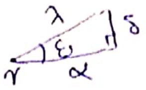
۱- گزینه ۴

$HA_{\text{غروب پایین برج}} = \cos^{-1}(-\tan\delta \tan\varphi) = ۹۱,۶۳۵۸°$

۲۲ شهریور

$\lambda = ۹۰ + \left(\frac{۹۰}{۹۳} \times ۸۴\right) = ۱۷۱,۲۹۰۳°$



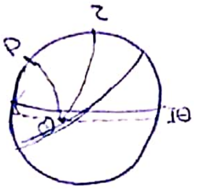
$\sin\delta = \frac{\sin\lambda}{\sin ۹۰} \times \sin\varepsilon \rightarrow \delta = ۳,۴۶۱۷°$

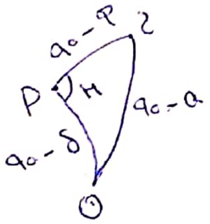
برج خلیفه

$\varphi = ۲۵° \ ۱۵' \ ۴۷'' \ N$

$l = ۵۵° \ ۱۷' \ ۵۰'' \ E$

$h = ۸۳۰ \ m \rightarrow \theta_{\text{افت افق}} = \cos^{-1}\left(\frac{R_\oplus}{R_\oplus + h}\right) = ۰,۹۲۴۲° = \Delta HA$ غروب از دید ناظر بالای برج



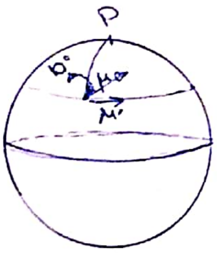


$\rightarrow \sin a = \sin\delta \sin\varphi + \cos\delta \cos\varphi \cos HA_{\text{غروب بالای برج}}$

$\rightarrow HA_{\text{غروب بالای برج}} = ۹۲,۵۶۰۳°$

$\rightarrow \Delta t_{\text{روز}} = ۲\Delta HA = ۲,۰۴۹° \equiv ۸^{min} \ ۱۲^{sec}$

۲- گزینه ۴ -

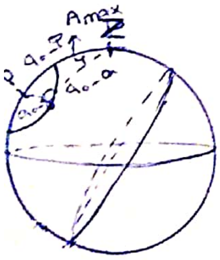


$\mu' = \mu \sin(10) = \dot{\alpha} \cos\delta \rightarrow \dot{\alpha} = 3.6 \frac{''}{yr}$

۳- گزینه ۳

۴- گزینه ۲

۵- گزینه ۳



$a_{max} = \varphi + (۹۰ - \delta) = ۶۵°$

$a_{min} = \varphi - (۹۰ - \delta) = ۱۵°$

$\frac{\cos\delta}{\sin A_{max}} = \frac{\cos\varphi}{\sin ۹۰} \rightarrow \sin A_{max} = \frac{\cos\delta}{\cos\varphi} \rightarrow A_{max} = ۳۳,۵°$

$A_{min} = -۳۳,۵°$ به دلیل تقارن

۶- گزینه ۲

$P = K\rho^{\gamma} \approx ۱۰^{۳۴-۳۵}$ پا

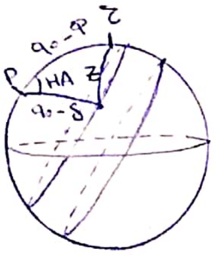
$\rho_{\text{ستاره نوترونی}} \approx \frac{M_\odot}{\frac{۴}{۳}\pi (10 \ km)^{۳}} = ۴,۸ \times ۱۰^{۱۷} \approx ۱۰^{۱۷}$

$K_{\text{ستاره نوترونی}} \approx ۱۰^{۱۲}$ ; $\gamma_{\text{ستاره نوترونی}} = \frac{۴}{۳}$

۷- گزینه ۱

از جدول ثوابت
$$\begin{cases} \varphi_{INO} = ۳۳,۶۷^\circ \ N \\ l_{INO} = ۵۱,۳۲^\circ \ E \\ \delta_{cas} = ۳۱,۸۴^\circ \ N \\ \alpha_{cas} = ۷^h \, ۳۵^{min} \, ۴۸^{sec} \end{cases}$$

داده‌های سوال
$$\begin{cases} LST_1 = ۹^h \, ۱۱^{min} \xrightarrow{LST = HA + \alpha} HA_1 = ۱^h \, ۳۵^{min} \\ LST_2 = ۷^h \, ۱۳^{min} \longrightarrow HA_2 = -۲۲^{min} \end{cases}$$




$$\cos z = \sin\delta \sin\varphi + \cos\delta \cos\varphi \cos HA$$

$$\rightarrow z_1 = ۲۵,۰۱^\circ$$
$$\rightarrow z_2 = ۵,۱۷^\circ$$

از رابطه‌ی گذری داریم $\rightarrow m - m_0 = K \sec z \rightarrow \sec z_1 > \sec z_2 \rightarrow m_1 > m_2$ می‌فهمیم هر قدر مربوط به کدام زمان است.

$m_1 = ۱,۹۱ \ mag ; \ m_2 = ۱,۸۹ \ mag$

روابط گذری برای هر دو زمان
$$\begin{cases} m_1 - m_0 = K \sec z_1 \quad I \rightarrow K = (m_1 - m_0)\cos z_1 \quad * \\ m_2 - m_0 = K \sec z_2 \quad II \end{cases}$$

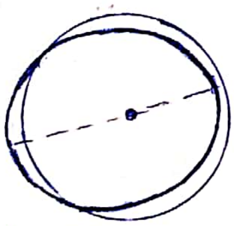
با حل دستگاه معادلات $\rightarrow m_2 - m_0 = (m_1 - m_0)\cos z_1 \sec z_2$

می‌توان مقدار $m_0$ را محاسبه کرد.

$$(m_2 - m_0)\cos z_2 = (m_1 - m_0)\cos z_1 \rightarrow m_0(\cos z_1 - \cos z_2) = m_1 \cos z_1 - m_2 \cos z_2$$

$$\rightarrow m_0 = \frac{m_1 \cos z_1 - m_2 \cos z_2}{\cos z_1 - \cos z_2} = ۱,۵۶ \ mag$$

۸- گزینه ۴



$$T^2 = \frac{4\pi^2}{GM} a^3 \approx \frac{4\pi^2}{GM} R^3 \Rightarrow T = ۷۴۳,۱۹۹۳ \ days$$

$$\theta_1 \ (t = ۷۲,۴۵۸۴ \ days) = \frac{t}{T} \times ۳۶۰^\circ = ۳۵,۵۷۸۴^\circ$$

زاویه‌ای که جسم در این مدت (t) جابه‌جا شده است.

$$\rightarrow \theta_{\text{نهایی}} = \theta_1 + \Delta\theta = ۳۷,۵۷۸۴^\circ$$

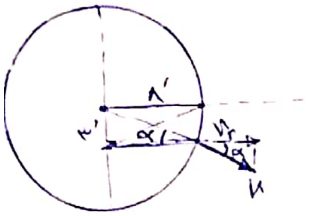
$$\tan\left(\frac{\theta}{2}\right) = \sqrt{\frac{1+e}{1-e}} \tan\frac{E}{2} \rightarrow \left(\frac{\tan\frac{\theta}{2}}{\tan\frac{E}{2}}\right)^2 = \frac{1+e}{1-e} \rightarrow e = \frac{\left(\frac{\tan\frac{\theta}{2}}{\tan\frac{E}{2}}\right)^2 - 1}{\left(\frac{\tan\frac{\theta}{2}}{\tan\frac{E}{2}}\right)^2 + 1} = \frac{\tan^2\frac{\theta}{2} - \tan^2\frac{E}{2}}{\tan^2\frac{\theta}{2} + \tan^2\frac{E}{2}}$$

$$E - e\sin E = \frac{2\pi t}{T} = E - \frac{\tan^2(\frac{\theta}{2}) - \tan^2(\frac{E}{2})}{\tan^2(\frac{\theta}{2}) + \tan^2(\frac{E}{2})}\sin E = \frac{2\pi t}{T} \rightarrow E = ۳۶,۵۴۲۳^\circ$$

$$\rightarrow e = ۰,۰۳$$

۹- گزینه ۳

$$\lambda^{-1} = \underset{\text{ثابت ریدبرگ}}{R}\left(\frac{1}{n^2}-\frac{1}{m^2}\right) \rightarrow \lambda^{-1} = \underset{\text{برای گذار } H\alpha}{R}\left(\frac{1}{۴}-\frac{1}{۹}\right) \rightarrow \lambda = ۶۵۶,۳۴ \text{ nm}$$




$$\sin\alpha = \frac{۳}{۸}$$

$$V_r = V\cos\alpha = cZ = c\,\frac{\Delta\lambda}{\lambda} \Rightarrow V = ۲۲,۴۱ \ \frac{km}{s}$$

سن سحابی : $t = \frac{R}{V} = \frac{d\tan(۸')}{V} = ۲۲۰۰۰ \text{ yr}$

۱۰- گزینه ۱

۱۱- گزینه ۳

$$\Sigma F_y = (T+dT)\underbrace{\sin(\theta+d\theta)}_{\sin\theta+\cos\theta d\theta} - T\sin\theta = dW$$

$$\rightarrow T\sin\theta + T\cos\theta\, d\theta + dT\sin\theta - T\sin\theta = dW$$

$$\rightarrow T\cos\theta\, d\theta + dT\sin\theta = dW = d(T\sin\theta) \quad \text{I}$$

$$\Sigma F_x = (T+dT)\underbrace{\cos(\theta+d\theta)}_{\cos\theta-\sin\theta d\theta} - T\cos\theta = 0$$

$$\rightarrow T\cos\theta + dT\cos\theta - T\sin\theta\, d\theta - T\cos\theta = 0$$

$$\rightarrow \int_{T_0}^{T}\frac{dT}{T} = \int_0^{\theta}\tan\theta\, d\theta = -\int_0^{\theta}\frac{d(\cos\theta)}{\cos\theta} \rightarrow \ln\left(\frac{T}{T_0}\right) = -\ln(\cos\theta) \rightarrow T = \frac{T_0}{\cos\theta} \quad \text{II}$$

$$\text{I},\text{II} \rightarrow d(T\sin\theta) = d(T_0\tan\theta) = dW$$

$$dW = W\,dS$$

$$dS = \sqrt{dx^2+dy^2} = dx\sqrt{1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2}$$

$$\tan\theta = \frac{dy}{dx} \quad \text{III}$$ از شکل و تعریف دستگاه مختصات

$$T_0\, d(\tan\theta) = W\sqrt{1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2}\,dx$$

$$\xrightarrow{\text{III}} \int_0^{y'}\frac{d\left(\frac{dy}{dx}\right)}{\sqrt{1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2}} = \int_0^{x}\frac{W}{T_0}\,dx$$

$$\rightarrow \frac{T_0}{W}\sinh^{-1}(y') = x$$

$$\rightarrow y' = \sinh\left(\frac{Wx}{T_0}\right) = \frac{dy}{dx}$$

$$\rightarrow y(x) = \frac{T_0}{W}\cosh\left(\frac{Wx}{T_0}\right)$$

۱۲- گزینه ۴

$$\frac{\dot{Q}_{\text{جانبی}}}{\dot{Q}_{\text{کل}}} = 1 + \frac{2S_{\text{قاعده}}}{S_{\text{جانبی}}} \rightarrow \dot{Q}_{\text{جانبی}} = ۵۴۳,۶ \ kW$$

$$\Delta m = \rho\,\Delta V = \rho\, 2\pi r h\,\Delta r = ۱۱۸,۷۵ \ kg \approx 119 \ kg$$

$$\dot{Q}_{\text{جانبی}} = \Delta m\, c\,\frac{\Delta\theta}{\Delta t} \rightarrow \Delta t = ۶۹ \ s$$

۱۳- گزینه ۲

۱۴- گزینه ۱

۱۵- گزینه ۲

$$\left.\begin{array}{l} m_1 = m_0 + a_{IM}(d_1 - R) + a_N R \\ m_2 = m_0 + a_{IM}(d_2 - 2R) + a_N(2R) \end{array}\right\} \rightarrow m_2 - 2m_1 = -m_0 + a_{IM}(d_2 - 2d_1)$$

$$(X-Y)_2 - 2(X-Y)_1 = -(X-Y)_0 + a_{IM(X-Y)}(d_2 - 2d_1)$$

$$\left\{\begin{array}{l} (B-V)_1 = 0.347 \; ; \; (B-V)_0 = 0.355 \; ; \; a_{IMB} - a_{IMV} = 0.235 \frac{mag}{kpc} \\ (U-B)_1 = 0.0538 \; ; \; (U-B)_0 = 0.0540 \; ; \; a_{IMU} - a_{IMB} = 0.270 \frac{mag}{kpc} \end{array}\right.$$

$$(B-V)_2 = 0.4655 \approx 0.466$$

$$(U-B)_2 = 0.05995 \approx 0.060$$

۱۶- گزینه ۲

$$\frac{dP}{dr} = -\frac{GM(r)}{r^2}\rho(r) \rightarrow \frac{P}{R} \propto \frac{GM}{R}\frac{M}{R} \rightarrow P \propto \frac{GM}{R^4}$$

گاز تابشی $\rightarrow P = \frac{1}{3}aT^4 \rightarrow P \propto T^4 \rightarrow T^4 \propto \frac{M^2}{R^4} \xrightarrow{M = cte} T \propto \frac{1}{R}$

$$\rightarrow \frac{R_2}{R_1} = 4 = \frac{T_1}{T_2} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = 0.25$$

۱۷- گزینه ۳

۱۵ ...
$$\left\{\begin{array}{l} \lambda_\odot = \frac{139}{365.25} \times 360 = 137.00^\circ \\ \sin\delta_\odot = \sin\varepsilon_0 \sin\lambda_\odot \Rightarrow \delta_\odot = 15.78^\circ \\ \tan\alpha_\odot = \cos\varepsilon_0 \tan\lambda_\odot \Rightarrow \alpha_\odot = 139.47^\circ \end{array}\right.$$

با فرض دایره‌ای بودن مدار زمین $\rightarrow \lambda_\odot = RAMS$

طول جغرافیایی مبدأ ساعت رسمی ایران : $l_0 = 52.5^\circ$
(اثر ساعت تابستانی را باید حذف کنیم)

$$HAMS = HAMS_I = l - l_0 = 1^\circ$$

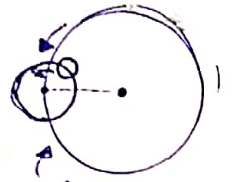
$$HAMS + RAMS = H_\odot + \alpha_\odot \rightarrow H_\odot = HAMS + RAMS - \alpha_\odot \Rightarrow H_\odot = HAMS + \lambda_\odot - \alpha_\odot =$$

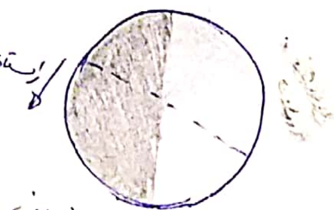
$$\sin a_\odot = \sin\varphi \sin\delta_\odot + \cos\varphi \cos\delta_\odot \cos H_\odot \rightarrow a_\odot = 36.2$$

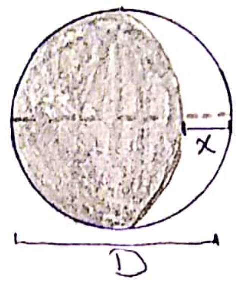
۱۸- با محاسبهٔ اختلاف قدر ۳ به جای ۰٫۴، گزینه ۱ به دست می‌آید.

۱۹- گزینه ۲

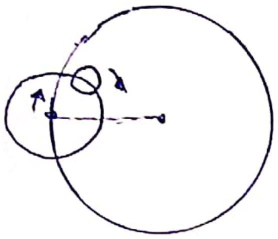
با توجه به اینکه ناظر واقع در سیدنی است (که در نیم کرهٔ جنوبی قرار دارد)، هلال مشاهده شده، برعکس هلالی است که ناظر شمالی می بیند




برای ناظر جنوبی از آنجایی که حرکت های مداری ساعتگرد به نظر می رسند، همهٔ این حرکات معکوس به نظر می رسند




اواخر ماه قمری است.

در نتیجه در نیمهٔ دوم ماه قمری هستیم و زمان مناسب برای رصد، زمانی است که ماه نو باشد.

از روی شکل فاز را اندازه گیری می کنیم.

$$\text{Phase} = \frac{x}{D} = \frac{1}{4} = \frac{1+\cos\phi}{2}$$

$$\rightarrow \phi = 120^\circ$$

$$\Delta\theta = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$$

$$\frac{\Delta\theta}{360^\circ} = \frac{\Delta t}{T_m} \;;\; T_m = 29.53 \text{ days.} \rightarrow \Delta t = 4.92 \text{ days} \approx 5 \text{ days}$$

۲۰- گزینه ۲

۲۱- گزینه ۱

$$6,22 \begin{cases} \lambda_\odot = 171^\circ\, 47' \\ \alpha_\odot = \tan^{-1}(\cos\varepsilon_0 \tan\lambda_\odot) = 172^\circ\, 55' \\ \delta_\odot = \sin^{-1}(\sin\varepsilon_0 \sin\lambda_\odot) = 3^\circ\, 28' \\ RAMS = \frac{360}{365.25}(177) - 1.8^\circ = 172^\circ\, 39' \end{cases}$$

$$HAMS = [(17^h - 12^h - 1^h) \times 15] - \Delta l$$

$$\rightarrow HAMS\big|_{\text{هاوانا}} = 37^\circ\, 38'$$

$$LST = HAMS + RAMS = \alpha_{\text{سرشو}} \rightarrow \alpha_{\text{سرشو}} = 210^\circ\, 17'$$

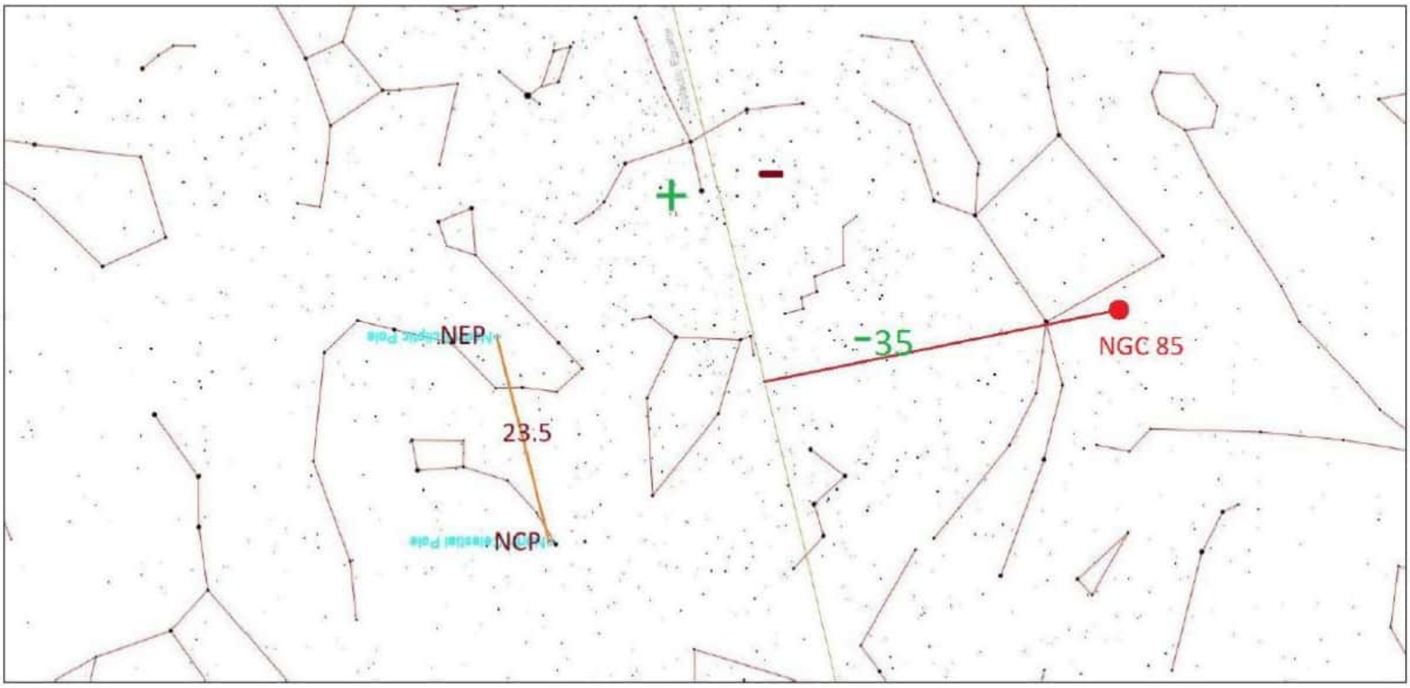
$$\frac{\alpha_{\text{سرشو}}}{360} \times 12_{\text{ماه}} \approx 7_{\text{ماه}} \rightarrow$$

از نقطهٔ $\gamma$ تقریبا به اندازهٔ ۷ ماه جلو رفته؛ با توجه به اینکه $\gamma$ در حوت قرار دارد، سرشو سوی نزدیک به سنبله خواهد بود!

۲۲- گزینه ۲

$$T \propto \frac{1}{\sqrt{G\rho}} \rightarrow \frac{T'}{T} = \frac{\frac{1}{\sqrt{G\rho'}}}{\frac{1}{\sqrt{G\rho}}} = \sqrt{\frac{\rho}{\rho'}} = \sqrt{\frac{M}{R^3} \times \frac{R'^3}{M'}} = \sqrt{\frac{1 \times 4.5^3}{3 \times 1.5^3}} = \sqrt{9} = 3$$

۲۰) گزینه ۲




ابتدا اسکچ را تکمیل می کنیم و استوای کهکشانی و قطب شمال سماوی و دایره البروجی را بر روی آن مشخص می کنیم. می دانیم فاصله بین این دو قطب ۲۳.۵ درجه است و از آن به عنوان کالیبر استفاده می کنیم. از NGC ۸۵ بر استوای کهکشانی عمود می کنیم و با استفاده از کالیبر عرض کهکشانی را بدست می آوریم همچنین به مثبت یا منفی بودن آن توجه می کنیم.

۲۳- گزینه ۱

$\Delta m = A \log \frac{b}{b'} \rightarrow A = -۲ \rightarrow \Delta m' = -۲ \log(۲۰) = -۲,۶$

۲۴- پاسخ صحیح $۳۶۱,۳ AU$ است.

۲۵- گزینه ۱

$\eta = ۰,۰۰۷$

$L_\odot = \dot{M}_\odot c^۲ \rightarrow \dot{M}_\odot = ۴,۲۸ \times ۱۰^۹ \frac{kg}{s}$

پایستگی تکانه زاویه‌ای $\Rightarrow L = m_E \sqrt{G M_\odot a} \rightarrow \frac{\dot{M}_\odot}{M_\odot} = -\frac{\dot{a}}{a}$

$t = ۱۰۰۰\ yr \rightarrow \dot{a}t = \Delta a = +۱۰\ m$

۲۶- گزینه ۳

$F = -b\sqrt{v} = m \frac{v\,dv}{dr} \rightarrow \int_۰^l \frac{b}{m} dr = \int_{v_۰}^{۰} \sqrt{v}\, dv \rightarrow l = \frac{۲}{۳} \frac{m}{b} v_۰^{۳/۲}$

۲۷- گزینه ۳

$H = H_۰ a^{-۵} \rightarrow \int_۰^a a^۴\, da = \int_۰^t H_۰\, dt \rightarrow a = (۵ H_۰ t)^{۱/۵}$

$\xrightarrow[a=۱]{t=t_۰} t_۰ = \frac{۱}{۵} t_H \qquad t_H = ۱۴\ Gyr \rightarrow t_۰ = ۲,۸\ Gyr \quad ; \quad t_۰ - ۲Gyr = ۰,۸ Gyr \rightarrow a = ۰,۷۷۸$

$\rightarrow ۰,۷۷۸\ X = ۵\ Mpc \rightarrow X = ۶,۴۲$

۲۸- گزینه ۲

۲۹- گزینه ۱

| $N_۲$ | $O_۲$ | $Ar$ | $CO$ | $SO_۲$ | $NO_۲$ |
|---|---|---|---|---|---|
| ۷۸,۰۸۰۰ | ۲۰,۹۵۰۰ | ۰,۹۷۰۰ | ۰ | ۰ | ۰ |
| ۷۸,۰۵۷۶۷ | ۲۰,۹۴۹۱ | ۰,۹۷۰۰ | $۴۰ \times ۱۰^{-۴}$ | $۱ \times ۱۰^{-۴}$ | $۱ \times ۱۰^{-۴}$ |

هوای پاک $\sum_i D_i = ۱۰۰$

هوای آلوده $\sum_i D'_i = ۱۰۰$

فرض می‌کنیم تعداد ذرات هوا که در حالت سالم و ناسالم برابر است. $(N = N')$

نسبت جرم: $\frac{M'}{M} = \frac{N' \bar{m}'}{N \bar{m}} \rightarrow \frac{M'}{M} = \frac{\bar{m}'}{\bar{m}} \Rightarrow \frac{M'}{M} = \frac{\sum_i m'_i D'_i}{\sum_i m_i D_i} = ۱,۰۰۴۲$

از طرف داده شده $\rightarrow v_{\text{اوج}} = ۳۱٫۷۴۳ \ \frac{km}{s}$

$v_{\text{حضیض}} = ۳۹٫۳۸۴ \ \frac{km}{s}$

$v_{\text{حضیض}} \times v_{\text{اوج}} = \frac{GM}{a}$

$P^۲ = \frac{۴\pi^۲}{GM} a^۳$

$\Big\} \ \frac{v_۱ v_۲}{G} \left(\frac{G P^۲}{۴\pi^۲}\right)^{۱/۳} = M^{۲/۳}$

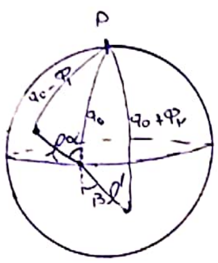
$\rightarrow M = ۱٫۳۷ M_\odot$

$\rightarrow \log \frac{M}{M_\odot} = ۰٫۱۳۵$

$\rightarrow \log\left(\frac{L}{L_\odot}\right) = ۰٫۵$

$\rightarrow M - M_\odot = -۲٫۵ \log\left(\frac{L}{L_\odot}\right) \Rightarrow M = ۳٫۴۷$

۳۱- $۳٫۵۹ \times ۱۰^{-۲}$




$\sin\varphi_۱ = \sin l \cos\alpha$

$\rightarrow \alpha = ۴۰٫۹۶$

$+\sin l' \cos\beta = +\sin\varphi_۲$

$l = c\Delta t = ۲٫۹۹۸ \times ۱۰^۴ \ km \rightarrow l' = ۴۸٫۴۶^\circ \rightarrow l' = ۵۳٫۹۴ \ km$

$n_۱ \sin\alpha = n_۲ \sin\beta \qquad \rightarrow l' = \frac{c}{۲} \times \Delta t \rightarrow \boxed{\Delta t = ۳٫۵۹ \times ۱۰^{-۲}}$

$\rightarrow \beta = ۱۹٫۱۳$

$n_۲ = \left(\frac{v}{c}\right)^{-۱} \rightarrow \boxed{n_۲ = ۲}$

۳۲- $۲٫۴۲ \times ۱۰^۴$

$d = ۱۹۴ \ pc$

$L \propto M^{۳٫۵} \rightarrow L = ۲۷۹٫۵۱ L_\odot \ \Big\} \ m - m_\odot = -۲٫۵ \log\left(\frac{b}{b_\odot}\right)$

$\rightarrow m = ۵٫۱۱۲$

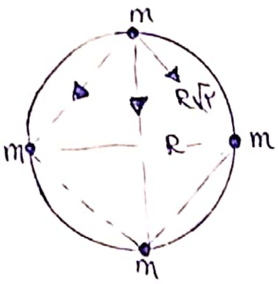
$m' = m - ۱٫۵ = ۳٫۶۱۲$

$\rightarrow b' = ۹٫۵۱۳ \times ۱۰^{-۱۰} \frac{w}{m^۲} = \frac{L'}{۴\pi d^۲} \rightarrow L' = ۱۱۱۲٫۹۵ L_\odot \rightarrow M' = ۷٫۶۲ M_\odot$

$\Delta M = \dot{M} \Delta t$

$\dot{M} = ۱۰^{-۶} \frac{M_\odot}{yr}$

$\Big\} \rightarrow \Delta t = ۲۶۲۰۰ \ yr$




$۴,۱۷ \times ۱۰^{۹}$ ۳۳-

$$\Sigma F_r = \frac{-۲Gm^۲}{(R\sqrt{۲})^۲}\cos(۴۵^\circ) - \frac{Gm^۲}{۴R^۲} = -mR\omega^۲$$

$$\rightarrow T^۲ = \frac{۴\pi^۲}{\omega^۲} = \frac{۴}{\left(\frac{۱}{۴} + \frac{\sqrt{۲}}{۲}\right)} \times \frac{\pi^۲ R^۳}{Gm} \rightarrow \alpha = ۴,۱۷۹$$

$۱ \times ۱۰^{-۱۰}$ ۳۴-

$$m = ۱۷,۳۶ \rightarrow b = ۲,۹۵ \times ۱۰^{-۱۵} \frac{W}{m^۲}$$

$$\underset{\text{دریافتی}}{E} = b \times \Delta t \times \frac{\pi D^۲}{۴} \times Q = N\frac{hc}{\lambda} \rightarrow N = ۹۹$$

$$m \pm \Delta m = C - ۲,۵\log(S \pm \sqrt{N}) = C - ۲,۵\log S - ۲,۵\log\left(1 + \frac{\sqrt{N}}{S}\right)$$

$$\rightarrow \Delta m = ۲,۵\log\left(1 + \frac{\sqrt{N}}{S}\right) = ۰,۱$$

$۱,۷۵ \times ۱۰^{۰}$ ۳۵-

$$q = \frac{۱}{۲}\sum_i (1 + ۳\omega_i)\,\Omega_i(t) = ۱,۷۵$$

$۲,۲۶ \times ۱۰^{۱}$ ۳۶-

$$\frac{dP}{dh} = -\rho g$$

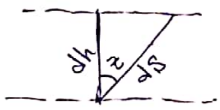
$$P = \frac{\rho k_B T}{m} \rightarrow \frac{dP}{P_0} = \frac{d\rho}{\rho_0}$$

$$\rightarrow \frac{dP}{dh} = \frac{P_0}{\rho_0}\frac{d\rho}{dh} = -\rho g \rightarrow \int_{\rho_0}^{\rho}\frac{d\rho}{\rho} = -\int_0^h \frac{\rho_0 g}{P_0}\,dh$$

$$\rightarrow \rho_{(h)} = \rho_0 \exp\left(-\frac{\rho_0 g h}{P_0}\right)$$

$$I = I_0 e^{-\tau} \rightarrow m = m_0 + ۲,۵\log e\ \tau$$

$$\tau = \int k\rho\,ds = \frac{k}{\cos z}\int_0^H \rho\,dh = \frac{k}{\cos z}\rho_0\int_0^H e^{-\rho_0 g h/P_0}\,dh$$




$$dS = \frac{dh}{\cos z}$$

$$= \frac{k}{\cos z}\frac{P_0}{g}\left(1 - \exp\left(-\frac{\rho_0 g H}{P_0}\right)\right)$$

$$\rightarrow m = m_0 + ۲,۵\log e\ \frac{kP_0}{g}\left(1 - \exp\left(\frac{-\rho_0 g H}{P_0}\right)\right)\frac{1}{\cos z}$$

$$m_1 - m_2 = ۲,۵\log e\ \frac{kP}{g}\left(1 - \exp\left(-\frac{\rho_0 g H}{P_0}\right)\right)\left(\frac{1}{\cos z_1} - \frac{1}{\cos z_2}\right)$$

$$\rightarrow H = ۲۲,۶\ \text{km}$$