۴ \rightarrow a(۴) = ۴ \rightarrow a = ۱$

ب) $a_n = aq^{n-1} \rightarrow a_n = ۲^{n-1}$

Sepideh

Year: Month: Date: ( )

۲۳) $b^2 = ac \rightarrow b^2 = 99 \times 11 = 1089$

$b = \pm 33$

۲۴) ——→ ۲۳) ساده

۲۵) $\begin{cases} a_n = 64 \\ h = ? \end{cases}$, $a_1 = \frac{1}{2}$, $q = 2$

$a_n = a\, q^{n-1} \rightarrow 64 = \frac{1}{2}(2)^{n-1}$

$64 = 2^{n-2} \rightarrow 2^6 = 2^{n-2}$

$n-2 = 6 \rightarrow n = 8$

۲۶) $m^2 = (1+m)(1-m)$

$m^2 = 1 - m^2 \rightarrow 2m^2 = 1 \rightarrow m^2 = \frac{1}{2}$

$m = \pm \frac{1}{\sqrt{2}} = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$

۲۷) $b^2 = ac \rightarrow b^2 = 3 \times 11 \rightarrow b = \pm\sqrt{33} = \pm 5.7$

۲۹) $0.\overline{18} = \frac{18}{99}$ ... ۰/۵۵۵۵ و ۰/۵۵۵ و ۰/۵۵ و ۰/۵

$\frac{5}{9}$ نزدیک‌ترین عدد به $\frac{1}{2}$ از میان اعداد داده شده است.

$\frac{5}{9} - \frac{5}{10} = \frac{5}{90}$ و $\frac{5}{9} - \frac{55}{100} = \frac{5}{900}$ و ... → ۵

Sepideh

Year:........ Month:........ Date:........( )

(۳۰) ۰/۳ , ۰/۰۳ , ۰/۰۰۳ , ...
به عدد ½ نزدیک می‌شود و چون ———— به دنباله‌ی نامنظمات
به عدد صفر نزدیک می‌شود
دنباله‌ی نامنظمات ۱/۳۰ , ۱/۳۰۰ , ۱/۳۰۰۰ , ...

(۳۱) به هفت نزدیک می‌شود، چون دنباله ثابت
است و دنباله ثابت به خود آن عدد نزدیک می‌شود.

(۳۲) خیر زیرا این دنباله صعودی است و تا بی‌نهایت ادامه دارد پس به
عددی خاص نزدیک نمی‌شود.

(۳۳) دنباله تقریبات اعشاری ½ : ۰/۵ , ۰/۵۰ , ۰/۵۰۰ , ...
" " " $\sqrt{2}$: ۱/۴ , ۱/۴۱ , ۱/۴۱۴ , ...
" " " $\frac{3}{7}$: ۰/۴ , ۰/۴۲ , ۰/۴۲۸ , ...

(۳۴) الف) به عدد ۳ نزدیک می‌شود چون دنباله نامنظمات اعداد
دهگانه از عدد ۳ به صفر نزدیک می‌شود.

ب) به عدد ۱ نزدیک می‌شود (به دلیل مشابه الف)

ج) به عدد ۲/۵ نزدیک می‌شود (به دلیل مشابه الف و ب)

Sepideh

Year: Month: Date: ( )

۳۶) $\begin{cases} 1-x < -1,146 & (I) \\ 3x+1 < 7,441 & (II) \end{cases}$

(I) $\quad -x < -2,146 \rightarrow x > 2,146$ $\quad \Rightarrow 2,146 < x < 2,147$

(II) $\quad 3x < 6,441 \rightarrow x < 2,147$

جواب: ۲,۱۴۶ ۲,۱۴۶۱ ۲,۱۴۶۲ ۱,۱۴۶۰۴

۳۷) الف) اعداد منفی ریشه ندارند. ب) ± 6 ریشه دوم ندارند.

ج) $\pm \frac{1}{5}$ د) ± 12 ه) $\pm \sqrt{10}$

۳۸) ج) $2 \times 2^{\frac{1}{3}} = 2 = 2^{1+\frac{1}{3}} = 2^{\frac{4}{3}}$

۳۹) ب) $\sqrt[12]{5^{24\div 2}} = \sqrt[6]{5^{12}}$ د) $\sqrt[32]{4^{16}} = \sqrt[6]{4^2} = \sqrt[6]{16}$

۴۰) الف) $5\sqrt{2} = \sqrt{5^2 \times 2} = \sqrt{50}$

ب) $2\sqrt[3]{4} = \sqrt[3]{2^2 \times 4} = \sqrt[3]{16}$ ج) $2\sqrt[3]{5} = \sqrt[3]{2^3 \times 5} = \sqrt[3]{40}$

د) $-2\sqrt[4]{3} = -\sqrt[4]{2^4 \times 3} = -\sqrt[4]{48}$ و

ه) $-2\sqrt[3]{2} = -\sqrt[3]{2^3 \times 2} = -\sqrt[3]{16}$ با $\sqrt[3]{-16}$

Sepideh

صفحه

Year: Month: Date: ( )

۴۲ صفحه الف) $\left(\sqrt[2]{5} \times \sqrt[3]{5}\right)^6 = \left(\sqrt[2\times3]{5^{3+2}}\right)^6 = \left(\sqrt[6]{5^5}\right)^6 = 5$

ب) $\sqrt[4]{7} \times \sqrt[3]{7} = \sqrt[12]{7^{3+4}} = \sqrt[12]{7^7}$

راه دوم: $7^{\frac{1}{4}} + 7^{\frac{1}{3}} = 7^{\frac{7}{12}} = \sqrt[12]{7^7}$

ج) $\left(\sqrt{12}^{(2-\sqrt{4})}\right)^{(2+\sqrt{4})} = \sqrt{12}^{4-2} = 12$

۴۳ صفحه الف) $\sqrt[4]{5\sqrt[3]{5}} = \sqrt[4]{\sqrt[3]{5^4}} = \sqrt[12]{5^4} = \sqrt[3]{5}$

ب) $\sqrt[4]{9} \div \sqrt[5]{27} = \sqrt[2]{3} \div \sqrt[5]{3^3} = \sqrt[2\times5]{3^{1\times5}} \div \sqrt[5\times2]{3^{3\times2}}$

$= \sqrt[10]{\frac{3^5}{3^6}} = \sqrt[10]{\frac{1}{3}} = \frac{1}{\sqrt[10]{3}}$

راه دوم: ستیل را کنار هم بگیرید

$3^{\frac{1}{2}} \div 3^{\frac{3}{5}} = 3^{\frac{1}{2}-\frac{3}{5}} = 3^{\frac{-1}{10}} = \frac{1}{\sqrt[10]{3}}$

۴۴ الف) $\left(\sqrt{3}^{\sqrt{3}}\right)^{\sqrt{12}} = \sqrt{3}^{\sqrt{36}} = \sqrt{3^{36}} = 3^{\frac{36}{2}} = 3^3 = 27$

ب) $\left(\sqrt{15}^{3-\sqrt{7}}\right)^{3+\sqrt{7}} = \sqrt{15}^{(3-\sqrt{7})(3+\sqrt{7})} = \sqrt{15}^{9-7} = \sqrt{15}^2 = 15$

Sepideh

Year: Month: Date: ( )

ج) (مثال ۲۴) $\sqrt[5]{16} \div \sqrt[5]{8} = \sqrt[5]{\frac{16}{8}} = \sqrt[5]{\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt[5]{2}}$

د) $3^{1+\sqrt{5}} \times 3^{2-\sqrt{5}} = 3^{1+\sqrt{5}+2-\sqrt{5}} = 3^{3} = 27$

ه) (مثال ۲۵) $\sqrt[12]{8^4} = \sqrt[6]{8} = \sqrt[6]{2^3} = \sqrt[6:3]{2^{3\div 3}} = \sqrt[2]{2}$

ب) $\sqrt[4]{\sqrt[3]{\sqrt{n^2 \times n}}} = \sqrt[24]{n^3} = \sqrt[8]{n}$ ($n^2 \times n = n^3$)

ج) $\sqrt[5]{2\sqrt{2}} = \sqrt[5]{\sqrt{2^2 \times 2}} = \sqrt[10:5]{2^{3\div 5}} = \sqrt[2]{2}$

د) $\sqrt{5}^2 - (2\sqrt{2})^2 = 5 - (4 \times 2) = 5 - 8 = -3$

ه) $\frac{\sqrt[9]{a}}{\sqrt[3]{a}} = \sqrt[9]{\frac{a}{\sqrt{\frac{a^{10}}{a}}}} = \sqrt[90:9]{a^{9\div 9}} = \sqrt[10]{a}$

و) $\sqrt{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \sqrt{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \sqrt{\sqrt{2^2}} = \sqrt[4]{2}$

ز) $\sqrt{\sqrt[3]{a^n \sqrt{a^n}}} = \sqrt[6]{\sqrt{a^{2n} \times a^n}} = \sqrt[12]{a^{3n}} = \sqrt[4]{a^n}$

(۴۶) الف) $\sqrt{2+\sqrt{12}} = \sqrt{5} \rightarrow \sqrt{2+2\sqrt{2}} = \sqrt{2 \times 2} \rightarrow$

$\sqrt[3]{2\sqrt{2}} = \sqrt[5]{2} \rightarrow \sqrt[3]{2\sqrt{2}} = \sqrt[5]{2} \rightarrow \sqrt[3]{\sqrt{32}} = \sqrt[5]{2}$

Sepideh

صفحه ۲

Year:..... Month:..... Date:..... ( )

۴۶) ب) $a^{\sqrt{۲}} = ۲$ ← (دو طرف را به توان $\sqrt{۲}$ می رسانیم) $\Rightarrow (a^{\sqrt{۲}})^{\sqrt{۲}} = ۲^{\sqrt{۲}} \Rightarrow a^{۲} = ۲^{\sqrt{۲}}$

$\Rightarrow a = \sqrt{۲^{\sqrt{۲}}}$

۴۶) ج) $\sqrt[۳]{x^{۱۰}\sqrt{x^{۲}\sqrt{x^{۲}}}} = \sqrt[۳]{\sqrt{x^{۱۰} \times x^{۲} \times x^{۲}}}$ ($x^{۱۰} \times x^{۲} = x^{۱۲}$)

$= \sqrt[۹]{\sqrt{x^{۱۲} \times x^{۲}}} = \sqrt[۱۸]{x^{۱۴}} = \sqrt[۹]{x^{۷}}$

۴۷) $\sqrt[۳]{۲} = \sqrt[۲۴]{۱۶}$

$\sqrt[۳]{۲} = \sqrt[۲۴]{۲^{۴}} \Rightarrow \sqrt[۶]{۲} \Rightarrow x = ۶$

Sepideh

(۱)
$$(k-1,5)=(4,5) \Rightarrow \begin{cases} k-1=4 \Rightarrow \boxed{k=5} \\ 5=5 \end{cases}$$

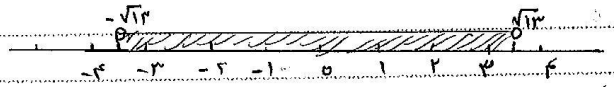
(۲)
$$(3,2m+1)=(3,m) \Rightarrow \begin{cases} 3=3 \\ 2m+1=m \Rightarrow 2m-m=-1 \Rightarrow \boxed{m=-1} \end{cases}$$

(۳)
$$(x-3,1)=(2,y+2) \Rightarrow \begin{cases} x-3=2 \Rightarrow \boxed{x=5} \\ 1=y+2 \Rightarrow 1-2=y \Rightarrow \boxed{-1=y} \end{cases}$$

(۴)
$$(x+2y,5)=(5,2x-y) \Rightarrow \begin{cases} x+2y=5 \\ 2x-y=5 \end{cases} \xrightarrow{\times 2} \begin{cases} x+2y=5 \\ 4x-2y=10 \end{cases} \xrightarrow{\text{حل سیستم}} \boxed{x=3} \quad \boxed{1=y}$$

(۵)
$$x^2+y^2=13 \Rightarrow y^2=13-x^2 \Rightarrow y=\pm\sqrt{13-x^2}$$

$$13-x^2 \geq 0 \Rightarrow 13 \geq x^2 \Rightarrow -\sqrt{13} \leq x \leq \sqrt{13}$$



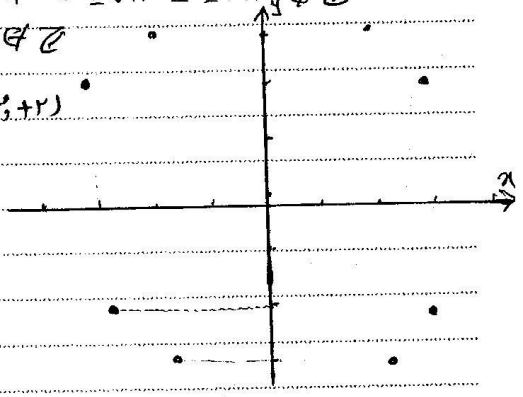
$x=\pm 2 \Rightarrow y=\pm\sqrt{13-(\pm 2)^2}=\pm\sqrt{13-4}=\pm\sqrt{9}=\pm 3 \in \mathbb{Z}$

$x=\pm 3 \Rightarrow y=\pm\sqrt{13-(\pm 3)^2}=\pm\sqrt{13-9}=\pm\sqrt{4}=\pm 2 \in \mathbb{Z}$

$x=\pm 1 \Rightarrow y=\pm\sqrt{13-(\pm 1)^2}=\pm\sqrt{13-1}=\pm\sqrt{12}=\pm 2\sqrt{3} \notin \mathbb{Z}$

$x=0 \Rightarrow y=\pm\sqrt{13-0}=\pm\sqrt{13} \notin \mathbb{Z}$

$$\Rightarrow f=\{(-2,-3),(-2,2),(2,-3),(2,3),(-3,-2),(-3,2),(3,-2),(3,2)\}$$



زمامدار
www.zemamdar.com
mehdi_zemamdar@yahoo.com

مثال ۲

$(۳,۲)=(۳,a^۲+a) \Rightarrow \begin{cases} a^۲+a=۳ \\ ۳=۳ \end{cases} \Rightarrow a^۲+a-۳=۰ \Rightarrow (a-۱)(a+۲)=۰$ ①

$a-۱=۰ \quad \text{یا} \quad a+۲=۰$

$a=۱ \quad \text{یا} \quad a=-۲$

---

② $A \times B=\{۱,۲,۳\} \times \{۲,۳,۴\}=\{(۱,۲),(۱,۳),(۱,۴),(۲,۲),(۲,۳),(۲,۴),(۳,۲),(۳,۳),(۳,۴)\} \Rightarrow R=\{(a,b) \mid a \in A, b \in B, a<b\}$

$\Rightarrow R=\{(۱,۲),(۱,۳),(۱,۴),(۲,۳),(۲,۴),(۳,۴)\}$

---

③ $(۲x-y, x+۲y)=(۵,۱۰) \Rightarrow \begin{cases} ۲x-y=۵ \\ x+۲y=۱۰ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} ۴x-۲y=۱۰ \\ x+۲y=۱۰ \end{cases}$

$۵x=۲۰ \Rightarrow x=۴$

$\begin{cases} x+۲y=۱۰ \\ x=۴ \end{cases} \Rightarrow ۴+۲y=۱۰ \Rightarrow ۲y=۶ \Rightarrow y=۳$

بنابراین گزینه (۱) جواب است

---

④ $(x^۲-۳x, x^۲+۲y-۵)=(x-۴,۳)$

$\Rightarrow \begin{cases} x^۲-۳x=x-۴ \Rightarrow x^۲-۴x+۴=۰ \Rightarrow (x-۲)^۲=۰ \Rightarrow x-۲=۰ \\ x^۲+۲y-۵=۳ \end{cases}$ جذر

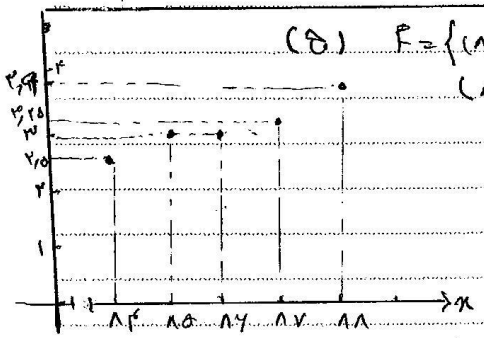
$x=۲$

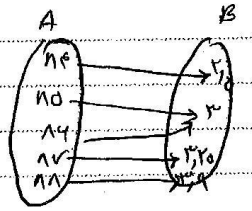
$x=۲ \Rightarrow ۲^۲+۲y-۵=۳ \Rightarrow ۲y=۴ \Rightarrow y=۲$

---

⑤ الف) $F=\{(۱۴,۲,۵),(۱۵,۳),(۱۶,۳),(۱۷,۳,۲۵)\}$

(ب)





الف) تابع است زیرا از هر مولفه‌ی اول فقط یک پلیس خارج شده است

ب) چون از عضو مریم دو پیکان خارج شده است

$g=\{(\text{نوشابه}, \text{علی}), (\text{نوشابه}, \text{مریم}), (\text{شنا}, \text{مریم}), (\text{فوتبال}, \text{حسن})\}$

زمامدار
www.zemamdar.com
mehdi_zemamdar@yahoo.com

معین ۲

(۱۲) الف) شکل (۱) $f=\{(2,3),(-2,-1),(-2,1),(2,-1),(1,1),(1,-1)\}$ تابع است

ب)

x	-1	1	2	-2	3	1
y	1	1	-1	-1	2	0

ج) چون زیرا دو مولفه‌ی یکسان در دو زوج مرتب داریم یعنی

$(1,-1)=(1,0)$

(۱۲) شکل (۲) $g=\{(3,-1),(2,-1),(1,1),(-1,1)\}$ الف) تابع است

ب)

x	3	2	1	-1
y	-1	-1	-1	1

ج) بله زیرا مولفه‌ی دوم تکراری نداریم

(۱۳) الف) تابع است زیرا مولفه‌ی اول تکراری ندارد

ب) چون زیرا در دو زوج مرتب x تکرار شده است

پ) بله زیرا در دو زوج مرتب عدد ۲ تکرار شده اما مولفه‌های دوم نیز یکسان است

ت) چون زیرا $(3,\sqrt{7})$ و $(3,(-1)^3)$ داریم که $(3,1)$ و $(2,1)$ لذا مولفه‌ی اول تکراری داریم

ث) خیر از عضو ۷ ـ فیلش خارج شده

ج) بله

چ) بله

(۱۴) در ساعت ۵ تا ۶ دما در حال افزایش و از ۶ تا ۸ دما ثابت است

از ۸ تا ۱۱ دما در حال کاهش است

ب) بله زیرا هر خط موازی محور xها نمودار را حداکثر در یک نقطه قطع می‌کند

۴۵ در ساعت ۱۰ دما بین ۳ و ۴ درجه شد

(۱۵) الف) تابع است زیرا هر خط موازی محور yها نمودار را حداکثر در یک نقطه قطع می‌کند

ب) " "

پ) " "

ت) چون زیرا در نمودار $(2,1)$ و $(2,3)$ می‌تواند متعلق رسم کرد که نمودار را در دو نقطه قطع کند ⟵ تابع است

زمامدار
www.zemamdar.com
mehdi_zemamdar@yahoo.com

فصل ۲

(۱۶) دو زوج مرتب $(x,1)$ و (x,x^2-3x-3) دارای مولفه‌ی اول برابرند

پس باید مولفه‌های دوم نیز برابر باشند پس

$$x^2-3x-3=1 \Rightarrow x^2-3x-4=0 \Rightarrow (x-4)(x+1)=0 \Rightarrow \begin{cases} x-4=0 \\ \Rightarrow x=4 \\ x+1=0 \end{cases}$$

اگر $x=4 \Rightarrow R=\{(1,0),(4,1),(4,5),(4,4)\}$ (غ ق)

در این صورت مولفه‌های اول تکراری می‌شوند که قابل قبول نمی‌باشد

اگر $x=-1 \Rightarrow R=\{(1,0),(-1,1),(4,5),(-1,4)\}$

پس $x=-1$ قابل قبول می‌باشد اما $x=4$ قابل قبول نمی‌باشد

---

(۱۷) دو زوج مرتب $(2,k)$ و $(2,4)$ مولفه‌های اول برابرند پس مولفه‌های دوم نیز برابرند پس $k=4$ در نتایج شمار می‌دهیم

$$g=\{(1,2),(2,4),(4-3,s+1)\}=\{(1,2),(2,4),(1,s+1)\}$$

اکنون دو زوج مرتب $(1,2)$ و $(1,s+1)$ مولفه‌های اول برابرند پس مولفه‌های دوم نیز برابرند پس

$$s+1=2 \Rightarrow s=2-1 \Rightarrow \boxed{s=1}$$

---

(۱۸) الف) $D_f=\{$ فاطمه، مرتضی، آوا، مریم $\}$ $R_f=\{18,12.5,20,18\}$

ب) $D_g=\{5,4,0,1\}$ $R_g=\{5,9,4\}$

پ) $D_h=\{2,7,14\}$ $R_h=\{1,3,5\}$

ت) $D_m=\{4,5,1\}$ $R_m=\{0,9,7\}$ ث) $D_h=\{3\}$ $R_h=\{0\}$

ج) $D_p=\mathbb{R}$ $R_f=[0,+\infty)$

چ) $D_q=\mathbb{R}$ ح) $R_q=(-\infty,-2]$

خ) $D_r=[0,2]$ $R_r=[0,2]$

د) $D_s=\{-1,1,2,3\}$ $R_s=\{0,1,2\}$

ذ) $D_t=[-1,4]$ $R_t=[-1,5]$

ر) $D_u=\mathbb{R}$ $R_u=\mathbb{R}$

زمامدار
www.zemamdar.com
mehdi_zemamdar@yahoo.com

الف) $f(x)=3x$ ب) $f(x)=x^2+1$

ج) $A\left|\begin{matrix}x_1=0\\y_1=-12\end{matrix}\right.$ $B\left|\begin{matrix}x_2=1\\y_2=2\end{matrix}\right.$ $\Rightarrow m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{2-(-12)}{1-0}=\frac{14}{1}=14$

$y-y_1=m(x-x_1) \Rightarrow y-(-12)=14(x-0) \Rightarrow \boxed{y=14x-12}$

---

(۲۰) الف) $A\left|\begin{matrix}x_1=0\\y_1=5\end{matrix}\right.$ $B\left|\begin{matrix}x_2=1\\y_2=7\end{matrix}\right.$ $\Rightarrow m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{7-5}{1-0}=\frac{2}{1}=2$

$y-y_1=m(x-x_1) \Rightarrow y-5=2(x-0) \Rightarrow \boxed{y=2x+5}$

ب) $A\left|\begin{matrix}x_1=-9\\y_1=-10\end{matrix}\right.$ $B\left|\begin{matrix}x_2=0\\y_2=-1\end{matrix}\right.$ $\Rightarrow m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{-1+10}{0-(-9)}=\frac{9}{9}=1$

$y-y_1=m(x-x_1) \Rightarrow y+10=1(x-(-9)) \Rightarrow \boxed{y=x-1}$

ج) $A\left|\begin{matrix}x_1=0\\y_1=-2\end{matrix}\right.$ $B\left|\begin{matrix}x_2=1\\y_2=2\end{matrix}\right.$ $\Rightarrow m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{2-(-2)}{1-0}=\frac{4}{1}=4$

$\Rightarrow y-y_1=m(x-x_1) \Rightarrow y-(-2)=4(x-0) \Rightarrow y+2=4x \Rightarrow \boxed{y=4x-2}$

د) $A\left|\begin{matrix}x_1=-3\\y_1=1\end{matrix}\right.$ $B\left|\begin{matrix}x_2=0\\y_2=0\end{matrix}\right.$ $\Rightarrow m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{0-1}{0-(-3)}=\frac{-1}{3}=-\frac{1}{3}$

$y-y_1=m(x-x_1) \Rightarrow y-1=-\frac{1}{3}(x-(-3)) \Rightarrow \boxed{y=-\frac{1}{3}x}$

ه) $A\left|\begin{matrix}x_1=-1\\y_1=-1\end{matrix}\right.$ $B\left|\begin{matrix}x_2=1\\y_2=1\end{matrix}\right.$ $\Rightarrow m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{1+1}{1+1}=1$

$y-y_1=m(x-x_1) \Rightarrow y-(-1)=1(x-(-1)) \Rightarrow \boxed{y=x}$

و) $A\left|\begin{matrix}x_1=1\\y_1=-3\end{matrix}\right.$ $B\left|\begin{matrix}x_2=-1\\y_2=-7\end{matrix}\right.$ $\Rightarrow m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{-7+3}{-1-1}=\frac{-4}{-2}=2$

$y-y_1=m(x-x_1) \Rightarrow y+3=2(x-1) \Rightarrow \boxed{y=3x}$

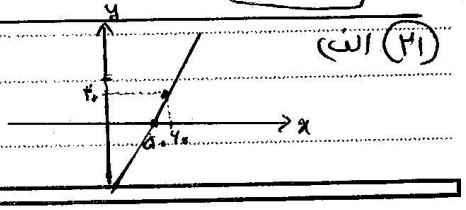
---

(۲۱) الف)

$y=4x-200$

x	50	70
y	0	80

$A\left|\begin{matrix}50\\0\end{matrix}\right.$ $B\left|\begin{matrix}70\\80\end{matrix}\right.$



زمام‌دار
www.zemamdar.com
mehdi_zemamdar@yahoo.com

فصل ۲

(۲۱) ب)

$$\begin{cases} x = ۸۰۰۰ \\ y = ? \\ y = ۴x - ۲۰۰ \end{cases} \Rightarrow y = ۴(۸۰۰۰) - ۲۰۰ = ۳۲۰۰۰ - ۲۰۰ = ۳۱۸۰۰$$

پ)

$$\begin{cases} x = ۰ \\ y = ? \\ y = ۴x - ۲۰۰ \end{cases} \Rightarrow y = ۴(۰) - ۲۰۰ = -۲۰۰ \Rightarrow y = -۲۰۰$$

یعنی ۲۰۰ تومان زیان می‌دهد

ت)

$$y = ۴x - ۲۰۰ > ۰ \Rightarrow ۴x > ۲۰۰ \Rightarrow x > ۵۰$$

(۲۲) با بیضی سوئیف های f را عوض کنید این $f^{-1} = \{(۳,۲), (۴,۵), (۱,۲), (۴,۰)\}$

ب) $g^{-1} = \{(۲,۵), (۲,۴), (۲,۳), (۱,۳)\}$

(۲۳) الف) $f^{-1} = \{(۸,۷), (۸,۰), (۲,۲), (۴,۵)\}$

چون زوج سوئیف اول تکراری دارد.

ب) $g^{-1} = \{(۵,۲), (۴,۰), (۳,۱), (۳,۲)\}$

چون زوج سوئیف اول تکراری ندارد.

(۲۴) الف) f_1 یک به یک است زیرا سوئیف دوم تکراری ندارد.

ب) f_2 یک به یک نمی‌باشد زیرا سوئیف دوم تکراری دارد.

پ) f_3 یک به یک است زیرا سوئیف دوم تکراری ندارد.

ت) یک صفحه یک به یک باشد زیرا می‌توان خطوط موازی محور xها رسم کرد تا نمودار را در دو نقطه قطع کند

ث) یک به یک نمی‌باشد زیرا اگر خط $y = ۲$ را نمودار را در دو نقطه قطع خواهد کرد.

ج) یک به یک نمی‌باشد زیرا می‌توان خط موازی با محور xها رسم کرد تا نمودار را در دو نقطه قطع کند

چ) یک به یک است زیرا هر خط موازی محور xها نمودار را در یک نقطه قطع می‌کند

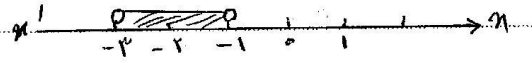
ح) یک به یک نمی‌باشد زیرا اگر خط موازی را روی نمودار رسم کنیم در نهایت نقطه مشترک دارد پس یک به یک است

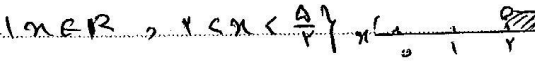
زمامدار
www.zemamdar.com
mehdi_zemamdar@yahoo.com

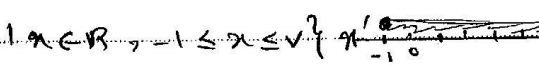
فصل ۲

(۲۵)

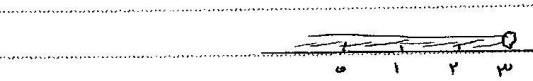
ا) $(0,2]$

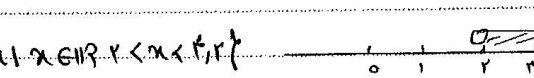
ب) $(-3,-1)$ 

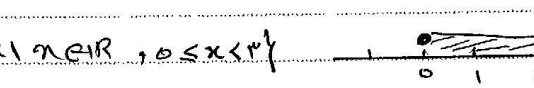
پ) $(2,\frac{5}{2})=\{x \mid x\in R\ ,\ 2<x<\frac{5}{2}\}$ 

ت) $[-1,7]=\{x \mid x\in R\ ,\ -1\le x\le 7\}$ 

ث) $(2,+\infty)$

ج) $(-\infty,3]$ 

چ) $(2,4,2)=\{x \mid x\in R\ 2<x<4,2\}$ 

ح) $[0,3)=\{x \mid x\in R\ ,\ 0\le x<3\}$ 

---

(۲۶) $D=[-2,4]$ $\qquad R_f=[-1,8]$

---

(۲۷) هیچ‌وقت تابع یک‌به‌یک نمی‌باشد

---

(۲۸) $D_f=\{1,2,3,4\}$ $\qquad R_f=\{1,2,3,4\}$

---

(۲۹) $(-1,2)\ ,\ (-1,-2m+11) \Rightarrow 2=-2m+11 \Rightarrow 2m=11-2$

$\Rightarrow 2m=9 \Rightarrow m=\frac{9}{2}=4,5$ $\qquad \boxed{m=4,5}$

---

(۳۰) $A\left|\begin{matrix}x_1=2\\ y_1=-7\end{matrix}\right.$ $\qquad B\left|\begin{matrix}x_2=4\\ y_2=-11\end{matrix}\right.$ $\Rightarrow m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{-11-(-7)}{4-2}=\frac{-11+7}{2}$

$\Rightarrow m=-\frac{4}{2}=-2 \Rightarrow \boxed{m=-2}$ $\qquad y-y_1=m(x-x_1)\Rightarrow$

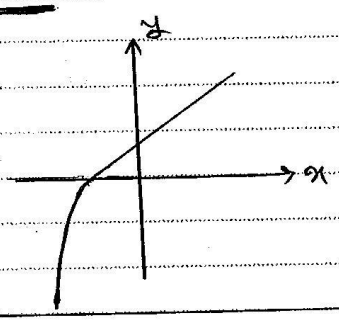
$\Rightarrow y-(-7)=-2(x-2) \Rightarrow y+7=-2x+4 \Rightarrow y=-2x-3$

$\hookrightarrow -2-12=2x \Rightarrow 2x=14 \Leftarrow \boxed{x=7}$ $\qquad \begin{cases} y=-12 \\ y=-2x-3 \end{cases} \Rightarrow -12=-2x-3$

زمامدار
www.zemamdar.com
mehdi_zemamdar@yahoo.com

فصل ۲

۳۱)

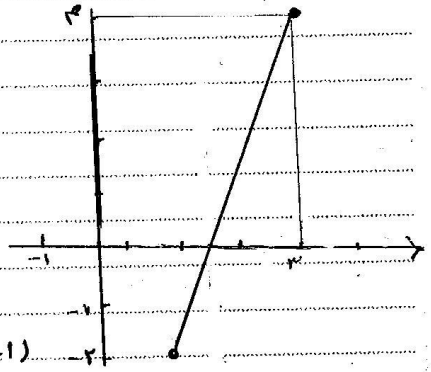


۳۲)

الف) $D_f = \mathbb{R}$ ، $R_f = [0, +\infty)$

چون یک به یک نمی باشد پس معکوس پذیر نمی باشد

ب) $D_f = [-2, 3]$ ، $R_f = [1, 4]$



$A\begin{vmatrix}-2\\1\end{vmatrix} \Rightarrow A'\begin{vmatrix}1=x_1\\-2=y_1\end{vmatrix}$

$B\begin{vmatrix}3\\4\end{vmatrix} \Rightarrow B'\begin{vmatrix}4=x_2\\3=y_2\end{vmatrix}$

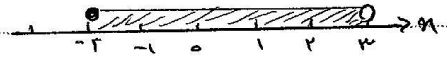
$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3-(-2)}{4-1} = \frac{3+2}{3} = \frac{5}{3}$

$y - y_1 = m(x - x_1) \Rightarrow y - (-2) = \frac{5}{3}(x-1)$

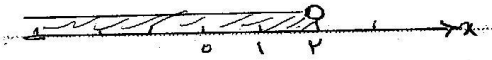
$\Rightarrow y + 2 = \frac{5}{3}x - \frac{5}{3} \Rightarrow \boxed{y = \frac{5}{3}x - \frac{11}{3}}$

۳۳)

$[-2, 3)$



$(-\infty, 2)$

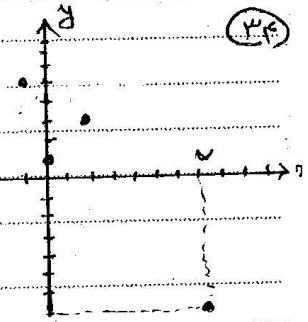


۳۴)

الف) $f = \{(2,3), (-1,5), (7,-7), (0, \frac{1}{2})\}$

ب) $D_f = \{2, -1, 7, 0\}$

$R_f = \{3, 5, -7, \frac{1}{2}\}$



زمامدار
www.zemamdar.com
mehdi_zemamdar@yahoo.com

فصل ۲

۳۵.

الف) $f(x)=2x-1$

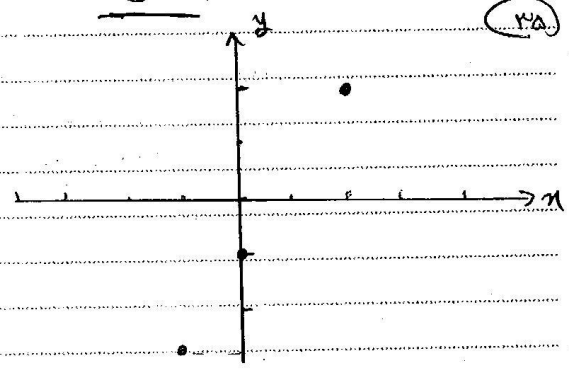
$D_f=\{-1,0,2\}$

x	-1	0	2
y	-3	-1	3

$f(-1)=2(-1)-1=-3$

$f(0)=2(0)-1=-1$

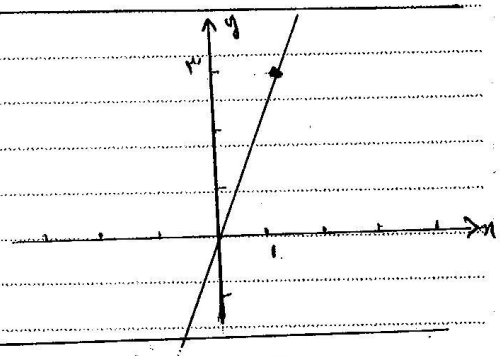
$f(2)=2(2)-1=3$



ب) $g(x)=3x$

$D_g=\mathbb{R}$

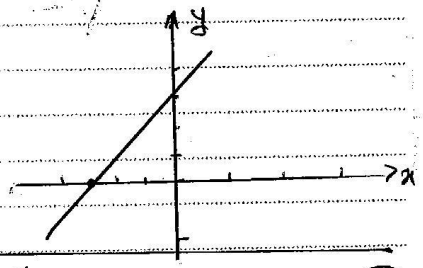
x	0	1
y	0	3



پ) $h(x)=x+3$

$D_g=\mathbb{R}$

x	-3	0
y	0	3



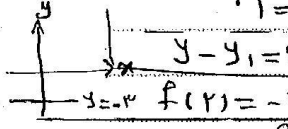
۳۶.

الف) $A\begin{vmatrix}0=x_1\\0=y_1\end{vmatrix}$ $B\begin{vmatrix}1=x_2\\2=y_2\end{vmatrix}$ $m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{2-0}{1-0}=2$

$y-y_1=m(x-x_1) \Rightarrow y-0=2(x-0) \Rightarrow y=2x$

ب) $A\begin{vmatrix}1=x_1\\1=y_1\end{vmatrix}$ $B\begin{vmatrix}2=x_2\\1=y_2\end{vmatrix}$ $\Rightarrow m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{1-1}{2-1}=\frac{0}{1}=0$

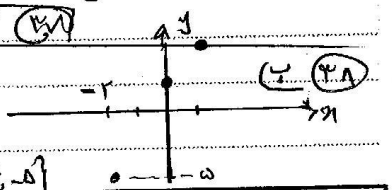
$y-y_1=m(x-x_1) \Rightarrow y-1=0(x-1) \Rightarrow y-1=0 \Rightarrow y=1$



۳۷. $f(2)=-3$ $f(1.5)=-3$ $f(-0)=-3$

$f(x)=3x+1$

۳۸. ب)



الف)

$D_f=\{0,1,-2\}$

x	0	1	-2
y	1	4	-5

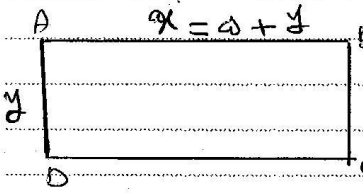
$R_f=\{1,4,-5\}$

زمامدار
www.zemamdar.com
mehdi_zemamdar@yahoo.com

ادامه صفحه‌ی ۲۹ فصل ۲

ب) بله زیرا ستاره‌ها لبه‌ی ندارند

۳۹) $x = 5 + y$



$P_{\square ABCD} = 2(x+y) = 2(5+y+y)$

$P_{\square ABCD} = 2(5+2y) = 10+4y$

۴۰) چون از سیاه‌چاله‌ها نور پس از نقطه‌ی $A\left|\begin{matrix}0\\0\end{matrix}\right.$ می‌گذرد و چون $f(4)=8$ لذا از نقطه‌ی $A\left|\begin{matrix}4\\8\end{matrix}\right.$ نیز می‌گذرد پس از این دو نقطه‌ی $O\left|\begin{matrix}0\\0\end{matrix}\right.$ و $A'\left|\begin{matrix}4\\8\end{matrix}\right.$ خواهد گذشت پس:

$$m = \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1} = \frac{8-0}{4-0} = \frac{8}{4} = 2$$

$$y - y_1 = m(x - x_1) \Rightarrow y - 0 = 2(x-0) \Rightarrow y = 2x$$

۴۱) چون نقطه‌ی $A(2,5)$ به خط d نزدیک‌تر است پس $A'(5,2)$ روی d است و چون $B(3,7)$ روی خط d نیست پس $B'(7,3)$ روی d است و داریم:

$$m = \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1} = \frac{3-2}{7-5} = \frac{1}{2}$$

$$y - y_1 = m(x - x_1) \Rightarrow y - 2 = \frac{1}{2}(x-5)$$

$$\Rightarrow y - 2 = \frac{1}{2}x - \frac{5}{2} \Rightarrow y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2} + 2 \Rightarrow y = \frac{1}{2}x + \frac{9}{5}$$

۴۲) $g(1)=7 \Rightarrow A\left|\begin{matrix}3=x_1\\7=y_1\end{matrix}\right.$

$g(4)=10 \Rightarrow B\left|\begin{matrix}4=x_2\\10=y_2\end{matrix}\right.$

$$\Rightarrow m = \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1} = \frac{10-7}{4-3} = \frac{3}{1} = 3$$

$$y - y_1 = m(x - x_1) \Rightarrow y - 7 = 3(x-3) \Rightarrow y - 7 = 3x - 9$$

$$\Rightarrow y = 3x - 9 + 7 \Rightarrow \boxed{y = 3x - 2}$$

$A'\left|\begin{matrix}7=x_1\\3=y_1\end{matrix}\right. \Rightarrow m = \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1} = \frac{4-3}{10-7} = \frac{1}{3}$

$B'\left|\begin{matrix}10=x_2\\4=y_2\end{matrix}\right.$

$$y - y_1 = m(x - x_1) \Rightarrow y - 3 = \frac{1}{3}(x-7)$$

$$\Rightarrow y = \frac{1}{3}x - \frac{7}{3} + 3 \Rightarrow y = \frac{1}{3}x + \frac{2}{3}$$

زمامدار
www.zemamdar.com
mehdi_zemamdar@yahoo.com

فصل ۲

پاسخ تمرین ۱ از رابطه‌ی (ضابطه‌ی) $y=3x-2$ مقدار x را حساب کرده به جای x و y را عوض می‌کنیم

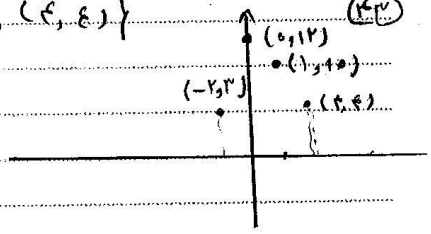
$y=3x-2 \longrightarrow -3x=-y-2 \xrightarrow{\times(-1)} 3x=y+2 \Rightarrow x=\frac{1}{3}x+\frac{2}{3}$

نمودار x بر y و برعکس

$\longrightarrow y=\frac{1}{3}x+\frac{2}{3}$

---

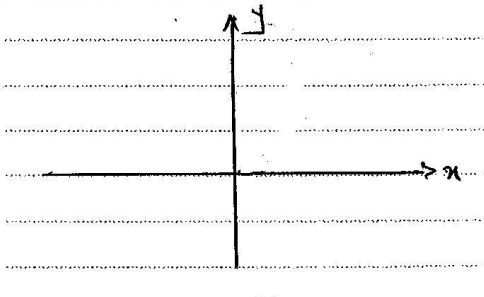
(۴۳) الف) $g=\{(-2,3),(1,10),(0,12),(4,4)\}$

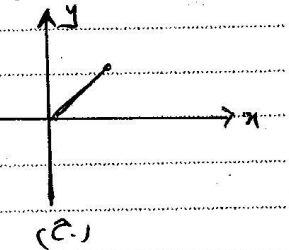
ب) 

ج) چون از سمت راست دوم تکراری ندارد

---

(۴۴) الف) وارون پذیر می‌باشد

ب) 

ج) 

دارون آن خودش خواهد شد

---

(۴۵) در صورتی که وارون تابع $f(x)=kx+4$ از نقطه‌ی $A(1,-2)$ می‌گذرد، پس خودش نیز از نقطه‌ی $(-2,1)$ می‌گذرد پس

$f(-2)=1 \Rightarrow k(-2)+4=1 \Rightarrow -2k+4=1 \Rightarrow -2k=-3 \Rightarrow k=\frac{3}{2}$

---

(۴۶) $f(0)=0^2=0$ ، $f(-2)=-2+3=1 \Rightarrow f(f(-2))=f(1)=1$

$\Rightarrow A=2f(0)+f(f(-2))=2(0)+1=1 \Rightarrow A=1$

---

(۴۷) $f(1)=1^2-1=1-1=0$ ، $f(-1)=3^{(-1)}=-3$

$f(f(-1))=f(-3)=3(-3)-1=-9$ $\quad f(f(1))=f(0)=3^{(0)}=0$

---

(۴۸) $f(-1)=(-1)^2+1=2$ $\quad g(2)=-2$

$f(g(2))=f(-2)=(-2)^2+1=5$

$g(f(-1))=g(2)=-2$

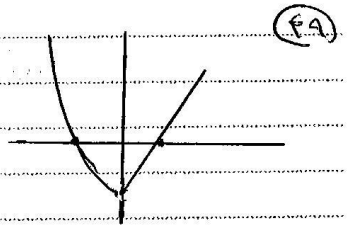
زمامدار
www.zemamdar.com
mehdi_zemamdar@yahoo.com

حل ۲

$$f(x)=\begin{cases} x-1 & x\geq 0 \\ x^2-1 & x<0 \end{cases}$$

x	0	1
y	-1	0

x	-1	0	1
y	0	-1	0

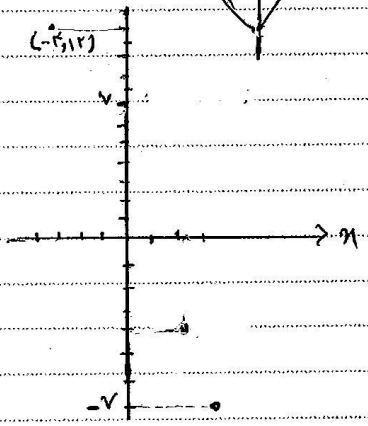


(۴۹)

$f(x)=-2x+4$

$D=\{2,3,-4\}$

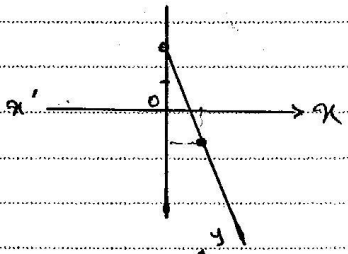
x	2	3	-4
y	-4	-2	12



(۵۰)

ب)

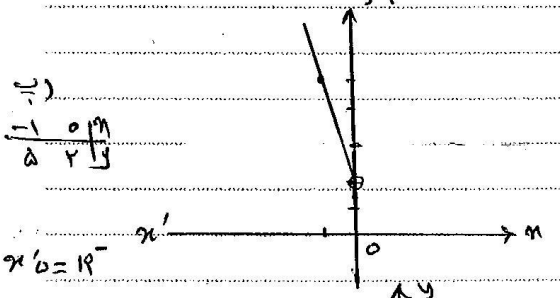
x	0	1
y	4	-1



$x\geq 0$ یا $x\leq 4$

ج)

x	0	1
y	4	-1

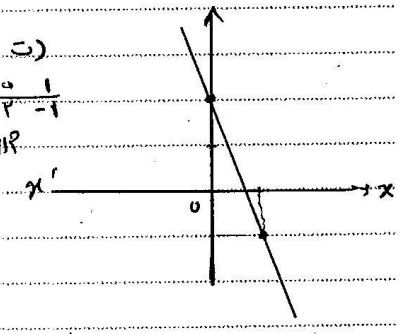


$x\leq 0$ یا $x\geq 4$

پ)

x	0	1
y	2	-1

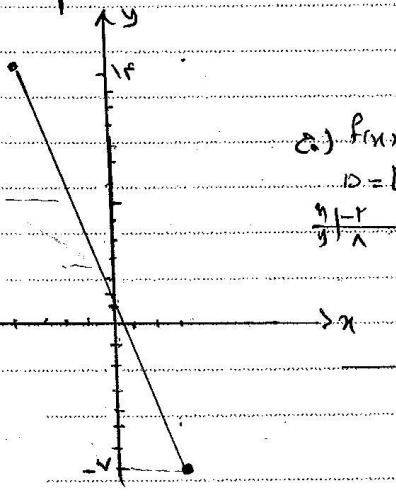
$x\leq 0$ یا $x\geq 1$



د) $f(x)=-2x+2$

$D=[-1,2]$

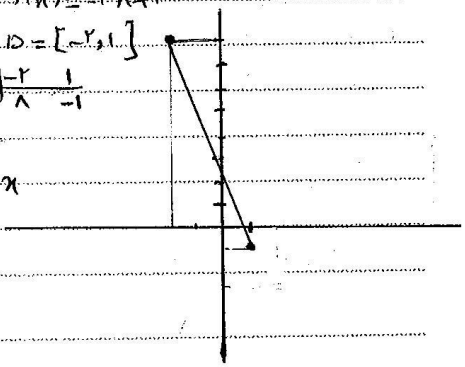
x	-1	2
y	4	-2



هـ) $f(x)=-2x+2$

$D=[-2,1]$

x	-2	1
y	6	-1



زمامدار
www.zemamdar.com
mehdi_zemamdar@yahoo.com