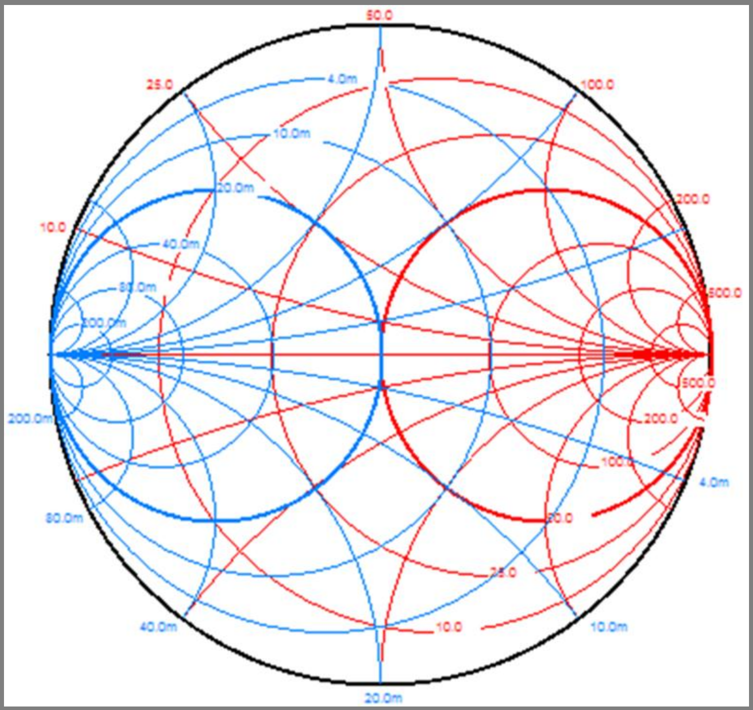
طراحی مدارهای الکترونیکی فرکانس بالا

دکتر سیدامیر گوهری



بسم الله الرحمن الرحیم

فهرست

فصل اول ....

مقدمه 5

کاربرد فرکانس های مایکروویو 6

انواع خطوط انتقال سیگنال 6

فصل دوم ....

محیط انتقال 12

باندهای فرکانسی 13

پارامترهای اساسی خط انتقال 14

استنتاج معادلات خط انتقال 15

ثابت انتشار 17

محاسبه ی ولتاژ خط 17

محاسبه ی جریان خط 19

محاسبه ی امپدانس مشخصه ی خط 19

انواع خط انتقال 21

محاسبه ی ولتاژ ، جریان و توان در خطوط انتقال منتهی شده به بار................................. 23

محاسبه ی توان جاری در خط انتقال 27

فصل سوم ....

بررسی SWR 34

تبدیل امپدانس 40

بررسی خط اتصال کوتاه 45

پارامترهای I_L , R_L 49

فصل چهارم ....

پارامترهای پراکندگی S 51

تعاریف بهره های توان در دو قطبی 52

محاسبه ی مقادیر بهره های توان 53

محاسبه ی $P_{av\,s}$, $P_{av\,n}$ 56

محاسبه ی توان قابل دستیابی 57

بهره توان انتقالی 57

فصل پنجم ....

مقدمه 60

نمایش مکان Γ 62

بررسی چگونگی تطبیق امپدانس به کمک نمودار اسمیت 64

رسم خطوط $\overline{Z}$ روی نمودار اسمیت 65

فصل ششم ....

پایداری تقویت کننده ها 86

روش ترسیمی نقاط پایدای 87

دایره پایداری ورودی 87

دایره پایداری خروجی 89

فصل هفتم ....

تحلیل نویز 96

شبکه های دو قطبی نویز 100

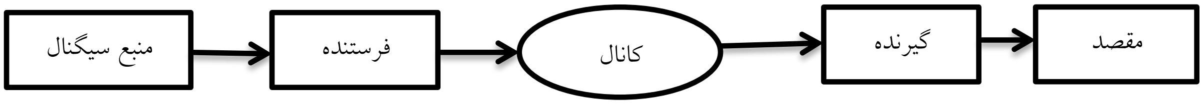
عدد نویز شبکه دو قطبی 103

عدد نویز برای شبکه های چند قطبی آبشاری 105

فصل اول

1-1 مقدمه

هر سیستم مخابراتی بطور معمول متشکل از اجزای فرستنده ، گیرنده و محیط انتقال یا کانال می باشد (شکل 1-1). سیستم فرستنده شامل مدارات و زیرسیستم های مربوطه و منبع سیگنال می باشد که هدف از استفاده از آن، ارسال سیگنال منبع تا ورودی کانال می باشد. کانال انتقال ، محیط رابط بین فرستنده و گیرنده می باشد که از طریق آن سیگنال منتقل می شود.



شکل 1-1 شمای ساده ای از یک سیستم مخابراتی

خط دو سیمه اولین محیط انتقال مورد استفاده در صنعت مخابرات بوده است که با توجه شگرف فناوری ، خط دوسیمه در سالهای اخیر کاربرد چندانی ندارد ولی هنوز از آن به عنوان مبنای مقایسه سایر خطوط استفاده می گردد.

2-1 کاربرد فرکانس های مایکروویو

استفاده در سیستم های :

1-گرمایشی (اجاق مایکروویو – خشک کننده لباس و ....)

2-رادار بخاطر تمرکز زیاد امواج ارسالی (ردیابی هواپیماها و کنترل ترافیک پرواز ، هدف گیری هدف های نظامی)

3-هدایت موشک های ماورای صوت

4-ارتباطات بی سیم

5-مشاهده و ردگیری توده های هوا

6-پلیسی (آشکارساز سرعت وسایل نقلیه)

...

3-1 انواع خطوط انتقال سیگنال

در یک سیستم الکترونیکی ، توان می بایست از یک قطعه به قطعه دیگر و نهایتا به بار منتقل شود.

در فرکانس های پایین ، تحویل توان مستلزم قرار دادن دو سیم بین منبع و بار می باشد . علت استفاده از دو سیم ، کامل کردن مدار و ایجاد مسیر برای انتقال بار الکتریکی از منبع تا مقاومت بار و بالعکس می باشد . در فرکانس پایین ، فرض بر انتقال توان از طریق سیم حامل جریان می باشد اما در فرکانسهای

بالا و باند مایکروویو ، توان انتقال یافته در خط ، مربوط به میدان های الکتریکی و مغناطیسی و در بین هادی ها می باشد .

در فرکانس های مایکروویو ، ساختار فیزیکی خطوط انتقال تنوع زیادی دارد . ولی در فرکانس های پایین ، از خطوط دوسیمه استفاده می شود .

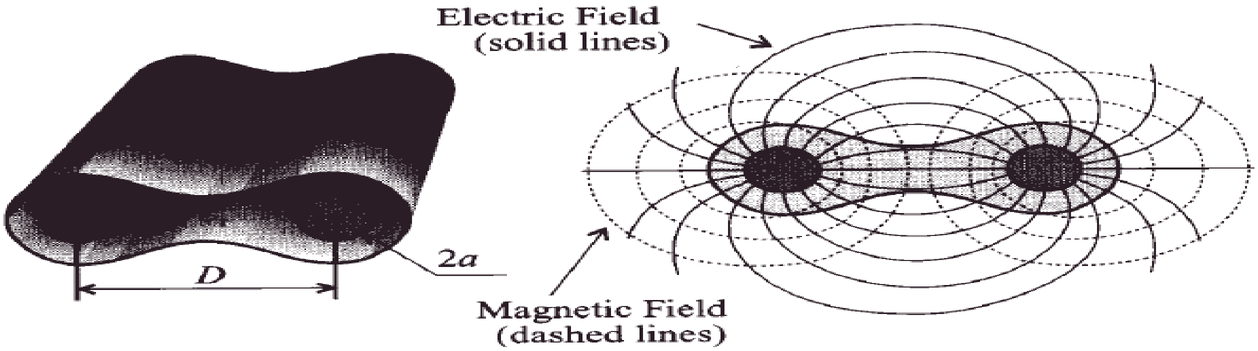
انواع خطوط انتقال :

خطوط دو سیمه ، خطوط هم محور (کواکسیال) ، خطوط صفحه موازی ، خطوط استریپ ، خطوط مایکرو استریپ ، خطوط اسلات لاین (شکاف دار) ، خطوط هم صفحه ، موجبر فلزی ، موجبر دی الکتریک (فیبر نوری)

خطوط دوسیمه:

این خط از دو هادی تشکیل شده است و دهها سال برای انتقال سیگنالهای تلگراف و تلفن بکار رفته است ولی امروزه از این خط در ارتباطات رادیویی تقریبا منسوخ شده است.

این خط بصورت آنتن عمل کرده و تلفات تابشی زیادی دارد ، باعث انداختن نویز زیاد برروی خطوط و دستگاه های جانبی می شود ، قابل استفاده در موارد خاص مثل خطوط انتقال برق 50-60 هرتز خطوط تلفنی ، کابل VHF و آنتن رادیو FM

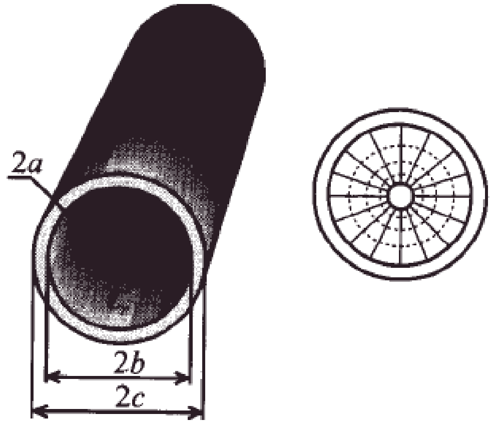


خطوط هم محور:

این خط دارای یک سیم داخلی (مغزی) می باشد که پیرامون آن عایق و سپس هادی خارجی قرار می گیرد . معمولا عایق دیگری جهت پوشش هادی خارجی استفاده می شود . این خط هنوز هم پرکاربردترین خط انتقال رادیویی است و در گیرنده های خانگی (تلویزیون) و مدارات آزمایشگاهی می توان مشاهده کرد.

کابلهای هم محور معمولا در دو نوع انعطاف پذیر و غیرانعطاف پذیر وجود دارند . در نوع انعطاف پذیر معمولا از سیم تابیده شده استفاده می شود در حالیکه نوع غیرانعطاف دارای پوششی یک تکه و سخت می باشد . در این کابل، عایق درونی نقش اساسی در رفتار خط برعهده دارد. ضمناً برای اتصال این کابل به مدارات دیگر از رابط های مناسب استفاده می شود . باید توجه داشت که کابل هم محور یک کابل نامتوازن است یعنی بر خلاف کابل زوج سیمی ، سیم های داخلی و خارجی کابل رفتار یکسانی ندارند.

که دارای مزایایی است : 1- قابل استفاده تا فرکانس 10 گیگاهرتز 2- هادی بیرونی غالباً زمین می شود تا نویز ارسالی و تلفات تابشی را کم کند .

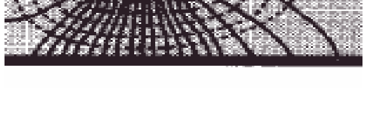


خطوط مایکرواستریپ :

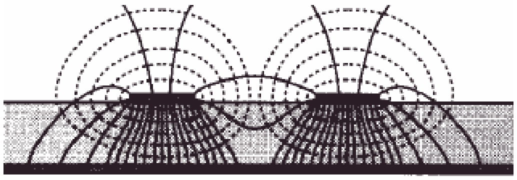
مایکرواستریپ که به صورت رایجی در مدارات مایکروویو مورد استفاده قرار می گیرد از دو هادی تخت جدا شده توسط عایق تشکیل شده است .

این خط دارای مزایایی مانند سبکی ، وزن کم و دو بعدی بودن ساختار ، قابل پیاده ساز ی بر روی PCB های مسطح ، کاهش هزینه ساخت بخاطر امکان ساخت قطعات اکتیو و پسیو بر روی برد ، صفحه زمین زیر هادی حامل جریان ، از نشت میدان جلوگیری کرده و تلفات تابشی را کم می کند ، توانایی ساخت سلفها و خازنهای تنظیم پذیر بر روی برد PCBمی باشد.

Microstrip line



ایرادی که دارد تداخل بین خطوط می باشد (Croos-talk)

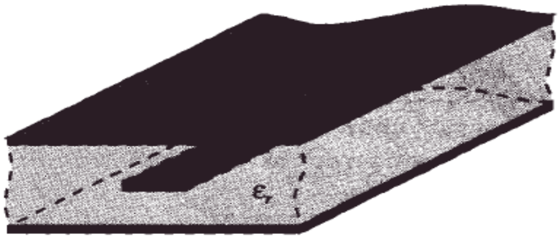


افزایش ضریب دی الکتریک باعث کاهش نشت میدان و کراس تاک ، که در نتیجه باعث کاهش حجم مدار می شود .

خطوط استریپ لاین :

خط استریپ در حقیقت خط مایکرواستریپ است که درمیان دو صفحه زمین ساندویچ شده است .

استریپ لاین از نظر شکل میدان های مغناطیسی و مشخصات الکتریکی ، مطلوب تر از مایکرواستریپ است . دلیل این امر ، شباهت زیاد این خط به کابل هم محور است به طوریکه بعضاً آن را حالت تخت شده ی یک کابل هم محور در نظر می گیرند . مشابه خط هم محور ، استریپ لاین از نظر مصونیت درمقابل تداخل ، عملکرد بسیار خوبی دارد . اما مشکل ساخت و نصب قطعات و بالا بودن هزینه پیاده سازی طرح باعث شده است که توجه به آن در مدارات عملی کمتر باشد .

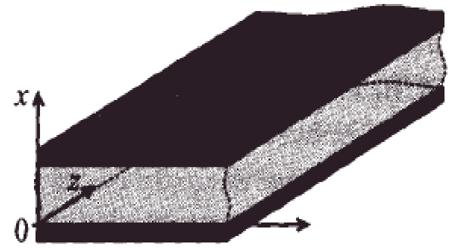


(a) Sandwich structure ($\varepsilon_r = 2.55$)

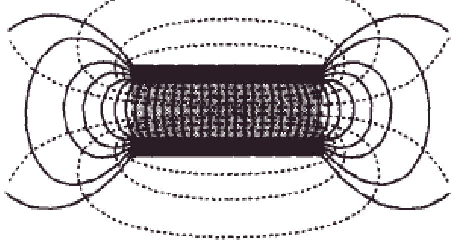
(b) Cross-sectional field distribution

مزیت : کاهش بیشتر تلفات تابشی و تداخل در خطوط مایکرواستریپ

برای درک بیشتر میزان کاهش تلفات ، می توان شکل بالا را با شکل صفحه موازی زیر مقایسه نمود.



(a) Geometric representation

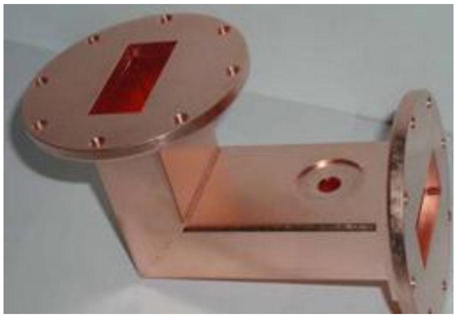


(b) Field distribution ($\varepsilon_r = 2.55$)

موجبر:

با افزایش فرکانس ، خطوطی نظیر موجبر مورد استفاده واقع می شوند که البته محدوده استفاده از آنها برای طولهای تا چند ده متر می باشد . در فرستنده ها و گیرنده های ماهواره ای ، جهت انتقال مطلوب سیگنال بین آنتن و مدارات الکترونیکی از این نوع محیط انتقال استفاده می شود . مزایای مهم این خط دارای تضعیف و تلف تابشی بسیار کم و قابلیت انتقال توان بالا است بطوریکه در فرستنده های پرقدرت مایکروویو بهترین گزینه برای انتقال توان از منبع تا آنتن می باشد و ایرادی که دارد وزن زیاد و گران قیمت بودن آن است .

که در زیر انواع موجبر مشاهده می شود .



PASTERNACK
PASTERNACK

فصل دوم

معرفی خط انتقال

1-2 مقدمه

از دیدگاه نظری ، خط انتقال را می توان رابط بین مدار و میدان های الکترومغناطیسی دانست . اما از دیدگاه کاربردی ، خط انتقال رابط بین فرستنده و گیرنده می باشد . خط انتقال ، حالت خاصی از محیط انتقال است .

برای تمامی محیط های انتقال ، در این کتاب ، معمولا از نمایش دو سیمه در شکلها استفاده می شود . در این فصل خلاصه ای از ویژگی های محیط های انتقال امواج الکترومغناطیسی معرفی می شود و مراحل تحلیل ساده ی خط انتقال بحث می شود .

2-2 محیط انتقال

برای انتقال سیگنال بین دو نقطه ، محیط های مختلفی وجود دارد . در طبقه بندی اولیه ، این محیط ها به دو نوع مادی و غیرمادی (خلأ) تقسیم می شود . خلأ از محیط های رایج مخابراتی درکاربردهایی مانند انتشار امواج ماهواره ای است . محیط های مادی شامل محیط های فاقد هادی یا دارای هادی می باشد که جزئیات آن در جدول 2-1 آمده است .

محیط انتقال	خلأ	محیط مادی				
		محیط دارای هادی			محیط فاقد هادی	
		تک هادی	دو هادی	چند هادی	هوا	عایق
نمونه	پخش ماهواره ای	موجبر	کابل	CPW	فضا	موجبر عایقی فیبرنوری

جدول 2-1 محیط های انتقال مخابراتی

3-2 باندهای فرکانسی

با توجه به اینکه پارامترهای یک سیستم مخابراتی تابع فرکانس می باشند دانستن باندهای فرکانسی اهمیت خاصی می یابد . در واقع با تغییر فرکانس ، معمولاً نیاز به تغییر خط انتقال و انتخاب خط مناسب برای باند فرکانسی مربوطه به خوبی حس می شود . جهت سهولت مطالعه باندهای فرکانسی معمولاً آنها را نامگذاری می نمایند . یک نامگذاری رایج مطابق جدول 2-2 می باشد . البته موسسه ی مهندسی برق و الکترونیک آمریکا از استاندارد نامگذاری با حروف ، به صورت جدول 3-2 می باشد .

نام باند	فرکانس (هرتز)	طول موج	کاربرد نمونه ای
EHF	3 – 30 G	1 – 10 cm	مایکروویو
UHF	300 – 3000 M	10 – 100 cm	تلویزیون
VHF	30 – 300 M	1 – 10 m	ناوبری
HF	3 – 30 M	10 – 100 m	رادیو
MW	300 – 3000 K	100 – 1000 m	رادیو
LW	30 – 300 K	1 – 10 Km	کشتی رانی
VLF	3 – 30 K	10 – 100 Km	–

جدول 2-2 مشخصات نمونه ای باندهای فرکانسی

نام باند	فرکانس (هرتز)
موج میلی متری	40 – 300 G
Ka	27 – 40 G
K	18 – 27 G
Ku	12 – 18 G
X	8 – 12 G
C	4– 8 G
S	2 – 4 G
L	1 – 2 G

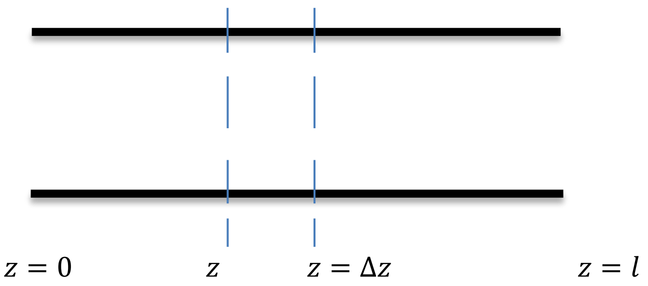
جدول 3-2 نام گذاری حروفی باندهای فرکانسی

2-4 خط انتقال یکنواخت

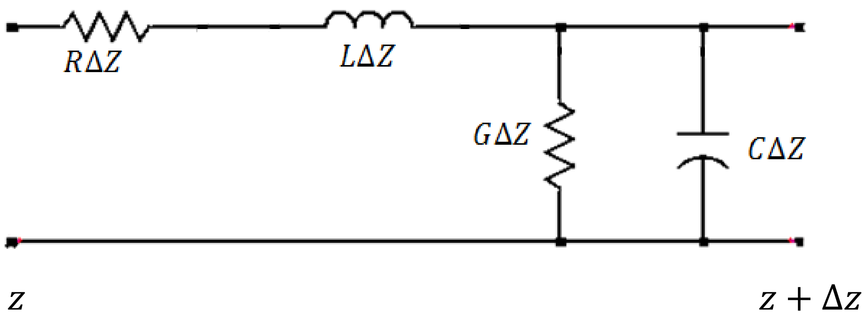
یکی از فرضیات مهم در تحلیل مقدماتی خطوط انتقال این است که خط در امتداد طول ، از دو جنبه ی شکل هندسی و جنس فیزیکی مواد تشکیل دهنده ی آن یکنواخت می باشد . به عبارت بهتر اگر یک برش مقطعی از خط را داشته باشیم در تمام مقاطع دیگر مشخصات آن برش تکرار می شود .

2-5 پارامترهای اساسی خط انتقال

فرض کنید مطابق شکل 2-1 محور فرضی z برای بیان نقاط مختلف یک خط انتقال عمومی به طول l بکار رفته باشد . در این صورت مدل تکه ای کوچک (و فشرده) از خط با طول Δz به صورت شکل (2-2) خواهد شد . این مدل را اصطلاحاً مدل کلاسیک خط انتقال می نامند .



شکل 2-1 شمای ساده ی یک خط انتقال



شکل 2-2 مدل ساده ای از یک تکه از خط انتقال به طول Δz

R : مقاومت الکتریکی سری در واحد طول خط است . واحد آن Ω/m بوده و دلیل وجود این پارامتر در انتقال ، تلفات اهمی هادی خط انتقال می باشد .

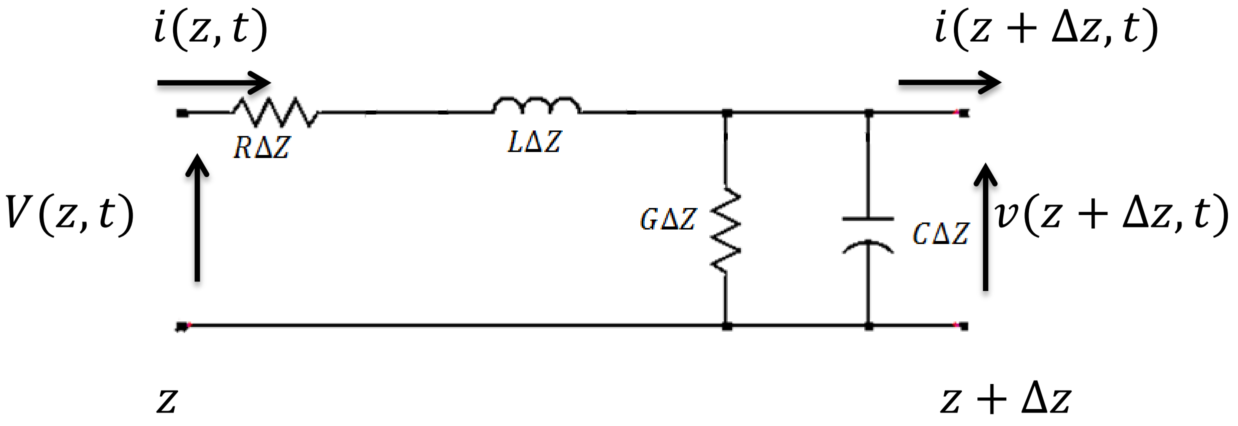
L: اندوکتانس سری در واحد طول خط است و واحد آن H/m می باشد و دلیل وجود این پارامتر در خط انتقال ، امکان ذخیره ی انرژی مغناطیسی در خط انتقال می باشد .

C : ظرفیت الکتریکی در واحد طول خط می باشد که واحد آن F/m است . دلیل وجود این پارامتر در مدل ، امکان ذخیره ی انرژی الکتریکی در خط انتقال می باشد .

G : رسانای الکتریکی موازی در واحد طول خط است که واحد آن S/m یا ℧ می باشد . و دلیل وجود این پارامتر در خط انتقال ، تلفات اهمی عایق خط انتقال می باشد .

2–6 استنتاج معادلات خط انتقال

هدف به دست آوردن رابطه ولتاژ و جریان خط در مکان z :



شکل 2–3 ولتاژ و جریان درمدل ساده ی یک خط انتقال به طول Δz

با نوشتن Kvl در حلقه ی مداری شکل 2-3 خواهیم داشت :

$$v(z,t) = R\Delta z\,.\,i(z,t) + L\Delta z\,.\frac{\partial i(z,t)}{\partial t} + v(z+\Delta z,t) \qquad (1-2)$$

$$\lim_{\Delta z\to 0}\frac{v(z+\Delta z,t)-v(z,t)}{\Delta z} = \frac{-R\Delta z\,.\,i(z,t) - L\Delta z\,.\dfrac{\partial i(z,t)}{\partial t}}{\Delta z}$$

$$\frac{\partial v(z,t)}{\partial z} = -R.\,i(z,t) - L.\frac{\partial i(z,t)}{\partial t} \qquad (2-2)$$

با اعمال Kcl در مدار خواهیم داشت :

$$i(z,t) = C\Delta z.\frac{\partial v(z,t)}{\partial t} + G.\Delta z.\,v(z,t) + i(z+\Delta z,t) \qquad (3-2\,)$$

$$\lim_{\Delta z\to 0}\frac{i(z+\Delta z,t)-i(z,t)}{\Delta z} = \frac{-G\Delta z\,.\,v(z,t) - C\Delta z\,.\dfrac{\partial v(z,t)}{\partial t}}{\Delta z}$$

$$\frac{\partial i(z,t)}{\partial z} = -G.\,v(z,t) - C.\frac{\partial v(z,t)}{\partial t} \qquad (4-2\,)$$

حل معادلات در حوزه فازور :

$$vz = -RI(z) - LjwI(z) = -(R+Ljw)I(z) \qquad (5-2\,)$$

$$I(z) = -GV(z) - CjwV(z) = -(G+Cjw)V(z) \qquad (6-2\,)$$

که با جاگذاری معادله 2-6 در معادله 2-5 خواهیم داشت :

$$Vzz = (R+jwL)(G+jwC)V$$

معمولاً $(R+jwL)$ که امپدانس سری واحد طول خط را نشان می دهد با Zs و $(G+jwC)$ که ادمیتانس موازی واحد طول خط را بیان می نماید را با Yp نشان می دهند .

7–2 ثابت انتشار :

γ را ثابت انتشار می گویند و واحد آن $1/m$ می باشد . این کمیت ، دارای دو بخش حقیقی و موهومی می باشد . بخش حقیقی را ضریب تلفات خط می نامند که با واحد استاندارد نپر بر متر $\left({}^{NP}/_{m}\right)$ سنجیده می شود . و با توجه به بزرگ بودن ، آن را بر حسب دسی بل استفاده می کنند .

$$\gamma^2 = Zs + Yp$$

$$\gamma = \sqrt{Zs.Yp} = \sqrt{(R + jwL)(G + jwC)} \rightarrow \gamma = \alpha + j\beta \qquad (7-2)$$

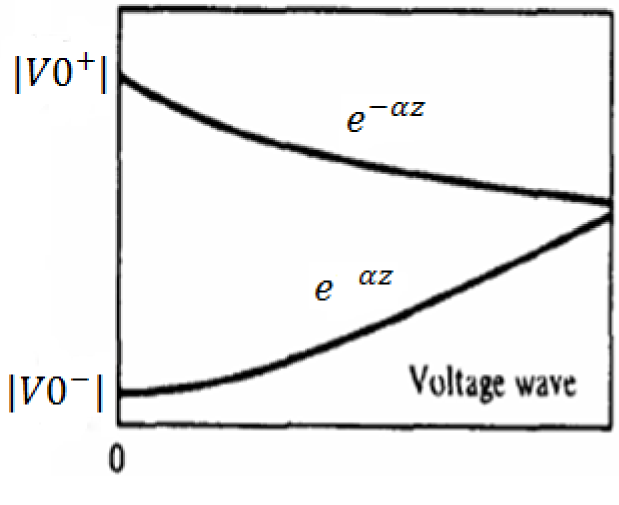
که α ضریب تضعیف و β ثابت فاز می باشند .

که اگر تلفات نداشته باشیم

$$\alpha = 0 \quad \rightarrow \quad \gamma = 0 + j\beta = j\sqrt{LCw^2} \quad \rightarrow \quad \beta = w\sqrt{LC}$$

8-2 محاسبه ی ولتاژ خط :

هر سیگنالی از یک موج پیشرو یا رونده و موج پسرو یا انعکاسی تشکیل شده است .



$$V(z) = V^+ + V^-$$

$$V(z) = V0^+ e^{-\gamma z} + V0^- e^{+\gamma z} \qquad (8-2)$$

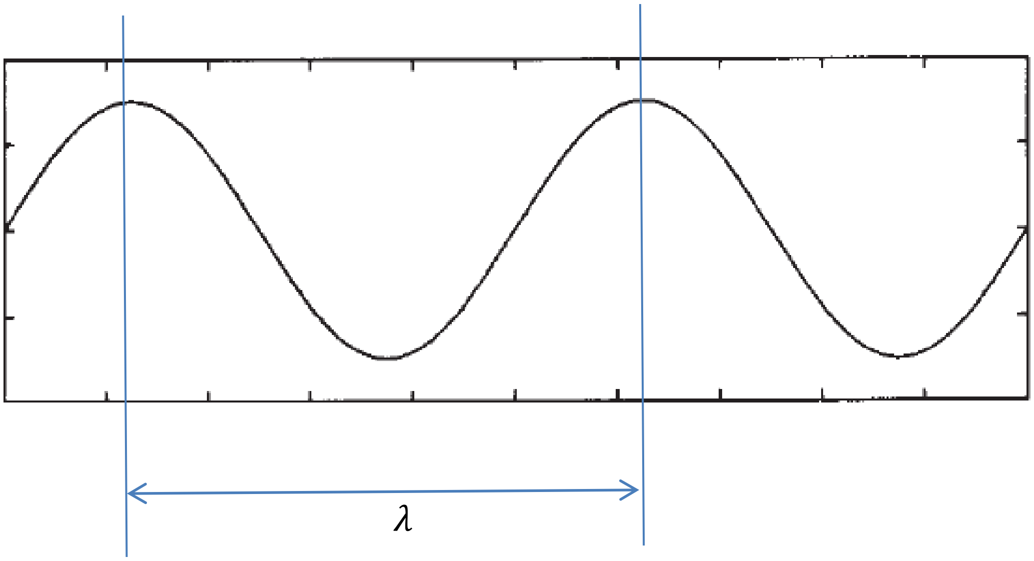
$$(7-2),(8-2) \quad \rightarrow \quad V(z) = V0^+ e^{-(\alpha+j\beta)} + V0^- e^{+(\alpha+j\beta)}$$

$$V(z) = V0^+ e^{-\alpha z} e^{-j\beta z} + V0^- e^{\alpha z} e^{j\beta z} \quad \rightarrow \qquad (9-2)$$

$$V(z) = V0^+ e^{-\alpha z} \measuredangle -\beta z + V0^- e^{\alpha z} \measuredangle \beta z$$

که با بردن رابطه 2-9 به حوزه زمان داریم

$$V(z,t) = V0^+ e^{-\alpha z} \cos(wt - \beta z) + V0^- e^{\alpha z} \cos(wt + \beta z)$$



** در حوزه ی فازور یک دوره تناوب λ می شود .

که β فرکانس زاویه ای می باشد و بصورت زیر محاسبه می شود .

$$\beta = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi/T}{\lambda/T} = \frac{W}{V}$$

سرعت حرکت موج در خط انتقال : $V = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

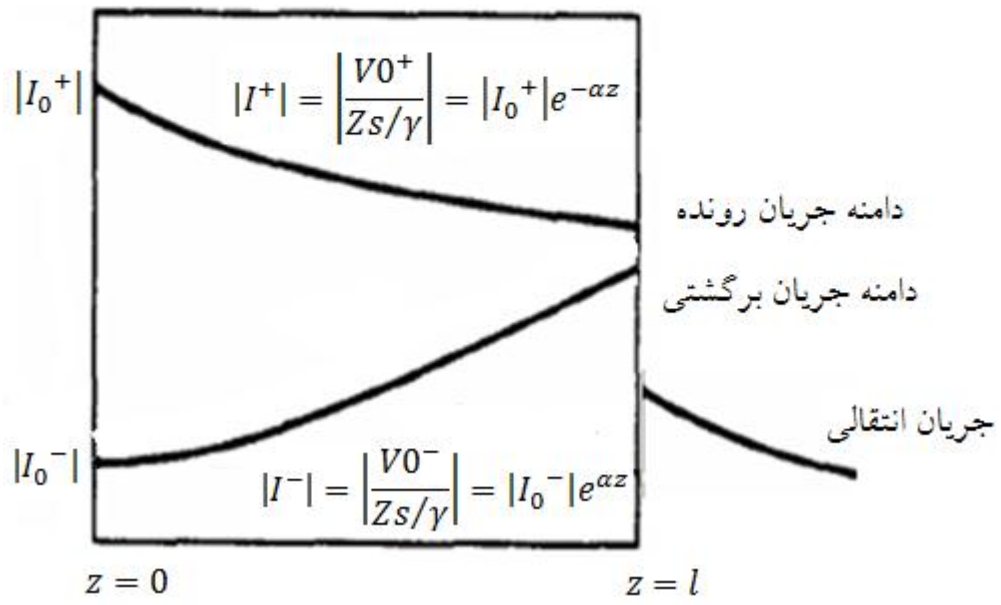
9-2 محاسبه ی جریان خط :

$$-V_Z = Z_S I$$

با جایگذاری معادله ی $-V_Z$ در رابطه ی بالا خواهیم داشت :

$$-(-\gamma V0^+ e^{-\gamma z} + \gamma V0^- e^{+\gamma z}) = Z_S I \qquad \Rightarrow \qquad I(z) = \frac{V0^+}{Zs/\gamma} e^{-\gamma z} - \frac{V0^-}{Zs/\gamma} e^{\gamma z}$$

$$I(z) = I^+ - I^- \qquad , \qquad Z_0 = {}^{Zs}/_{\gamma}$$



جریان انتقالی ، تفاضل جریان رونده از جریان برگشتی است که البته نباید دامنه ها را از هم کم کرد بلکه باید فازها را نیز در نظر بگیریم .

10–2 محاسبه ی امپدانس مشخصه ی خط :

$$Z_0 = \frac{V^+}{I^+} = \frac{V^-}{I^-} \ \rightarrow \ Z_0 = \frac{Zs}{\gamma} = \frac{Zs}{\sqrt{Zs.Yp}} = \sqrt{\frac{Zs}{Yp}} = \sqrt{\frac{R + jwL}{G + jwC}} \qquad (10-2)$$

در خط بدون اتلاف داریم (حالت اول)

$\alpha = 0 \quad \rightarrow R = 0\,, G = 0 \qquad \rightarrow \ Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}}$

حالت دوم :

$if\ : \begin{cases} w \nearrow\nearrow \\ \alpha \neq 0 \end{cases} \qquad \Rightarrow \qquad Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}}$ ادمیتانس خط : $Y_0 = \frac{1}{Z_0}$

*: یادآوری : توان متوسط جاری در خط

$$\begin{cases} V = V^+ + V^- = |V|e^{j\measuredangle\varphi V} \\ I = I^+ - I^- = |I|e^{j\measuredangle\varphi I} \end{cases}$$

$$\rightarrow \quad P = V.I^* = |V||I|\cos(\measuredangle\varphi V - \varphi I) \qquad \rightarrow OPF = \measuredangle\ \varphi V - \varphi I$$

مثال 1.2 :

یک کابل کواکسیال در فرکانس 1 گیگا هرتز دارای

C=50pF/m , $G = 7 * 10^{-4}\mho/m$, R = 4 Ω/m , L = 450 nH/m

مطلوب است : الف) محاسبه ی Z_0 , λ , V , β , α

$Z_s = 2827\measuredangle89.9 \qquad \rightarrow \qquad Y_p = 0.314\measuredangle89.87$

$Z_0 = 94.9\measuredangle0.015 \qquad \rightarrow \qquad \gamma = 0.052 + j29.8$

$\alpha = 0.052 \quad , \quad \beta = 29.8 \qquad \lambda = {}^{c}/_{f} = \frac{3 * 10^8}{1^9}$

ب) با فرض $V0^+ = 10\measuredangle0\ ,\ V0^- = 0$ مطلوبست محاسبه ی $V\ , I\ , P$ در $Z = 4m$

$V(z) = V^+ + V^- = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots = 10e^{-0.052.z}e^{-j29.8.z}$

$V(z = 4m) = 8.12\measuredangle - 119.2\ rad \quad , \quad I(z = 4m) = 0.085\measuredangle - 119.2\ rad$

$Pin = 1.053\ watt$

توان متوسط عبوری در $z = 4m$

$P = |V||I| \cos OPF = 0.96watt$

میزان تلفات → $\frac{Pin-P}{Pin} * 100 = \ldots\ldots\ldots.. = 34.4\%$

پس در 4 متر اول 34.4٪ توان ورودی در خط تلف شده است .

مثال 2.2 :

در یک خط انتقال پارامترهای اولیه در فرکانس ا کیلو هرتز به صورت

$L = 0.00352H/m \ , \ C = 0.0087\mu F/m \ , \ R = 6.74\Omega/m \ , \ G = 0.29\ \mu S/m$

داده شده اند . ثابت انتشار ، ضریب فاز و امپدانس مشخصه ی خط را محاسبه نمائید .

$Zs = R + jwL = 6.74 + j2\pi \times 10^3 \times 0.00352 = 23\measuredangle 73.05$

$Yp = G + jwC = 54.66\measuredangle 89.7$

$\gamma = \sqrt{Zs.Yp} = (5.318 + j35.05)10^{-3}$

$\alpha = Re(\gamma) = 5.318 \times 10^{-3}\ NP/m = 0.434dB/m$

$\beta = Im(\gamma) = 35.05 \times 10^{-3}\ \ Rad/m$

$v = \frac{w}{\beta} = 178500$ $Z_0 = \sqrt{\frac{Zs}{Yp}} = 641.8 - j93.9\ \Omega$

---

2 − 11 انواع خط انتقال

الف) خط انتقال میرا : به خطی گفته می شود که L , C برابر صفر باشد .

$\gamma = \alpha + j\beta = \sqrt{RG} + j0$

موجی که وارد این خط انتقال می شود به سرعت میرا می شود که چنین خطی در عمل نیست .

ب) خط انتقال بدون تلف (بی اتلاف) : خطی که مقدار R , G آنها برابر صفر باشند

$$\gamma = 0 + jw\sqrt{LC} \qquad \rightarrow \qquad \alpha = 0 \quad , \quad \beta = w\sqrt{LC}$$

در این خط هیچ تزویجی نداریم $\quad v = \dfrac{w}{\beta} = \dfrac{1}{\sqrt{LC}}$

$$Z_0 = \sqrt{\frac{R + jLw}{G + jCw}} = \sqrt{\frac{L}{C}}$$

ج) خط کم اتلاف : در عمل خط میرا و بی اتلاف نداریم .

شرایط خط کم اتلاف $\begin{cases} R \ll Lw \\ G \ll Cw \end{cases}$

$$Z_0 = \sqrt{\frac{R + jLw}{G + jCw}} \cong \sqrt{\frac{L}{C}}$$

$$\gamma^2 = RG - LCw^2 + j(LG + RC)w \qquad (11-2)$$

در معادله ی بالا چون R , G مقدار کمی هستند در نتیجه ضرب آنها مقداری خیلی ناچیزی می شود که

می توان معادله ی $(11-2)$ را بصورت زیر نوشت

$$\gamma^2 = -LCw^2 + j(LG + RC)w = -LCw^2\left(1 - j\left(\frac{G}{Cw} + \frac{R}{Lw}\right)\right)$$

$$\rightarrow \gamma = jw\sqrt{LC}\left(1 - j\left(\frac{G}{Cw} + \frac{R}{Lw}\right)\right)^{1/2} \quad \rightarrow \quad \gamma = jw\sqrt{LC}\left(1 - \frac{j}{2}\left(\frac{G}{Cw} + \frac{R}{Lw}\right)\right)$$

$$\rightarrow \gamma \cong jw\sqrt{LC} + \frac{w\sqrt{LC}}{2}\left(\frac{G}{Cw} + \frac{R}{Lw}\right) \quad \rightarrow \quad \gamma \cong \frac{G\sqrt{L/C}}{2} + \frac{R\sqrt{C/L}}{2} + jw\sqrt{LC}$$

$$\Rightarrow \gamma = \frac{1}{2}\left(GZ_0 + {}^{R}/_{Z_0}\right) + jw\sqrt{LC} \qquad (12-2)$$

وابسته به فرکانس

$v = \dfrac{w}{\beta} = \dfrac{1}{\sqrt{LC}}$ سرعت انتشار مستقل از فرکانس

د) خط بدون اعوجاج هوی ساید :

شرایط
$$\begin{cases} \dfrac{R}{L} = \dfrac{G}{C} \\ Z_0 = \sqrt{\dfrac{L}{C}} \end{cases}$$

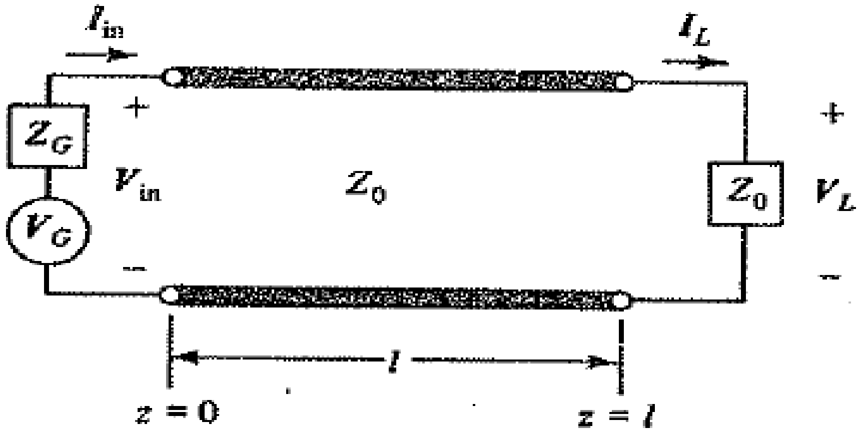
$$\gamma = R\sqrt{\frac{C}{L}} + jw\sqrt{LC} \qquad , \qquad v = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

** چون سرعت انتشار وابسته به فرکانس نیست پس واپاشی (اعوجاج) نداریم .

** خط بدون اتلاف حالت خاصی از خط هوی ساید می باشد .

2 – 12 محاسبه ی ولتاژ و جریان و توان درخطوط انتقال منتهی شده به بار :

الف) بار تطبیق شده :



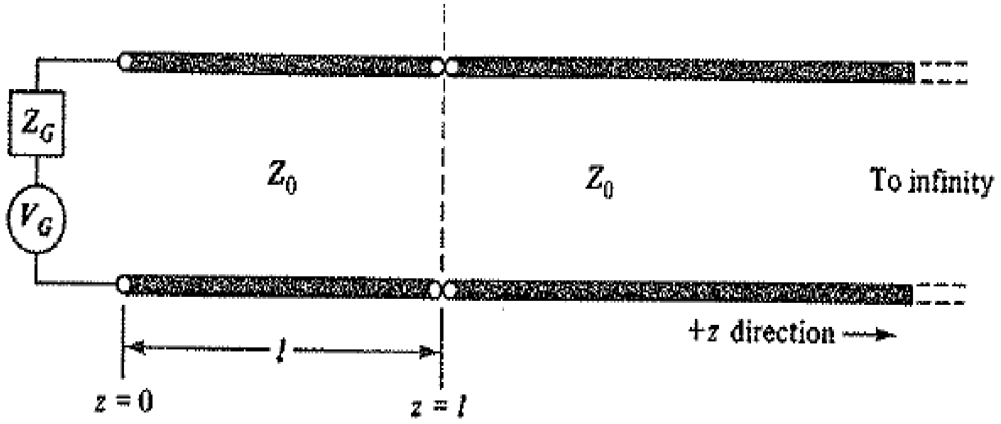
چون انعکاس از طرف بار نداریم .
$$\Gamma_L = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} = 0$$

در نتیجه :

$$V^- = I^- = 0$$

$$\begin{cases} V_{(Z)} = V^{+} = {V_0}^{+} e^{-\gamma z} \\ I_{(Z)} = I^{+} = {I_0}^{+} e^{-\gamma z} \end{cases} \Rightarrow \quad Z_{in} = \frac{V_{(Z)}}{I_{(Z)}} = \frac{{V_{(z=0)}}^{+}}{{I_{(z=0)}}^{+}} = \frac{{V_0}^{+}}{{I_0}^{+}} = Z_0$$

توجه : با توجه به اینکه امپدانس ورودی با امپدانس مشخصه ی خط یکی می باشد مدار قبل را می توان به صورت زیر مدل کرد ، چون طول خط بی نهایت است .



به طور کلی در صورت تطبیق بار درخروجی :

$$\begin{cases} Z_{in} = Z_0 \\ \Gamma_L = 0 \quad \longrightarrow \quad V^{-} = I^{-} = 0 \quad \Rightarrow \begin{cases} V_{(Z)} = V^{+} = {V_0}^{+} e^{-\gamma z} \\ I_{(Z)} = I^{+} = {I_0}^{+} e^{-\gamma z} \end{cases} \end{cases}$$

$$V_{in} = V_{z|z=0} = \frac{Z_0}{Z_0 + Z_G} V_G \quad , \quad \frac{{V_0}^{+}}{Z_0} = {I_0}^{+} = \frac{V_G}{Z_0 + Z_G}$$

$$\begin{cases} \text{رابطه ولتاژ} \; : \; V_L = V_{(Z=L)} = \frac{Z_0}{Z_0 + Z_G} V_G e^{-\alpha z} \measuredangle - \beta z \\ \text{رابطه جریان} \; : \; I_L = I_{(Z=L)} = \frac{V_G}{Z_0 + Z_G} e^{-\alpha z} \measuredangle - \beta z \end{cases}$$

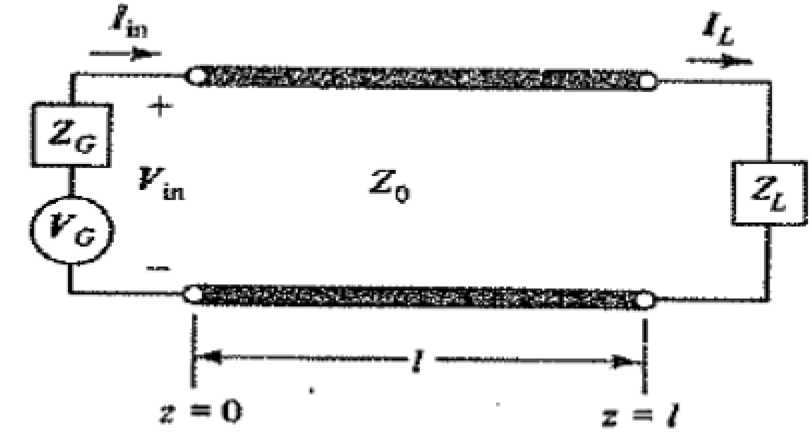
روابط توان :

$$P_{in} = |V_{in}||I_{in}|cosOPF_{in} = \left|\frac{Z_{in}}{(Z_{in}+Z_G)^2}{V_G}^2\right| = \left|\frac{Z_0}{(Z_0+Z_G)^2}{V_G}^2\right|$$

$$P_L = |V_L||I_L|cosOPF_L = \left|\frac{Z_0}{(Z_0+Z_G)^2}{V_G}^2\right| e^{-2\alpha l} = P_{in}e^{-2\alpha l}$$

$$if\ \alpha = 0 \quad \longrightarrow \quad P_L = P_{in}$$

ب) بار دلخواه $Z_L \neq Z_0$



نسبت دامنه موج رونده به موج بازگشتی $\Gamma_{(z)} = \frac{V^-}{V^+} = \frac{{V_0}^- e^{+\gamma z}}{{V_0}^+ e^{-\gamma z}} = \frac{{V_0}^-}{{V_0}^+}e^{+2\gamma z}$

$$\begin{cases} \Gamma_{in} = \frac{{V_0}^-}{{V_0}^+} \\ \Gamma_L = \Gamma_{(z=l)} = \frac{{V_0}^-}{{V_0}^+}e^{+2\gamma l} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \Gamma_L = \frac{{V_0}^-}{{V_0}^+}e^{+2\gamma l} = |\Gamma_L|\measuredangle\varphi_L = \frac{|{V_0}^-|\measuredangle\varphi^-}{|{V_0}^+|\measuredangle\varphi^+}e^{2\alpha l}e^{j2\beta l} = \left|\frac{{V_0}^-}{{V_0}^+}\right|e^{2\alpha l}\measuredangle\varphi^- - \varphi^+ + 2\beta l$$

بیان رابطه $\Gamma_{(z)}$ بر حسب Γ_L :

$Z = l - d$ تغییر متغیر میدهیم

$$\Gamma_{(z\ or\ d)} = \frac{{V_0}^-}{{V_0}^+}e^{2\gamma(l-d)} = \frac{{V_0}^-}{{V_0}^+}e^{2\gamma L}e^{-2\gamma d}$$

$$\Rightarrow\ \Gamma_{(d)} = |\Gamma_L|\measuredangle\varphi_L \times e^{-2(\alpha+j\beta)d} = |\Gamma_L|\measuredangle\varphi_L \times e^{-2\alpha d}\measuredangle - 2\beta d$$

$$\Rightarrow\quad \Gamma_{(z\ or\ d)} = |\Gamma_L| \times e^{-2\alpha d}\measuredangle\varphi_L - 2\beta d \qquad (13-2)$$

d فاصله از بار می باشد .

اگر مقدار Γ_L را بتوانیم به راحتی حساب کنیم می توان Γ هر نقطه دلخواه را به راحتی حساب کرد ، Γ_L را به راحتی می توان از روی امپدانس های مدار به دست آورد .

یافتن Γ_L از روی Z_0 , Z_L :

$$V_L = V^+ + V^- = {V_0}^+ e^{-\gamma l} + {V_0}^- e^{\gamma l} \qquad \rightarrow \qquad V_L\ =\ {V_0}^+ e^{-\gamma l}\left(1 + \frac{{V_0}^-}{{V_0}^+}e^{2\gamma l}\right)$$

$$\Rightarrow\quad V_L\ =\ {V_0}^+ e^{-\gamma l}(1+\Gamma_L)$$

$$I_L = I^+ - I^- = \cdots = \ \rightarrow\ I_L\ =\ {I_0}^+ e^{-\gamma l}(1-\Gamma_L)$$

با توجه به روابط بالا داریم .

$$Z_L = \frac{V_L}{I_L} \qquad , \qquad Z_0 = \frac{V_0}{I_0}$$

$$\Rightarrow\quad \frac{V_L}{I_L} = \frac{{V_0}^+}{{I_0}^+} \times \frac{e^{-\gamma l}}{e^{-\gamma l}} \times \frac{1+\Gamma_L}{1-\Gamma_L} \qquad \rightarrow \qquad Z_L = Z_0\frac{1+\Gamma_L}{1-\Gamma_L}$$

$$\rightarrow\quad \frac{Z_L}{Z_0} = (1-\Gamma_L) = (1+\Gamma_L) \qquad \rightarrow \quad \frac{Z_L}{Z_0} - 1 = \Gamma_L\left(1+\frac{Z_L}{Z_0}\right)$$

$$\rightarrow\quad Z_L - Z_0 = \Gamma_L(Z_L + Z_0) \qquad \Rightarrow \quad \Gamma_L = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} \qquad (14-2)$$

خلاصه مطلب :

$$(1)\begin{cases}\Gamma_L = \dfrac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} = \dfrac{\overline{Z_L} - 1}{\overline{Z_L} + 1} \\ \dfrac{y_0 - y_L}{y_0 + y_L} = \dfrac{1 - \overline{y_L}}{1 + \overline{y_L}}\end{cases}$$

امپدانس بار نرمالیزه شده $\overline{Z_L} = \dfrac{Z_L}{Z_0}$

(2) d در نقطه دلخواه Γ : $\Gamma_{(d)} = \dfrac{Z - Z_0}{Z + Z_0}$, $Z = \dfrac{V_{(d)}}{I_{(d)}}$

$$\Rightarrow \quad \Gamma_{in} = \frac{Z_{in} - Z_0}{Z_{in} + Z_0} \qquad , \qquad \Gamma_G = \frac{Z_G - Z_0}{Z_G + Z_0}$$

2 – 13 محاسبه ی توان جاری در خط انتقال :

$$P(z) = Re\{V(z).I(z)^*\} = |V(z)||I(z)| \cos OPF$$

$$\rightarrow \quad OPF = \measuredangle \theta V - \theta I$$

* : که مقادیر $V(z)$ و $I(z)$ موثر می باشند که در صورت پیک بودن باید آنها را تبدیل به موثر کرد .

** یادآوری 1 :

$$z = x + jy$$

$$z^* = x - jy$$

$$\rightarrow \quad z\,.z^* = x^2 + y^2 = |z|^2 \qquad , \qquad z - z^* = (x + jy) - (x - jy) = j2y$$

*** یاد آوری 2:

$$V(z) = V(z)^+ \left(1 + \frac{{V_{(z)}}^-}{{V_{(z)}}^+}\right) = V(z)^+ \big(1 + \Gamma(z)\big)$$

$$I(z) = I(z)^+ \left(1 - \frac{{I_{(z)}}^-}{{I_{(z)}}^+}\right) = I(z)^+ \big(1 - \Gamma(z)\big)$$

که با جاگذاری مقادیر $I(z), V(z)$ در رابطه ی توان داریم .

$$P(z) = Re\left\{V(z)^{+}\left(1+\Gamma(\mathrm{z})\right)\left[\frac{V(z)^{+}}{Z_0}\left(1-\Gamma(z)\right)\right]^{*}\right\}$$

$$P(z) = Re\left\{\frac{V(z)^{+}V(z)^{+*}}{{Z_0}^{*}}.\left(1+\Gamma(\mathrm{z})\right)\left(1-\Gamma(z)\right)^{*}\right\}$$

که در نهایت با توجه به قسمت یادآوری 1 و پس از ساده کردن داریم .

$$P(z) = \frac{|V(z)^{+}|^2}{Z_0}\left(1-|\Gamma(z)|^2\right) \qquad (13-2)$$

که هر توان از دو قسمت توان رفت و توان بازگشتی تشکیل شده است .

$$P(z) = P(z)^{+} - P(z)^{-}$$

$$P(z)^{+} = \frac{|V(z)^{+}|^2}{Z_0} = \frac{\left|{V_0}^{+}e^{-(\alpha+j\beta)z}\right|^2}{Z_0} = \frac{\left|{V_0}^{+}e^{-\alpha z}\right|^2.\left|e^{-j\beta z}\right|^2}{Z_0}$$

$$P(z)^{+} = \frac{\left|{V_0}^{+}\right|^2}{Z_0}e^{-2\alpha z} \qquad (14-2)$$

** یادآوری 3 :

$$\left|e^{j\theta}\right| = |\cos\theta + j\sin\theta| = \sqrt{sin^2 + cos^2} = 1$$

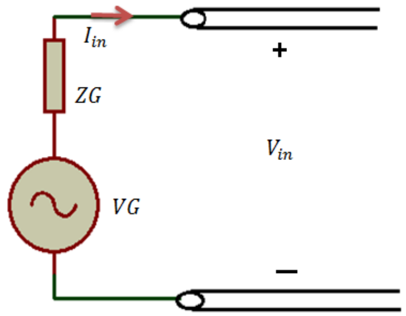
$$P(z)^{-} = P(z)^{+}.|\Gamma(z)|^2 \qquad (15-2)$$

$${P_{in}}^{+} = {P_{(z=0)}}^{+} = \frac{\left|{V_0}^{+}\right|^2}{Z_0}e^{-2\alpha(z=0)} = \frac{\left|{V_0}^{+}\right|^2}{Z_0} \qquad (16-2)$$

$${P_L}^{+} = {P_{(z=L)}}^{+} = \frac{\left|{V_0}^{+}\right|^2}{Z_0}e^{-2\alpha l} \quad \rightarrow \quad {P_L}^{+} = {P_{in}}^{+}e^{-2\alpha l}$$

* نکته : در خط بدون اتلاف $(\alpha = 0)$ توان بار با توان ورودی برابر می باشند . ${P_L}^{+} = {P_{in}}^{+}$

** هدف : محاسبه ی $V_0{}^+$ برای درج در رابطه ی توان جاری در خط :



$$VG = V_{in} + ZG I_{in} = \left[V_0{}^+ (1 + \Gamma_{in}) + ZG \frac{V_0{}^+}{Z_0} (1 - \Gamma_{in}) \right]$$

که در نهایت داریم .

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots = V_0{}^+ = \left[VG \frac{Z_0}{Z_0 + ZG} \right] \frac{1}{1 - \Gamma_{in}\Gamma_G} \qquad (17-2)$$

تمرین : اثبات کنید که

$$\frac{Z_0}{Z_0 + ZG} = \frac{1 - \Gamma_G}{2}$$

که در نتیجه خواهیم داشت :

$$V_0{}^+ = \frac{VG}{2} \frac{1 - \Gamma_G}{1 - \Gamma_G \Gamma_{in}} \qquad (18-2)$$

$$V_{in} = V_0{}^+ + V_0{}^- = V_0{}^+ (1 + \Gamma_{in})$$

* نکته : اگر بار تطبیق شده باشد خواهیم داشت .

$$\Gamma_L = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} \qquad \rightarrow \qquad V_0{}^+ = \frac{VG}{2} (1 - \Gamma_G)$$

$$P(z)^+ = \frac{|V(z)^+|^2}{Z_0} = \frac{\left|V_0{}^+\right|^2 e^{-2\alpha z}}{Z_0} = \frac{VG^2}{2} \left| \frac{1 - \Gamma_G}{1 - \Gamma_G \Gamma_{in}} \right|^2 e^{-2\alpha z} \qquad (19-2)$$

* نکته : حداکثر توان قابل دستیابی در خروجی به شرط تطبیق در خروجی و در خط بدون اتلاف بدست می آید . و با P_A نشان می دهیم . $(\alpha = 0 \quad , \quad \Gamma_L = 0) \quad \leftarrow \quad Z_{in} = Z_0$

$$P_A = \frac{\left|{}^{VG}/_{2}\right|^2}{Z_0} = \frac{|VG|^2}{4Z_0} \qquad (20-2)$$

** هدف محاسبه ی توان ها :

$$P(z) = P(z)^{+}(1 - \left|\Gamma_{(z)}\right|^2$$

توان جاری در نقطه دلخواه z

که با جاگذاری رابطه $(2-20)$ خواهیم داشت

$$P(z) = P_A \left|\frac{1-\Gamma_G}{1-\Gamma_G\Gamma_{in}}\right|^2 e^{-2\alpha z}\left(1 - \left|\Gamma_{(z)}\right|^2\right)$$

توان ورودی :

$$P_{in} = P_{(z=0)} = P_A \left|\frac{1-\Gamma_G}{1-\Gamma_G\Gamma_{in}}\right|^2 e^{0}\,(1 - |\Gamma_{in}|^2)$$

توان رسیده به بار :

$$P_L = P_A \left|\frac{1-\Gamma_G}{1-\Gamma_G\Gamma_{in}}\right|^2 e^{-2\alpha L}\,(1 - |\Gamma_L|^2)$$

که $\rightarrow \quad |\Gamma_{in}| = |\Gamma_L|e^{-2\alpha L} \quad , \quad if\ (\alpha = 0) \rightarrow \ |\Gamma_{in}| = |\Gamma_L|$

که می توان نتیجه گرفت :

$$P_L = P_{in}e^{-2\alpha L}$$

* نتیجه1 : در یک خط بدون اتلاف $(\alpha = 0)$ توان ورودی با توان رسیده به بار باهم برابر می باشند .

در واقع یک خط انتقال بدون اتلاف مانند یک ترانس می باشد که توان مصرف نمی کند و نسبت ولتاژ و جریان را تغییر می دهد .

یکی از کاربردهای خط انتقال بدون اتلاف در تطبیق امپدانس مانند ترانس می باشد .

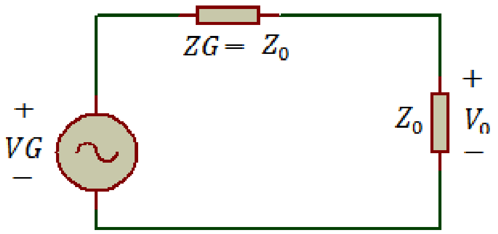
$$P_L = P_{in} \quad , \quad V_L I_L = V_{in} I_{in} \quad \Rightarrow \quad \frac{V_L}{V_{in}} = \frac{I_{in}}{I_L}$$

** نتیجه 2 :اگر انعکاس از طرف ژنراتور نداشته باشیم خواهیم داشت .

$a:$

$$V_0{}^+ = \frac{VG}{2}$$

$$P_{in} = P(z)^+|z = 0 = P_A \left|\frac{1-0}{1-0}\right|^2 e^0(1 - |\Gamma_{in}|^2)$$



حداکثر توان قابل دستیابی از منبع در ورودی قرار میگیرد .

مقداری از آن در مسیر تلف شده و بقیه به بار می رسد .

$$P_{in} = P_A \ (1 - |\Gamma_{in}|^2) \qquad \rightarrow \qquad \Gamma_{in} = \Gamma_L e^{-2\alpha L}$$

$$(**): P_L = P_{in} e^{-2\alpha L} = P_A \, e^{-2\alpha L} \, [1 - |\Gamma_L|^2]$$

داریم $\alpha = 0$ چون $: |\Gamma_{in}| = |\Gamma_L| e^{-2\alpha L}$

$b:$

به شرط تطبیق در سمت ژنراتور و عدم تطبیق خط

$$if \ \alpha = 0 \qquad P_{in} = P_A(1 - |\Gamma_{in}|^2) = P_A(1 - |\Gamma_L|^2)$$

$P_L = P_{in}e^{-2\alpha L} \quad \rightarrow \quad P_L = P_{in} = P_A(1 - |\Gamma_L|^2)$

c :

اگر در سمت بار هم تطبیق باشد .

$Z_L = Z_0 \quad \rightarrow \quad \Gamma_L = 0 \quad \rightarrow \quad P_L = P_{in} = P_A$ حداکثر توان قابل دستیابی

مثال 3.2 :

اگر $VG_{rms} = 20\ V$ و $ZG = 100\ \Omega$ و فرکانس $500\ MHz$ و $Z_0 = 100\ \Omega$ و $Z_L = 150$

$l = 4\ m$ باشد . مطلوب است محاسبه ی توان ورودی و توان رسیده به بار :

الف : $\alpha = 0$

ب : $\alpha = 0.5\ dB/m$

ج : $ZG = 200\ \Omega$ را به عنوان تمرین محاسبه نمائید .

حل الف :

$$\alpha = 0 \ \rightarrow \ \gamma = \alpha + j\beta = j\beta = j\frac{2\pi}{\lambda} = j2\pi\frac{f}{c}$$

$$\Gamma_G = \frac{ZG - Z_0}{ZG + Z_0} = 0$$

$$\begin{cases} P_{in} = P_A = \left|\dfrac{1-0}{1-0}\right|^2 . e^{-2(0)z}. (1 - |\Gamma_{in}|^2) = P_A(1 - |\Gamma_{in}|^2) \\ P_L = P_{in}e^{-2\alpha l} \qquad if \ \ \alpha = 0 \ \ \rightarrow \ \ P_L = P_{in} \end{cases}$$

$$P_A = \frac{|VG|^2}{4Z_0} = \frac{20^2}{4(100)} = 1watt$$

$$\Gamma_L = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} = \frac{150 - 100}{150 + 100} = 0.2 \qquad \rightarrow \qquad |\Gamma_L| = 0.2$$

$P_{in} = 0.96\, watt$ $\qquad$ $P_L = P_{in}.\, e^{-2\alpha l} = P_{in} = 0.96\, watt$

حل ب :

$$\alpha|_{\frac{NP}{m}} = \ln(10^{\frac{\alpha|_{\frac{NP}{m}}}{20}}) = \ln(10^{\frac{0.5}{20}}) = \ln 1.06 = 0.057\ \frac{NP}{m}$$

$$\alpha \times l = 0.057 \times 4 = 0.23\ NP$$

$$\Gamma_{in} = \Gamma_L.\, e^{-2\gamma l} = \Gamma_L e^{-2\alpha l}.\, e^{-j2\beta l} = 0.2e^{-2(0.23)} \times \left|e^{j(-2\beta l)}\right|$$

$$\rightarrow\ |\Gamma_{in}| = 0.2e^{-0.46}$$

$$\Gamma_G = 0\ \rightarrow\ \begin{cases} P_{in} = P_A(1 - |\Gamma_{in}|^2) = 1(1 - (0.2e^{-0.46})^2) = 0.984\, watt \\ P_L = P_{in} e^{-2\alpha l} = 0.984\ e^{-2(0.23)} = 0.605\, watt \end{cases}$$

توان تلفاتی در خط به طول $4m$: $P = P_{in} - P_L = 0.984 - 0.605 = 0.379$ watt

---

فصل سوم

بررسی SWR($Standing\ Wave\ Ratio$) نسبت دامنه موج ساکن :

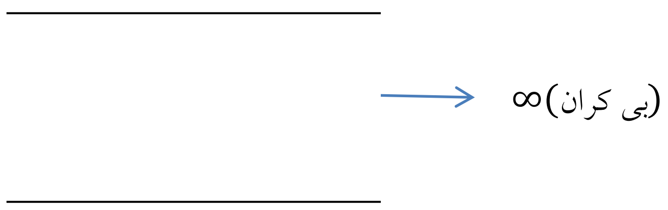
امواج متحرک :

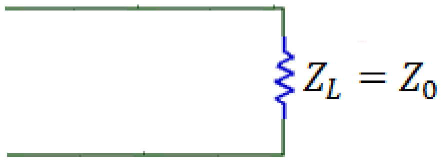
اگر Z_L به Z_0 ختم شود فرض بر این است که خط بی کران است و دارای امواج متحرک است .

*در خط بی کران چون ناپیوستگی وجود ندارد پس سیگنال یا توان برگشتی وجود ندارد ، و در این خط امواج متحرک وجود دارد .

*در یک خط اگر بی کران نباشد ولی به بار Z_0 متصل شود آن گاه باز هم در این خط موج یا توان بازگشتی وجود ندارد و در آن فقط امواج متحرک وجود دارد ، خط با بار Z_0 داریم .

*توجه شود در یک خط متصل به بار Z_0 فقط موج متحرک وجود دارد و دامنه موج ولتاژ تغییر نمی کند و اگر در یک خط دامنه موج ولتاژ تغییر نکرد این بدین معنی است که خط انتقال به بار Z_0 متصل شده است .





$V(Z) = V^{+}e^{jBy}$ → فازور $V(Z,t) = |V^{+}|\cos(wt + \beta Z + \measuredangle V^{+})$

$$I(y) = \frac{V^{+}e^{jBy}}{Z_0}$$

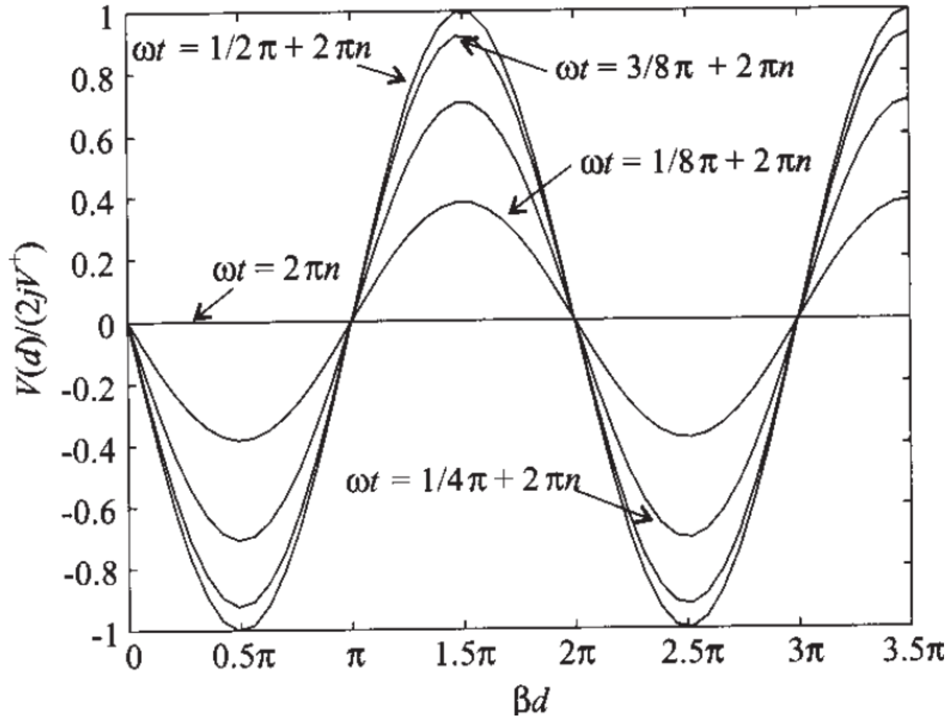
دامنه هیچ تغییری نمی کند ولی مکان

در این حالت با گذشت زمان جابجا می شود .

ایجاد موج ساکن در خط مدار باز :

$$\begin{cases} V(Z) = V_s \cos \beta Z \\ I(Z) = -j\dfrac{V_s}{Z_0}\sin \beta Z \end{cases} \rightarrow \begin{cases} V(Z,t) = V_s \cos \beta Z \cos wt \\ I(Z,t) = \dfrac{V_s}{Z_0}\sin \beta Z \sin wt \end{cases}$$

در این امواج دامنه با تغییر زمان کاهش می یابد ولی مکان ثابت است که به این امواج ، امواج ساکن می گویند .



*نکته :

1– وجود انعکاس بار باعث ایجاد موج ساکن ، که در نتیجه باعث ایجاد تبدیل امپدانس می شود .

2– وجود انعکاس بار باعث می شود که نسبت دامنه ولتاژ ماکزیمم به ولتاژ مینیمم بیشتر شود .

3- بحث SWR فقط برای $\alpha = 0$ مطرح می شود . (خط بدون اتلاف)

$$\Gamma_{(z)} = \Gamma_L e^{-2\gamma d} \quad \rightarrow \quad \left|\Gamma_{(z)}\right| = |\Gamma_L| e^{-2\alpha d}$$

$$if\ \alpha = 0 \ \rightarrow \quad \left|\Gamma_{(z)}\right| = |\Gamma_L| = |\Gamma_{in}|$$

اثبات :

$$\frac{V(z)^-}{V(z)^+} = \frac{{V_0}^-}{{V_0}^+} e^{2\gamma z} \qquad if\ \alpha = 0 \ \rightarrow \qquad \Gamma_{(z)} = \frac{{V_0}^-}{{V_0}^+} e^{j2\beta z}$$

$$\Rightarrow \quad \left|\Gamma_{(z)}\right| = |\Gamma_L| = |\Gamma_{in}| = \left|\frac{{V_0}^-}{{V_0}^+}\right| = |\Gamma|$$

** هدف : محاسبه ی دامنه موج در طول خط :

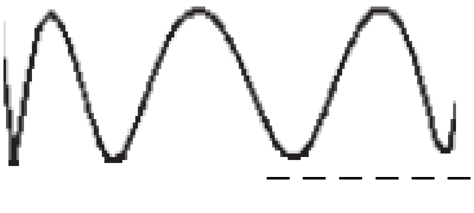
$$V(z) = V(z)^+ + V(z)^- = V(z)^+\left(1 + \left|\Gamma_{(z)}\right|\right) = V(z)^+\left(1 + \frac{{V_0}^-}{{V_0}^+} e^{j2\beta z}\right)$$

$$\rightarrow \ V(z) = {V_0}^+ e^{-j\beta z}\left(1 + |\Gamma| e^{j(\varphi A + 2\beta z)}\right)$$

$\rightarrow \ V(z)$ اندازه موج : $|V(z)| = \left|{V_0}^+\right| \left|\left(1 + |\Gamma| e^{j(\varphi A + 2\beta z)}\right)\right|$

$$\Rightarrow \quad \begin{cases} |V(z)|_{max} = \left|{V_0}^+\right|(1 + |\Gamma|) \\ |V(z)|_{min} = \left|{V_0}^+\right|(1 - |\Gamma|) \end{cases}$$

یا به عبارتی :



$$\text{------}\ |V(z)|_{max} = \left|{V_0}^+\right|(1 + |\Gamma|)$$

$$\text{------}\ |V(z)|_{min} = \left|{V_0}^+\right|(1 - |\Gamma|)$$

* نکته : اگر Γ بیشتر شود نسبت دامنه موج ساکن (SWR) هم بیشتر می شود .

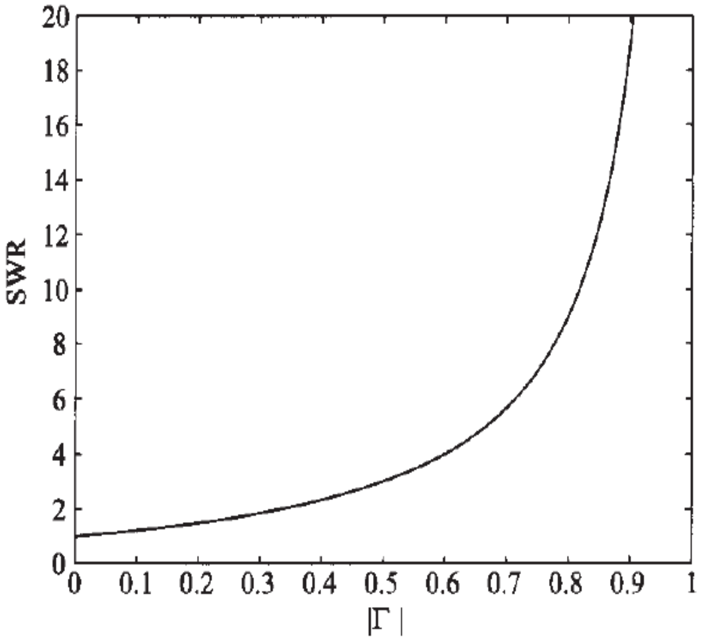
برای خطوط انتقال SWR هر چه به 1 نزدیکتر باشد بهتر است یا به عبارتی ضریب انعکاس مساوی صفر شود بهتر است .

** هدف : پیدا کردن ارتباط SWR با Γ :

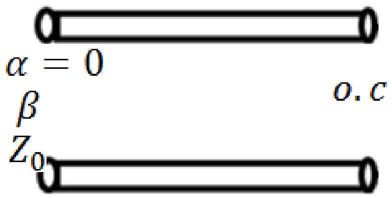
$$\mathrm{SWR} = \frac{|V_{max}|}{|V_{min}|} = \frac{|{V_0}^+|}{|{V_0}^+|}\frac{(1+|\Gamma|)}{(1-|\Gamma|)}$$

$$\Rightarrow \qquad |\Gamma| = \frac{\mathrm{SWR}-1}{\mathrm{SWR}+1}$$

SWR مشابه Γ بیانگر میزان انعکاس است .



مثال : مطلوب است رسم الگوی موج ساکن در یک خط انتقال مدار باز



$$Z_L = \infty \qquad \rightarrow \qquad \Gamma_L = \lim_{Z_L \to \infty} \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} = 1 \quad \Rightarrow \quad \text{SWR} = \frac{1 + |\Gamma|}{1 - |\Gamma|} = \infty$$

*یادآوری :

$$\Gamma(\text{d}) = \Gamma_L e^{-2\gamma d} \quad \Rightarrow^{\alpha=0} \quad \Gamma_L e^{-j2\beta d}$$

$$\rightarrow \quad \Gamma_L = \frac{{V_{(z=l)}}^{-}}{{V_{(z=l)}}^{+}} = \frac{{V_0}^{-}}{{V_0}^{+}} e^{2\gamma l}|_{\alpha=0} = \frac{{V_0}^{-}}{{V_0}^{+}} e^{+j2\beta l}$$

ادامه ی حل :

$$V(z) = V^{+}\left(1 + \Gamma_{(z)}\right)$$

$$\alpha = 0 \quad \rightarrow \quad V(z) = {V_0}^{+} e^{-j\beta d}\left(1 + \Gamma_L e^{-j2\beta d}\right)$$ رابطه *

$$|V(z)| = \left|{V_0}^{+}\right| \times \left|1 + \Gamma_L e^{-j2\beta d}\right| \quad \Rightarrow \quad |V(z)| = \left|{V_0}^{+}\right| \times |1 + |\Gamma_L| \llcorner 2\beta l - \beta d|$$

$$\Gamma_L = 1 \quad \Rightarrow \quad V(z) = {V_0}^{+}(\, 1 + \cos(-2\beta d) + j\sin(-2\beta d)\,)$$

$$\rightarrow \quad |V(z)| = |{V_0}^{+}||(\, 1 + \cos(-2\beta d) + j\sin(-2\beta d)\,)\,|$$

$$= \left|{V_0}^{+}\right|\sqrt{(1 + \cos(-2\beta d)^2 + \sin(-2\beta d)^2} = \left|{V_0}^{+}\right|\sqrt{2 + 2\cos(-2\beta d)}$$

دامنه موج ولتاژ $\Rightarrow \quad |V(z)| = |{V_0}^{+}|\sqrt{2 + 2\cos(2\beta d)}$

$$a\,)\ if:\ 2\beta d = (2n+1)\pi \qquad \Rightarrow \qquad |V(z)| = 0$$

$$2\beta d = (2n+1)\pi \qquad \rightarrow \qquad 2\left(\frac{2\pi}{\lambda}\right) d = (2n+1)\pi$$

$$d = (2n+1)\,{}^{\lambda}/_{4} \qquad \Rightarrow \qquad d = {}^{\lambda}/_{4}\,,{}^{3\lambda}/_{4}\,,{}^{5\lambda}/_{4}\,,\ldots$$

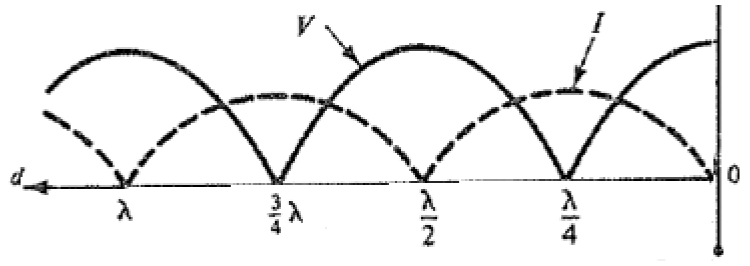
$$if \quad d = (2n+1)\,{}^{\lambda}/_{4} \quad \Rightarrow \qquad |V(z)| = 0 \quad \Rightarrow \quad Z(d) = 0$$

نتیجه : اگر خروجی اتصال باز باشد خط $(2n+1)\lambda/_4$ آن را به اتصال کوتاه تبدیل می کند .

$$b\ )\ if:\ 2\beta d = 2n\pi \quad \Rightarrow \quad |V(z)| = 2\left|V_0{}^+\right|$$

$$\Rightarrow\ 2\left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)d = 2\pi n \quad \Rightarrow \quad d = n\lambda/_2 \quad \Rightarrow \quad d = \lambda/_2\ ,\lambda\ ,1.5\lambda\ ,\ldots$$

$$if \quad d = n\lambda/_2 \quad \Rightarrow \begin{cases} V(z) = 2\left|V_0{}^+\right| & \rightarrow \quad Z_{in} = \infty \\ I(z) = 0 & \rightarrow \quad Z_{in} = Z_L \end{cases}$$



تمرین : مطلوب است رسم $I(z)$ مثال بالا

تمرین : یک ژنراتور *600 MHZ* با $V_G = 10^V$, $Z_G = 0$ به امپدانس بار $Z_L = 150 + J90$ از طریق یک خط کواکسیال با عایق هوا متصل شده است . خط دارای امپدانس مشخصه 75Ω و طول 15^{cm} است .

الف : با فرض $\alpha = 0$ مطلوبست محاسبه ی Γ_L , Γ_{in} , SWR روی خط

ب : مطلوبست حداکثر ولتاژ مؤثر روی خط

ج : اگر $\alpha = 2\, {dB}/{m}$ باشد و طول خط نیز دقیقاً برابر یک طول موج باشد مطلوبست $|\Gamma_{in}|$

حل الف :

طول موج در هوا : $\lambda_0 = {c}/{f} \quad \Rightarrow \quad \lambda = \dfrac{\lambda_0}{\sqrt{\varepsilon_r \mu_r}} = \dfrac{\lambda_0}{\sqrt{1 \times 1}} = \lambda_0$

$$\begin{cases} \Gamma_L = 0.48\measuredangle 28.4^\circ \\ \Gamma_{in} = 0.48\measuredangle 28.4^\circ - 2\beta l (= 216^\circ) \\ SWR = 2.85 \end{cases}$$

ب : 28.4^V

ج : $\alpha = 2\, {dB}/{m} = \ln 10^{\frac{\alpha_{|dB}}{20}} = \ln 10^{2/20} = 0.23\, {NP}/{m} \quad , \quad \Gamma_{in} = 0.38$

تبدیل امپدانس :

$$\Gamma_{(z)} = \frac{Z - Z_0}{Z + Z_0} \qquad \rightarrow \; Z = Z_0 \frac{1 + \Gamma_{(z)}}{1 - \Gamma_{(z)}} = Z_0 \frac{1 + \Gamma_L e^{-2\gamma d}}{1 - \Gamma_L e^{-2\gamma d}}$$

با توجه به اینکه $\Gamma_L = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0}$ می باشد صورت و مخرج کسر را در $(Z_L + Z_0)e^{\gamma d}$ ضرب می کنیم .

$$\rightarrow Z = Z_0 \frac{(Z_L + Z_0)e^{\gamma d} + (Z_L - Z_0)e^{-\gamma d}}{(Z_L + Z_0)e^{\gamma d} - (Z_L - Z_0)e^{-\gamma d}}$$

** یادآوری 1 :

$$\cosh \gamma d = \frac{e^{\gamma d} + e^{-\gamma d}}{2} \qquad \sinh \gamma d = \frac{e^{\gamma d} - e^{-\gamma d}}{2}$$

$$\rightarrow Z = Z_0 \frac{Z_L \cosh \gamma d + Z_0 \sinh \gamma d}{Z_L \sinh \gamma d + Z_0 \cosh \gamma d}$$

با تقسیم صورت و مخرج بر $\cosh \gamma d$ خواهیم داشت .

$$Z = Z_0 \frac{Z_L + Z_0 \tanh \gamma d}{Z_0 + Z_L \tanh \gamma d} \qquad (1-3)$$

** یادآوری 2:

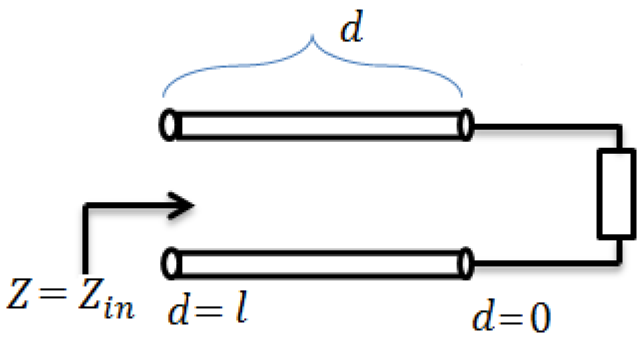
برای $\alpha = 0 \rightarrow \tanh j\beta d = j\tan\beta d$

در موارد خاص که تلفات نداریم $(\alpha = 0)$.

$$Z = Z_0 \frac{Z_L + Z_0 \tanh(0 + j\beta)d}{Z_0 + Z_L \tanh(0 + j\beta)d}$$

$$Z = Z_0 \frac{Z_L + jZ_0 \tan \beta d}{Z_0 + jZ_L \tan \beta d} \qquad (2-3)$$

پس تغییر طول خط (d) یا فرکانس f $\left(\beta = \frac{2\pi}{\lambda}\right)$موجب تغییر $\tan\beta d$ و موجب تغییر امپدانس ورودی $Z_{in} = Z$ می شود .



** یادآوری 3 رابطه :

$$\tanh(x + jy) = \frac{\tanh x + j\tan y}{1 + j\tanh x \tan y}$$

$$\tanh x_{|x \ll 1} \cong x$$

تمرین :

قطعه ای از خط انتقال هم محور با عایق هوا و بطول 15 سانتی متر به اتصال کوتاه منتهی شده است .

مشخصات این خط عبارتند از :

امپدانس مشخصه 75 اهم و $\alpha = 0.4\ {dB}/{m}$ ، مطلوب است امپدانس ورودی برای فرکانس های

1.5 گیگاهرتز و 2گیگاهرتز

جواب :

$$Z_{in} = 0.75\frac{0.006 + jtan\,\beta l}{1 + j0.006\,tan\,\beta l}$$

$$Z_{in\,1} = 12500\,\Omega \qquad , \qquad Z_{in\,2} = 0.45\,\Omega$$

نتیجه : این خط انتقال اتصال کوتاه برای فرکانس 1.5 گیگاهرتز معادل یک امپدانس 12.5 کیلواهم و

برای فرکانس 2 گیگاهرتز معادل یک امپدانس کم 0.45 اهم عمل می کند

.

مثال :

تبدیل امپدانس :

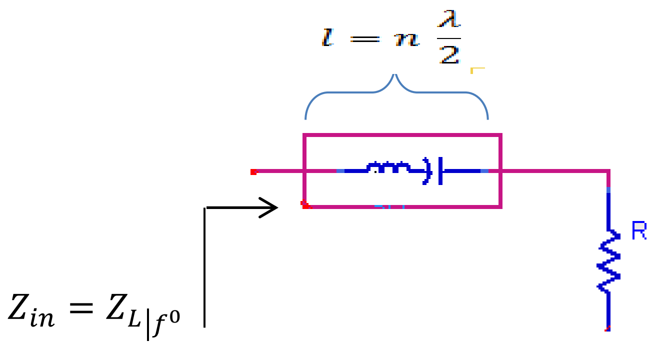
1- در خط بدون اتلاف $(\alpha = 0)$

$$Z_{in} = Z_0\frac{Z_L + jZ_0\tan\beta l}{Z_0 + jZ_L\tan\beta l}$$

الف : خط انتقال نیم موج (انتقال دهنده امپدانس) : $l = n(\frac{\lambda}{2})$

$$\beta l = \frac{2\pi}{\lambda}\left(n\,\frac{\lambda}{2}\right) = n\pi \qquad \rightarrow \qquad \tan\beta l = \tan n\pi = 0$$

$$\Rightarrow\; Z_{in} = Z_0\frac{Z_L}{Z_0} \qquad \Rightarrow \quad Z_{in} = Z_L \qquad (3-3)$$



در نتیجه مقدار امپدانس بار در هر نصف طول موج بدون اتلاف تکرار می گردد .

مثال :

اگر $Z_G = Z_L = 20\;\Omega$ باشد و طول خط انتقال برابر $l = n\frac{\lambda}{2}$ و $Z_0 = 100\;\Omega$ باشد ، آیا حداکثر توان در خروجی داریم .

$$\Gamma_L = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} = \frac{20-100}{20+100} = \frac{-80}{120}$$

علیرغم وجود امواج ایستا باز هم تطبیق وجود دارد .

اگر خط $n\frac{\lambda}{2}$ باشد $Z_{in} = Z_L$ می شود و به Z_0 دیگر وابسته نیست و حداکثر توان منتقل می شود .

ب : خط انتقال ربع موج : (معکوس کننده امپدانس)

$$l = (2n-1)\frac{\lambda}{4} \qquad \rightarrow \qquad \frac{\lambda}{4},\frac{\lambda}{2}+\frac{\lambda}{4},\ldots$$

$$\beta l = (2n-1)\frac{\lambda}{4}\times\frac{2\pi}{\lambda} = (2n-1)(\frac{\pi}{2})$$

$$\rightarrow \frac{\pi}{2},\frac{3\pi}{2},\frac{5\pi}{2},\ldots \qquad \Longrightarrow \qquad |\tan\beta l| = \infty$$

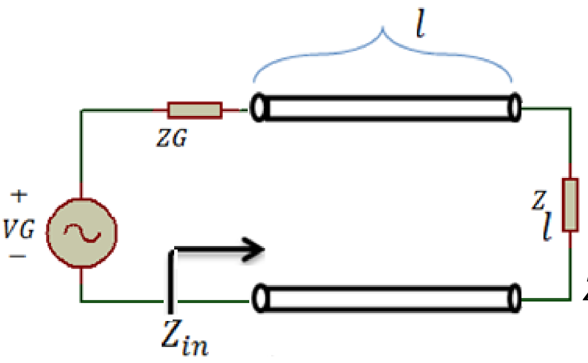
$$\Longrightarrow \quad Z_{in} = \frac{{Z_0}^2}{Z_L} \quad \Longrightarrow \qquad (4-3)$$

- اتصال کوتاه ↔ اتصال باز
- خازن ↔ سلف
- تشدید موازی ↔ تشدید سری

مثال 1.3 :

فرض کنید یک مدار با $Z_L \neq Z_G$ در یک خط بطول $l = \lambda/4$ داشته باشیم مطلوب است Z_0 خط

انتقال برای برقراری تطبیق شبکه (یعنی انتقال حداکثر توان به بار) ؟

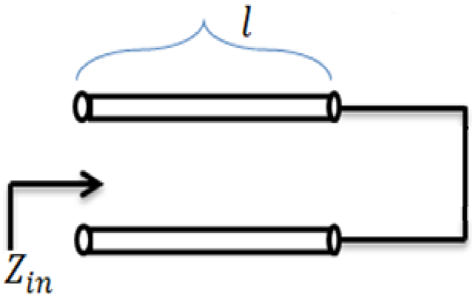


شرط تطبیق : $Z_{in} = {Z_G}^*$

$$Z_{in} = \frac{{Z_0}^2}{Z_G} = ({Z_G}^* = R_G)$$

$\Rightarrow Z_0 = \sqrt{R_L.R_G}$ اهمی Z_G , Z_L برای

بررسی خط اتصال کوتاه



$$\begin{cases} \alpha = 0 \\ Z_L = 0 \end{cases} \Rightarrow Z_{in} = Z_0 \frac{Z_L + jZ_0 \tan \beta l}{Z_0 + jZ_L \tan \beta l} = jZ_0 \tan \beta l \qquad (5-3)$$

a) Z_{in} القایی می شود اگر

$$\tan \beta l > 0 \rightarrow \frac{\pi}{2} > \beta l > 0$$

$$\Rightarrow 0 < 2\frac{\pi}{\lambda}.l < \frac{\pi}{2} \qquad \rightarrow \qquad 0 < l < \frac{\pi}{4}$$

$$for: 0 < l < \frac{\lambda}{4} \qquad \rightarrow \quad Z_{in} = jZ_0 \tan \beta l = jwL_{eq} \quad \Rightarrow \quad L_{eq} = \frac{Z_0}{w} \tan \beta l$$

b) اگر $l = \frac{\lambda}{4}$ $\leftarrow$ $|Z_{in}| = \infty$ $\leftarrow$ اتصال باز

c)

$$\tan \beta l < 0 \Rightarrow \frac{\pi}{2} < \beta l < \pi$$

$$\rightarrow \frac{\pi}{2} < 2\frac{\pi}{\lambda}.l < \pi \quad \Rightarrow \quad \frac{\lambda}{4} < l < \frac{\lambda}{2}$$

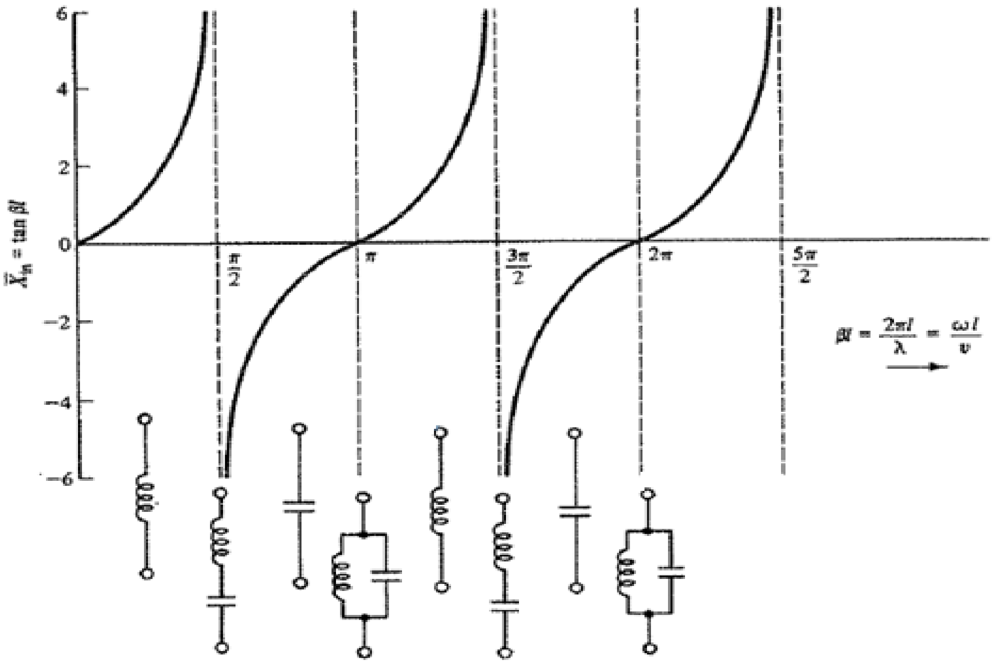
$$for: \frac{\lambda}{4} < l < \frac{\lambda}{2} \qquad \rightarrow \quad Z_{in} = jZ_0 \tan \beta l = -jZ_0 |\tan \beta l| = \frac{-j}{wC_{eq}}$$

$$\Longrightarrow \quad C_{eq} = \frac{1}{Z_0 w(\tan \beta l)}$$

ایراد : (C_{eq} بشدت تابعی از فرکانس است .)

d) اگر $l = \frac{\lambda}{2} \leftarrow Z_{in} = Z_0 = 0$

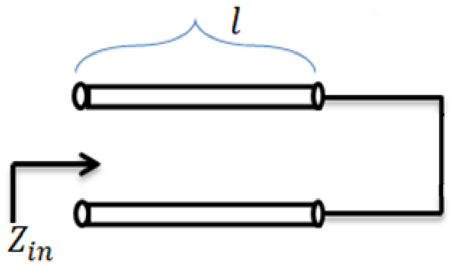
پس راکتانس یک خط بطول l ، انتها اتصال کوتاه شده بشدت تابعی از فرکانس است .



تمرین :

مباحث خط انتقال کوتاه را برای خط اتصال باز مجدداً تکرار نمائید ؟

2- خط انتقال اتصال کوتاه با اتلاف : $(\alpha \neq 0)$



$$Z_L = 0 \quad \Longrightarrow \quad Z_{in} = Z_{(l)} = Z_0 \tanh \gamma l = Z_0 \tanh(\alpha l + j\beta l) \qquad (6-3)$$

$$Z_{(l)} = Z_0 \frac{tanh\, \alpha l + j tan\, \beta l}{1 + tanh\, \alpha l . j tan\, \beta l}$$

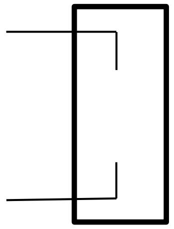
الف :

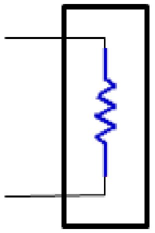
$$if\ :\ l = (2n-1)\frac{\lambda}{4} \quad \rightarrow \quad |\tan \beta l| \quad \rightarrow \infty$$

$$\Longrightarrow \quad Z_{in} = Z_0 \frac{j}{j \tanh \alpha l} = \frac{Z_0}{\tanh \alpha l}$$

$\alpha \neq 0$

ایده آل $(\alpha = 0)$





$Z_{in} = \dfrac{Z_0}{\tanh \alpha l}$

برای αl کوچک $Z_{in} \cong \frac{Z_0}{\alpha l}\ \Omega$

درنتیجه در صورت $\alpha > 0$ راکتانس ما جزء اهمی بوده و در نتیجه سلف و خازن با ضریب کیفیت بالایی تولید نمی شود .

ب :

$$l = n\frac{\lambda}{2} \quad \rightarrow \quad \tan \beta l = \tan \frac{2\pi}{\lambda}\left(n\frac{\lambda}{2}\right) = \tan n\pi = 0$$

$$\Longrightarrow \quad Z_{in} = Z_0 . \tanh \alpha l \ \cong \ Z_0 \alpha l\ \Omega$$

تمرین :

در یک تقویت کننده مایکروویو لازم است القاگری به همراه راکتانس خازنی 15000 اهم به تشدید درآید .

اگر القاگر متشکل از یک خط انتها اتصال کوتاه با $Z_0 = 75\Omega, \alpha = 0.002\ {}^{dB}/_{m}\ ,\ \lambda = 10\ cm$

باشد مطلوب است مقدار مقاومت پسماند ؟

پارامترهای $: RL\ (Return\ Loss\ ),\ IL\ (Insertion\ Loos)$

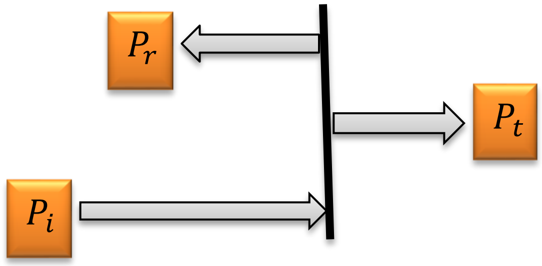
نسبت تلفات برگشتی $\quad R_L = -\left(\text{نسبت توان برگشتی}\right) = -10\ \log\frac{P_r}{P_i} \quad \rightarrow$

$\rightarrow \qquad -10\ \log|\Gamma_{in}|^2 = -20\log|\Gamma_{in}|$

$P_r \rightarrow reflected \qquad P_i \rightarrow insident \qquad P_t \rightarrow transmitted$: ❋❋

❋❋ که $|\Gamma_{in}|^2$ با توجه به رابطه ی زیر بدست می آید .

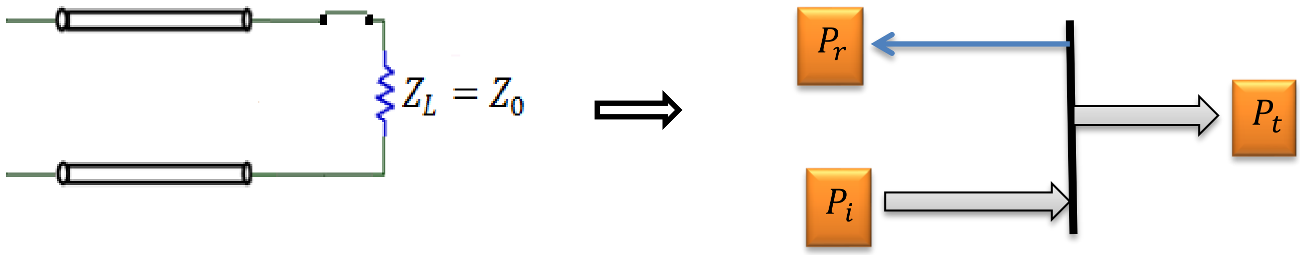
❋❋ : $P_{(z)} = P_{(z)}{}^{+}\left(1-|\Gamma_{(z)}|^2\right) \rightarrow |\Gamma_{(z)}|^2 = \frac{P_{(z)}{}^{-}}{P_{(z)}{}^{+}} = \frac{P_{r(z)}}{P_{i(z)}}$



نسبت تلفات وارده $\quad I_L = -\left(\text{نسبت توان عبوری}\right) = -10\ \log\frac{P_t}{P_i} \quad \rightarrow$

$\rightarrow \qquad = -10\ \log\frac{P_i - P_r}{P_i} = -10\log(1-|\Gamma_{in}|^2)$

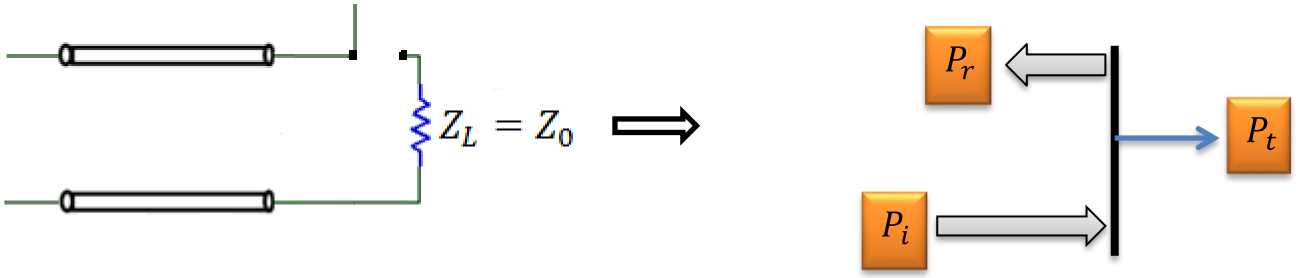
مثال :



$$if \quad \Gamma_{in} = 0 \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} I_L = -10 \log 1 = 0 \; dB \\ R_L = -10 \log 0 = -\infty \; dB \end{cases}$$

تطبيق كامل (بدون انعكاس)

مثال 2.3 :



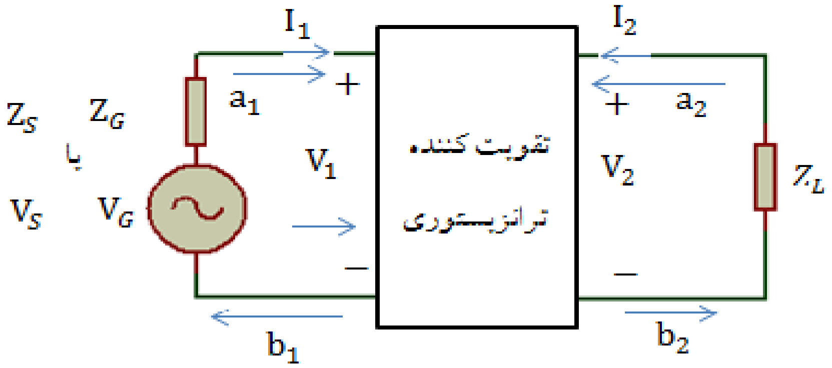
$$if \quad \Gamma_{in} = 1 \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} I_L = -10 \log 0 = -\infty \; dB \\ R_L = -10 \log 1 = 0 \; dB \end{cases}$$

فصل چهارم

4-1 پارامترهای پراکندگی S : $Scattering$

مدل های قبلی ... , Z , Y , H برای فرکانس های بالا و مایکروویو مناسب نیستند و به جای آنها از پارامترهای

مبدل S استفاده می شود .



که در آن : a_j : موج رونده تابشی به Amp است (جذر موج توان)

b_j : موج رونده انعکاسی از Amp می باشد (جذر موج توان)

$S_{i,j}$: ضریب پراکندگی می باشد .

$$\begin{cases} b_1 = s_{11}a_1 + s_{12}a_2 \\ b_2 = s_{21}a_1 + s_{22}a_2 \end{cases} \qquad (1-4)$$

که s_{11} ضریب انعکاس ورودی قطب یک وقتی خروجی تطبیق باشد . $Z_L = Z_0$

$$s_{11} = \frac{b_1}{a_1}|a_{2=0}$$

s_{22} ضریب انعکاس ورودی قطب 2 وقتی ورودی تطبیق باشد . $Z_G = Z_0$

$$s_{22} = \frac{b_2}{a_2}|a_{1=0}$$

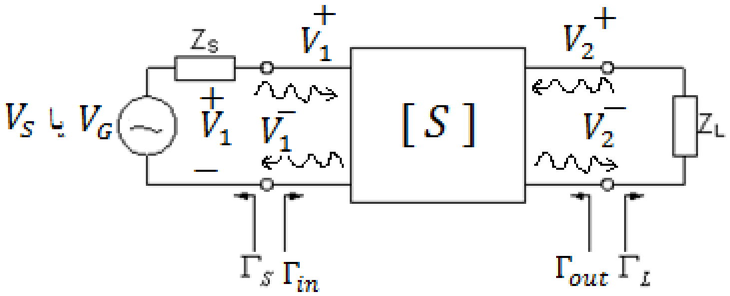
s_{12} : ضریب انتقال معکوس قطب دوم اگر قطب یک تطبیق باشد .

$$s_{12} = \frac{b_1}{a_2}|a_{1=0}$$

s_{21} : ضریب انتقال مستقیم قطب اول وقتی قطب دوم تطبیق باشد .

$$s_{21} = \frac{b_2}{a_1}|a_{2=0}$$

2-4 توان در تقویت کننده های مایکروویو (دو قطبی) :



$$\Gamma_{in} = \frac{V_1^-}{V_1^+} = \frac{Z_{in} - Z_0}{Z_{in} + Z_0}$$

$$\Gamma_{out} = \frac{V_2^-}{V_2^+} = \frac{Z_{out} - Z_0}{Z_{out} + Z_0}$$

$$\Gamma_L = \frac{V_2^+}{V_2^-} = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0}$$

$$\Gamma_s = \frac{V_1^+}{V_1^-} = \frac{Z_G - Z_0}{Z_G + Z_0}$$

3-4 تعاریف بهره های توان در دو قطبی :

1 – بهره توان در حال کار :

$$G = \frac{P_L}{P_{in}} = \frac{\text{توان تلف شده در بار دلخواه } Z_L}{\text{توان ورودی به سر یک دو قطبی}}$$

* غالباً مستقل از Z_G است ، البته در بعضی مدارهای فعال بشدت به Z_G وابسته است .

2 – بهره توان قابل دستیابی :

$$G_A = \frac{P_{avN}}{P_{avS}} = \frac{\text{نسبت توان قابل دستیابی از شبکه} \quad \rightarrow \; Z_L = Z_{out}^* \text{ یا } \Gamma_L = \Gamma_{out}^*}{\text{نسبت توان قابل دستیابی از منبع} \quad \rightarrow \; Z_{in} = Z_G^* \text{ یا } \Gamma_{in} = \Gamma_G^*}$$

وابسته به Z_G یا Z_S می باشد .

3 – بهره توان تبدیلی (انتقالی) :

$$G_T = \frac{P_L}{P_{avS}} = \frac{\text{توان وارد شده به } Z_L \text{ دلخواه} \quad \rightarrow \; Z_L \text{ دلخواه}}{\text{توان قابل دستیابی از منبع} \quad \rightarrow \; \Gamma_{in} = \Gamma_G^*}$$

وابسته به Z_L , Z_S است .

4-4 محاسبه ی مقادیر بهره های توان :

** هدف محاسبه ی P_L , P_{in}

$$\begin{cases} P_L = \dfrac{{V_2}^+}{{V_2}^-} = \dfrac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} \\ P_s = \dfrac{{V_1}^+}{{V_1}^-} = \dfrac{Z_s - Z_0}{Z_s + Z_0} \end{cases}$$

$$\begin{cases} V_1 = {V_1}^+ + {V_1}^- = {V_1}^+(1 + \Gamma_{in}) \\ I_1 = {I_1}^+ + {I_1}^- = {I_1}^+(1 - \Gamma_{in}) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \quad Z_{in} \text{ یا } Z_1 = \frac{V_1}{I_1} = \frac{{V_1}^+}{{I_1}^+} \times \frac{1+\Gamma_{in}}{1-\Gamma_{in}}$$

$$Z_{in} = Z_0 \frac{1+\Gamma_{in}}{1-\Gamma_{in}} \qquad (2-4)$$

$$\Rightarrow \quad \overline{Z_{in}} = SWR$$

$\overline{Z_{in}}$ یعنی این بار نسبت به Z_0 نرمالیزه شده است .

با توجه به رابطه ی $(4-1)$ داریم .

$$\begin{cases} {V_1}^- = S_{11}{V_1}^+ + S_{12}{V_2}^+ \\ {V_2}^- = S_{21}{V_1}^+ + S_{22}{V_2}^+ \end{cases}$$

${V_2}^+$ را از رابطه ی $\Gamma_L = \frac{{V_2}^+}{{V_2}^-}$ بدست می آوریم و در رابطه ی بالا جایگزین می کنیم .

$${V_2}^+ = \Gamma_L \, {V_2}^-$$

$$\Rightarrow \quad \begin{cases} {V_1}^- = S_{11}{V_1}^+ + S_{12}\Gamma_L \, {V_2}^- \\ {V_2}^- = S_{21}{V_1}^+ + S_{22}\Gamma_L \, {V_2}^- \quad \Rightarrow \quad {V_2}^- = {V_1}^+ \dfrac{S_{21}}{1-S_{22}\Gamma_L} \end{cases} \qquad (3-4)$$

${V_2}^-$ را در رابطه قرار می دهیم و Γ_{in} را که مساوی $\frac{{V_1}^-}{{V_1}^+}$ است را محاسبه می کنیم .

$$\begin{cases} \Gamma_{in} = \dfrac{{V_1}^-}{{V_1}^+} \Rightarrow \Gamma_{in} = S_{11} + \dfrac{S_{12}S_{21}\Gamma_L}{1-S_{22}\Gamma_L} \\ \Gamma_{out} = \dfrac{{V_2}^-}{{V_2}^+} \Rightarrow \Gamma_{out} = S_{22} + \dfrac{S_{12}S_{21}\Gamma_s}{1-S_{11}\Gamma_s} \end{cases}$$

$$if : \Delta = S_{11}S_{22} - S_{12}S_{21} \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} \Gamma_{in} = \dfrac{S_{11}-\Delta\Gamma_L}{1-S_{22}\Gamma_L} & (4-4) \\ \Gamma_{out} = \dfrac{S_{22}-\Delta\Gamma_s}{1-S_{11}\Gamma_s} & (5-4) \end{cases}$$

** هدف بدست آوردن V_1^+ :

$$\begin{cases} V_1 = V_s \dfrac{Z_{in}}{Z_{in}+Z_G} \\ V_1 = V_1^+(1+\Gamma_{in}) \end{cases} \quad \Rightarrow \quad V_1^+ = \frac{V_s\, Z_{in}}{Z_{in}+Z_G} \times \frac{1}{1+\Gamma_{in}} \qquad (6-4)$$

$$V_1^+ = V_s \frac{Z_0 \dfrac{1+\Gamma_{in}}{1-\Gamma_{in}}}{Z_0 \dfrac{1+\Gamma_{in}}{1-\Gamma_{in}} + Z_G} \times \frac{1}{1+\Gamma_{in}}$$

$$\Rightarrow \quad V_1^+ = V_s \frac{Z_0}{Z_s(1-\Gamma_{in}) + Z_0(1+\Gamma_{in})} = \frac{V_s\, Z_0}{Z_s+Z_0} \times \frac{1}{1-\Gamma_{in}\Gamma_s}$$

با توجه به رابطه ی زیر :

$$\frac{2Z_0}{Z_s+Z_0} = \frac{Z_s+2Z_0-Z_s}{Z_s+Z_0} = \frac{Z_s+Z_0}{Z_s+Z_0} - \frac{Z_s-Z_0}{Z_s+Z_0} = 1-\Gamma_s \qquad (7-4)$$

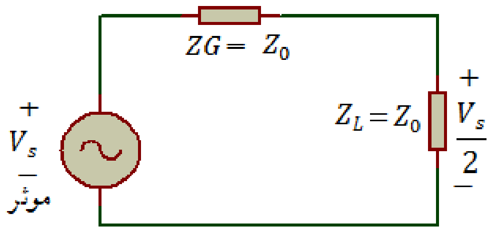
با قرار دادن رابطه ی $(7-4)$ در معادله خواهیم داشت .

$$V_1^+ = \frac{V_s}{2}(1-\Gamma_s)\frac{1}{1-\Gamma_{in}\Gamma_s} \qquad (8-4)$$

محاسبه ی P_{in} :

$$P_{in} = P_1^+(1-|\Gamma_{in}|^2) = \frac{\left|\frac{V_s}{2}\right|^2}{Z_0} \times \left|\frac{1-\Gamma_s}{1-\Gamma_{in}\Gamma_s}\right|^2 \times (1-|\Gamma_{in}|^2)$$

$$P_{in} = \frac{|V_s|^2}{4Z_0} \times \left|\frac{1-\Gamma_s}{1-\Gamma_{in}\Gamma_s}\right|^2 \times (1-|\Gamma_{in}|^2) \qquad (9-4)$$



$$\Rightarrow P_L = \frac{\left|\frac{V_s}{2}\right|^2}{Z_0} = \frac{|V_s|^2}{4Z_0}$$

$P_{L\,max} = P_A$ توان قابل دستیابی

$$P_L = \frac{|V_2^{\,-}|^2}{Z_0}(1-|\Gamma_L|^2) \qquad (10-4)$$

با درج رابطه ی $(3-4)$ در $(10-4)$ داریم .

$$P_L = \frac{|V_1^{\,+}|^2}{Z_0}|S_{21}|^2 \frac{(1-|\Gamma_L|^2)}{|1-S_{22}\Gamma_s|^2}$$

$$\Rightarrow P_L = \frac{|V_s|^2}{4Z_0} \times \frac{|S_{21}|^2\ (1-|\Gamma_L|^2)\ |1-\Gamma_s|^2}{|1-S_{22}\Gamma_s|^2\ \ |1-\Gamma_{in}\Gamma_s|^2} \qquad (11-4)$$

بهره توان در حال کار :

$$G = G_P = \frac{P_L}{P_{in}} = \frac{|S_{21}|^2\,(1-|\Gamma_L|^2)}{|1-S_{22}\Gamma_s|^2\,(1-|\Gamma_{in}|^2)} \qquad (12-4)$$

محاسبه ی $P_{av\,N}$ و $P_{av\,S}$:

$$P_{av\,S} = P_{in}\big|_{\Gamma_{in}=\Gamma_s^{\,*}} = P_A \frac{|1-\Gamma_s|^2}{|1-\Gamma_{in}\Gamma_s|^2}(1-|\Gamma_{in}|^2)$$

با جایگذاری $\Gamma_s^{\,*}$ بجای Γ_{in} خواهیم داشت .

$$\rightarrow = P_A \frac{|1-\Gamma_s|^2}{(1-|\Gamma_s|^2)^2}(1-|\Gamma_s|^2)$$

$$\Rightarrow\ P_{av\,S} = \ P_A\ \frac{|1-\Gamma_s|^2}{1-|\Gamma_s|^2} \qquad (13-4)$$

$$P_{av\,N} = P_L|_{\Gamma_L=\Gamma_{out}^*} = \frac{|V_s|^2}{4Z_0} \times \frac{|S_{21}|^2\ (1-|\Gamma_L|^2)\ |1-\Gamma_s|^2}{|1-S_{22}\Gamma_L|^2\ \ |1-\Gamma_{in}\Gamma_s|^2}|_{\Gamma_L=\Gamma_{out}^*}$$

---

*تمرین 1 : اثبات کنید .

$$|1-\Gamma_{in}\Gamma_s|^2\ |_{\Gamma_L=\Gamma_{out}^*} = \frac{|1-S_{11}\Gamma_s|^2\ (1-|\Gamma_{out}|^2)}{|1-S_{22}\Gamma_{out}^*|^2}$$

با قرار دادن رابطه بالا در معادله قبل دایم .

$$P_{av\,N} == \frac{|V_s|^2}{4Z_0} \times \frac{|S_{21}|^2\ \ |1-\Gamma_s|^2}{|1-S_{11}\Gamma_s|^2\ \ (1-|\Gamma_{out}|^2)} \qquad (14-4)$$

*$P_{av\,N}$ حداکثر توان قابل دستیابی از شبکه (تطبیق در خروجی)

محاسبه ی توان قابل دستیابی : ($Available\ Power\ Gain$)

$$G_A = \frac{P_{avN}}{P_{avS}} = \frac{|1-\Gamma_s|^2}{|1-S_{11}\Gamma_s|^2}\ |S_{21}|^2\ \frac{1}{(1-|\Gamma_{out}|^2)} \qquad (15-4)$$

شرط پایداری $\rightarrow\ k = \dfrac{1+|\Delta|^2-|S_{11}|^2-|S_{22}|^2}{2|S_{21}S_{12}|} > 1 \qquad (16-4)$

$G_{A_{max}}$: حداکثر بهره قابل دستیابی به شرط وجود پایداری

$$G_{A_{max}} = \left|\frac{S_{21}}{S_{12}}\right| \times \left|k-\sqrt{k^2-1}\right|$$

تمرین 2 :

بهره توان در حال کار با تطبیق مزدوج ورودی ، پارامترهای S یک ماسفت GaAs در VDs = 5v و جریان درین سورس 40 میلی آمپر در فرکانس 8 گیگاهرتز و با امپدانس مرجع 50 اهم بصورت زیر اندازه گیری شده است .

$S_{11} = 0.45\measuredangle 165$ $S_{12} = 0.08\measuredangle 10$ $S_{21} = 1.91\measuredangle 10$

$S_{22} = 0.48\measuredangle 15$ $\Gamma_L = 0.42\measuredangle 140$

a) ضریب Δ

b)ضریب پایداری

c) ضریب انعکاس ورودی

d) بهره توان در حال کار

e) بهره توان با فرض بار تطبیق شده

جواب : $a)\ 0.094\measuredangle 212$ $b)\ 2.13 > 1$ $c)\ 0.42\measuredangle 169$

$d\ )\ \left(G \text{ یا } G_P\right) = 3.07 = 4.88\ dB$ $e\ )\ \Gamma_L = 0 \ \rightarrow\ \mathrm{G} = 4.56 = 6.54\ \mathrm{dB}$

تمرین 3 :

بهره توان قابل دستیابی یک ماسفت GaAs در VDs=5v و جریان درین سورس 40 میلی آمپر که در فرکانس 9 گیگاهرتز و با امپدانس مرجع 50 اهم دارای پارامترهای زیر است .

$S_{11} = 0.65\measuredangle -154$ $S_{12} = 0.02\measuredangle 40$ $S_{21} = 2.04\measuredangle 185$

$S_{22} = 0.55\measuredangle -30$ $\Gamma_s = 0.38\measuredangle 25$

مطلوب است محاسبه ی

a) ضریب Δ

b)ضریب پایداری

c) ضریب انعکاس خروجی

d) بهره توان قابل دستیابی

e) حداکثر بهره توان قابل دستیابی برای حالت 2 طرفه

جواب : $a)\ 0.32\measuredangle 174$ $\quad b)\ 4.57 > 1$ $\quad c)\ 0.56\measuredangle -40.7$

$d\ )\ 4.75 = 6.94\ dB$ $\quad e\ )\ G_{A_{max}} = 11.22 = 10.5\ \text{dB}$

بهره توان انتقالی (یا تبدیلی) :

$$G_T = \frac{P_L}{P_{avS}} = \frac{(1-|\Gamma_s|^2)}{|1-\Gamma_{in}\Gamma_s|^2}\ |S_{21}|^2\ \frac{(1-|\Gamma_L|^2)}{|1-\mathrm{S}_{22}\Gamma_L|^2} \qquad (17-4)$$

که قبلاً داشتیم :

$$\begin{cases} \Gamma_{in} = \dfrac{S_{11} - \Delta\Gamma_L}{1 - S_{22}\Gamma_L} \\ \Gamma_{in} = S_{11} + \dfrac{S_{12}S_{21}\Gamma_L}{1 - S_{22}\Gamma_L} \end{cases}$$

در حالت Amp یک طرفه داریم :

$$S_{21} = 0 \qquad \Rightarrow \quad \Gamma_{in} = S_{11}$$

$$G_{TU} = \frac{(1-|\Gamma_s|^2)}{|1-\mathrm{S}_{11}\Gamma_s|^2}\ |S_{21}|^2\ \frac{(1-|\Gamma_L|^2)}{|1-\mathrm{S}_{22}\Gamma_L|^2} \qquad (18-4)$$

بهره توان انتقالی تطبیق شده در دو طرف :

$$\Gamma_S = \Gamma_L = 0 \qquad \Rightarrow \qquad G_{Tm} = |S_{21}|^2 \qquad (19-4)$$

تمرین 4 :

مطلوب است بهره توان تبدیلی یک تقویت کننده ماسفت GaAs با VDs=4v و جریان درین سورس 30 میلی آمپر در فرکانس 9 گیگاهرتز و امپدانس مرجع 50 اهم و پارامترهای اندازه گیری زیر :

$S_{11} = 0.55\measuredangle 158$ $\qquad S_{12} = 0.01\measuredangle -5$ $\qquad S_{21} = 1.95\measuredangle 9$

$S_{22} = 0.46\measuredangle -148$ $\qquad \Gamma_s = 0.2\measuredangle 0$ $\qquad \Gamma_L = 0.33\measuredangle 0$

مطلوب است محاسبه ی

a) ضریب Δ

b)ضریب پایداری

c) بهره توان انتقالی

d) بهره توان انتقالی تطبیق شده

e) بهره توان انتقالی یک طرفه

جواب : $a)$ $\Delta = 0.32\measuredangle 9.87$ $\qquad b)\ k = 13.5 > 1$ $\qquad c)\ 2.08 = 3.18\ dB$

$d\ )\ 3.8 = 5.8\ dB$ $\qquad e\ )\ 2.09 = 3.2\ dB$

فصل پنجم :

نمودار اسمیت

$5-1$ مقدمه

در این فصل یک روش گرافیکی قوی برای تحلیل خطوط انتقال و بعضی دیگر از مدارات فرکانس بالا معرفی می شود . این نمودار به افتخار مبتکر آن ، نمودار اسمیت خوانده می شود . این نمودار در واقع در صفحه ی مختلط ضریب انعکاس مکان منحنی های مربوط به امپدانس های مختلف را ارائه می نماید . این نمودار ، برای محاسبه مشخصات مختلفی نظیر امپدانس ورودی ، نسبت به موج ساکن ، ضریب انعکاس در هر نقطه ی خط ، تلفات خط ، افت بازگشتی و افت انتقالی خطوط و چند کاربرد دیگر بسیار کارآمد است .

مزایای اصلی این دیاگرام عبارتند از :

1 – امکان نمایش هر مقدار امپدانس یا ادمیتانس بر روی آن

2 – تغییر راحت امپدانس به ادمیتانس و بلعکس

3 – نمایش گرافیکی مناسب چگونگی تبدیل امپدانس در یک مدار

4 – تعیین فاصله بار از نقاط حداقل و حداکثر موج ساکن

5 – تطبیق یک خط محدود به خط انتقال با بکاربردن تیونرهای تکی یا جفت

6 – محاسبه ی افت بازگشتی

7 – پیداکردن $VSWR$ برای یک خط انتقال

یافتن ضریب انعکاس $\Gamma_{(d)}$ از روی Γ_L در خط بدون اتلاف $(\alpha = 0)$

5 – 2 نمایش مکان Γ :

اگر امپدانس از نوع پسیو $\{Re\{z\} \geq 0\}$ یعنی مقاومت منفی نباشد و Z_0 (امپدانس خط انتقال) کاملاً حقیقی باشد ، همیشه دارای شعاع کوچکتر از یک می شود $|\Gamma| \leq 1$

$$\Gamma = \frac{Z - Z_0}{Z + Z_0} = \frac{\bar{Z} - 1}{\bar{Z} + 1} \quad \rightarrow \quad \Gamma = |\Gamma| \measuredangle \varphi \quad \rightarrow \quad \bar{Z} = \frac{1 + \Gamma}{1 - \Gamma}$$

حال مقادیر Γ را را روی اسمیت چارت نمایش می دهیم .

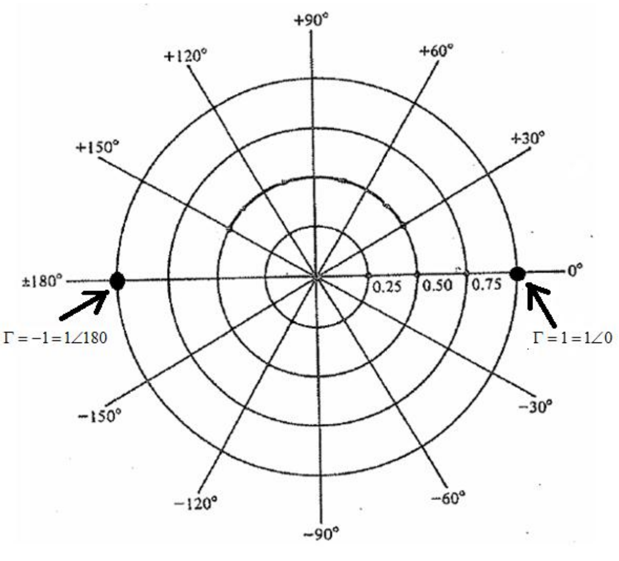
به عنوان مثال :

1 - در محل بار اتصال کوتاه شده ($Z = 0 \;\rightarrow\; \bar{Z} = 0$)

$$\rightarrow \quad \Gamma = \frac{0 - 1}{0 + 1} = -1 \quad \rightarrow \quad 1 \measuredangle 180^\circ$$

2 – برای بار اتصال باز ($Z = \infty \;\rightarrow\; \bar{Z} = \infty$)

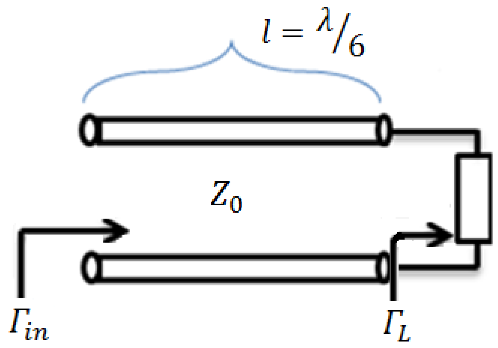
$$\rightarrow \quad \Gamma = \frac{\infty - 1}{\infty + 1} = 1 \quad \rightarrow \quad 1 \measuredangle 0^\circ$$



ب : مثالی برای یافتن $\Gamma_{(d)}$ از روی Γ_L به کمک دیاگرام اسمیت :

مثال 1 : اگر $Z_L = 17.7 + j11.8\,\Omega$ ، متصل به یک خط انتقال بدون اتلاف $l = \lambda/6$ به

امپدانس خط 50 اهم باشد مطلوبست Γ_{in} مدار ؟

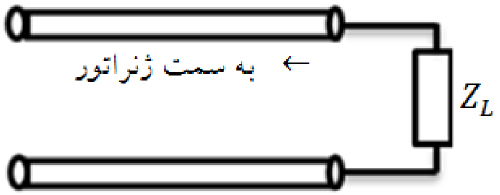


اول Γ_L را محاسبه می کنیم.

$$\Gamma_L = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} = \frac{\bar{Z} - 1}{\bar{Z} + 1} = \frac{17.7 + j11.8 \ - 50}{17.7 + j11.8 + 50} = 0.5\measuredangle 150$$

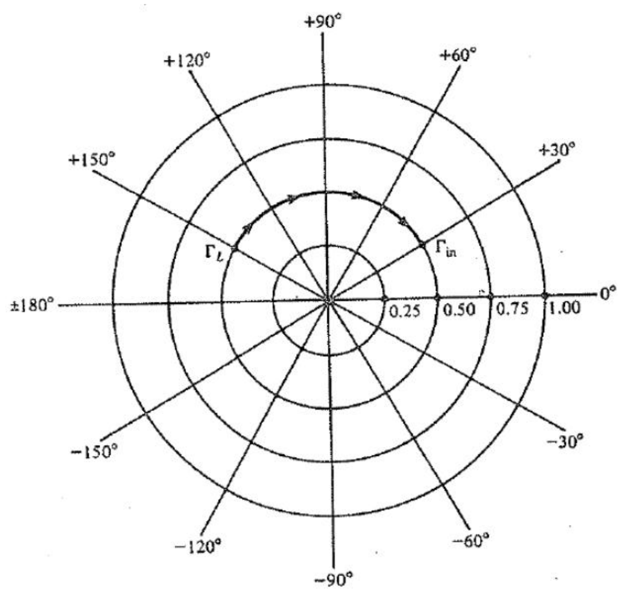
$$\Gamma_{in} = \Gamma_L e^{-2\gamma l} \rightarrow (\alpha = 0) \qquad \Gamma_{in} = \Gamma_L e^{j(-2\beta l)} = |\Gamma_L|\measuredangle\varphi_L - 2\beta l$$

که $|\Gamma_L|$ شعاع دایره می باشد و $-2\beta l$ میزان چرخش در جهت عقربه های ساعت می باشد .



نتیجه : با توجه به اینکه d ، فاصله نقطه تا بار است ضریب انعکاس $\Gamma_{(d)}$ هر نقطه را می توان با چرخش نقطه

Γ_{in} در جهت ژنراتور (عقربه های ساعت) به میزان $2\beta l$ تعیین کرد .



---

5 – 3 بررسی چگونگی تطبیق امپدانس به کمک نمودار اسمیت

راه حل اول : طبق روال بالا با فرض داشتن Γ_L $(Z_L\ ,\ Z_0)$ مقدار $\Gamma_{in} = \Gamma_{(d)}$ را به کمک دیاگرام اسمیت بدست آورده و سپس از طریق رابطه ی $\Gamma_{(d)} = \frac{Z_{in}-Z_0}{Z_{in}+Z_0}$ مقدار Z_{in} را محاسبه می کنیم ، این روش نسبتاً طولانی است .

راه حل دوم : راه کاملاً گرافیکی است .

ابتدا در هر نقطه از دیاگرام اسمیت قطبی، به جای ضریب انعکاس امپدانس نرمالیزه معادل آن را قرار می دهیم .

$$\Gamma = \frac{Z-Z_0}{Z+Z_0} = \frac{\bar{Z}-1}{\bar{Z}+1} \qquad \rightarrow \quad \bar{Z} = \frac{1+\Gamma}{1-\Gamma}$$

$$\bar{Y} = \frac{Y}{Y_0} = \frac{1-\Gamma}{1+\Gamma} = YZ_0$$

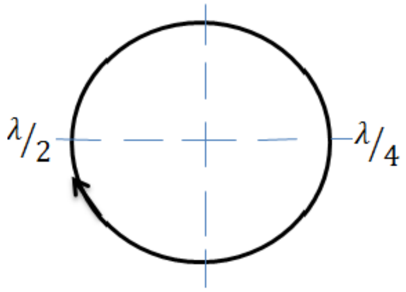
** نکته : اگر امپدانس خط انتقال به جای $Z_0 \leftarrow Z_1$ شود در اینصورت داریم .

$$\bar{Y_1} = YZ_0 \times \frac{Z_1}{Z_0} \quad \Rightarrow \quad \bar{Y_1} = \bar{Y_0}\frac{Z_1}{Z_0}$$

به عنوان مثال :

اتصال کوتاه $\bar{Z} = 0$	$\leftrightarrows$	$\Gamma = -1 = 1\measuredangle 180$
اتصال باز $\bar{Z} = \infty$	$\leftrightarrows$	$\Gamma = 1 = 1\measuredangle 0$
$\bar{Z} = \frac{1}{3}\measuredangle 0$	$\leftrightarrows$	$\Gamma = 0.5\measuredangle 180$
$\bar{Z} = 3\measuredangle 0$	$\leftrightarrows$	$\Gamma = 0.5\measuredangle 0$
$\bar{Z} = 0.6 + j0.8$	$\leftrightarrows$	$\Gamma = 0.5\measuredangle 90$
$\bar{Z} = 0.6 - j0.8$	$\leftrightarrows$	$\Gamma = 0.5\measuredangle -90$

* کل نمودار اسمیت برابر $\lambda/2$ است که نصف مسیر آن برابر $\lambda/4$ است .

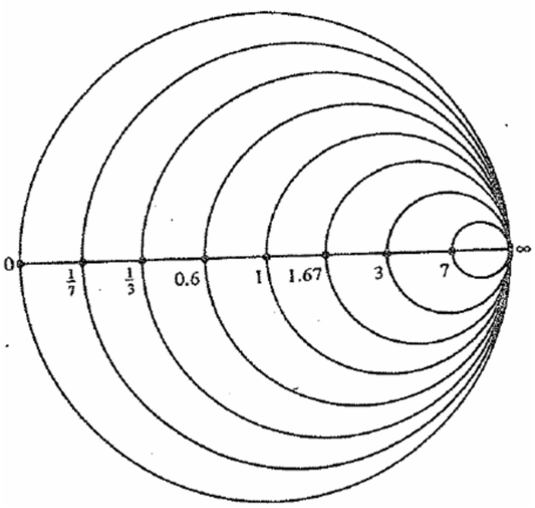


* که $\lambda/4$معادل عکس امپدانس است و در هر $\lambda/2$ امپدانس تکرار می شود.

5 – 4 رسم خطوط $\bar{Z}$ روی نمودار اسمیت

در $\bar{Z} = \bar{r} + j\bar{x}$:

1 – اگر مقدار $\bar{r}$ ثابت باشد و $\bar{x}$ از $-\infty$ تا $+\infty$ برود ، نقاط مکانی متناظر $\left(\Gamma = \frac{\bar{Z}-1}{\bar{Z}+1}\right)$ به شکل دوایر مقاومت ثابت در می آیند .



$$\Gamma = \frac{(\bar{r}-1)+j\bar{x}}{(\bar{r}+1)+j\bar{x}}_{|x=(-\infty,\infty)} = |\Gamma|\measuredangle\varphi$$

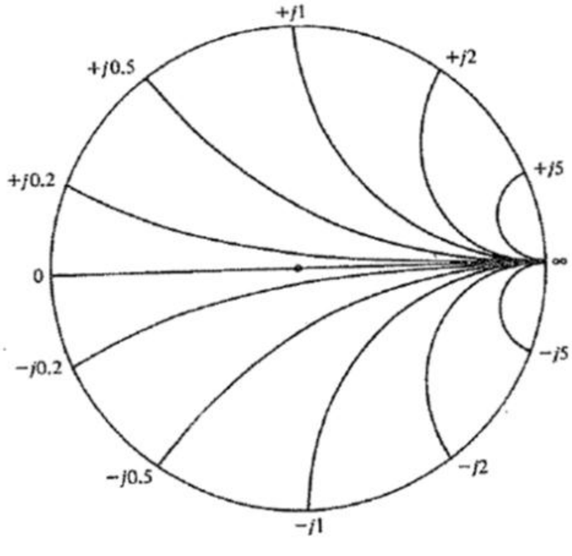
مثال 2 : اگر بار کاملاً موهومی باشد $\bar{Z} = \bar{r} + j\bar{x}$ که $0 = \frac{0}{Z_0} = \frac{R}{Z_0} = \bar{Z}$ است ، در اینصورت :

$$\Gamma = \frac{-1+j\bar{x}}{1+j\bar{x}} = \frac{\sqrt{(-1)^2+(\bar{x})^2}}{(1)^2+(\bar{x})^2} = \measuredangle 180 - 2\tan^{-1}\bar{x} = 1\measuredangle\varphi$$

هر دایره ی بیرونی برای $\bar{Z}$ کاملاً موهومی است .

---

2 – اگر مقدارهای $\bar{x}$ ثابت باشند و $\bar{r}(-\infty,+\infty)$ ، نقاط شکل به صورت زیر در می آیند .



مثال 3 : برای بارهای کاملاً مقاومتی و $\bar{x}$ ، در نتیجه $\bar{Z} = \bar{r} + j0$

$$\Gamma = \frac{\bar{Z} - 1}{\bar{Z} + 1} = \frac{\bar{r} - 1}{\bar{r} + 1} = \left(1 - \frac{2}{\bar{r} + 1}\right) + j(0)$$

پس می توان تمام امپدانس ها و ادمیتانس های موجود را بر روی اسمیت چارت نشان داد .

$$\bar{Z} = \bar{r} + j\bar{x} \qquad \rightarrow \qquad \begin{cases} R \text{ یا } \bar{r}(0\,,\infty\,) \\ X \text{ یا } \bar{x}(-\infty\,,\infty\,) \end{cases}$$

*یک دور کامل روی این دیاگرام اسمیت $(2\pi^{rad})$ مساوی با خطی به طول $\lambda/_2$ است .

اثبات :

$$2\beta d = 2\pi \qquad 2\left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)d = 2\pi \qquad \rightarrow \qquad \mathrm{d} = \lambda/_2$$

یادآوری : در خط $l = n\,\lambda/_2$, $Z_{in} = Z_L$ است ،(با فرض بدون اتلاف بودن)

یادآوری : در خط $l = \lambda/_4$ یا $2\beta d = \pi^{rad}$, $\overline{Z_{in}} = \frac{1}{\overline{Z_L}} = \overline{y_L}$

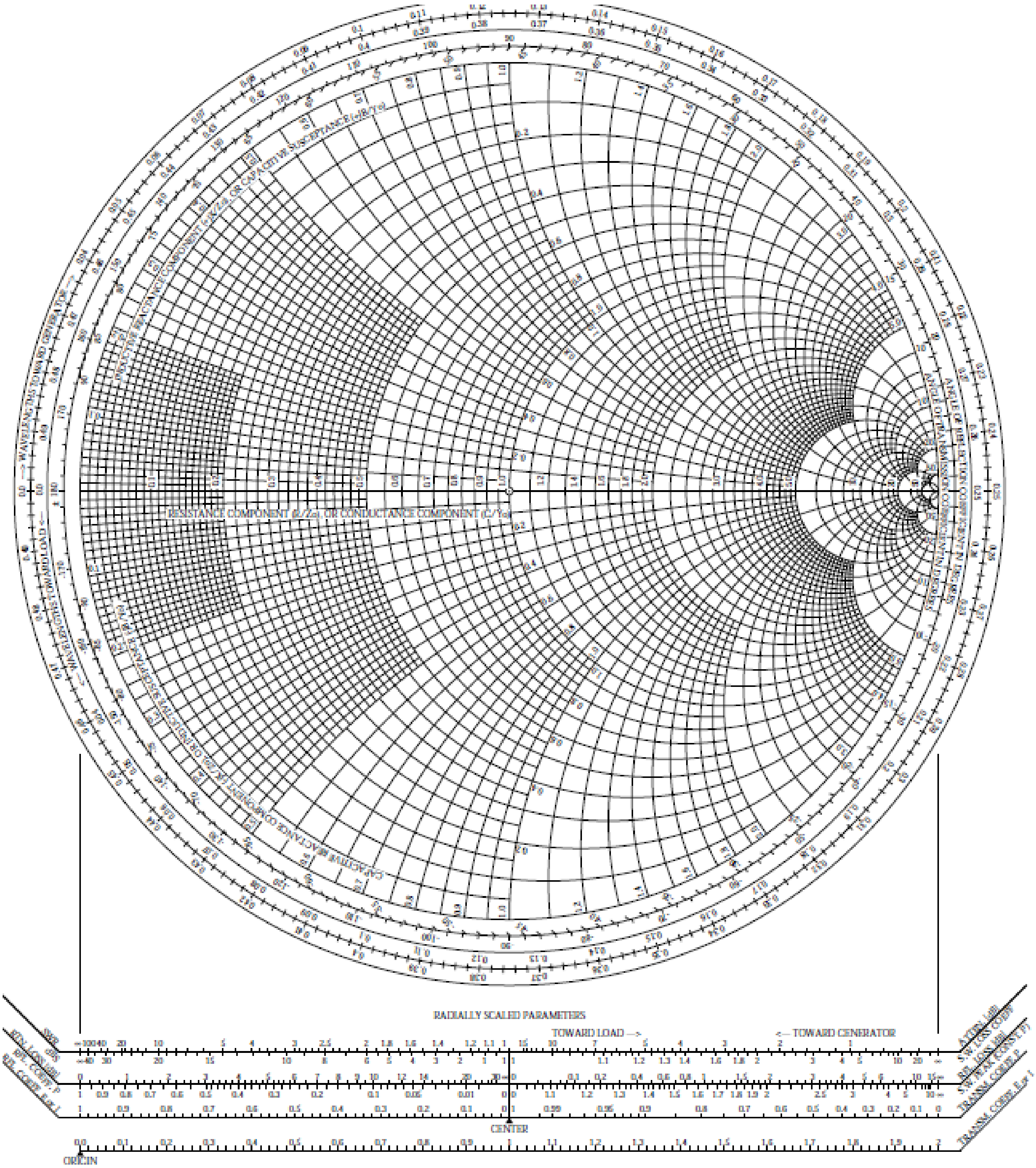
این خط امپدانس را به ادمیتانس و بلعکس تبدیل می کند .

$\bar{y}$ مربوط به هر $\bar{Z}$ در همان شعاع دایره ای $\bar{Z}$ اما با 180 درجه اختلاف فاز قابل مشاهده است .

مثال 4 :

$$\bar{Z} = 0.1 + j0.2 \qquad \rightarrow \qquad \bar{y} = 2 - j4$$

$$\bar{Z} = 0 + j = 1\measuredangle 90 \qquad \rightarrow \qquad \bar{y} = 0 - j$$


RESISTANCE COMPONENT (R/Zo), OR CONDUCTANCE COMPONENT (G/Yo)
RADIALLY SCALED PARAMETERS
TOWARD LOAD —>
<— TOWARD GENERATOR
CENTER
ORIGIN

اندازه گیری SWR از روی شکل :

یادآوری :

$$\Gamma = \frac{\bar{Z}-1}{\bar{Z}+1} \quad , \quad \bar{Z} = \frac{1+\Gamma}{1-\Gamma} = \frac{1+|\Gamma|\measuredangle\varphi}{1-|\Gamma|\measuredangle\varphi}$$

$$SWR = \frac{1+|\Gamma|}{1-|\Gamma|}$$

از روی Γ می توان $\bar{Z}$ را به دست آورد و همچنین از روی Γ می توان SWR را محاسبه کرد .

شرط اینکه $\bar{Z} = SWR$ برابر باشد این است که $\varphi = 0$ باشد .

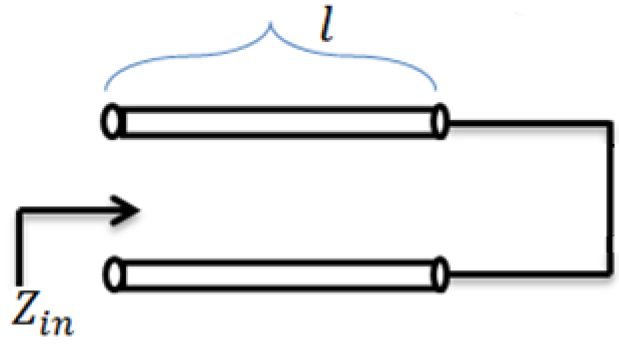
$$\varphi = 0 \quad \Rightarrow \quad \Gamma = |\Gamma|\measuredangle\varphi = 0 \qquad \Rightarrow \quad \bar{Z} = \frac{1+|\Gamma|\measuredangle 0}{1-|\Gamma|\measuredangle 0} = SWR = \frac{1+|\Gamma|}{1-|\Gamma|}$$

$|\Gamma|$ برابر است با شعاع دایره ، که برابر است با فاصله ی $\bar{Z}$ تا مرکز

$SWR = \bar{Z} = \bar{r}$: روی منحنی Γ در $\varphi = 0$

مثال 5 :

در مدار شکل زیر اگر امپدانس مشخصه ی خط برابر 50 اهم و امپدانس بار 50+j100 باشد و طول خط انتقال $\lambda/4$ باشد ، مطلوبست امپدانس ورودی مدار ، محاسبه ی $VSWR$ ؟



ابتدا امپدانس بار نرمالیزه شده را محاسبه می کنیم .

$$\bar{Z}_L = \frac{Z_L}{Z_0} = \frac{50 + j100}{50} = 1 + j2$$

1 – ابتدا مکان $\bar{Z}_L$ مشخص شده و سپس دایره Γ مربوطه رسم می شود

2 – تعیین محل Γ_L :

$$\Gamma_L = |\Gamma_L| \measuredangle \varphi = 0.71 \measuredangle 45^\circ$$

3 – تعیین محل Γ_{in} :

$$\begin{cases} \Gamma_{in} = \Gamma_L \measuredangle -2\beta l \\ -2\beta l = -2\left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)\frac{\lambda}{4} = -\pi \end{cases}$$

$$\Rightarrow \quad \Gamma_{in} = \Gamma_L \measuredangle -\pi = 0.71 \measuredangle \frac{\pi}{4} - \pi = 0.71 \measuredangle {}^{-3\pi}/_{4}{}^{rad} = 0.71 \measuredangle -135^\circ$$

از روی شکل $\overline{Z_{in}}$ بدست می آید .

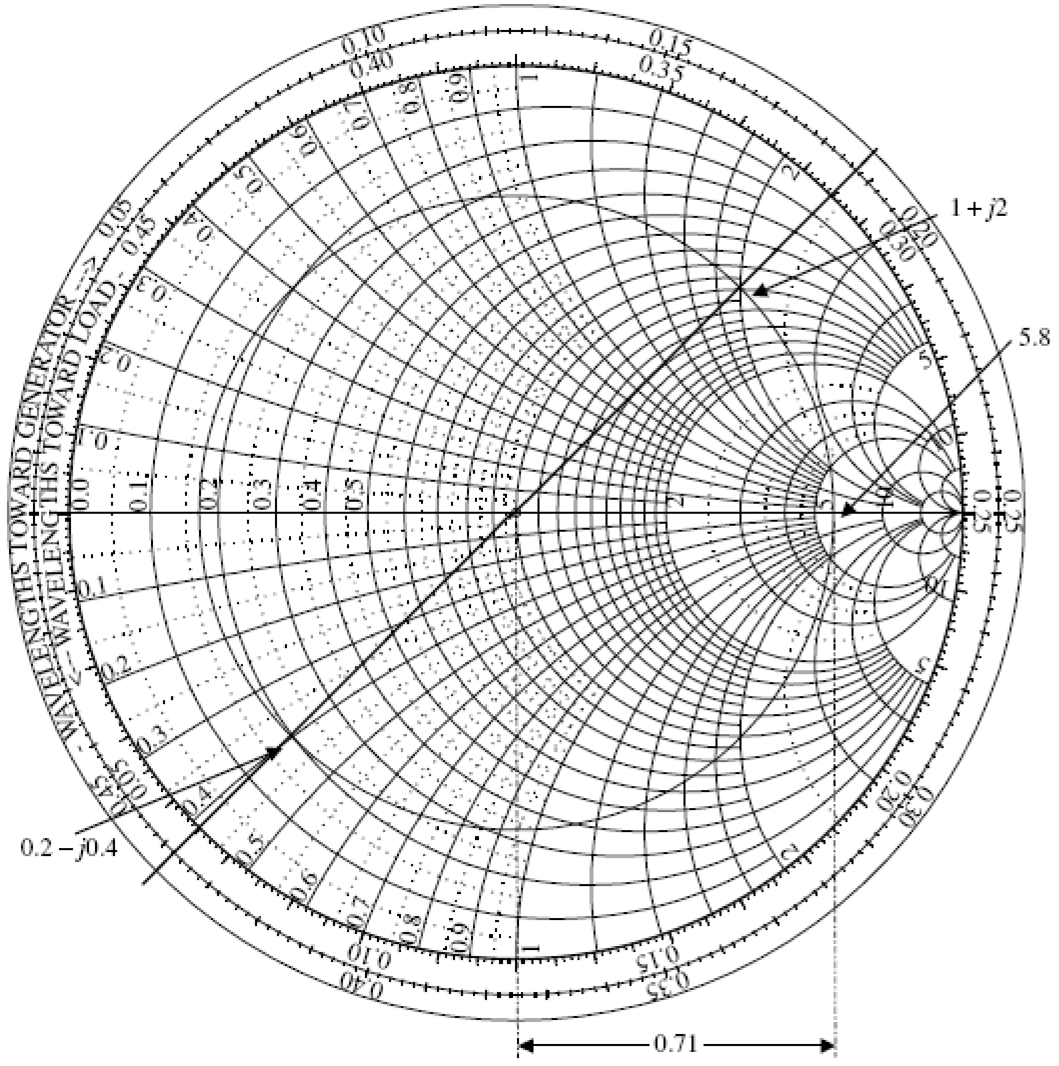
$$\overline{Z_{in}} = 0.2 - j0.4$$

$$Z_{in} = \overline{Z_{in}} \times Z_0 = 50(0.2 - j0.4) = 10 - j20$$

محاسبه ی $VSWR$:

$VSWR$: مقاومت محل برخورد خط $\bar{x}$ با دایره $\Gamma = 0.71$

$$\Rightarrow \quad VSWR = 5.8$$



مثال 6 :

یک خط انتقال بدون اتلاف 75 اهمی به امپدانس بار $ZL = 150 + j150\Omega$ متصل شده است . با استفاده از دیاگرام اسمیت مطلوبست محاسبه ی :

a) Γ_L , b) $VSWR$, c) Z_{in} در مسافت $0.375\ \lambda m$

d) کوچکترین مقدار l برای اینکه Z_{in} کاملاً اهمی شود . $0 < l < 0.375\ \lambda m$

e) این مقدار Z_{in} چقدر است ؟

$$\overline{Z_L} = \frac{150 + j150}{75} = 2 + j2$$

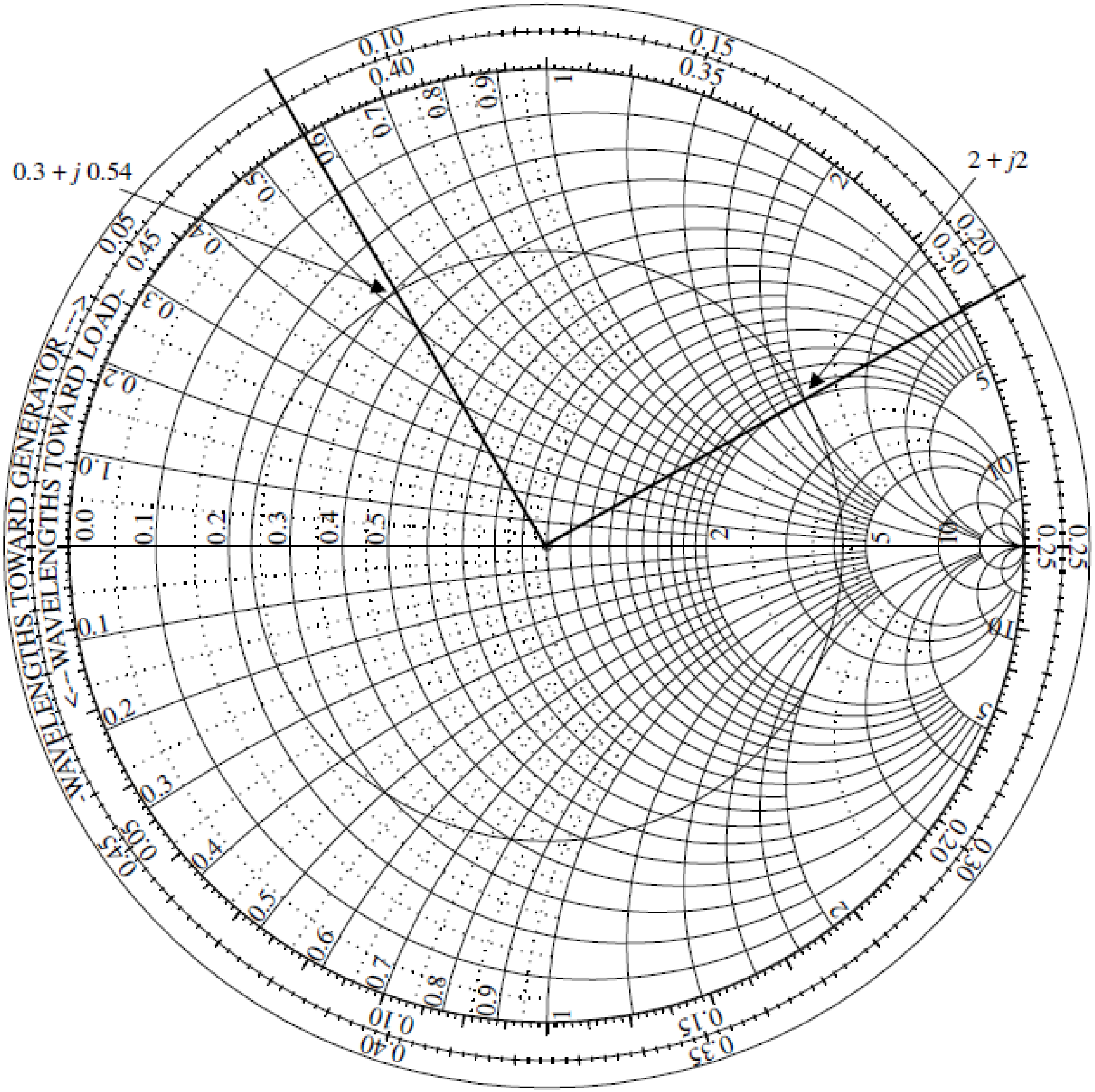
آن گاه تعیین محل $\overline{Z_L}$ روی نمودار اسمیت ، که در این صورت می توان Γ_L , $VSWR$ را محاسبه کرد .

$$\Gamma_L = 0.62\measuredangle 30^\circ \qquad , \qquad VSWR = 4.25$$

اندازه گیری $\overline{Z_{in}}$: ابتدا نقطه $\overline{Z_L}$ را به میزان $0.375\,\lambda$ به سمت ژنراتور می چرخانیم .

$$0.375\,\lambda + 0.209\lambda = 0.584\lambda \qquad \rightarrow \qquad 0.584\lambda - 0.5\lambda = 0.084\lambda$$

$$\overline{Z_{in}} = 0.3 + j0.54 \qquad , \qquad Z_{in} = 75(0.3 + j0.54) = 22.5 + j40.5\ \Omega$$



d)

برای اینکه کاملاً اهمی شود باید مقدار ضریب j صفر شود در نتیجه به طرف پایین می چرخانیم تا روی محور افقی که در آنجا مقدار موهومی نداریم . و بعد فاصله λ که چرخیدم را حساب می کنیم و زاویه را نیز محاسبه می کنیم .

$$l = 0.25\,\lambda - 0.209\,\lambda = 0.041\,\lambda m$$

e)

$\overline{Z_{in}} = \bar{r} = 4.25 \qquad , \qquad Z_{in} = R = 4.25 \times 75 = 318.75\,\Omega$

نکته : در $l = 0.041\,\lambda + 0.25\,\lambda = 0.291\,\lambda m$ نیز امپدانس Z_{in} کاملاً اهمی می شود .

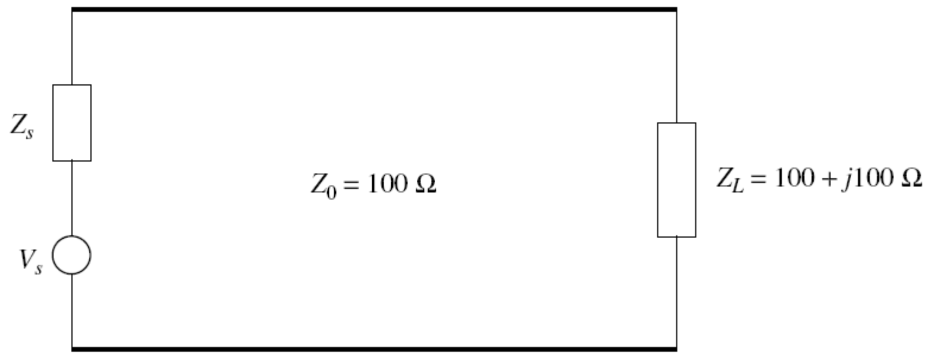
که از روی شکل اگر به اندازه ی $\frac{\lambda}{4}$ به سمت ژنراتور حرکت کنیم خواهیم داشت .

$\overline{Z_{in}} = 0.23 \qquad , \qquad Z_{in} = 0.23 \times 75 = 17.25\,\Omega$

یا می توان از معادله ی قبلی نیز بصورت زیر محاسبه کرد .

$\overline{Z_{in}} = \frac{1}{4.25} = 0.23 \qquad , \qquad Z_{in} = 0.23 \times 75 = 17.25\,\Omega$

مثال 7 : یک خط بدون تلف 100 اهمی به یک امپدانس ZL = 100 + j100 متصل شده است ، اگر طول موج کار مدار $\lambda = 5\ cm$ باشد ، مطلوبست از این مکان V_{max} و اولین مکان V_{min} و $VSWR$ ؟



ابتدا محاسبه ی امپدانس نرمالیزه

$$\overline{Z_L} = \frac{100 + j100}{100} = 1 + j$$

رسم دایره $|\Gamma|$ و تعیین محل برخورد آن با محور $\overline{x}$ با دایره $|\Gamma|$ ، که در نتیجه از روی آن $VSWR$ را

محاسبه می کنیم .

$$VSWR = 2.6$$

طول معادل در نقطه بار برابر است با $0.162\,\lambda$ (از بار $\overline{0.43}\,\Omega$)

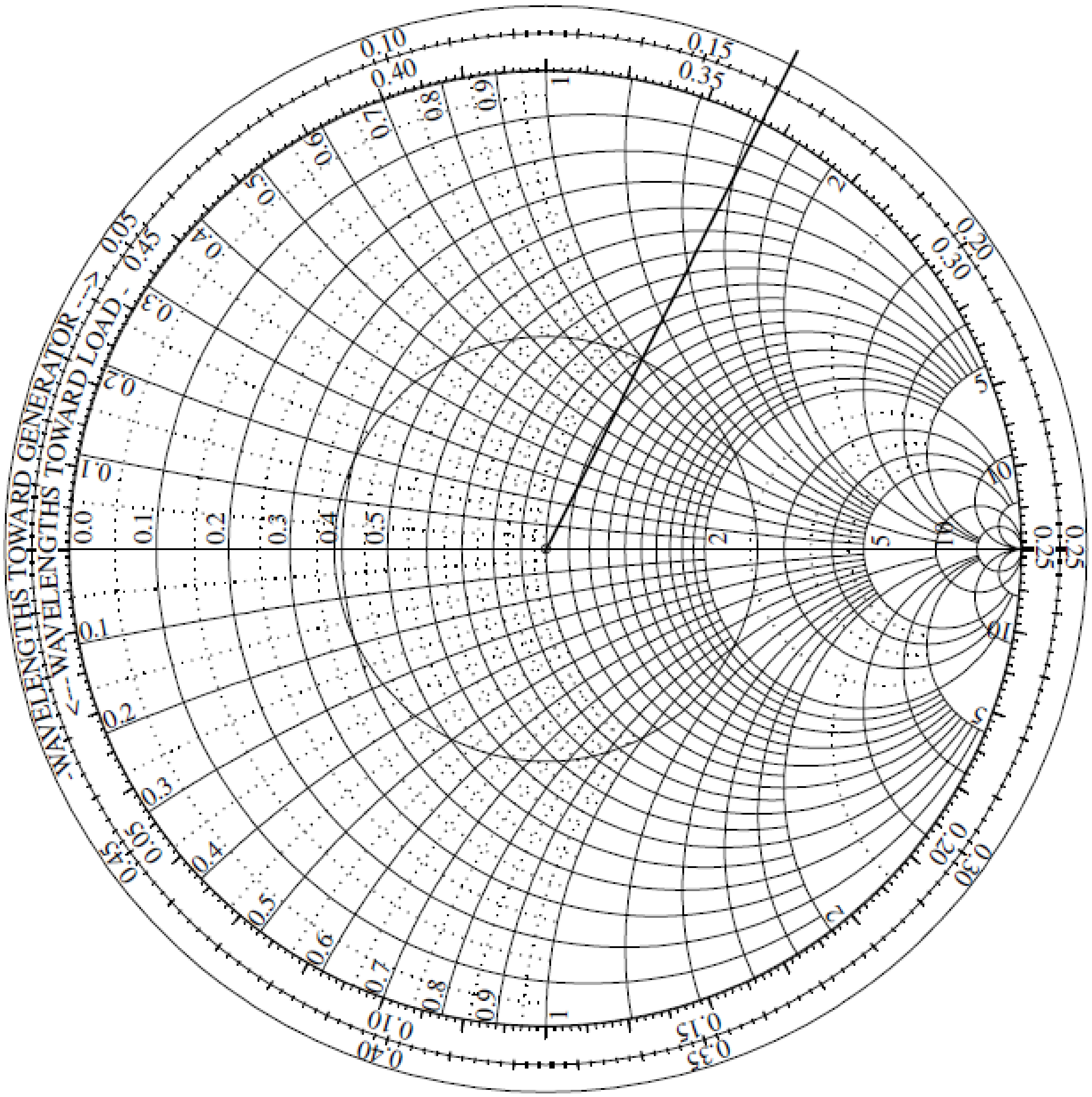
حداکثر ولتاژ در $\frac{\lambda}{4}$ مشاهده می شود .

$l = 0.25\,\lambda - 0.162\,\lambda = 0.088\,\lambda = 0.44\,cm$ مورد نیاز

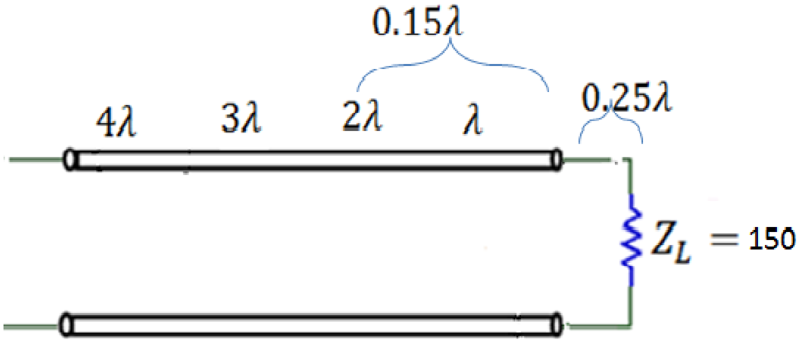
حداقل ولتاژ در $\frac{\lambda}{2}$ مشاهده می شود .

$l = 0.5\,\lambda - 0.162\,\lambda = 0.338\,\lambda = 1.692\,cm$ مورد نیاز

روش ترسیمی با استفاده از نمودار اسمیت



مثال 8 : یک بار 150 اهمی به انتهای یک خط 75 اهمی متصل شده است ، مطلوبست امپدانس دیده شده از مکان های 2.15λ , 3.75λ از بار ؟



$A:\ 2.15\lambda = 4(0.5\lambda) + 0.15\lambda = 0.15\lambda$

$\lambda_{eq} = (0.15 + 0.25)\lambda = 0.4\lambda$

بعد از نقطه ی $\overline{Z_L} = 2$ به اندازه 0.4λ به سمت ژنراتورحرکت می کنیم .

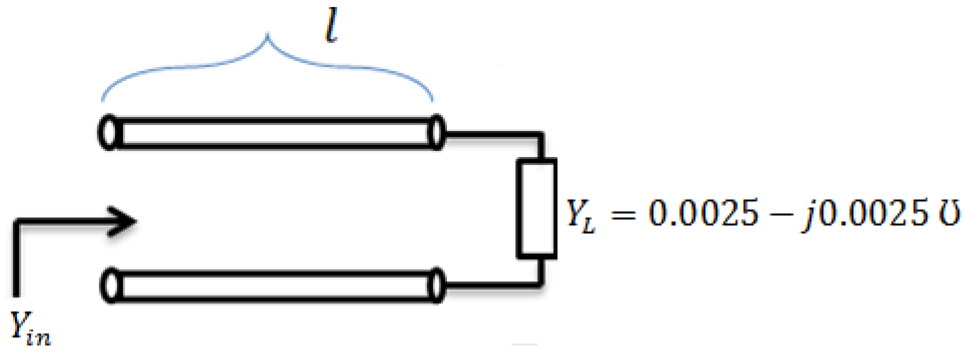
$\overline{Z_{in}} = 0.68 - j0.48 \quad , \quad Z_{in} = 75(0.68 - j0.48) = 51 - j36\ \Omega$

$B:\ 3.75\lambda = 7(0.5\lambda) + 0.25\lambda = 0.25\lambda$

$\overline{Z_{in}} = 0.5 \quad , \quad Z_{in} = 75(0.5) = 37.5\ \Omega$

مثال 9 : یک خط انتقال 100 اهمی بدون تلف به ادمیتانس $0.0025 - j0.0025\ \mho$ ختم شده است

مطلوب است امپدانس در فاصله ی $3.15\ \lambda$ دورتر از بار و اندازه ی $VSWR$ این خط ؟



$l = 3.15\ \lambda = (6(0.5) + 0.15\ )\lambda \quad \rightarrow \quad l_{eq} = 0.15\ \lambda$

تعیین مکان ادمیتانس

$$\overline{y_L} = \frac{y_L}{y_0} = y_L \,.\, Z_0 = 0.25 - j0.25 = 0.25(1 - j)$$

$$\rightarrow \qquad VSWR = 4.3$$

حرکت به میزان $l = 0.15\,\lambda$ به سمت ژنراتور

$$\rightarrow \qquad (0.46 + 0.15\,)\lambda = 0.61\lambda \qquad \rightarrow \qquad 0.61\lambda = (0.5 + 0.11)\lambda = 0.11\lambda$$

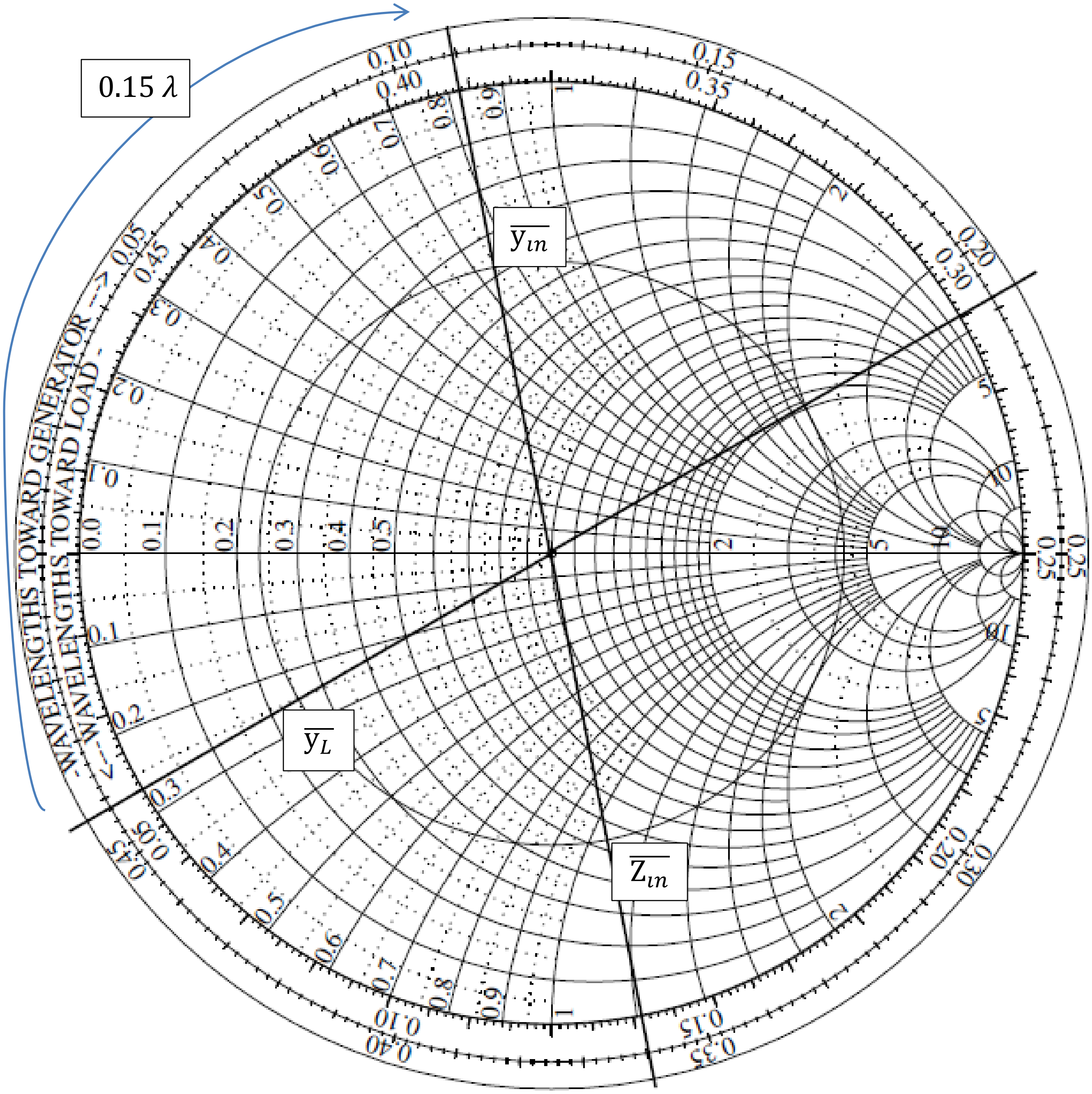
$$\overline{y_{in}} = 0.37 + j0.75$$

محاسبه ی امپدانس ورودی : برای محاسبه ی امپدانس ورودی باید عکس ادمیتانس ورودی را حساب کنیم که برای این کار باید چرخشی به اندازه ی π رادیان یا $\frac{\lambda}{4}$ داشته باشیم .

$$\overline{Z_{in}} = 0.55 - j1.08$$

$$Z_{in} = \overline{Z_{in}} \times Z_0 = (0.55 - j1.08\,)(100) = 55 - j10.8\,\Omega$$

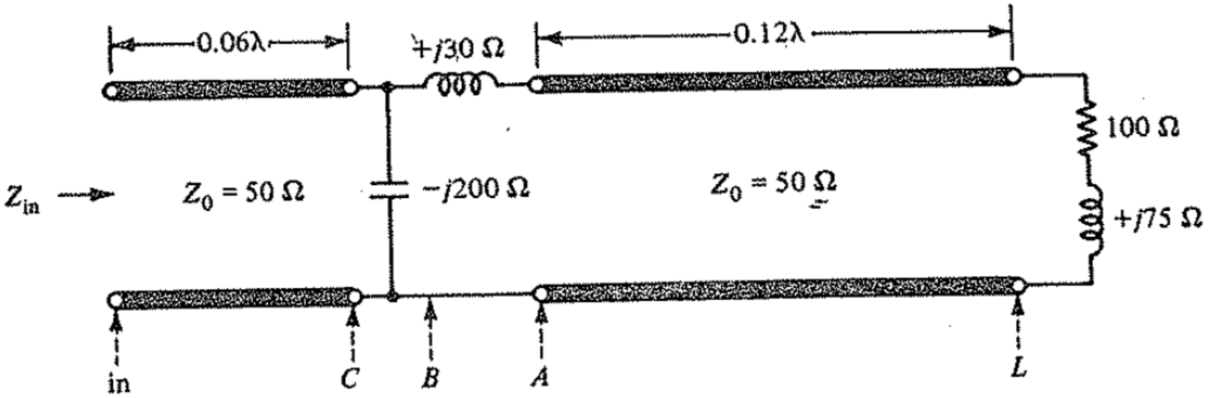
در شکل زیر روی نمودار اسمیت نمایش داده شده است .



0.15 λ
$\overline{y_{in}}$
$\overline{y_L}$
$\overline{Z_{in}}$
- WAVELENGTHS TOWARD GENERATOR —>
<— WAVELENGTHS TOWARD LOAD -

مثال 10 : خطی به طول 0.18λ داریم که به انتهای آن یک امپدانس $100 + j75$ متصل است مطلوب

است امپدانس ورودی اگر مدار LC در نقطه 0.12λ از بار قرار گیرد ؟



$$\overline{Z_L} = \frac{Z_L}{Z_0} = \frac{100 + j75}{50} = 2 + j1.5$$

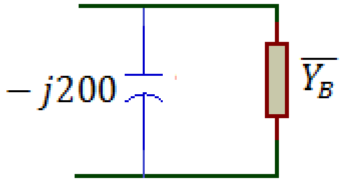
ابتدا مکان $\overline{Z_L}$ را روی نمودار اسمیت پیدا می کنیم ، بعد به اندازه ی 0.12λ به سمت ژنراتور می چرخانیم .

$$(0.21 + 0.12\,)\lambda = 0.33\,\lambda \qquad \rightarrow \qquad \overline{Z_A} = 1 - j1.3\,\Omega$$

$$\overline{Z_B} = \overline{Z_A} + \frac{j30}{Z_0 = 50} = 1 - j1.3 + j0.6 = 1 - j0.7\,\Omega$$

بعد ادمیتانس نقطه ی B را محاسبه می کنیم که برای این کار امپدانس را به اندازه ی 180 درجه یا $\frac{\lambda}{4}$

می چرخانیم .



$$\overline{Y_B} = 0.67 + j0.47$$

$$Z = -j200 \;\; \rightarrow \;\; Y = \frac{1}{-j200} = \frac{1}{200}j \;\;, \quad \overline{Y} = Y \times Z_0 = \frac{1}{200}j \times 50 = 0.25j$$

$$\overline{Y_C} = \overline{Y_B} + j0.25 = 0.67 + j0.72$$

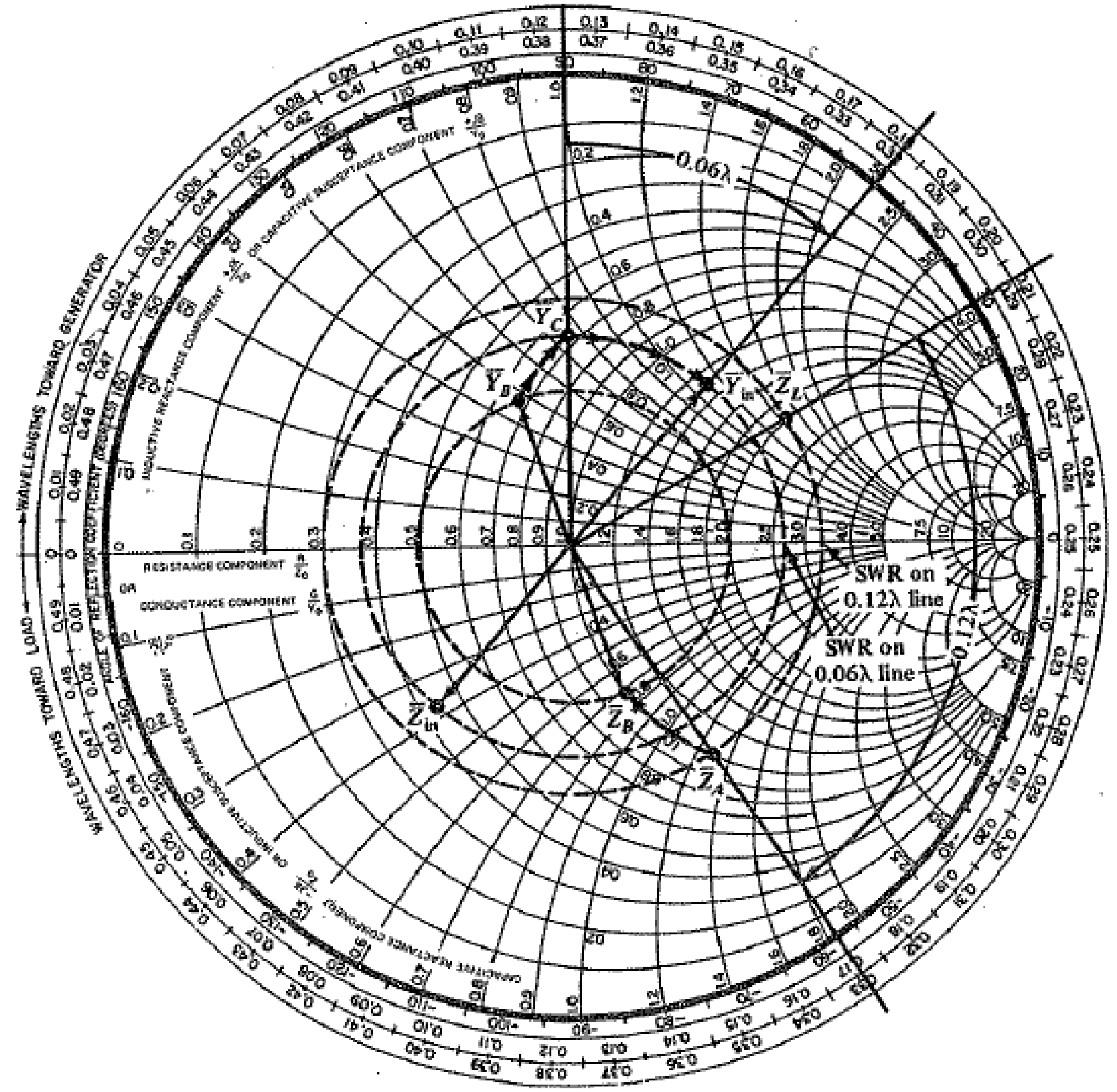
برای بدست آوردن $\overline{Y_{in}}$ ، $\overline{Y_C}$ را به میزان $0.06\,\lambda$ به سمت ژنراتور می چرخانیم .

$d = (0.125 + 0.06\,)\lambda = 0.185\,\lambda$ جدید

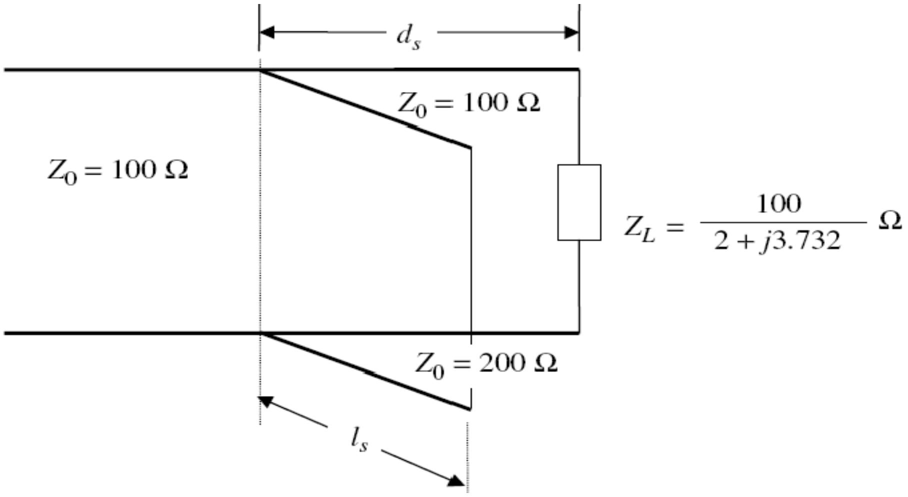
$\rightarrow \quad \overline{Y_{in}} = 1.3 + j1.1$

با چرخش 180 درجه $\overline{Y_{in}}$ خواهیم داشت :

$\overline{Z_{in}} = 0.44 - j0.38 \qquad , \qquad Z_{in} = 50(0.44 - j0.38) = 22 - j19\ \Omega$



مثال 11 : یک خط انتقال 100 اهم متصل به بار $\frac{100}{(2+j3.732)}$ توسط یک استاب بدون تلف اتصال کوتاه شده ، تطبیق شده است . اگر امپدانس مشخصه استاب ، 200 اهم باشد مطلوبست نزدیکترین مکان به بار و طول استاب به کمک نمودار اسمیت ؟



گام اول تعیین $\overline{Y_L}$

$$\overline{Y_L} = \frac{1}{\overline{Z_L}} = \frac{Z_0}{Z_L} = 2 + j3.732$$

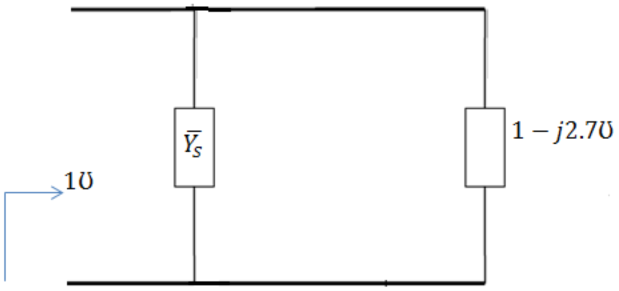
حال d_s را زیاد می کنیم (حرکت به سمت ژنراتور) ، اولین مکانی که قسمت حقیقی Y_A مساوی یک شود

در $d_s = (0.3 - 0.21)\lambda = 0.083\lambda$ و ادمیتانس $\overline{Y_A} = 1 - j2.7$ است .

در مکان دومی که خیلی دورتر است داریم .

$$d_s = (0.5 + 0.2)\lambda - 0.21\lambda = 0.483\lambda$$

چون طول استاب خیلی دورتر است روش دوم را استفاده نمی کنیم .

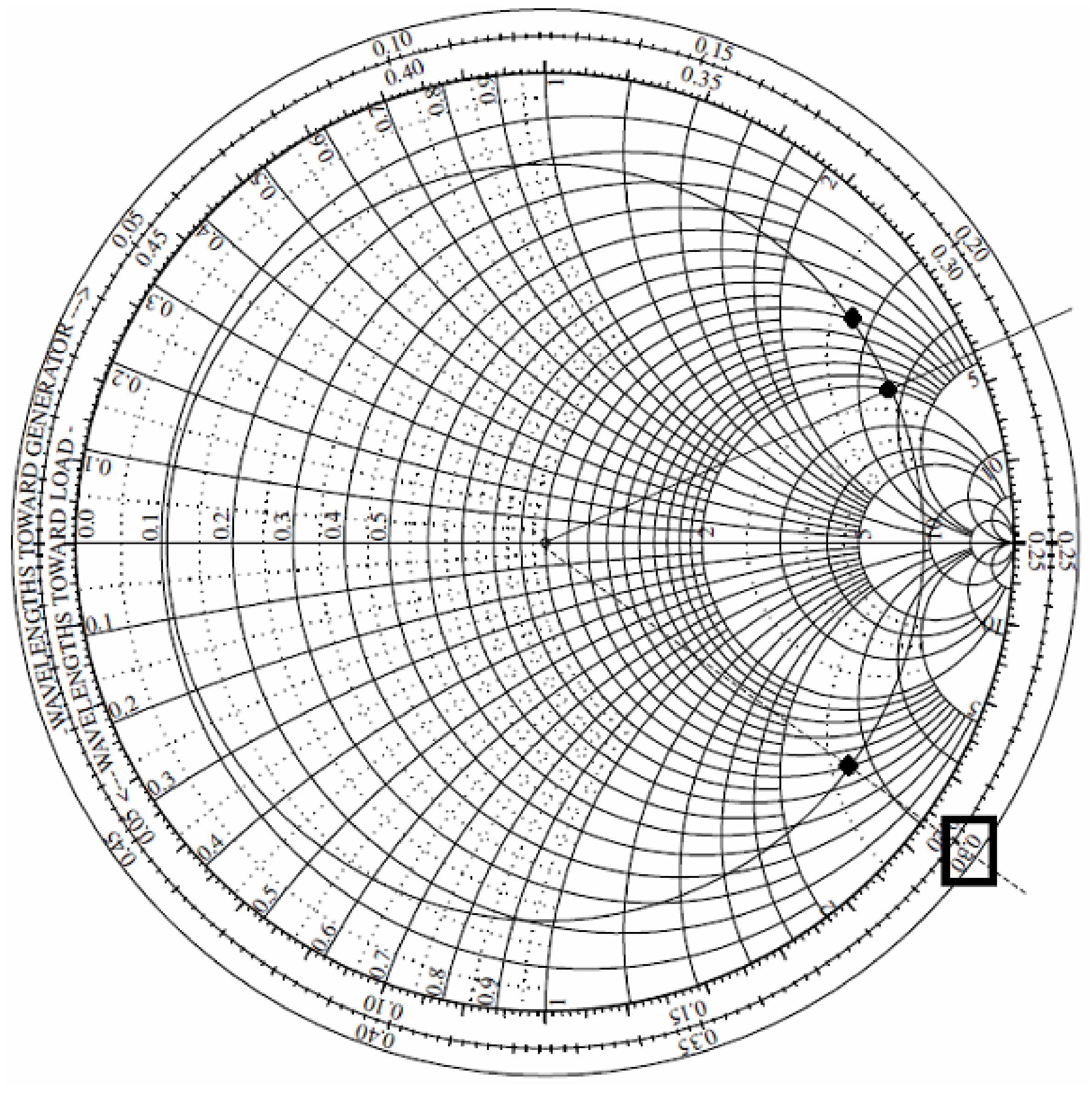


$$\overline{Y_{stab}} = j2.7 | Z_0 = 100 \quad \leftarrow \quad \begin{cases} \overline{Y_{in}} = 1 + j0 \\ \overline{Y_A} = 1 - j2.7 \end{cases}$$

با توجه به اینکه در استاب $Z_0 = 200\ \Omega$ است داریم .

$$1\mho = \overline{Y_S} + (1 - j2.7) \quad \rightarrow \quad \overline{Y_S} = j2.7\ \mho$$

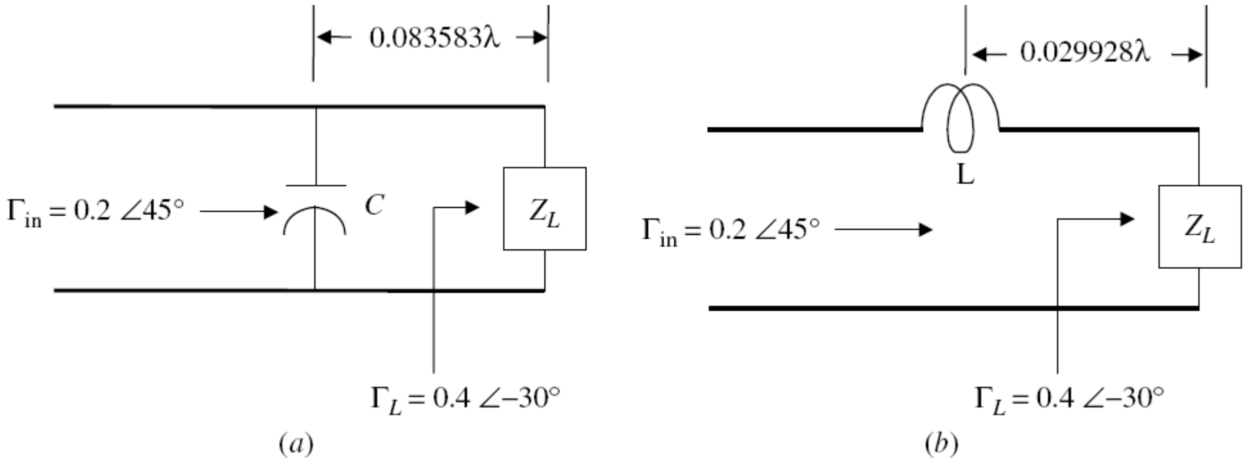
$$\overline{Y_{stab}} = j2.7 \left(\frac{200}{100}\right) = j5.4 \quad \rightarrow \quad \overline{Z_{stab}} = \frac{1}{\overline{Y_{stab}}} = -j0.185$$



مثال 12 : می خواهیم یک بار با ضریب انعکاس $\Gamma_L = 0.4\measuredangle -30^{\circ}$ را تبدیل به $\Gamma_{in} = 0.2\measuredangle 45^{\circ}$ کنیم .

در شکل زیر ، دو مدار نشان داده شده که اطلاعات آنها ناقص است .

برای فرکانس های 4 گیگاهرتز ، مدارها را اصلاح یا تکمیل کنید . امپدانس مشخصه آن 50 اهم فرض شده است .



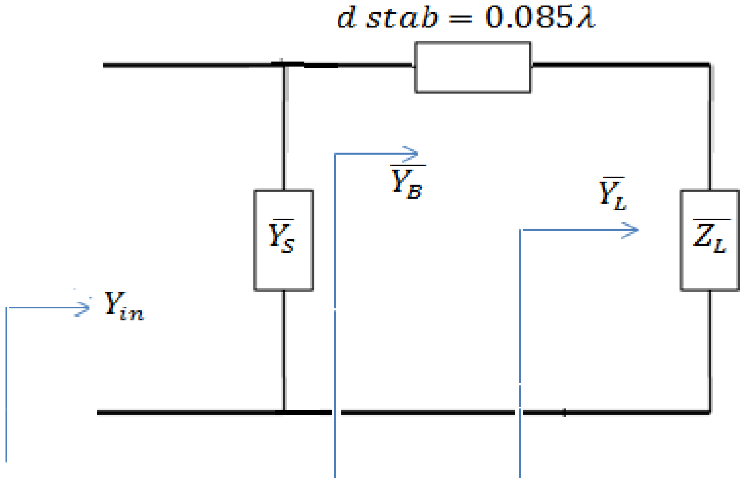
حل مدار a :

قدم اول : رسم دایره به شعاع $|\Gamma_L| = 0.4$ با مرکز صفر

قدم دوم : تعیین $\Gamma_L = 0.4\measuredangle -30^{\circ}$ روی نمودار اسمیت ، بعد از روی آن $\overline{Z_L}$ متناظر را تعیین می کنیم .

$\overline{Z_L} = 1.8 - j0.9 \quad \rightarrow$ با چرخش 180 درجه : $\overline{Y_L} = 0.45 + j0.22$

طول استاب برابر است با : $d = (0.126 - 0.042\,)\lambda = 0.085\lambda$



$$\overline{Y_{in}} = \frac{1-\Gamma_{in}}{1+\Gamma_{in}} = \frac{1-0.2\measuredangle 45^{\circ}}{1+0.2\measuredangle 45^{\circ}} = 0.73 - j0.21$$

نکته : $\bar{Y}$ در شکل چون سلف یا خازن است فقط قسمت موهومی را می تواند تغییر دهد و دوایر حقیقی را نمی تواند جابجا کند .

هدف محاسبه $\overline{Y_{in}}$:

$$\overline{Y_B} = 0.73 + j0.69$$

$$\bar{Y} = \overline{Y_{in}} - \overline{Y_B} = (0.73 - j0.21\,) - (0.73 + j0.69\,) = -j0.9$$

از روی نمودار اسمیت نیز می توان مقدار $\bar{Y}$ را بدست آورد ،

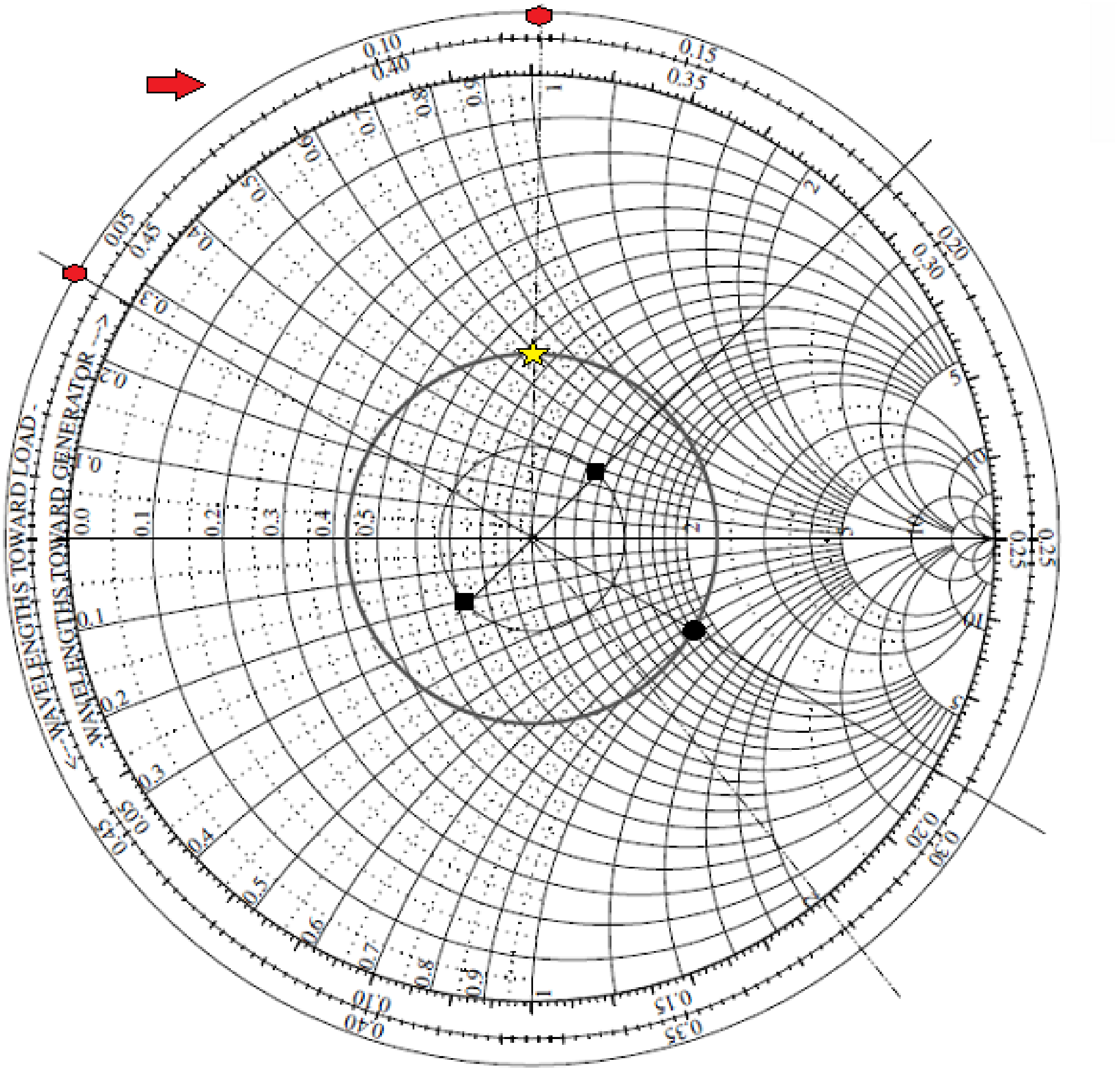
$$(-0.2j - j0.7\,) = -j0.9$$

$$\bar{Z} = \frac{1}{-j0.9} = \frac{j}{0.9} \qquad \rightarrow \qquad \acute{Z} = \frac{j}{0.9} \times 50$$

که این معادل یک سلف است در حالیکه در شکل خازن گذاشته شده است ، در نتیجه باید جای آن را با سلف عوض کنیم .

در صفحه ی بعد رسم گرافیکی آن به کمک نمودار اسمیت نشان داده شده است .

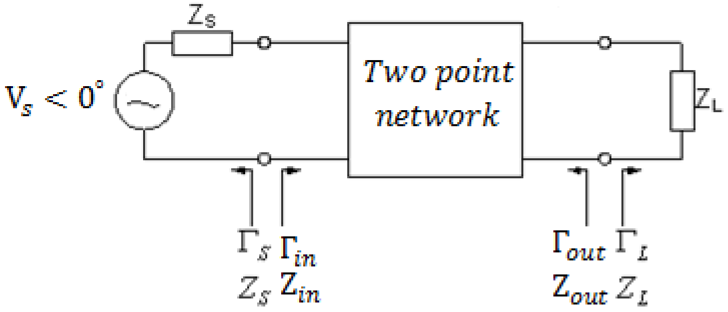
** تمرین : مدار شکل b را به عنوان تمرین محاسبه کنید و اصلاحات لازم را انجام دهید .


<-- WAVELENGTHS TOWARD LOAD -
WAVELENGTHS TOWARD GENERATOR -->

فصل ششم :

پایداری : Stability consideration

1-6 پایداری تقویت کننده ها :



برای اینکه مدار دارای پایداری قطعی (unconditional stability) داشته باشد باید چهار شرط زیر برقرار باشد .

1) $|\Gamma_s| < 1$
2) $|\Gamma_L| < 1$
3) $|\Gamma_{in}| = \left|s_{11} + \frac{s_{21}s_{12}\Gamma_L}{1-s_{22}\Gamma_L}\right| < 1$
4) $|\Gamma_{out}| = \left|s_{22} + \frac{s_{21}s_{12}\Gamma_s}{1-s_{11}\Gamma_s}\right| < 1$

اندازه ی تمامی ضرایب انعکاس کوچکتر از یک باشد .

به جای دو شرط 3 و 4 می توان شروط زیر را استفاده کرد .

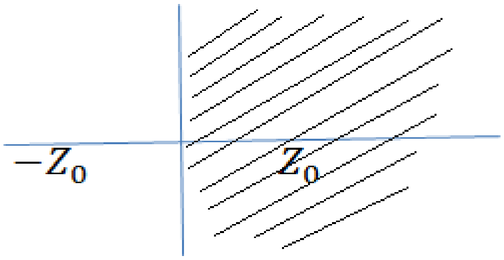
$$|\Delta| < 1$$

$$k = \frac{1 - |s_{11}|^2 - |s_{22}|^2 + |\Delta|^2}{2|s_{21}s_{12}|} > 1$$

** پسیو یعنی همیشه مصرف کننده است نه تولید کننده

$$Re\{Z(s)\} > 0 \quad \Rightarrow \quad |\Gamma_s| < 1$$

$$\Gamma_s = \frac{Z_s - Z_0}{Z_s + Z_0} \quad \longrightarrow \quad |Z_s - Z_0| < |Z_s + Z_0| \quad \longrightarrow \quad |Z_s - Z_0| < |Z_s - (-Z_0)|$$



به عبارت دیگر در صورت پسیو بودن امپدانس های منبع و بار و برقراری شرط $|\Delta|$, k می توان گفت تقویت کننده به طور قطعی پایدار است .

$$\begin{cases} Re\{Z_s\} > 0 \quad \Rightarrow \quad |\Gamma_s| < 1 \\ Re\{Z_L\} > 0 \quad \Rightarrow \quad |\Gamma_L| < 1 \end{cases}$$

حال اگر یک یا دو شرط $|\Delta|$, k برقرار نباشد باز هم ممکن است برای مقادیر مشخصی از امپدانس های بار و ژنراتور پایدار باشد در اینصورت به آن مدار پایدار مشروط می گویند .

*برای تعیین نقاط پایداری مشروط باید ابتدا دوایر پایداری ورودی و خروجی را پیدا کنیم و سپس تعیین کنیم داخل یا بیرون آن دوایر پایداری هست یا خیر .

2-6 روش ترسیمی تعیین نقاط پایداری :

*دایره پایداری ورودی :

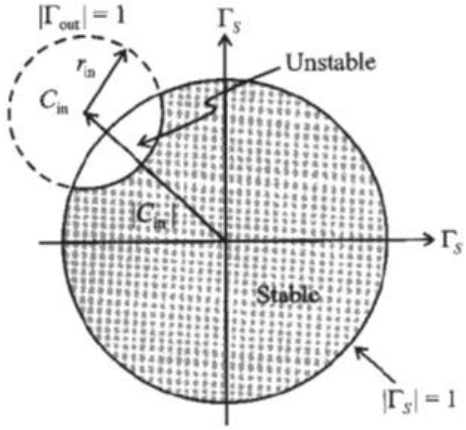
$$C_s = C_{in} = \frac{(s_{11} - \Delta s_{22}^{*})^{*}}{|s_{11}|^2 - |\Delta|^2} \qquad (1-6) \text{ مرکز}$$

$$r_s = r_{in} = \left|\frac{s_{12}s_{21}}{|\Delta|^2 - |s_{11}|^2}\right| \qquad (2-6) \text{ شعاع}$$

دایره بدست آمده نشان دهنده ی نقاطی است که $|\Gamma_{out}|$ آنها مساوی 1 است ، به آن سمتی از دایره که $|\Gamma_{out}| > 1$ است ناپایدار می باشد و به آن سمتی از دایره که $|\Gamma_{out}| < 1$ است پایدار گفته می شود.

*ابتدا آن 4 شرط پایداری را بررسی می کنیم ، شرط 1 و 2 باید برقرار باشد و بعد شرط 3 و 4 را بررسی کرده و نقاطی که در آن شرط ها صدق می کند را پیدا می کنیم و اشتراک آن نقاط قسمت پایداری می شود .

به آن سمتی از دایره که $|\Gamma_{out}| > 1$ است ناپایدار و به آن قسمتی از دایره که $|\Gamma_{out}| < 1$ باشد پایدار گفته می شود .

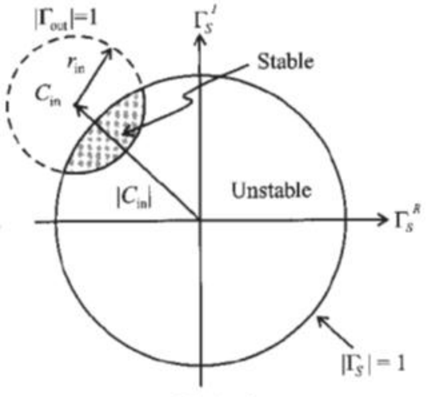


$if\ :\ |s_{22}| < 1 \quad \rightarrow \quad \Gamma_s = 0$ یک نقطه پایداری

$$if\ :\ \Gamma_s = 0 \quad \rightarrow \quad |\Gamma_{out}| = \left|s_{22} + \frac{s_{21}s_{12}\Gamma_s}{1 - s_{11}\Gamma_s}\right| < 1 \quad \rightarrow \quad |\Gamma_{out}| = |s_{22}| < 1$$

یعنی ناحیه ی هاشور خورده ، ناحیه پایدار در ورودی است .

** اگر $|s_{22}| > 1$ باشد آن گاه $\Gamma_s = 0$ ناپایدار است و ناحیه ی پایداری شامل $\Gamma_s = 0$ نمی شود .



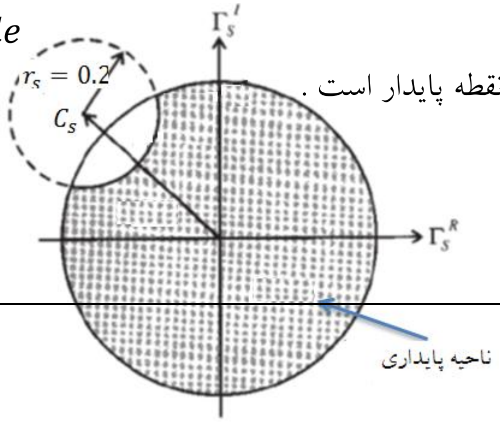
$|S_{22}| > 1$

مثال 1.6 : اگر $C_s = 1.13\measuredangle 68.5^{\circ}$ و $r_s = 0.2$ باشد ، مطلوبست رسم ناحیه ی پایداری ؟

حل : از روی این دو پارامتر می توان $|s_{22}|$ را بدست آورد .

$|s_{22}| = 0.781 < 1 \quad \rightarrow \quad stable$

پس $\Gamma_s = 0$ یک نقطه پایدار است .

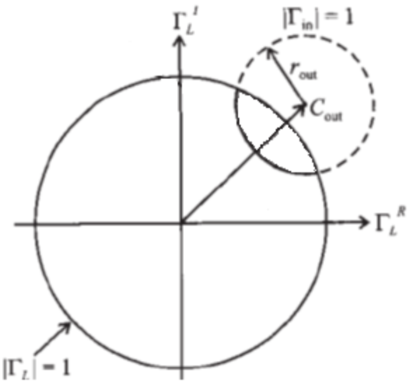


*دایر ه پایداری خروجی :

$$C_L = C_{out} = \frac{(s_{22} - \Delta s_{11}^*)^*}{|s_{22}|^2 - |\Delta|^2} \qquad (3-6) \quad \text{مرکز}$$

$$r_L = r_{out} = \left|\frac{s_{12}s_{21}}{|\Delta|^2 - |s_{22}|^2}\right| \qquad (4-6) \quad \text{شعاع}$$

این دایره نمایش دهنده ی نقاطی است که $|\Gamma_{in}| = 1$ می باشد .

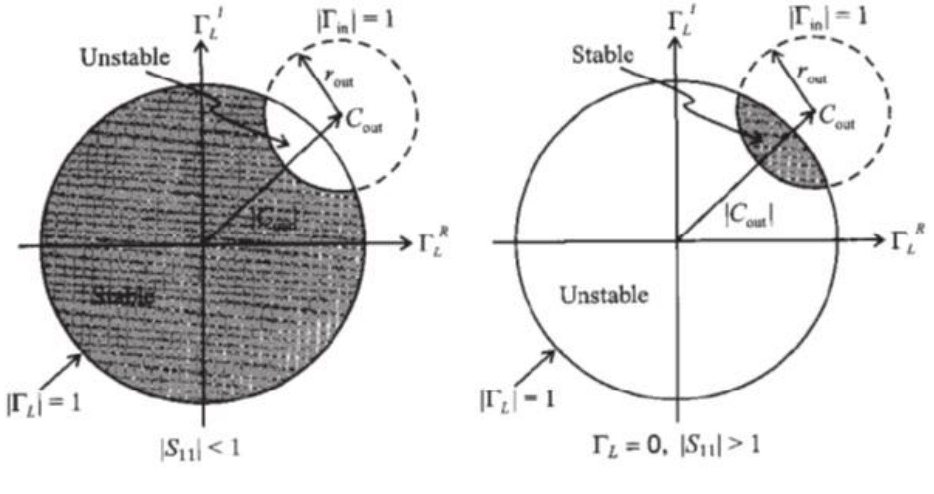


به نقاطی که $|\Gamma_{in}| < 1$ است پایدار و به نقاطی که $|\Gamma_{in}| > 1$ است ناپایدار گفته می شود .

$$\Gamma_{in} = \frac{s_{11} - \Gamma_L \Delta}{1 - s_{22}\Gamma_L} \qquad if: \quad \Gamma_L = 0 \quad \rightarrow \quad |\Gamma_{in}| = |s_{11}|$$

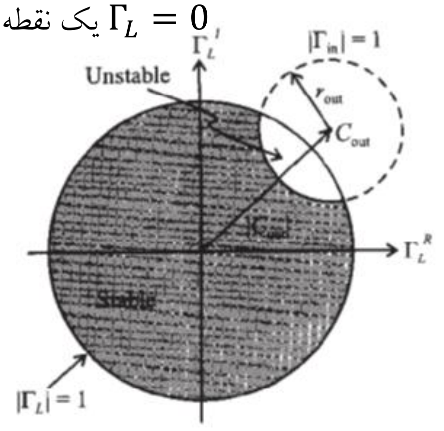
$if: |s_{11}| < 1$ مرکز نقطه پایدار می شود

$if: |s_{11}| > 1$ ناحیه مشترک دوایر نقطه پایداری می شود



مثال 2.6 : اگر $C_L = 1.36\measuredangle 46.70^{\circ}$ و $r_L = 0.5$ باشد ، ناحیه پایداری را مشخص کنید ؟

$\Gamma_L = 0$ یک نقطه پایدار است . $|s_{11}| = 0.894 < 1$



مثال 3.6 : پارامترهای پراکندگی یک $GaAs$ در فرکانس 9 گیگاهرتز و امپدانس مرجع $Z_0 = 50\Omega$ به ماسفت

صورت زیر می باشد :

$s_{11} = 0.64\measuredangle -170^{\circ}$, $s_{12} = 0.05\measuredangle 15^{\circ}$

$s_{21} = 2.1\measuredangle 30^{\circ}$, $s_{22} = 0.57\measuredangle -95^{\circ}$

الف : مطلوبست ضریب Δ ب : ضریب پایداری k

ج : مرکز و شعاع دایره پایداری ورودی و رسم آن   د : مرکز و شعاع دایره پایداری خروجی و رسم آن

** در این مسئله هدف این است که بفهمیم به ازای چه مقدار Z_S , Z_L هایی مدار پایدار است .

الف : $\Delta = S_{11}S_{22} - S_{12}S_{21} = 0.3\measuredangle 111.45^{\circ}$

$|\Delta| = 0.3 < 1 \quad \rightarrow \quad |\Delta|^2 = 0.09$

ب : $k = \dfrac{1 - |s_{11}|^2 - |s_{22}|^2 + |\Delta|^2}{2|s_{21}s_{12}|} = 1.71 > 1$

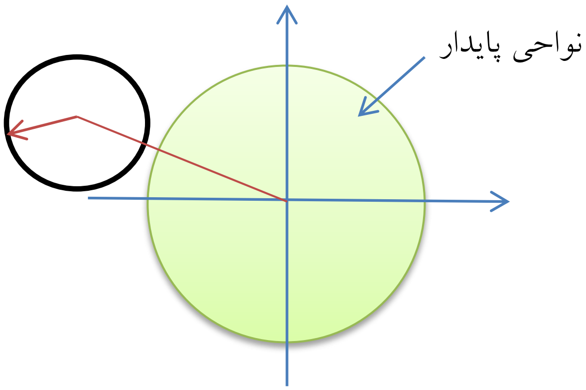
با توجه به برقراری نامساوی های $1 > |\Delta|$ و $k > 1$ ، مدار برای تمامی Z_L و Z_S های پسیو ، یا به عبارتی

برای تمامی $|\Gamma_S| < 1$ و $|\Gamma_L| < 1$ ، تقویت کننده ما با این ترانزیستور پایدار خواهد بود .

ج : $C_s{}^* = s_{11}{}^* - \Delta^* s_{22} = \cdots = 0.48\measuredangle 176.42^\circ$

$$C_s = \frac{C_s{}^*}{|s_{11}|^2 - |\Delta|^2} = \frac{0.48\measuredangle 176.42^\circ}{|0.64|^2 - |0.3|^2} = 1.5\measuredangle 176^\circ$$

$$r_s = \left|\frac{s_{12}s_{21}}{|s_{11}|^2 - |\Delta|^2}\right| = \cdots = 0.33$$



*نکته : اگر $|C_s - r_s| > 1$ باشد و به شرطی که $|s_{22}| < 1$ باشد ، در آن صورت داخل دایره جواب مسئله است . ولی اگر $|C_s - r_s| > 1$ باشد ولی $|s_{22}| > 1$ باشد در آن صورت ما اصلاً ناحیه پایدار نداریم چون نواحی پایدار خارج هر دو دایره می افتد .

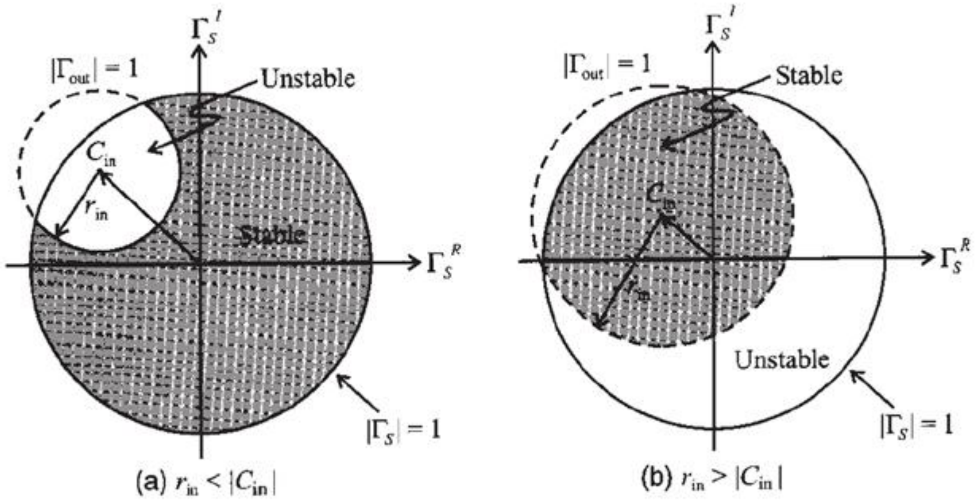
د : $C_L{}^* = s_{22}{}^* - \Delta^* s_{11} = \cdots = 0.39\measuredangle 103.22^\circ$

$$C_L = \frac{C_L{}^*}{|s_{22}|^2 - |\Delta|^2} = \frac{0.39\measuredangle 103.22^\circ}{|0.57|^2 - |0.3|^2} = 1.7\measuredangle 103.32^\circ$$

$$r_L = \left|\frac{s_{12}s_{21}}{|s_{22}|^2 - |\Delta|^2}\right| = \cdots = 0.48$$

چون $|s_{11}| < 1$ است پس داخل قرص $|\Gamma_L| < 1$ نیز پایدار است . پس مدار آمپلی فایر طراحی شده با این

Tr برای بارهای Z_L و Z_S پسیو دلخواه پایدار قطعی (بدون شرط) است .



دو شکل بالا به شرطی است که $|s_{22}| < 1$ باشد .

*نکته : به شرط $|s_{11}| < 1$ و $|s_{22}| < 1$ ، می توان گفت که شرط پایداری قطعی یک تقویت کننده با ترانزیستور مورد نظر این است که :

$$||C_{in}| - r_s| > 1 \quad \text{و} \quad ||C_L| - r_L| > 1 \qquad (5-6)$$

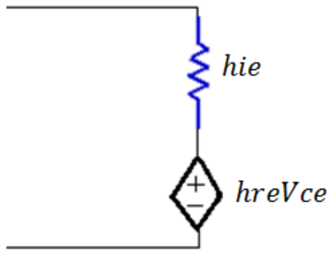
البته باید یادآوری شود که شرط $|\Delta| < 1$ و $k > 1$ جایگزین خوبی برای رابطه ی $(5-6)$ می باشد .

مثال 4.6 : طراحی Amp برای داشتن حداکثر بهره ممکن

طراحی برای تقویت کننده یک طرفه $(s_{12} = 0)$ ، (یعنی سیگنالی از خروجی به ورودی برنمی گردد .)

که s_{12} معادی همان hre در ترانزیستور است .

$$s_{12} = \frac{b_1}{a_2} | a_1 = 0$$



که hre تقریباً صفر است .

$$if \;\; s_{12} = 0 \;\; \rightarrow \;\; \begin{cases} \Gamma_{in} = s_{11} \\ \Gamma_{out} = s_{22} \end{cases}$$

پس شروط پایداری برای امپدانس های بار و منبع پسیو بصورت زیر ساده می شود .

$$|s_{11}| < 1 \qquad , \qquad |s_{22}| < 1$$

برای داشتن حداکثر بهره $\begin{cases} \Gamma_s = \Gamma_{in}^{\;*} \\ \Gamma_L = \Gamma_{out}^{\;*} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \Gamma_s = s_{11}^{\;*} \\ \Gamma_L = s_{22}^{\;*} \end{cases}$

مثال 5.6 : پارامترهای S یک BJT بایاس شده که در فرکانس یک گیگاهرتز کار می کند با امپدانس مرجع $Z_0 = 50\Omega$ به صورت زیر است .

$$s_{11} = 0.606\measuredangle{-155^\circ} \;,\; s_{22} = 0.48\measuredangle{-20^\circ} \;,\; s_{12} = 0 \;,\; s_{21} = 6\measuredangle{180^\circ}$$

الف : مطلوبست حداکثر بهره قابل دستیابی

ب : مطلوبست طراحی تقویت کننده به گونه ای که دارای حداکثر بهره باشد .

حل :

الف : بررسی پایداری

$$k = \frac{1 - |s_{11}|^2 - |s_{22}|^2 + |\Delta|^2}{2|s_{21}s_{12}|} = \infty$$

$$|\Delta| = |S_{11}S_{22} - S_{12}S_{21}| = |S_{11}S_{22}| = 0.2909$$

$\begin{cases} |\Delta| < 1 \\ k > 1 \end{cases}$ در نتیجه پایدار قطعی است ، یعنی هر Z_L و Z_S پسیو قابل استفاده است .

$$\Gamma_s = s_{11}^{\;*} = 0.606\measuredangle{155^\circ} \qquad , \qquad \Gamma_L = s_{22}^{\;*} = 0.48\measuredangle{20^\circ}$$

ماکزیمم توان قابل دستیابی :

$$G_{Tu} = \frac{1 - |\Gamma_s|^2}{|1 - s_{11}\Gamma_s|^2} |s_{21}|^2 \frac{1 - |\Gamma_L|^2}{|1 - s_{22}\Gamma_L|^2}$$

$$G_{Tu\,max} = \frac{1-|s_{11}^*|^2}{|1-|s_{11}|^2|^2}|s_{21}|^2\frac{1-|s_{22}^*|^2}{|1-|s_{22}|^2|^2} = \frac{1}{1-(0.606)^2}(6^2)\frac{1}{1-(0.48)^2} = 73.9257$$

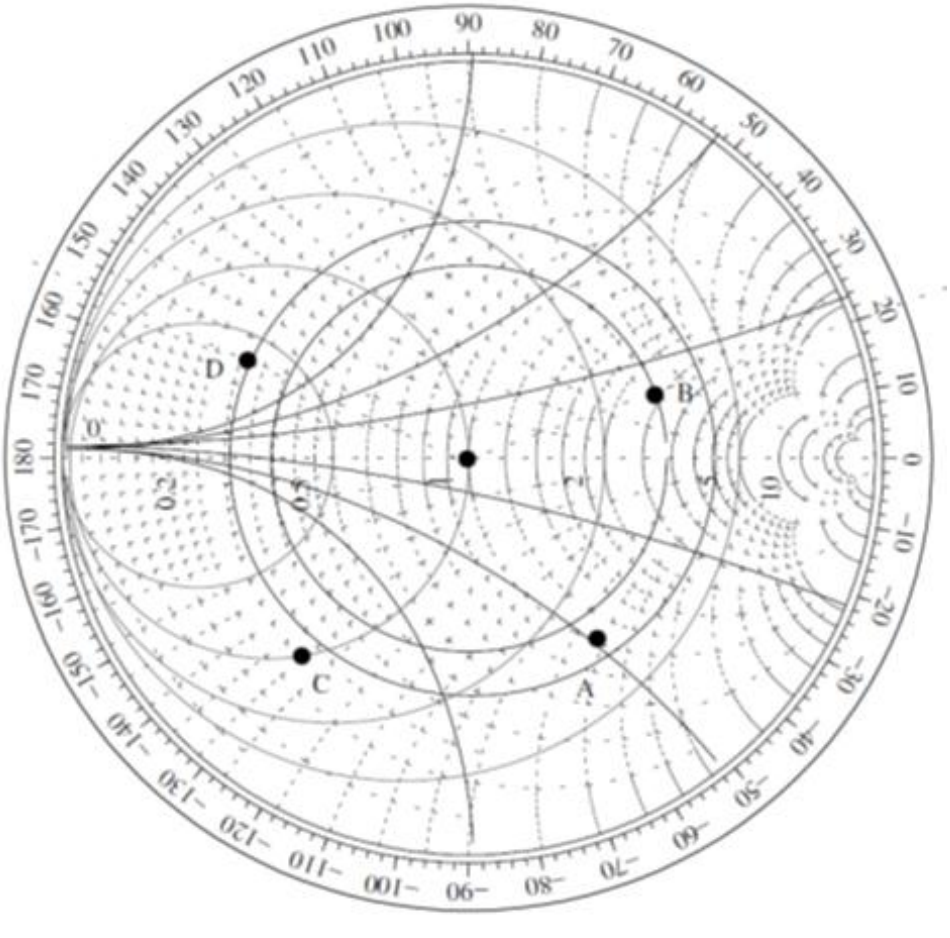
یا $G_{Tu\,max} = 10\log_{10}(73.9257)dB = 18.688dB$

بهره توان یک طرفه حداکثر :

$$\Gamma_s = s_{11}^* = 0.606\measuredangle 155^\circ \qquad , \qquad \Gamma_L = s_{22}^* = 0.48\measuredangle 20^\circ$$

ب : برای داشتن حداکثر بهره توان یک طرفه باید داشته باشیم .

$$\begin{cases} \Gamma_s = 0.606\measuredangle 155^\circ \quad \rightarrow \quad Z_s = 0.4+2j \quad D \text{ نقطه} \\ \Gamma_L = 0.48\measuredangle 20^\circ \quad \rightarrow \quad Z_L = 3+j \quad B \text{ نقطه} \end{cases}$$



یافتن مدار تطبیق ورودی :

فصل هفتم :

نویز

7 – 1 تحلیل نویز

به صورت کلی نویز را می توان به عنوان هر سیگنال ناخواسته ای که بر روی سیگنال اصلی قرار می گیرد ، تعریف کرد . مثال هایی از سیگنال های نویز ، کوپلاژ ولتاژ توان بالای Ac ، تداخل بین مدار و امواج الکترومغناطیسی (EM) . از نقطه نظر ریاضی ، برای بررسی رفتار نویز از متغیرهای تصادفی توزیع گوسی با مقدار متوسط صفر استفاده می شود .

مقدار مؤثر یک سیگنال ولتاژ نویزدار $\mathrm{V_m(t)}$ برابر صفر نیست و می توان آن را به صورت زیر نوشت .

$$V_{nRMS} = \sqrt{{V_n}^2} = \left\{\lim_{Tm\to\infty} \int_{T_1}^{T_1+T_M} [\mathrm{V_m(t)}]^2\, dt\right\}^{1/2} \neq 0$$

T_1 نقطه دلخواه در زمان و T_M حدود اندازه گیری است .

به صورت کلی دو نوع منبع اساسی برای نویز وجود دارد :

1 : نویز جانسون (نویز حرارتی)

در سال 1928 ، جانسون اولین کسی بود که پی برد که یک مقاومت در غیاب هر گونه جریان ، از خود نویز تولید می نماید ، در واقع این عمل به دلیل حرکت تصادفی حامل های بار در هادی است . توان نویز در یک هادی به صورت زیر تعریف می شود .

$$P_m = KT\Delta f = KTB$$

K : ثابت بولتزمن $K = 1.38 \times 10^{-23} \frac{J}{k^\circ}$

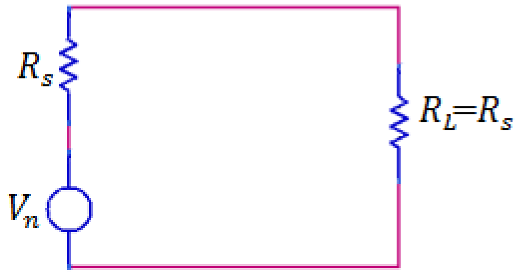
T : درجه حرارت بر حسب کلوین $(°K)$.

$\Delta f = B$ پهنای باند نویز (Hz) .

پهنای باند نویز به صورت انتگرال بهره روی تمامی فرکانس ها، تقسیم بر بهره حداکثر G_{max} تعریف می شود

$$B = \frac{1}{G_{max}} \int_0^{\infty} G(f)df$$

مدار زیر را در نظر می گیریم :



شکل 7-1 مداری برای تحلیل نویز حرارتی

توان نویز به صورت یک منبع ولتاژ نویز که با یک مقاومت بدون نویز (R_s) سری شده است ، در نظر گرفته می شود . تحت شرایط تطبیق یعنی ، $R_s = R_L$ توان نویز یک مقاومت عبارت است از :

$$P_n = \frac{V^2{}_{n\,RMS}}{4R_s} = KTB$$

می توان ولتاژها را باهم جمع کرد مطابق با تئوری مدارهای خطی (کیرشهف)

$$V^2{}_n = V^2{}_{n1} + V^2{}_{n2} + 2V^2{}_{n1}V^2{}_{n2} = (V_{n1} + V_{n2})^2$$

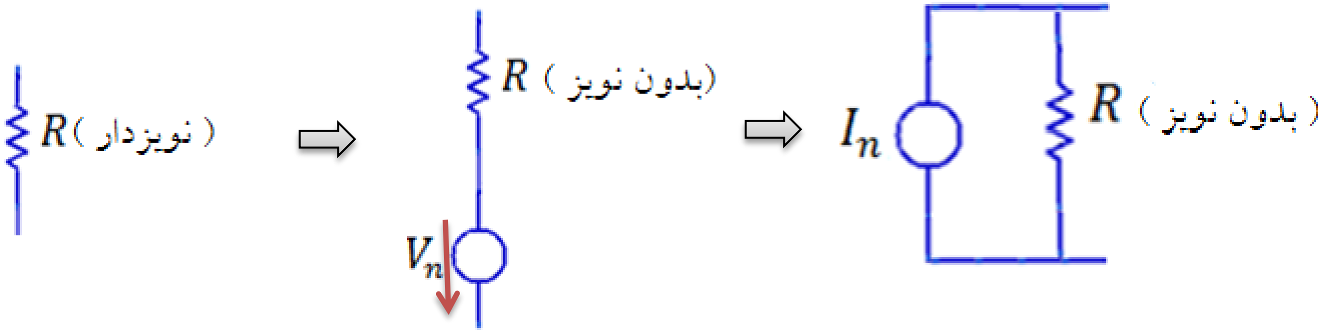
در نتیجه ولتاژ نویز مؤثر برابر است با :

$$V_n = V_{nRMS} = \sqrt{4KTBR_s}$$

بنابراین به صورت کلی ، یک مقاومت با نویز توسط یک منبع ولتاژ نویزدار سری شده با یک مقاومت بدون

نویز R (مدار معادل تونن) و یا منبع جریان نویزدار $I_n = \sqrt{\frac{4KTB}{R}}$ موازی شده با یک مقاومت بدون نویز

نمایش داده می شود .



شکل 7-2 مدل های معادل ولتاژ و جریان برای یک مقاومت نویزدار

اگر از معادله فوق پهنای باند را حذف نمائیم ، می توان طیف ولتاژ نویز (Voltage Spectral Noise) و

طیف جریان نویز (Current Spectral Noise) را به صورت زیر تعریف کرد .

$$\bar{V_n} = \frac{V_n}{\sqrt{B}} \quad \left[\frac{V}{\sqrt{Hz}}\right] \qquad , \qquad \bar{I_n} = \frac{I_n}{\sqrt{B}} \quad \left[\frac{A}{\sqrt{Hz}}\right]$$

معمولاً ، ازچگالی طیف (Spectral density) S(f) جهت به دست آوردن نویزموجود در پهنای باند واحد

یعنی 1 Hz استفاده می شود ، این چگالی برای یک منبع نویز حرارتی سری شده با یک مقاومت R به صورت

زیر می باشد .

$$S(f) = \frac{{V_n}^2}{B} = 4KTR$$

اگر S(f) یک ثابت باشد (یعنی مستقل از فرکانس) در نتیجه ، نویز سفید (White Noise) خواهیم داشت.

** هنگامی که عناصر نویزی در یک مدار قرار می گیرند ، باید احتیاط لازم به عمل آید . به طور مثال ، اگر دو

مقاومت نویزی R_1 و R_2 با هم جمع شوند ، منابع نویز مربوط V_{n1} و V_{n2} را نمی توان به صورت خطی با هم جمع کرد . منبع نویز منتجه در این حالت برابر است با :

$$V_n = \sqrt{{V_{n1}}^2 + {V_{n2}}^2}$$

در این حالت منابع نویز با هم بصورت غیر هم بسته می باشند ($Uncorelated$)

اگر منابع نویز هم بسته باشند ، در معادله فوق ، باید ضریب هم بستگی را در نظر گرفت :

$$V^2{}_n = V^2{}_{n1} + V^2{}_{n2} + 2C_{n1/n2}V_{n1}V_{n2}$$

$-1 \leq C_{n1/n2} \leq 1$ اگر V_{n1} و V_{n2}دارای هم بستگی 100% باشند($C_{n1/n2} = 1$) آنگاه نویز حرارتی یک مقاومت به عنوان منبع نویز داخلی شناخته می شود ، زیرا هیچ جریان خروجی باعث تشکیل ولتاژ نویز نمی گردد .

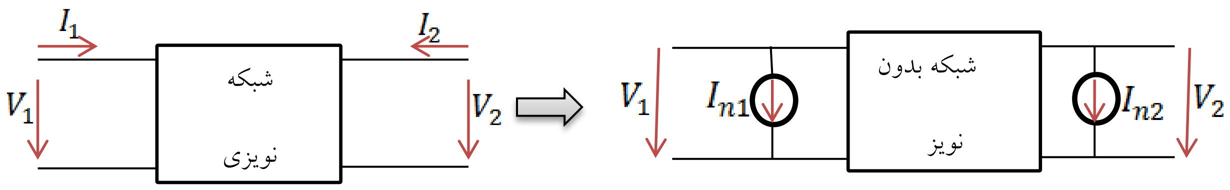
نویزهای دیگری وجود دارند که مکانیزم اصلی آن ها به خاطر جریان عبوری از قطعات می باشد و به عنوان نویز اضافی شناخته می شود . مهمترین آن ها نویز $1/f$ (نویز فلیکر ، نویز نیمه هادی ، نویز صورتی) و نویز ضربه ای ($Shot\ Noise$) می باشد . نویز $1/f$ بیشتر در فرکانس های پایین اثرگذار است . و توزیع طیف آن به معکوس فرکانس وابسته است . اولین بار در لامپ های خلا توسط فلیکر به آن اشاره شد . نویز ضربه ای در قطعات نیمه هادی وجود دارد و به خاطر جریان ناپیوسته در پتانسیل سه پیوند می باشد . به عنوان مثال ، در دیود نیمه هادی ، جریان نویز بایاس معکوس I_{sn} عبارت است از :

$$I_{sn} = \sqrt{4qI_sB}$$

که ، I_s : جریان اشباع معکوس و q : بار الکترون است .

7 – 2 شبکه های دو قطبی نویزی

می توان تحلیل را به شبکه های دو قطبی تعمیم داد . در شکل زیر دو قطبی نویزی و شبکه معادل بدون نویز به همراه دو منبع جریان نویز I_{n1} و I_{n2} آمده است .



شکل 6–3 شبکه های دو قطبی

با استفاده از ماتریس Y می توان نوشت :

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{11} y_{12} \\ y_{21} y_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} I_{n1} \\ I_{n2} \end{bmatrix}$$

با بسط سطر دوم داریم :

$$V_1 = -\frac{Y_{22}}{Y_{21}} V_2 + \frac{1}{Y_{21}} I_2 - \frac{1}{Y_{21}} I_{n2}$$

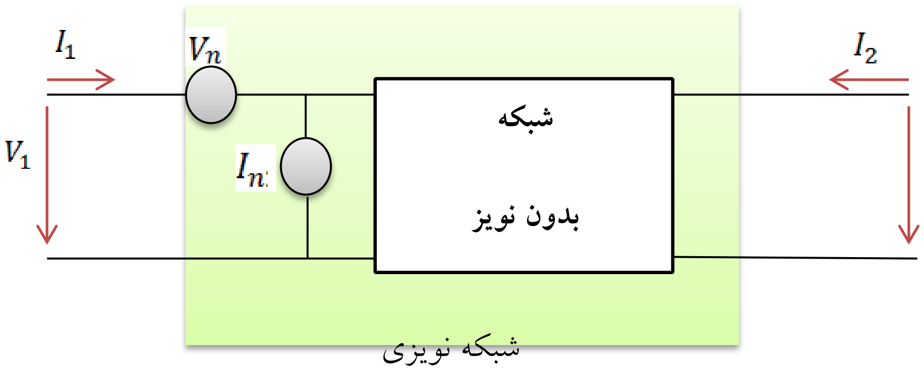
و با قرار دادن معادله فوق در سطر اول :

$$I_1 = \frac{Y_{11} y_{22} - Y_{12} Y_{21}}{y_{21}} V_2 + \frac{Y_{11}}{Y_{21}} I_2 + I_{n1} - \frac{Y_{11}}{Y_{21}} I_{n2}$$

با تعریف منابع نویز ولتاژ و جریان می توان نوشت :

$$V_n = -\frac{1}{Y_{21}} I_{12} \qquad , \qquad I_n = I_{n1} - \frac{Y_{11}}{Y_{21}} I_{n2}$$

بدین ترتیب شبکه زیر بدست می آید .



شکل 7-4 شبکه تبدیل شده با منابع نویز در ورودی

مثال : تحلیل نویز تقویت کننده BJT در فرکانس پایین

شکل زیر یک تقویت کننده BJT ساده شده را به صورت یک شبکه دوقطبی با پارامترهای زیر است :

$R_{in} = 200\,\Omega\,, R_s = 50\,\Omega\,, V_s = 25\,mV$ و بهره ولتاژ $g_v = 50$ و پهنای باند اندازه گیری

$B = 1\,MHZ$. طیف نویز ولتاژ و جریان این تقویت کننده توسط سازنده ، به صورت زیر داده شده است :

$$\overline{V_n} = g_n \frac{v}{\sqrt{HZ}} \quad , \quad \overline{I_n} = g_{fa}\sqrt{HZ}$$

نسبت سیگنال به نویز $SNR = 20 \log\left({}^{V_2}/_{V_{n2}} \right)$ را در خروجی به دست آورید .

ولتاژ خروجی برابر است با :

$$V_2 = g_r V_{in} = g_r \frac{R_{in}}{R_{in} + R_s} V_s = 1V$$

طیف منابع نویز شبکه به صورت مقادیر موثر نویز ولتاژ و جریان عبارت است از :

$$V_n = \overline{V_n}\sqrt{B} = 9(\mu V) \qquad , \qquad I_n = \overline{I_n}\sqrt{B} = 9(pA)$$

منبع ولتاژ با استفاده از مقسم ولتاژ ، ولتاژ نویزی در دو سر R_{in} به صورت زیر ظاهر می نماید :

$$\frac{R_{in}}{R_{in} + R_s} V_n = 7.2(nV)$$

منبع جریان نویزی ، ولتاژ نویزی زیر را تولید می نماید .

$$\frac{R_{in} \times R_s}{R_{in} + R_s} I_n = 0.36(nV)$$

و مقاومت منبع ، ولتاژ زیر را به وجود می آورد :

$$\frac{R_{in}}{R_{in} + R_s} V_{ns} = 728(nV)$$

که در معادله فوق ، با فرض $T = 300^\circ K$ ، $V_{ns} = \sqrt{4KTR_sB} = 910\ nV$ می باشد .

$$V_{ns} = g_r \sqrt{\left(\frac{R_{in}}{R_{in} + R_s} V_n\right)^2 + \left(\frac{R_{in} \times R_s}{R_{in} + R_s} I_n\right)^2 + \left(\frac{R_{in}}{R_{in} + R_s} V_{ns}\right)^2} = 36.4\mu V$$

بنابراین ، ولتاژ و نسبت سیگنال به نویز برابر است با :

$$SNR = 20 \log\left({V_2}/{V_{n2}} \right) = 122.8\ dB$$

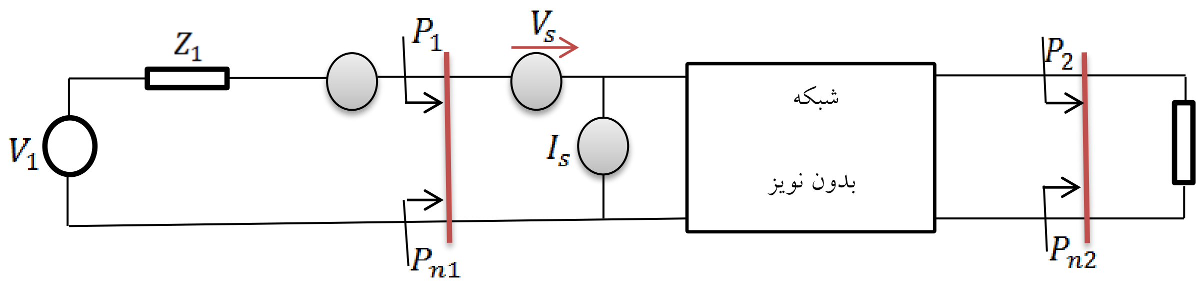
نتیجه فوق نشان می دهد که ولتاژ کاملاً تحت نفوذ منبع می باشد .

مثال فوق نشان داد که چگونه ولتاژهای نویزی به صورت جداگانه محاسبه شده و سپس جمع می شوند و تقویت شده تا ولتاژ نویز خروجی به دست آید .نتایج حاصله تضاد فاحشی با تئوری مدارهای خطی دارند .

7 – 3 عدد نویز شبکه دو قطبی

عدد نویز به صور نسبت سیگنال به نویز (SNR) در ورودی به سیگنال به نویز در خروجی تعریف می شود .

شکل زیر جهت های قراردادی توان ها و نمایش نویز منبع Z_s را نشان می دهد .



شکل 7–6 جهت های قراردادی توان ها و نمایش نویز منبع Z_s

عدد نویز F را می توان به صورت های مختلفی نمایش داد . اولین فرم آن ، به صورت نسبت های توان های سیگنال به نویز در قطب های ورودی و خروجی می باشد :

$$F = \frac{P_1/P_{n1}}{P_2/P_{n2}} = \frac{P_{n2}/P_2}{P_{n1}/P_1}$$

با استفاده از توان قابل دسترسی G_A می توان نوشت :

$$P_2 = G_A P_1 \ , \ \ P_{n2} = G_A P_{n1} + P_{ni} \ \ \Rightarrow \ \ F = 1 + \frac{P_{ni}}{G_A P_{n1}}$$

P_{ni} **:** توان نویز داخلی است ، که در تقویت کننده به وجود آمده است .

با توجه به شکل فوق توان P_1 برابر است با :

$$P_1 = \frac{1}{2}\frac{Re\{Z_{in}\}}{|Z_s + Z_{in}|^2}{V_s}^2 \qquad (1-7)$$

و در شرایط تطبیق ، توان به دست آمده از مقدار فوق بیشتر خواهد بود :

$$P_{1|Z_s={Z_{in}}^*} = \frac{1}{2}\left(\frac{\left|{V_s}^2\right|}{4Re\{Z_{in}\}}\right)$$

نویز حرارتی در طرف ورودی و با توجه به $Z_s = R_s + jX_s$ برابر خواهد بود با :

$$P_{n1} = 4KTR_sB\frac{Re\{Z_{in}\}}{|Z_s + Z_{in}|^2} = {V_{ns}}^2\frac{Re\{Z_{in}\}}{|Z_s + Z_{in}|^2} \qquad (2-7)$$

بنابراین نسبت توان در ورودی برابر است با :

$$\frac{P_1}{P_{n1}} = \frac{{V_s}^2}{{V_{ns}}^2}$$

توان P_2 عبارت است از : $P_2 = G_AP_1$ ، که در آن P_1 توسط معادله ی $(1-7)$ به دست می آید .

توان نویز P_{n2} برابر $P_{n2} = G_AP_{n1} + P_{ni}$ است . که در آن ، توان نویز داخلی P_{ni} ، منابع نویز مربوط به شبکه دو قطبی یعنی V_n و I_n را در برمی گیرد . بنابراین به جای ${V_{ns}}^2$ در رابطه $(2-7)$ ، از هر سه منبع نویز استفاده می نماییم .

$${V_{ns}}^2 + {V_n}^2 + (I_nR_{in})^2$$

که در آن ، $R_{in} = Re\{Z_{in}\}$ مقاومت ورودی شبکه می باشد ، و درنتیجه داریم :

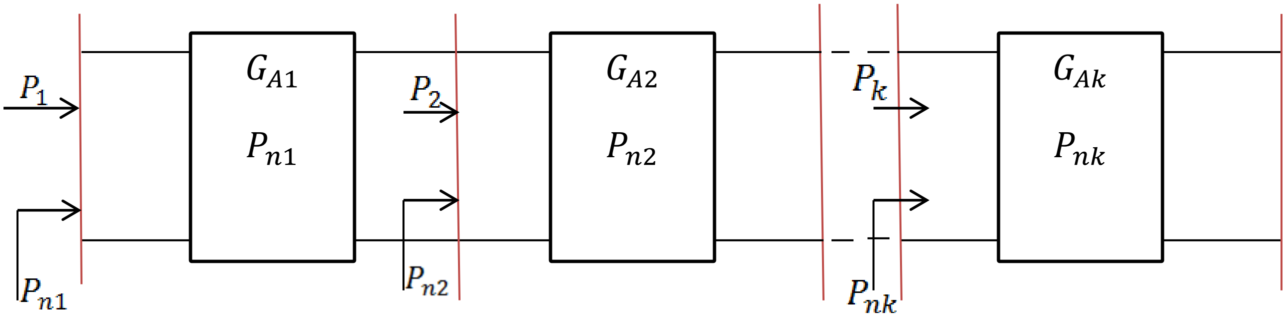
$$\frac{P_2}{P_{n2}} = \frac{{V_s}^2}{{V_{ns}}^2 + {V_n}^2 + (I_nR_s)^2}$$

و در نتیجه عدد نویز به صورت زیر به دست می آید .

$$F = \frac{SNR_1}{SNR_2} = \frac{{V_{ns}}^2 + {V_n}^2 + (I_n R_s)^2}{{V_{ns}}^2} = 1 + \frac{{V_n}^2 + (I_n R_s)^2}{4KTR_sB}$$

4 – 7 عدد نویز برای شبکه های چند قطبی آبشاری

در ابتدای این فصل عدد نویز را برای یک شبکه دو قطبی تعریف کردیم ، که در آن P_{n1} نویز ورودی و $P_{n2} = G_A P_{n1} + P_{ni}$ نویز خروجی بود . می توان تعاریف به کار رفته را برای شبکه های چندقطبی آبشاری به کار برد .



شکل 7–8 شبکه های چند قطبی

P_{nik} , G_{Ak} به ترتیب بهره توان و نویز داخلی به وجود آمده توسط بلوک تقویت کننده K ام است ، که K = 1,2,... . بنابراین ، توان نویز در خروجی تقویت کننده دوم عبارت است از :

$$P_{n3} = G_{A2}(G_{A1}P_{n1} + P_{ni1}) + P_{ni2}$$

عدد نویز کل در این شرایط برابر است با :

$$F_{total} = \frac{P_{N3}}{P_{n1}G_{A1}G_{A2}} = 1 + \frac{P_{ni1}}{P_{n1}G_{A1}} + \frac{P_{ni2}}{P_{n1}G_{A1}G_{A2}}$$

معمولاً عبارت عدد نویز را همانند آنچه که برای شبکه های تکی در نظر گرفته شد ، به کار می بریم ، یعنی :

$$F_1 = 1 + \frac{P_{ni1}}{P_{n1}G_{A1}} \quad , \qquad F_2 = 1 + \frac{P_{ni2}}{P_{n2}G_{A2}} \ , \dots \ , \ F_k = 1 + \frac{P_{nik}}{P_{nk}G_{Ak}}$$

برای دو شبکه آبشاری ، روابط به صورت زیر ساده می شوند :

$$F_{total} = F_1 + \frac{F_2 - 1}{G_{A1}}$$

و برای شبکه های چند قطبی به صورت آبشاری :

$$F_{total} = F_1 + \frac{F_2 - 1}{G_{A1}} + \frac{F_3 - 1}{G_{A1}G_{A2}} + \cdots + \frac{F_k - 1}{G_{A1}G_{A2} - G_{A(k-1)}} + \cdots$$

نوشتن F_{total} به صورت فوق دارای مزیت های عملی می باشد . مثالی را در نظر بگیریم که در آن دو طبقه تقویت کننده با بهره های متفاوت و عدد های نویز مختلف به صورت آبشاری به یکدیگر متصل شده اند .

می خواهیم تأثیر هر یک از این طبقات را روی عدد نویز به دست آوریم :

فرض می کنیم که تقویت کننده 1 (F_1 , G_{A1}) قبل از بلوک تقویت کننده 2 (F_2 , G_{A2}) باشد ، عدد نویز کل برای پیکره بندی عبارت است از :

$$F_{tot}(1,2) = F_1 + \frac{F_2 - 1}{G_{A1}}$$

حال فرض کنیم که تقویت کننده 2 قبل از بلوک 1 باشد ، خواهیم داشت :

$$F_{tot}(2,1) = F_2 + \frac{F_1 - 1}{G_{A2}}$$

با فرض اینکه $F_{tot}(1,2)$ دارای عدد نویز کمتری نسبت به $F_{tot}(2,1)$ می باشد ، نامعادله زیر می بایست برقرار شود :

$$F_1+\frac{F_2-1}{G_{A1}}<F_2+\frac{F_1-1}{G_{A2}} \quad \Rightarrow \quad (F_1-1)\left(1-\frac{1}{G_{A2}}\right)<(F_2-1)\left(1-\frac{1}{G_{A1}}\right)$$

$$\Rightarrow \quad NM_1 \; < \; NM_2$$

که در آن ، $\begin{cases} NM_1=\frac{(F_1-1)}{\left(1-\frac{1}{G_{A1}}\right)} \\ NM_2=\frac{(F_2-1)}{\left(1-\frac{1}{G_{A2}}\right)} \end{cases}$ مقادیر (اندازه های) نویز تقویت کننده های 1 و 2 می باشد .

به عبارت دیگر ، ترکیبی از عدد نویز و بهره ، مقدار نویز را مشخص می سازد .