

همه موجودات درعالم درحال تغيير وتحولند



انواع تحليل سازه ها به کمک روش اجزاء محدود

- (Equelibrium Problems)
 - (Eigen Value Problems)
 (Propagation Problems)
- حل مسائل ایستا یا پایا - حل مسائل جواب ویژہ - حل مسائل گسترش

مسائل ایستا یا پایا

Equelibrium Problems

دراینگونه مسائل متغیرزمان درکارنیست. حل مسائل ارتجاعی خطی الکترواستاتیک الکترومغناطیس حالتهای پایدار هدایت گرما و جریان سیالات درمحیطهای متخلخل رامی توان نام برد. دراینگونه مسائل شرائط ثابتی برمساله حاکم است. کلیه سازه های ایستا ویا درحال حرکت باسرعت ثابت دراین دسته قراردارند



مسائل جواب ويژه

Eigen Value Problems

شرائط این گونه مسائل مشابه مسائل حالت ایستااست بااین تفاوت که هدف بدست آوردن جواب ویژه مساله دریک حالت خاص است.







مسائل گسترش

Propagation Problems

شرائط این مسائل وابسته به زمان است. کلیه مسائل پویا (دینامیک) اعم از هیدرودینامیک حالات گذرا درسازه ها وبررسی حرکات جذرومد سطح آب دریاهاو......دراین دسته قرار می گیرند.

تحلیل شکل پذیری محیط اطراف تونل در اثر حفاری







and the second s



تحليل تنش دراثرحركت موج درزمين چند لايه



تحلیل ارتجاعی- خمیری محیط اطراف تونل دراثر عبورقطار

Non-linear coupled hydro-mechanical quasi static analysis of a transrapid train passage with elasticplastic material models (Mohr Coulomb)





Plastic strain



Failure of Yield criteria

تحلیل دینامیکی فشار آب درمحیط دوفازه زمین با الگوهای مختلف (موهر –کلمب)

dynamic non-linear coupled fluid flow mechanical analysis with FLAC^{3D}

- dynamic non-linear (Mohr-Coulomb) with stationary pore pressure (PP)
- dynamic non-linear (Mohr-Coulomb) with in stationary pore pressure
- dynamic non-linear (Double Yield) with in stationary pore pressure



total plastic deformation

MC, stationary PP

MC instationary PP

DY instationary PP

كنترل محاسباتي تاب تحمل آثارباستاني











elastic-plastic Masonry Analysis of the Church of our Lady in Dresden



كنترل محاسباتى تاب تحمل پلهاى قديمى

ONCO world largest masonry bridge Göltschtal Gemany



parameterized geometry model verification of loading (dead loads, traffic, temperature, wind)

verification of masonry material model (GANZ Swiss masonry standard)

detailed geometry model with foundation, piles and arches made from granite, sandstone and masonry

نتایج حاصل از کنترل محاسباتی تاب تحمل پلهای قدیمی

-0041



.5008-04 .0013 .102 .3023

For the first time stability and survivability of the structure according to actual German standards (DIN/DS) was proven.



كنترل محاسباتي تاب تحمل سد

Geomechanics

2D/3D Stability analysis of dams

-non-linear mechanical analysis

-coupled fluid flow, thermal and mechanical analysis

 elastic-plastic material models of rock, jointed rock, masonry, concrete, soil



Verschiebungen in Talrichtung (cm)



Plastische Vergleichsdehnung (Elementwerte)



Verschiebungen in Talrichtung (cm)

Dimmital Blick von doen murder Luier grund ist sejektier

Plastische Vergleichsdehnungen (Knotenwerte)

نتایج حاصل از کنترل محاسباتی تاب تحمل سد

dynando



total deformation



tension stress

Earthquake analysis of dams

- often response spectra analysis is used
- then quasi-static elastic-plastic analysis with worst case modal superposition is performed
- with today's numerical power also nonlinear transient analysis is possible



plastic strain

نتایج حاصل از کنترل محاسباتی تاب تحمل پی شمع دار

Geomechanics

Foundation Analysis

- non-linear load history
- non-linear static and dynamic analysis
- piles & plates



كنترل محاسباتي اثرضربه پرتابه روى سازه پوسته ای نازک



نتایج حاصل از کنترل محاسباتی اثرضربه روی سازه پوسته ای نازک

limit load analysis for airplane impact



نتايج حاصل از تحليل تاب تحمل نمونه استوانه بتن

verification of the concrete model (plasticity & damage)

uniaxial compression test



The compression strength 0.045 KN/mm2 and the damage mechanics was verified.

نتايج حاصل از تحليل تاب تحمل تير بتن آرمه

verification of reinforced concrete modeling (plasticity & damage)



بررسی چگونگی تمرکزصدمه درنمونه ماده متخلخل و مخزن عايق شده با باتيمان



- Fig. 1 Localization Simulation in a Test Specimen of a Porous Medium (a). deformation (b). damage distribution
- Fig. 2 Schematic of Bituminous Waterproof Lining System in a Reservoir



کاربریهاي ديگرروش اجزائ محدود (تصاوير ماهواره اي)

The Clementine Satellite sent back more than 1.5 million images of the moon at resolutions never before attained. These images were taken with comeras designed by the Laboratory.



کاربریهای دیگرروش اجزائ محدود (پرتاب موشک)

پیش بینی اثرات اشعه ایکس برروی مواد



پیش بینی های آثارناگوار زلزله



Teams of LLNL scientists go into the field after major earthquakes to study how and why structures are damaged. Our investigations included damage done by the January 1994 earthquake in Northridge, CA.



With 1 to 2 volts of input power, this 400-µm-long intravascular microtool from the Microtechnology Center will curl up and stretch out in liquid. The Center's ongoing research into microscale actuators includes their use in areas such as optics, biomedical instruments, and micropart packaging.

پیش بینی آثار مخرب بر سازه خودرو



We are designing and analyzing a crashworthy aluminum frame that could be used for electric vehicles. We are working as part of the CALSTART consortium and in conjunction with Kaiser Aluminum and Chemical Corporation.





بررسی ویژگیهای: - حیاتی - تخیلی



Three bunnies remeshed with 500, 2000, and 5000 vertices (left) and their corresponding connectivity shapes (right). Reported are the relative deviation in edge length dev after remeshing and the smoothing parameter $\lambda_{\rm dev}$.









(b) Enlament of Engine



(c) Engine Configuration



(a) Brain Seen from Below



(f) Adaptive Triaugulation

افزایش دقت درتحلیل قسمتها؟

(d) Brain of MRI scan





(h) Marching Cubes Mesh

(i) Energy Minimizing Surface Mech.

(g) Head of MRI Scau



Frames from an interactive animation. There is no noticeable warping due to strain linearization, and the different materials (e.g., ears, horns) behave distinctly.







تعمیق درمیزان دقت نظریه ها؟؟؟؟



Family of connectivity shapes computed from the cow's connectivity with different smoothing parameters λ



Connectivity shapes computed from the connectivity of (a) garaffe. (b) triceratops, (c) Stanford burny, and (d) horse.





Upper left. A detailed mesh of the human galibladder and bile ducts with 1900 vertices and 3772 faces. Upper tight: The model with the galibladder coursened from 517 vertices to 117. Lower left: Where the instrument grasps the galibladder, the mesh has been locally refined. Lower tight: Texture mapped view of grasped galibladder with local refinement.

شناسایی موارد عدم تطبیق



شناسایی اجزائ


تحليل با درنظر گرفتن اندر كنشها





including external stores and armaments.





Upper: Cartesian mesh for attack helicopter configuration with 5.81M cells. Lower: Close-up of mesh through left wing and stores.

نتايج تحليل توزيع فشارروى بدنه بالگرد



نتايج تحليل توزيع فشارروى بدنه هواپيماى جت



re 1-10: Isobars and mesh cuts on a business jet configuration computed with an octree based approach (reprinted from Ref. [25] with permission).

نمایش خطوط همتراز چگالی اطراف پرتابه حين برخورد و نفوذ



Density contours and adapted quadtree grids showing a time history of a projectile penetration problem (reprinted from Ref. [70] with permission).

Unstructured RANS solver TAU

- hybrid grids
- very complex configurations
- grid adaptation
- fully parallel software
- adjoint option



- M_w=0.85, Re=32.5x10⁶
- coupled CFD/structural analysis for wing deformation at $\alpha\approx 1.5^\circ$
- FLOWer, k
 ω turbulence model, fully turbulent



- M_=0.85, Re=32.5x10⁶
- coupled CFD/structural analysis for wing deformation at $\alpha\approx 1.5^\circ$











Adapted mesh, and computed isobars for inviscid flow over a High Wing Transport (HWT) configuration. The unstructured Cartesian mesh contained 2.9M cells with 10 adaptations.



Adapted must, and computed toolars for inviscit flow over an ONERA 365 using at $\alpha = 3.00^\circ$, and $M_{\pi} \approx 0.04$, computed using an anstructured representation of the Carrestan mesh.

نتايج تحليل توزيع فشارروى بدنه هواپيماى جت



HWT example with high-lift system deployed. The mesh contains 1.65M cells at 10 levels of refinement. The mesh is presented by cutting planes at 3 spanwise locations and the cutting plane on the starboard wing is flooded by isobars of the discrete solution.



1-21: Surface triangulations for two intersecting teardrop shaped bodies. The labels on the sketch indicate regions painted by a single seed.



Example of ray-casting combined with mesh painting. The three internal regions shown were identified and painted using one ray per region



The unshaded triangles may use the 3×3 form of the simplex determinant in eq. 2.3 without incurring round-off error due to the initial subtraction of coordinate data.





Titangle-polygons on markers of Hagi Wing Transport configuration resulting from monoscentes of lock-out Carreago softs with surface transplatene. The transpeoplygon draws have been knowned on transplated for plotting purposes. This example tradicit approximately 900000 budy-out Carreagon rule.





They is any party from a 1981 or compare of an operation of 1



I comparison to the end of the second state of a contract watch in this with a second state of the second



مقدمه: روش اجزای محدود

پیچیدگی هندسی، رفتار پیچیده ماده و شرایط مرزی موجود در مسایل واقعی، رسیدن به حل دقیق را با دشواری روبرو ساخته است.

◄ استفاده از حلهای تقریبی قابل قبول که در زمان محدود به دست می آید اجتناب ناپذیر است روش اجزای محدود یکی از این انتخابها است.

◄روش اجزای محدود یک روش عددی برای رسیدن به حل تقریبی در بسیاری از مسایل فیزیکی و مهندسی است که رفتار حاکم بر آنها توسط یک (و یا یک دستگاه) معادله دیفرانسیل بیان می شود. در این روش از توابع پیوسته چند تکهای و هموار برای تقریب کمیت مجهول مورد نظر سود برده می شود.

دانشگاه صنعتی اصفهان- دانشکده



مقدمه: روش اجزای محدود

🖍 هدف اصلی در روش اجزای محدود، یافتن حل یک مسئله پیچیده از طریق جایگزینی آن با یک مدل ساده تر است. در روش اجزای محدود ناحیه حل به صورت مجموعهای از زیر ناحیههای کوچک متصل به هم، به نام المان و یا اجزای محدود در نظر گرفته می شود. در ادامه برای هر قطعه یا المان یک حل تقریبی مناسب فرض می شود. با سوار نمودن این اجزاء و ... شرایط تعادل کلی سیستم (مانند سازه) استخراج می شود. با ارضای این شرایط جواب تقریبی برای کمیت مورد نظر (تغییر مکانها) به دست می آید.



مقدمه: روش اجزای محدود



 $S_i = (R\cos\theta_i/2)(R\sin\theta_i/2) \qquad S_i = \frac{1}{2}R^2\sin\theta_i$

$$S_N = \sum S_i = \frac{1}{2} R^2 N \sin(\frac{2\pi}{N}) \rightarrow \pi R^2 \rightarrow as \quad N \rightarrow \infty$$

دانشگاه صنمتی اصفهان- دانشکده



مقدمه: روش اجزای محدود

п	$\pi_n = n \sin(\pi/n)$	Extrapolated by Wynn- ϵ	Exact π to 16 places
1	0.00000000000000000		
2	2.0000000000000000		
4	2.828427124746190	3.414213562373096	
8	3.061467458920718		
16	3.121445152258052	3.141418327933211	
32	3.136548490545939		
64	3.140331156954753	3.141592658918053	
128	3.141277250932773		
256	3.141513801144301	3.141592653589786	3.141592653589793



Discretized approximation

🗲 تقريب گسسته سازي



Rayleigh-Ritz principle

- Approximation in the whole domain
- Higher-order continuous function
- Fewer base functions

دانشگاn صنمتی اصفهان- دانشکدn



Discretized approximation



ایده اساسی روش اجزای محدود



Another method

- Pieces function approximation in sub-domain
- Linear or polynomial function
- More base functions

دانشگاه صنعتی اصفهان- دانشکده





دانشگام صنمتی اصفهان- دانشکده

مكانيك

روش اجزای محدود

دانشگاه صنمتی اصفهان- دانشکده

بهنگام نمودن روش اجزای محدود با مدل فیزیکی

ترکیب دو مدل فیزیکی و ریاضی در روش اجزای محدود

روش های گسسته سازی جهت شبیه سازی عددی

Finite Element method

Finite Difference method

Boundary Element method

Finite Volume method

Mesh Free method

Spectral method

دانشگام صنمتی اصفهان- دانشکدم

روشهای استخراج معادلات روش اجزای محدود

Direct Method

۲-روش حساب تغییرات ۲

Method

۳-روش باقیمانده های وزنی*Weighted Method Residuals*

Stiffness Method

۴- روش سختی

دانشگاn صنمتی اصفهان- دانشکدn

روشهای استخراج معادلات روش اجزای محدود

الف- اين روش براي المان هاي ساده قابل اجراست. ۱ – روش مستقيم:

ب- با توجه به بالا بردن مفاهيم فيزيكي، جهت مطالعه بسیار با ارزش است.

۲-روش حساب تغییرات: این روش برای مسایلی قابل پیاده سازی است که رفتار حاکم بر آن به فرم انتگرالی بیان شود.

۳–روش باقیمانده های وزنی:

این روش برای مسایلی که رفتار حاکم بر آن به فرم معادلات دیفرانسیل باشد و بیان انتگرالی آن در دسترس نباشد استفاده می شود.

توصيف عمومي روش اجزاى محدود

مرحله (I): گسسته (مجزا) سازی سازه

در این مرحله سازه مکانیکی یا ناحیه حل مورد نظر به بخشهای کوچکتر (المان) تقسیم میشود. نقاط مشترک در مرز المان به نام گره شناخته میشود. در مورد نوع، تعداد و ترتیب المان باید تصمیم گیری نمود.

مرحله (II): ارائه رفتار فيزيكي حاكم بر المان به صورت كمّي

در این مرحله لازم است رفتار فیزیکی حاکم بر المانهای سازه مکانیکی به صورت یک (و یا چند) معادله بیان شود.

توصيف عمومي روش اجزاي محدود

مرحله (III) : انتخاب یک مدل درون یاب یا مدل جابجایی مناسب

از آنجا که تغییرات واقعی متغیر میدان (مانند جابجایی، تنش، دما، فشار یا سرعت) در داخل این محیط پیوسته مجهول است، تغییرات متغیر میدان در داخل یک المان محدود به وسیله یک تابع ساده تقریب زده میشوند و بر حسب مقادیر متغیرهای میدان در گرهها بیان میشوند. معمولاً مدل درونیاب (تابع تقریب، توابع شکل) را به شکل چند جملهای در نظر می گیرند.

دانشگام صنمتی اصفهان- دانشکدم

توصيف عمومي روش اجزاي محدود

مرحله (IV) : به دست آوردن ماتریس سختی و بردارهای نیروی المان

هنگامی که معادلات میدان (مانند معادلات تعادل) برای یک المان نوشته شد، مجهولات مسئله، متغیر میدان در گرهها خواهند بود. در این مرحله ماتریس سختی و بردار نیروی المان محاسبه میشود.

مرحله (V) : سوار (جمع) کردن معادلات المانها برای به دست آوردن معادلات کلی تعادل

از آنجا که سازه از چندین المان تشکیل شده است، ماتریس سختی و بردارهای نیروی المانهای منفرد را با یک روش مناسب با یکدیگر جمع میشوند.

19

توصيف عمومي روش اجزاي محدود

مرحله (VI) : به دست آوردن متغیرهای میدان (جابجاییها) در گرهها

معادلات کلی میدان (مانند معادلات تعادل) باید برای شرایط مرزی اصلاح شوند و پس از آن با استفاده از یک روش عددی مناسب مقادیر متغیرهای میدان استخراج شوند.

مرحله (VII) : محاسبه متغیرهای وابسته (نظیر تنشها و کرنشهای المان)

در صورت نیاز با استفاده از متغیرهای میدان (نظیر جابجاییها) میتوان متغیرهای وابسته (نظیر تنشها و کرنشهای المان) را با استفاده از معادلات مورد لزوم حاکم بر مسئله (نظیر معادلات مکانیک جامدات) محاسبه نمود.

دانشگا<mark>ه صنمتی اصفهان- دانشکد</mark>ه


پیادهسازی روش اجزای محدود

مرحله (I) : پیش پردازش

در این مرحله مدل هندسی و مدل شبکهبندی شده مسئله ساخته میشود. سپس بارگذاری و شرایط مرزی به مدل اعمال می گردد.

مرحله (II) : حل مدل اجزاي محدود

سوار کردن معادلات سیستم و حل معادلات کلی در این مرحله انجام می پذیرد.

مرحله (III) : پس پردازش

آماده نمودن و نمایش نتایج

دانشگاه صنمتی اصفهان- دانشکده





مكانيكر



تاريخچه روش اجزاي محدود

• Courant ۱۹۴۳ : وی برای اولین بار روش مشابه روش اجزای محدود ارائه کرد که در آن از توابع دارای پیوستگی تکهای که در نواحی مثلثی تعریف می شوند استفاده کرد.

• Turner, Clough, Martin and Topp : آنان در یک مقاله کاربرد اجزای محدود ساده (شامل میله های مفصل شده) برای تحلیل سازه هواپیما استفاده نمودند. این تحلیل به عنوان یک پیشرفت کلیدی در توسعه روش اجزای محدود به حساب می آمد.



تاريخچه روش اجزاى محدود

- Clough ۱۹۶۰ : وی توانست با استفاده از المانهای مثلثی تحلیل
 یک بال سازه یه هواپیما را در شرایط تنش صفحهای انجام دهد.
- دهه ۱۹۷۰ : در این دهه با ورود کامپیوترهای دیجیتال (با پردازنده مرکزی)، ابزار نیرومندی برای محاسبات مورد نیاز در اجزای محدود فراهم گردید و بطور عملی این روش را توسعه داد.
- دهه ۱۹۸۰ : در این دهه زمینه انجام مراحل پیش پردازش و پس پردازش روش
- دهه ۱۹۹۰: در این دهه تحلیل سازه های بزرگ به کمک روش اجزای محدود انجام گرفت.

مكانىك



تاريخچه روش اجزاى محدود

درجات آزادی در روش اجزای محدود:

- دهه ۱۹۵۰: تحلیل تا ۱۰۰ درجه آزادی
- دهه ۱۹۶۰: تحلیل تا ۱۰۰۰ درجه آزادی
- دهه ۱۹۸۰: تحلیل تا ۱۰۰۰۰ درجه آزادی
- دهه ۱۹۹۰: تحلیل تا ۱۰۰۰۰ درجه آزادی

دهه ۲۰۰۰: تحلیل از ۵۰۰۰۰ تا چندین میلیون درجه آزادی



تاريخچه روش اجزاى محدود

مقالات منتشر شده در زمینه روش اجزای محدود:

- تا ۱۹۶۱: ۱۰ مقاله
- تا ۱۹۶۶: ۱۳۴ مقاله
- تا ۱۹۷۱: ۸۴۴ مقاله
- تا ۱۹۷۶: ۲۰۰۰ مقاله
- تا ۱۹۸۶: ۲۰۰۰۰ مقاله

.



نرم افزارهای اجزای محدود

Year	Software	Company	Website
1965	ASKA (PERMAS)	IKOSS GmbH, (INTES),Germany	www.intes.de
1966	NASTRAN	MacNeal-Schwendler Corp., USA	www.macsch.com
1967	ASAS	Atkins Res.&Devel., UK	www.wsasoft.com
1970	ANSYS	Swanson Anal. Syst., USA	www.ansys.com
	SAP	NISEE, Univ. of California, Berkeley, USA	www.eerc.berkeley. edu
1975	ADINA	ADINA R&D, Inc., USA	www.adina.com



نرم افزارهای اجزای محدود

Year	Software	Company	Website
1976	NISA	Eng. Mech. Res. Corp., USA	www.emrc.com
1978	DYNA2D, DYNA3D	Livermore Softw. Tech. Corp., USA	www.lstc.com
1979	ABAQUS	Hibbit, Karlsson & Sorensen, Inc., USA	www.abaqus.com
1980	LUSAS	FEA Ltd., UK	www.lusas.com
1982	COSMOS/M	Structural Res. & Anal. Corp., USA	www.cosmosm.com
1984	ALGOR	Algor Inc., USA	www.algor.com



- •ANSYS (General purpose, PC and workstations)
- •NISA (PC and workstation)
- SDRC/I-DEAS (Complete CAD/CAM/CAE package)
- NASTRAN (General purpose FEA on mainframes)
- ABAQUS (Nonlinear and dynamic analyses)
- COSMOS (General purpose FEA)
- ALGOR (PC and workstations)
- PATRAN (Pre/Post Processor)
- HyperMesh (Pre/Post Processor)
- Dyna-3D (Crash/impact analysis)

• • • • • •



کاربرد روش اجزای محدود

Static analysis

- Deflection
- Stresses
- Strains
- Forces
- Energies
- Dynamic analysis
 - Frequencies
 - Deflection (mode shape)
 - Stresses
 - Strains
 - Forces
 - Energies

دانشگاه صنمتی اصفهان- دانشکده

مكانىك

- Heat transfer analysis
 - Temperature
 - Heat fluxes
 - Thermal gradients
 - Heat flow from
 - convection faces
- Fluid analysis
 - Pressures
 - Gas temperatures
 - Convection coefficients
 - Velocities



کاربرد روش اجزای محدود

- Automotive industry
 - Static analyses
 - Modal analyses
 - Transient dynamics
 - Heat transfer
 - Mechanisms
 - Fracture mechanics
 - Metal forming
 - Crashworthiness
- Architectural
 - Soil mechanics
 - Rock mechanics
 - Hydraulics
 - Fracture mechanics

- Aerospace industry
 - Static analyses
 - Modal analyses
 - Aerodynamics
 - Transient dynamics
 - Heat transfer
 - Fracture mechanics
 - Creep and plasticity analyses
 - Composite materials
 - Aeroelasticity
 - Metal forming
 - Crashworthiness

دانشگاه صنعتی اصفهان- دانشکده

ABAQUS

ENGINEERING SIMULATION INNOVATION POWERED PRODUCT DEVELOPMENT



بخش های پردازش آباکوس

تمامی نرمافزارهای اجزای محدود تراز اول از سه بخش حیاتی تشکیل شده اند:

- بخش پیش پردازش یا مدلسازی که وظیفه آماده سازی مدل مورد نظر برای تحلیل اجزای محدود را دارد.
- بخش پردازش یا تحلیل اجزای محدود که قلب نرمافزار بوده و مجموعه حلگرهای مورد نیاز در تحلیل
 اجزای محدود را فراهم می آورد.
- بخش پس پردازش که وظیفه ارائه نتایج در قالب ابزارهای گرافیکی و نمودارها را داشته و خروجی مورد نیاز تحلیلگران را آماده می نماید.

نرمافزار Abaqus نیز با ارائه قابلیت های مدلسازی، تحلیل اجزای محدود و ارائه کانتورها و نمودارهای گرافیکی، مجموعه ای یکپارچه از نیازهای محققین را فراهم می آورد. بعلاوه بخش مدلسازی در نمونه های با هندسه-پیچیده میتواند در نرمافزارهای CAD انجام شده و جهت تحلیل اجزای محدود به آباکوس فراخوانی شود. شرکت داسو سیستم نیز با ارائه یک بسته تحت عنوان Abaqus for CATIA، قابلیت های پردازش و پس پردازش را به نرمافزار محبوب و کاربرپسند CATIA (که خود یکی از قویترین نرمافزارهای پیش پردازش است) به ارمغان آورده است.

ویژگی های نرمافزار آباکوس

- محیط کاربری بسیار زیبا و کاربرپسند.
- 2. محیط مدلسازی دوبعدی و سهبعدی بسیار پیشرفته و در عین حال قابل درک
- 3. ارتباط جامع با نرمافزارهای طراحی تراز اول دنیا مثل کتیا (CATiA) و سالیدورکس (SOLIDWORKS)
 - 4. کدهای حلگر قدرتمند و دقیق غیرخطی
 - 5. قابلیت توسعه بهکمک اسکریپتهای پایتون (Python)، فایل متنی ورودی (inp.)
 - 6. قابلیت ایجاد GUI
 - 7. امکان کاربری زیربرنامههای زبان فرترن (FORTRAN)
 - 8. قابلیت تحلیل بهروش پردازش موازی
 - 9. مقبولیت بسیار بالا در جوامع دانشگاهی

راهنمای نرمافزار آباکوس

محققین و کاربران آکادمیک و صنعتی همواره نیاز به دسترسی راحت به اطلاعات، فرمول بندی حل و روابط حاکم دارند. مسائل بی شماری در صنعت وجود دارد که مهندسین طراح نخستین بار با آن مواجه می شوند و به همین دلیل نیازمند راهنمایی های گسترده در مدلسازی، استفاده از حلگر و سایر موارد می باشند.

مجموعه Abaqus Documentation که شامل بانک کاملی از روش های حل، معرفی گام های تحلیل، مثال های متنوع و کاربردی و نیز تئوری ها و روابط ریاضی است، بدون شک یکی از کاملترین و بهترین مراجع راهنمای گام به گام در این نرمافزار است. طبقه بندی بسیار دقیق اطلاعات و مجموعه کم نظیر Help این امکان را فراهم آورده است که مبتدیان در خصوص نحوه مدلسازی، نحوه استفاده از دستورات و غیره پا به پای افراد خبره و دانشگاهی (درخصوص معادلات حاکم، فرمولبندی حل و پشت پرده نرمافزار) گام بردارند و نیازهای خود را مرتفع سازند.

رویه کلی حل در آباکوس

- 1. ترسیم هندسه دوبعدی در ماژول Sketch
- 2. ایجاد مدل هندسی سه بعدی با استفاده از ترسیمه مرحله قبل در ماژول Part
 - 3. اختصاص خواص ماده و سطح مقطع در ماژول Property
 - 4. مونتاژ مدل در ماژول Assembly
 - 5. تنظیمات رویه آنالیز و تعیین پارامترهای خروجی در ماژول Step
 - 6. تعریف تماس بین قطعات (در صورت وجود) در ماژول Interaction
 - ۲. اعمال بار و شرایط مرزی به قطعات در ماژول Load
 - 8. مش بندی در ماژول Mesh
 - 9. ایجاد یک دستور حل مسئله و ارسال آن برای تحلیل در ماژول Job
 - 10. مشاهده نتایج آنالیز در ماژول Visualization



2

ترسیم هندسه مسئله در آباکوس

یکی از نقاط مثبت ABAQUS، امکان فراخوانی مدلهای هندسی ساده و پیشرفته از نرمافزارهای تخصصی نظیر کتیا و سالیدورکس است که به کمک آن عملاً محدودیتی در تحلیل قطعات با هندسههای پیچیده و جزئیات بالا نخواهید.

تعريف ماده و تخصيص آن به قطعات

تعریف خواص مکانیکی، چگالی، خواص حرارتی و مغناطیسی، معیارهای آسیب و گسیختگی، تعریف پارامترهای سخت شوندگی در بارگذاری سیکلی، خواص وابسته به دما و...، قابلیت برنامهنویسی User Material Subroutine : UMAT

3

4

5

مونتاژ و جایابی قطعات

بهکمک ابزارها و قیود هندسی تعبیه شده در ماژول Assembly قادر خواهید بود تا به تعداد مورد نیاز از هر قطعه کپی کرده و آنها را در موقعیت دلخواه مناسب برای تحلیل قرار دهید.

قلب تپنده تحليل : انتخاب حلگر مناسب

امکانات ماژول STEP: ایجاد گامهای آنالیز (تحلیل فرکانسی، کمانش، انتقال حرارت، شکلدهی، کوپل حرارتی- تنشی، تحلیل کوپل اویلری – لاگرانژی)، معین کردن خروجیهای مورد نظر در History Output و Field Output

تعیین برهمکنش بین قطعات در حل

بهکمک امکانات موجود در ماژول Interaction قادر خواهید بود به تعیین خواص برخورد، ایجاد قیود چند نقطهای، اتصال دهندهها، تشخیص نقاط برخورد و ... در تحلیلهای حوزه مکانیک برخورد و مسائل تماسی بپردازید.

6

8

9

بارگذاری و اعمال شرایط مرزی و اولیه

مقید کردن قطعه، اعمال بارهای متمرکز و گسترده، تعریف دامنه اعمال بار، تعریف میدان دما یا تنش یا سرعت اولیه در قطعه، قابلیت Submode، تعریف نیروی جاذبه، بارهای مغناطیسی، تعریف سرعت و فشار در تحلیل CFD،

شناخت دقيق المانها، فرمولبندي حاكم، الگوريتم مشزني

شناخت قواعد نامگذاری المانها، شنا<mark>خت</mark> المانها با انتگرالگیری کامل و کاهش یافته، المانهای هیبریدی، <mark>تکنیک</mark> های مشزنی، الگوریتمهای مشزنی از موارد مهمی است که در ماژول Mesh قابل کنترل است.

Submit کردن حل در ماژول Job

در حین فرایند حل فایلهای متنوعی ایجاد میشود که اطلاعات مفید و کاربردی در خصوص زمان حل، نتایج، گامهای زمانی و ... را در اختیار کاربر قرار میدهد. (همچون rpy،cae ،jnl ،rec ،odb ،lck ،res ،dat ،msg ،sta ،fil ،inp)

پسپردازش و مشاهده نتایج حل

پس از اتمام حل یک مسئله، میتوانید نتایج مورد انتظار که در ماژول Step تعریف کردهاید را در قالب کانتورهای رنگی، فیلم و یا نمودار مشاهده کنید. همچنین میتوانید با تعریف مسیر، مقادیر در یک مسیر خاص قرائت نمایید.

ANSYS



نرم افزار انسیس ANSYS چیست؟

انسیس ANSYS یک نرم افزار مهندسی می باشد که محصول شرکت ANSYS Inc است. و از دسته ابزارهای تحلیلی است که از روش اجزاء محدود (FEM) برای مدل سازی و تحلیل در آن استفاده می شود.

نرم افزار انسیس مهندسین و طراحان را قادر می سازد تا به راحتی بهینه سازی ساختاری، حرارتی، دینامیکی، تعادل وزنی و عملکردی و همچنین شبیه سازی های مُد ارتعاشی و ضریب اطمینان و ایمنی را در طرحهایشان به صورت مرحله به مرحله اعمال کنند.



معرفى نرم افزار تحليلى انسيس

Ansys نرم افزار قدرتمند و شبیه ساز ساده ای می باشد که قدرت توانایی یک طراحی معتبر و استاندارد را به طراحان و مهندسین میدهد تا ایدههایشان را بر روی صفحه کامپیوترهایشان پیاده کنند.

در نرم افزار Ansys از سیستم کارآمد و آسان اتوماسیون <mark>پایگاه داده ها</mark> استفاده می گردد و باعث کاربری بسیار آسان این نرم افزار گردیده که به گفته سازنده نرم افزار می تواند به قدری قدرتمند باشد که برای ۳۲ سال آینده جهت حل مشکلات طراحی موثر، مفید و قابل اعتماد واقع گردد.

با به کار بردن نرم افزار انسیس، مهندسین قادر به طراحی و تولید محصولاتی با کیفیت بهتر در زمانی کمتر خواهند بود. این نرمافزار مهندسین و طراحان را قادر میسازد تا به راحتی بهینه سازی ساختاری، حرارتی، دینامیکی، تعادل وزنی و عملکردی و همچنین شبیهسازیهای مُد ارتعاشی و ضریب اطمینان و ایمنی را در طرح هایشان به صورت مرحله به مرحله اعمال کنند.

نرم افزار Design Space Ansys كاملاً بر آخرين ورژن نرم افزارهای اصلی CAD سه بعدی که شامل: نرم افزار پرو اينجينير Pro/ENGINEER ، نرم افزار ساليدورک SolidWorks ، نرم افزار اينونتور Autodesk Inventor ، نرم افزار مکانيکال دسکتاپ Mechanical Desktop ، نرم افزار ان ايکس NX (يونيگرافيکس Unigraphics) ، نرم افزار ساليد اچ Solid Edge می شود منطبق است.

کاربردهای نرم افزار انسیس چیست؟

نرم افزار انسیس هم میتواند در مکانیک سیالات برای بررسی رفتار یک سیال و یا بررسی مسائل انتقال حرارت با استفاده از اجزای محدود بکار رود و هم در مکانیک جامدات با بررسی تنش ها و ارتعاشات در سازه ها و قاب ها مسائل را حل کند.

نرم افزار انسیس قابل استفاده برای دانشجویان و فارغ التحصیلان رشته مهندسی مکانیک و عمران میباشد.

نرم افزار ANSYS یک نرم افزار چند گانه است و قابلیت تحلیل مسائل گوناگون و متنوع مهندسی از قبیل حرارت ، سیالات ، مغناطیس ، الکترواستاتیک ، الکتریسیته ، سازه ، ارتعاشات ، استاتیک و ... را دارد.

ابزارهای تحلیلی در نرم افزار انسیس چیست؟

ابزارهای پیش بینی شده در انسیس امکان تحلیل انواع مختلف سازه ها مانند قاب، مخزن، سد، پل ... و اجزای سازه ای مانند اتصالات فولادی، اعضای فولادی یا بتنی، ایزولاتورها، ... را به روش های مختلف فراهم ساخته است. از آن جمله می توان به تحلیل های استاتیکی، بارگذاری رفت و برگشتی، مودال، تاریخچه زمانی، طیفی و ... اشاره کرد.

برای شبیه سازی شرایط مختلف تکیه گاهی گزینه های متعددی به صورت شتاب، جابجایی، نیرو و یا لنگر با الگوهای مختلف در دسترس هستند که به طور ثابت یا متغیر با زمان قابل استفاده اند.

همچنین مدل های رفتاری مختلفی از مصالح شکل پذیر و ترد مانند مدل های دو و چند خطی فولاد، مدل دراگر- پراگر و مدل شکست بتن در آن پیش بینی شده است که در حوزه رفتار غیر خطی بکار می روند.

ویژگی های مهم نرم افزار انسیس چیست؟

۱- انجام آنالیز در زمینه های گوناگون از قبیل: جامدات، سیالات، انتقال حرارت، الکترومغناطیس، الکترواستاتیک، الکترونیک و دینامیک. ۲- توانائی آنالیز توأمان مانند آنالیز سیالاتی - جامداتی. ۳- توانائی بهینه سازی مدل های طراحی شده. ۴- قابلیت برنامه نویسی به کمک زبان برنامه نویسی نرم افزار برای توسعه امکانات جدید. ۵- قابلیت تهیه گزارش و خروجی های مختلف به صورت فیلم ، عکس یا html ۴- توانایی تشخیص پارامترهای مختلف و بررسی میزان اهمیت هر کدام از آنها در رسیدن به جواب نهایی طراحی ها. ۷- امکان برقراری ارتباط با نرمافزارهای دیگر نظیر: پرو/اینجینیر، سالیدورک، اینونتور، مکانیکال دسکتاپ، یونیگرافیکس، ۲۰ امکان برقراری ارتباط با نرمافزارهای دیگر نظیر: پرو/اینجینیر، سالیدورک، اینونتور، مکانیکال دسکتاپ، یونیگرافیکس،

معرفی ماژول های نرم افزار انسیس

ماژول های نرم افزار انسیس به چهار بخش کلی تقسیم می شوند: Fluid Dynamics و Systems & Multiphysics و Systems & Multiphysics و Electromagnetics

- ANSYS Multiphysics -
 - ANSYS Mechanical -
 - ANSYS Structural -
 - ANSYS Fluent -
 - ANSYS CFX -
 - ANSYS CFD-Flo -
 - ANSYS Maxwell -
 - ANSYS HFSS -



تفاوت نرم افزار انسیس و آباکوس چیست؟

مهمترین نکته ای که باید به آن توجه شود اینست که مبنای هر دو نرم افزار روش اجزاء محدود میباشد. لذا اینگونه نیست که گفته شود مثلا یک مسئله با آباکوس جواب های درست میدهد اما با انسیس جواب های غلط! به عبارت دیگر چنانچه یک مسئله را به دو اپراتور ماهر نرم افزارهای آباکوس و انسیس بدهیم تا آن را حل کنند، جواب های هر دو یکسان خواهد شد.

البته اختلاف اندکی در دقت جواب این دو نرم افزار وجود خواهد داشت که آن هم برمیگردد به الگوریتم و روش حل معادلات در این دو نرم افزار.

نرم افزار انسیس و نرم افزار آباکوس Abaqus به نوعی رقیب یکدیگر میباشند. لذا در هرکدام، برخی آپشنها وجود دارد که در دیگری نیست. مثلا مبحث XFEM که تئوری آن تازه در سال ۱۹۹۹ مطرح شده است، در نرم افزار آباکوس وجود داشته اما در نرم افزار انسیس وجود ندارد. و یا قابلیت تعریف مواد هوشمند – Smart Material در انسیس وجود دارد اما در آباکوس می بایست با کدنویسی آنرا تعریف کرد. البته تقریبا ۸۵ % قابلیتهای این دو نرم افزار یکسان است. مهمترین مزیتی که نرم افزار اباکوس نسبت به انسیس دارد اینست که نرم افزار آباکوس بسیار کاربرپسندتر از نرم افزار انسیس میباشد. بدین معنی که روند مدلسازی یک مسئله مهندسی مشخصی که هر دو نرم افزار قابلیت تحلیل آن را داشته باشند، در آباکوس بسیار بسیار راحتتر از انسیس است.

در حال حاضر نرم افزارهای مهندسی کتیا، سالیدورکس و آباکوس متعلق به یک کمپانی می باشند. لذا ارتباط بسیار خوبی میان این سه نرم افزار مهندسی وجود دارد. شاید به همین علت است که:

نرم افزار ABAQUS را یک نرم افزار مهندسی و نرم افزار انسیس را یک نرم افزار آکادمیک و دانشگاهی می نامند. بنابراین در تحلیل مسائل صنعتی(در مقایسه با مسائل پژوهشی) نرم افزار آباکوس ترجیح داده میشود.

یکی از مزیت های نرم افزار انسیس، کاربری آسان با زبان برنامه نویسی پارامتریک آن یعنی APDL می باشد. بدین معنی که تحلیل پارامتریک مسائل به کمک این زبان بسیار راحت تر از تحلیل آنها به زبان Python در نرم افزار آباکوس می باشد.

البته ناگفته نماند که قابلیتهای تحلیل پارامتریک به <mark>زبان پایتون</mark> در آباکوس بسیار فراتر از APDL انسیس می باشد. اما کار کردن با Python آباکوس بسیار دشوارتر از APDL انسیس است.

OPENSYS



معرفی نرم افزار و توانایی های اپنسیس OpenSEES

Open System for Earthquake Engineering Simulation

نرم افزار اپنسیس یک نرم افزار جامع تحلیل ماکرو است. این نرم افزار توسط محققین دانشگاه برکلی در سال ۱۹۹۸ بوجود آمد. نرم افزار اپنسیس یک نرم افزار رایگان و متن باز است و این بدان معنی است که هم نسخه قابل اجرا "executable" آن و هم کدهای برنامه "source" در اختیار عموم قرار دارد که پژوهشگران بتوانند تغییرات مورد نظر خود را در آن اعمال نمایند و یا قابلیت های جدید به آن بیافزایند.

این نرم افزار توانایی های مختلفی در زمینه تحلیل و بررسی انواع سازه های *Structural* و *Geotechnical* دارد و با داشتن کتابخانه قدرتمندی از رفتار مصالح به پژوهشگران ابزار لازم جهت تحقیقات را ارایه می نماید.

با وجود استفاده از زبان برنامه نویسی تیکل "tcl/tk" پژوهشگران میتوانند تمامی رفتارهای مورد نظرخود را در سازه های مورد بررسی خود شبیه سازی و اجرا نمایند.

مدل سازى سازە Structural

- مدل سازی انواع سازه های ساختمانی
- توانایی انجام انواع تحلیل های خطی و غیر خطی
 - مدل سازی انواع مختلف رفتار مصالح
 - کتابخانه قوی از المان ها و رفتارهای مصالح



مدل سازى ژيوتكنيكى Geotechnical

- مدل سازی دو بعدی و سه بعدی خاک
- توانایی انجام انواع تحلیل های تک فاز و دوفازی محیط خاک
 - مدل سازی انواع مختلف رفتار مصالح ماسه، رس …
 - کتابخانه قوی از المان ها و رفتارهای مصالح ژیوتکنیکی
 - مدلسازی روانگرایی …


انجام تحليل های مختلف OpenSEES

- تحليل استاتيكي غيرخطي Pushover
- تحليل ديناميكي فزاينده Incremental dynamic analysis يا
 - تحلیل های چرخه ای Cyclic

...

• تحليل های چند تکيه گاهی Multiple Support Excitation



مدل سازی بارگذاری حرارتی و آتش در سازه

- مدل سازی بارهای حرارتی در سازه ها
- توانایی مدلسازی انتقال حرارت در سازه ها
- ارتقا انواع مصالح و مقاطع و توانایی ها به حالت thermal
 - مدلسازی بسیار سادہ به نسبت سایر نرم افزارها
 - •



انجام تحليل هاي احتمالاتي و قابليت اعتماد OpenSEES

- تحليل قابليت اعتماد Reliability Analysis
- تحلیل های مرتبه اول و ... FORM, SORM...
 - تحليل های Monte Carlo
 - تحليل های حساسيت Sensitivity
 - روش های Importance Sampling و ...
 -•



بهینه سازی سازه ها در Opensees

- بهینه سازی ریاضی سازه ها
- توانایی بهینه سازی توابع گرادیان غیر پیوسته
 - بھینہ سازی بر اساس عملکر
- توانایی استفاده در ارتباط با سایر نرم افزارها جهت انجام بهینه سازی های Random
 Search
 - Finite Element Model Updating
 - کاربرد در شناسایی سیستم و خسارت
 - .. •





پردازش موازی Parallel Proccessing OpenSEES

- توانایی کار در فضاهای موازی
- افزایش توان و بهره وری در مدلسازی های حجیم
 - کاهش زمان محاسبات در تحلیل های تکراری
 - توانایی اجرا در سیستم عامل های مختلف
 -•



ارتباط با سایر نرم افزارها Opensees

- توانایی اجرا شدن در محیط سیستم عامل و ارتباط با سایر نرم افزارها
 - ارتباط با نرم افزار Matlab و Simulink جهت انجام مخاسبات
- استفاده از توانایی های سایر نرم افزارها و محیط های کدنویسی و تولیاکس ها
 - .. •



مدلسازی و تحلیل سازه های طویل و اندرکنش OpenSEES

- مدل سازی پل و خطوط لوله
- مدلسازی رفتار تغییرات مکانی با استفاده از تحلیل چند تکیه گاهی Multiple Support Excitation
- مدلسازی اندرکنش خاک سازه در حالت دینامیکی Soil Structure
 Interaction



متن باز بودن Opensees

- متن باز بودن و توانایی افزودن قابلیت های جدید
- افزودن رفتارها و مصالح جدید با دانستن کمترین دانش از کل نرم افزار
 - استفاده آزاد از کدهای نوشته شده نرم افزار در SVN
- Open Source C++ Tcl/Tk Fortran SVN

Finite Element Trusses

3.0 Trusses Using FEA

We started this series of lectures looking at truss problems. We limited the discussion to statically determinate structures and solved for the forces in elements and reactions at supports using basic concepts from statics.

In this section, we will apply basic finite element techniques to solve general two dimensional truss problems. The technique is a little more complex than that originally used to solve truss problems, but it allows us to solve problems involving statically indeterminate structures.

3.1 Local and Global Coordinates

We start by looking at the beam or element shown in the diagram below. This element attaches to two nodes, 1 and 2. In the Figure we are showing two coordinate systems. One is a one dimensional coordinate system that aligns with the length of the element. We will call this the local coordinate system. The other is a two dimensional coordinate system that does not align with the element. We will call this the global coordinates are the local coordinates for the element and $\langle x, y \rangle$ are the global coordinates.



Figure 1 - Local and global coordinate systems

We can convert the displacements shown in the local coordinate system by looking at the following diagram. We will let q'_1 and q'_2 represent displacements in the local coordinate system and q_1 , q_2 , q_3 , and q_4 represent displacements in the x-y (global) coordinate system. Note that the odd subscripted displacements are in the x direction and the even ones are in the y direction as shown in the following diagram.



Figure 2 - The deformation of an element in both local and global coordinate systems.

We know that for small deformations in tension or compression a beam, acts like a spring. The amount of deformation is linearly proportional to the force applied to the beam. As the beam is stretched or compressed, we are added potential energy to the beam. This energy is called strain energy and it can be modeled with Hook's law. The law states that the force is directly proportional to the deformation.

$$F = k\Delta x \tag{3.1}$$

We can compute the energy by integrating over the deformation

$$u = k \int_{0}^{Q} x dx = \frac{1}{2} k Q^{2}$$
(3.2)

where $k = \frac{AE}{L}$ the element stiffness, A = the cross sectional area of the element,

E = Young's modulus for the material, and L = the length of the element. Q is the total change in length of the element. Note that we are assuming the deformation is linear over the element. All equal length segments of the element will deform the same amount. We call this a constant strain deformation of the element.

We can rewrite this change in length as

$$Q = (q_2 - q_1) \tag{3.3}$$

Substituting this into equation (3.2) gives us

$$u = \frac{1}{2}k(q'_2 - q'_1)^2 \tag{3.4}$$

Chapter 3 - Finite Element Trusses

Page 2 of 15

or expanding

$$u = \frac{1}{2}k(q_2'^2 - 2q_2'q_1' + {q_1'}^2)$$
(3.5)

Rewriting this in vector form we let

$$q' = \begin{cases} q_1' \\ q_2' \end{cases}$$
(3.6)

and

$$k' = \frac{AE}{L} \begin{bmatrix} 1 & -1\\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$
(3.7)

With this we can rewrite equation (3.5) as:

$$u = \frac{1}{2} q'^{T} k' q'$$
(3.8)

We can do the indicated operations in (3.8) to see how the vector notation works. We do this by first expanding the terms then doing the multiplication.

$$u = \frac{AE}{2L} \{ q'_1 \quad q'_2 \} \begin{cases} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{cases} \begin{cases} q'_1 \\ q'_2 \end{cases}$$
(3.9)

$$u = \frac{AE}{2L} \{ q'_1 - q'_2 - q'_1 + q'_2 \} \begin{cases} q'_1 \\ q'_2 \end{cases}$$
(3.10)

$$u = \frac{AE}{2L} \left(q_1'(q_1' - q_2') + q_2'(q_2' - q_1') \right)$$
(3.11)

$$u = \frac{AE}{2L} \left(q_1'^2 - q_1' q_2' + q_2'^2 - q_1' q_2' \right)$$
(3.12)

$$u = \frac{AE}{2L} (q_1'^2 - 2q_1'q_2' + q_2'^2)$$
(3.13)

Which is the same as equation (3.5).

Equation (3.7) is the stiffness matrix for a one dimensional problem.

Chapter 3 - Finite Element Trusses

6.2 Two Dimensional Stiffness Matrix

We know for local coordinates that

$$q' = \begin{cases} q_1' \\ q_2' \end{cases}$$
(3.6)

and for global coordinates (See Figure 2)

$$q = \begin{cases} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ q_4 \end{cases}$$
(3.14)

We can transform the global coordinates to local coordinates with the equations

$$q_1' = q_1 \cos\theta + q_2 \sin\theta \tag{3.15}$$

and

$$q_2' = q_3 \cos\theta + q_4 \sin\theta \tag{3.16}$$

This can be rewritten in vector notation as:

$$q' = Mq \tag{3.17}$$

where

$$M = \begin{bmatrix} c & s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c & s \end{bmatrix},$$
 (3.18)

 $c = \cos \theta$, and $s = \sin \theta$.

Using

$$u = \frac{1}{2}q'^{T}k'q'$$
(3.8)

we can substitute in equation (3.17)

$$u = \frac{1}{2}q^{T} \left[M^{T} k' M \right] q \tag{3.19}$$

Now we will let

Chapter 3 - Finite Element Trusses

Page 4 of 15

$$k = M^T k' M \tag{3.20}$$

and doing the multiplication, k our stiffness matrix for global two dimensional coordinates becomes

$$k = \frac{AE}{L} \begin{bmatrix} c^2 & cs & -c^2 & -cs \\ cs & s^2 & -cs & -s^2 \\ -c^2 & -cs & c^2 & cs \\ -cs & -s^2 & cs & s^2 \end{bmatrix}$$
(3.21)

where:

E = Young's modulus for the element material A = the cross sectional area of the element L = the length of the element $c = \cos \theta$ $s = \sin \theta$

3.3 Stress Computations

The stress can be written as

$$\sigma = E\varepsilon \tag{3.22}$$

where ε is the strain, the change in length per unit of length. We can rewrite this as:

$$\sigma = E \frac{q'_2 - q'_1}{L}$$
(3.23)
length of element

In vector form we can write the equation as

$$\sigma = \frac{E}{L} \{ -1 \quad 1 \} \begin{cases} q_1' \\ q_2' \end{cases}$$
(3.24)

From our previous discussion, we know that in local coordinates

$$q' = \begin{cases} q_1' \\ q_2' \end{cases}$$
(3.6)

Chapter 3 - Finite Element Trusses

Page 5 of 15

and in global coordinates

$$q = \begin{cases} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ q_4 \end{cases}$$
(3.14)

From equation (3.17) we know that

$$q' = Mq \tag{3.17}$$

where

$$M = \begin{bmatrix} c & s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c & s \end{bmatrix}$$
(3.18)

Substituting this in to the equation (3.24) yields

$$\sigma = \frac{E}{L} \{-1 \quad 1\} Mq \tag{3.25}$$

Now we multiply M by the vector

$$\sigma = \frac{E}{L} \{ -c - s \quad c \quad s \} q \tag{3.26}$$

3.4 Truss Example

We can now use the techniques we have developed to compute the stresses in a truss. Consider



Computing Displacements

There are 4 nodes and 4 elements making up the truss. We are going to do a two dimensional analysis so each node is constrained to move in only the X or Y direction. We call these directions of motion degrees of freedom or **<u>dof</u>** for short. There are 4 nodes and 8 degrees of freedom (two degrees of freedom for each node). We can number the degrees of freedom with the formulas:

Vertical degree of freedom	dof = 2*node	(3.27)
Horizontal degree of freedom	dof = 2 * node - 1	(3.28)

where *node* is the node number.

We can locate each node by its coordinates. The table below shows the coordinates of the nodes in the problem we are solving. We can use these coordinates to determine the lengths and angles of the elements.

Node	Χ	Y
1	0	0
2	40	0
3	40	30
4	0	30

Table 1 - Coordinates of the nodes in the truss.

Element	From Node	To Node
1	1	2
2	3	2
3	1	3
4	4	3

Each element can be described as extending from one node to another. This also can be defined in a table below.

Table 2 - The elements and the nodes they connect in the truss.

From these two tables we can derive the lengths of each element and the cosine and sine of their orientation. This is shown in the table below.

Element	Length	Cosine	Sine
1	40	1	0
2	30	0	-1
3	50	0.8	0.6
4	40	1	0

Table 3 - Elements with sines and cosines to be used in the stiffness matrix.

In the previous sections we developed the stiffness matrix for an element. This is shown in equation (3.21) below.

$$k = \frac{AE}{L} \begin{bmatrix} c^2 & cs & -c^2 & -cs \\ cs & s^2 & -cs & -s^2 \\ -c^2 & -cs & c^2 & cs \\ -cs & -s^2 & cs & s^2 \end{bmatrix}$$
(3.21)

This stiffness matrix is for an element. The element attaches to two nodes and each of these nodes has two degrees of freedom. The rows and columns of the stiffness matrix correlate to those degrees of freedom.

Using the equation shown in (3.21) we can construct that stiffness matrix for element 1 defined in the table above. The stiffness matrix is:

Element 2

$$k_{2} = \frac{29.5 \times 10^{6}}{30} \begin{bmatrix} 5 & 6 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 6 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix}$$
(3.30)

Element 3

$$k_{3} = \frac{29.5x10^{6}}{50} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 5 & 6 \\ .64 & .48 & -.64 & -.48 \\ .48 & .36 & -.48 & -.36 \\ -.64 & -.48 & .64 & .48 \\ -.48 & -.36 & .48 & .36 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3.31 \\ 2 \\ 5 \\ 6 \end{bmatrix}$$
(3.31)

Element 4

$$k_{4} = \frac{29.5 \times 10^{6}}{40} \begin{bmatrix} 7 & 8 & 5 & 6 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 7 \\ 8 \\ 5 \\ 6 \end{bmatrix}$$
(3.32)

The next step is to add the stiffness matrices for the elements to create a matrix for the entire structure. We can facilitate this by creating a common factor for Young's modulus and the length of the elements.

For element 1, we divide the outside by 15 and multiply each element of the matrix by 15. Multiplying and dividing by the same number is the same as multiplying and dividing by 1.

We multiply and divide element 2 by 20.

$$k_{2} = \frac{29.5x10^{6}}{600} \begin{bmatrix} 5 & 6 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 20 & 0 & -20 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -20 & 0 & 20 \end{bmatrix}^{5}_{4}$$
(3.34)

Multiply and divide element 3 by 12.

$$k_{3} = \frac{29.5x10^{6}}{600} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 5 & 6 \\ 7.68 & 5.76 & -7.68 & -5.76 \\ 5.76 & 4.32 & -5.76 & -4.32 \\ 7.68 & 5.76 & 7.68 & 5.76 \\ -5.76 & -4.32 & 5.76 & 4.32 \end{bmatrix}_{6}^{1}$$
(3.35)

We do the same for element 4 by multiplying and dividing it by 15.

$$k_{4} = \frac{29.5x10^{6}}{600} \begin{bmatrix} 7 & 8 & 5 & 6 \\ 15 & 0 & -15 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -15 & 0 & 15 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 7 \\ 8 \\ 5 \\ 6 \end{bmatrix}$$
(3.36)

The coefficient for each stiffness matrix is the same so we can easily add the matrices. We add the degree of freedom for each element stiffness matrix into the same degree of freedom in the structural matrix. The resulting structural stiffness matrix is shown below.

Remembering our basic equation

$$KQ = F \tag{3.38}$$

where K is the structural or global stiffness matrix, Q is the displacement of each node, and F is the external force matrix. This results in

$$\underline{29.5 \times 10^{6}} \begin{bmatrix} 22.68 & 5.76 & -15.0 & 0 & -7.68 & -5.76 & 0 & 0 \\ 5.76 & 4.32 & 0 & 0 & -5.76 & -4.32 & 0 & 0 \\ -15.0 & 0 & 15.0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 20.0 & 0 & -20.0 & 0 & 0 \\ -7.68 & -5.76 & 0 & 0 & 22.68 & 5.76 & -15 & 0 \\ -5.76 & 4.32 & 0 & -20.0 & 5.76 & 24.32 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -15.0 & 0 & 15.0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_{1} \\ q_{2} \\ q_{3} \\ q_{4} \\ q_{5} \\ q_{6} \\ q_{7} \\ q_{8} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 20,000 \\ 0 \\ 0 \\ -25,000 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} (3.39)$$

We have boundary conditions at the fixed supports. Our assumption is that these joints will not move in the constrained direction. We remove these from our matrix. The constrained displacements are dof 1, 2, 4, 7, and 8. The lines in equation (3.40) show the rows and columns that are removed.



The resulting matrix is:

$$\frac{29.5 \times 10^{6}}{600} \begin{bmatrix} 15 & 0 & 0 \\ 0 & 22.68 & 5.76 \\ 0 & 5.76 & 24.32 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_{3} \\ q_{5} \\ q_{6} \end{bmatrix} = \begin{cases} 20,000 \\ 0 \\ -25,000 \end{cases}$$
(3.41)

We can use Gaussian elimination or any number of other solution techniques to solve the system of equations shown above. Doing so yields

$$\begin{cases} q_3 \\ q_5 \\ q_6 \end{cases} = \begin{cases} 27.12 \times 10^{-3} \\ 5.65 \times 10^{-3} \\ -22.25 \times 10^{-3} \end{cases}$$
 inches (3.42)

Computing Stresses

Previously we showed that

$$\sigma = \frac{E}{L} \{ -c - s - c - s \} q$$
(3.26)

We use this equation to compute the stress in each element.

$$\sigma_{1} = \frac{29.5 \times 10^{6}}{40} \{-1 \quad 0 \quad 1 \quad 0\} \begin{cases} 0 \\ 0 \\ 27.12 \times 10^{-3} \\ 0 \end{cases} \begin{cases} 3 \\ 4 \end{cases}$$
(3.43)

.

or

$$\sigma_1 = 20,000 \, psi$$
 (3.44)

$$\sigma_{2} = \frac{29.5 \times 10^{6}}{30} \{ 0 \ 1 \ 0 \ -1 \} \begin{cases} 5.65 \times 10^{-3} \\ -22.25 \times 10^{-3} \\ -27.12 \times 10^{-3} \\ 0 \end{cases} \begin{cases} 3 \\ 4 \end{cases}$$
(3.45)

$$\sigma_2 = -21,875\,psi\tag{3.46}$$

Using a similar technique we get

$$\sigma_{3} = -5,208 \, psi \tag{3.47}$$

and

$$\sigma_4 = 4,167 \, psi$$
 (3.48)

Chapter 3 - Finite Element Trusses

Computing the Reactions

The last step is to compute the support reactions. We need to determine the reaction forces along dof 1, 2, 3, 7, and 8 which correspond to the fixed supports. These are obtained by substituting Q into the original finite element equation.

$$R = KQ - F \tag{3.48}$$

We only need to use those rows of the structural stiffness matrix that correspond to the fixed supports. At these supports, we are not supplying an external force so F=0. Our equation becomes

$$R = KQ \tag{3.50}$$

or

$$\begin{cases} R_{1} \\ R_{2} \\ R_{4} \\ R_{7} \\ R_{8} \end{cases} = \frac{29.5 \times 10^{6}}{600} \begin{bmatrix} 22.68 & 5.76 & -15.0 & 0 & -7.68 & -5.76 & 0 & 0 \\ 5.76 & 4.32 & 0 & 0 & -5.76 & -4.32 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 20 & 0 & -20 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -15.0 & 0 & 15.0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 27.12 \times 10^{-3} \\ 0 \\ 5.65 \times 10^{-3} \\ -22.25 \times 10^{-3} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$
(3.51)

We multiply the stiffness matrix K and the deformation vector Q to get the reactions. They are shown in the following equation.

$$\begin{cases}
 R_{1} \\
 R_{2} \\
 R_{4} \\
 R_{7} \\
 R_{8}
\end{cases} = \begin{cases}
 -15,833.3 \\
 3,126 \\
 21,879 \\
 -4,167 \\
 0
\end{cases}$$
(3.52)

Problems

1. Element area = 1.5 in^2 E=30,000,000

Element length = 5 feet

Write the stiffness matrix for the structure. The bar is vertical. Show all work.



2. Using a different load, the element shown in

Problem 1 deforms by 0.02 inches in length. What is the stress in the material? Use a finite element approach to solve the problem. Show all work.

3. Use a finite element approach, solve for the stress, joint displacement, and reaction force on the element shown in Problem 1. Use the 8,000 lbs force as shown in the diagram. Show all work.

4. The structure shown in the diagram results in the stiffness matrix shown in the table. Manually solve for the displacement of node 4. Show all work.

0.6293	0.4720	0	0	0	0	-0.6293	-0.4720
0.4720	0.3540	0	0	0	0	-0.4720	-0.3540
0	0	0.6146	0	0	0	-0.6146	0
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0.6293	-0.4720	-0.6293	0.4720
0	0	0	0	-0.4720	0.3540	0.4720	-0.3540
-0.6293	-0.4720	-0.6146	0	-0.6293	0.4720	1.8733	0
-0.4720	-0.3540	0	0	0.4720	-0.3540	0	0.7080





Element	Area	Ε
1	2 in^2	29.5e6
2	1 in^2	29.5e6
3	2 in^2	29.5e6
Node	X feet	Y feet
1	0	0
2	0	3
3	0	6
4	4	3

Node	X	Y
1	0	40
2	30	0
3	60	40

A. Find the joint displacements

B. Find the stress in the elements

C. Find the reactions



6. Element area = 1 in^2 Material = steel



Node	X	Y
1	0	0
2	4	3
3	8	0
4	12	3
Element	From	То
Element	From Node	To Node
Element 1	From Node 1	To Node 2
Element 1 2	From Node 1 2	To Node 2 3
Element 1 2 3	From Node 1 2 2	To Node 2 3 4

Write a Matlab program that uses the finite element technique discussed in class to solve for the displacements, stresses, and reactions in a finite element truss. You may want to modify the static stress program you wrote earlier to create this new program. The two programs should be able to use the same input file.

Solve the problem shown above to turn in. Use both this new program and the static truss program to run the data file. Compare the results.