

بسمه تعالی

امتحان پایان ترم معادلات دیفرانسیل، دانشکده فنی و مهندسی دانشگاه کردستان، نیمسال دوم  
تحصیلی ۹۴-۹۳، خرداد ماه ۱۳۹۴

نام: ..... نام خانوادگی: .....

))))))))))))) (مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه) ())))))))))))) (بارم: ۱۰۰ نمره) ()))))))))))))

سؤال ۱. اگر  $y_1$  و  $y_2$  دو جواب مستقل خطی معادله‌ی همگن متناظر با معادله‌ی دیفرانسیل زیر باشند، با استفاده از روش تغییر پارامترها یک جواب خصوصی برای آن پیدا کنید. (۱۰ نمره)

$$y'' + y = \frac{1}{\cos x}, \quad y_1 = \cos x, \quad y_2 = \sin x$$

سؤال ۲. جواب‌های مستقل خطی معادله‌ی  $x^2 y'' + 2xy' + y = 0$  را بیابید. (۱۰ نمره)

سؤال ۳. دو جواب مستقل خطی معادله‌ی دیفرانسیل  $y'' - xy' - y = 0$  را به صورت سری توانی حول نقطه‌ی  $x_0 = 0$  به دست آورید. (۲۰ نمره)

سؤال ۴. برای معادله‌ی دیفرانسیل  $x(x-1)^2(1+x)y'' + (2+x)y' - xy = 0$ ، الف) نقاط غیرعادی و نوع آن‌ها (منظم یا غیرمنظم) را مشخص کنید. (۱۲ نمره)  
ب) معادله‌ی شاخص متناظر با نقاط غیرعادی منظم را با به دست آوردن ریشه‌های آن‌ها معین کنید. (۸ نمره)  
ج) فرم کلی جواب‌های معادله را، به صورت سری توانی، حول نقاط غیرعادی منظم معادله بنویسید. (نمره ۱۵)

سؤال ۵. مسأله‌ی مقدار مرزی زیر را با استفاده از تبدیل لاپلاس حل کنید. (۲۵ نمره)

$$y'' + y = \delta(t - \pi) + u_\pi(t) - \cos t, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 1$$

♣ اگر مایلید، به سؤال زیر پاسخ دهید. این سؤال تشویقی است و یک نمره دارد. ♣

دو جواب مستقل خطی معادله‌ی بسل رتبه  $1/2$

$$x^2 y'' + xy' + (x^2 - \frac{1}{4})y = 0, \quad x > 0$$

را بیابید. (راهنمایی: با تغییر متغیر مناسب می‌توان آن را به یک معادله‌ی دیفرانسیل با ضرایب ثابت تبدیل کرد.) (۱۰ نمره)

موفق و سربلند باشید!  
محفوظ رستم‌زاده