حسین نادری
دانشجوی علوم کامپیوتر
صنعتی شریف

پنج شنبه ۶ اسفند ۱۳۹۴
hnaderi268.blog.ir
hnaderi268@gmail.com

سری سوالات هفتم

۱ فیبوناچی

۱ ثابت کنید اگر $m|n$، آن گاه $fib(m)|fib(n)$.

۲ بررسی کنید:

$$gcd(fib(m), fib(n)) = fib(gcd(m, n))$$

۲ جورسازی

۱ تعداد تطابق کامل های یک گراف دو بخشی ۲منتظم را به دست آورید.

۲ مساله بالا را برای گراف های دو بخشی ۳منتظم حل کنید. ابتدا سعی کنید کران هایی برای مساله پیدا کنید.

۳ اگر تعداد راس های گراف را با n نشان دهیم، سعی کنید مساله را برای گراف های دو بخشی $n - ۱$منتظم نیز حل کنید.

۳ سری همساز

ثابت کنید می توان مجموع متناهی عضو آعازین متوالی سری همساز را به صورت m/n نوشت که m فرد و n زوج باشد.

$$۱ + \frac{۱}{۲} + \frac{۱}{۳} + \ldots + \frac{۱}{k} = \frac{m}{n}$$

۴ این یا اون

ثابت کنید در هر دنباله از اعداد به طول $mn + ۱$، یا یک زیردنباله صعودی [۱] به طول $m + ۱$ یا یک زیر دنباله نزولی به طول $n + ۱$ وجود دارد.

۵ یکم منطق کلاسیک

۱ ثابت کنید ادات شفر، |، کامل است. یعنی هر یک از ادات های $\{\neg, \vee, \wedge, \rightarrow\}$ را بر حسب ادات شفر بنویسید. هر چند دو ادات $\neg$ و $\wedge$ نیز کفایت می کنند.

$$(A|B) \leftrightarrow \neg(A \wedge B)$$

۲ ثابت کنید هر ادات n موضعی را می توان بر حسب ادات های $\{\neg, \vee, \wedge\}$ نوشت.

۳ ثابت کنید هر گزاره را می توان به صورت نرمال عطفی و نرمال فصلی با همان اتم های خودش نوشت.
نرمال عطفی:

$$(A_{۱,۱} \vee \ldots \vee A_{۱,i_۱}) \wedge \ldots \wedge (A_{۱,۱} \vee \ldots \vee A_{n,i_n})$$

نرمال وصلی:

$$(A_{۱,۱} \wedge \ldots \wedge A_{۱,i_۱}) \vee \ldots \vee (A_{۱,۱} \wedge \ldots \wedge A_{n,i_n})$$

۶ بدون اطلاعات

۱ یک نفر با چشمان بسته در نقطه ای نامعلوم از یک ماز[۲] $m \times n$ گیر افتاده است. آیا می توان یک رشته متناهی از حرکات بالا، پایین، چپ و راست به او داد که اگر آن را در پیش گیرد، پس از مدتی نجات یابد؟

۲ روی محیط یک میز دایره ای ۲^n چراغ قرار دارند. چشمان یک جادوگر بسته شده اند. تعدادی از چراغ ها خاموش و بقیه روشن هستند. جادوگر در هر نوبت تعدادی از چراغ ها را انتخاب می کند و آن ها را تغییر وضیت می دهد، سپس یک نفر میز را به دلخواه در یک جهت مقداری می چرخاند. آیا جادوگر می تواند پس از تعدادی حرکت همه ی چراغ ها را یک جا روشن کند؟

[۱] به زیر مجموعه ای از اعضای دنباله با حفظ ترتیب، زیر دنباله می گویند.
[۲] یک ماز یک جدول مستطیلی است که تعدادی از دیوار های درونی آن و یک دیوار بیرونی (دیوار نجات) برداشته شده اند.