

به نام او

## نظریه بازی‌ها – شاazzz

در همه‌ی بازی‌های زیر کسی که آخرین حرکت را انجام می‌دهد برنده است ():

یک ) کیسه‌ای شامل سی و پنج مهره است و دو نفر به ترتیب روی آن بازی می‌کنند. هر کس در نوبت خودش می‌تواند از یک تا پنج مهره از کیسه بردارد. کسی که آخرین مهره را بردارد برنده است. چه کسی می‌برد؟

دو ) همان سوال قبل با این تفاوت که هر کس در نوبت خود می‌تواند به اندازه‌ی توانی از دو مهره بردارد (یک هم توان دو است !)

سه ) تعداد زیادی حلقه‌ی دایره‌ای شکل مساوی و یک میز بزرگ داریم. دو نفر به این شکل بازی می‌کنند که هر کس در نوبت خود باید یک حلقه را برداشته و آن را به دلخواه روی میز قرار دهد به شرطی که روی حلقه‌های قبلی قرار نگیرد. برنده‌ی بازی را به ازای مقادیر مختلف شعاع میز و حلقه‌ها تعیین کنید.

چهار ) فرض کنید قوانین شطرنج به این صورت تغییر یافته که هر کس در نوبت خودش باید دو حرکت انجام دهد. ثابت کنید نفر اول استراتژی نباختن دارد. ( فقط کافی است وجود این استراتژی را اثبات کنید نه این که استراتژی ارائه دهید )

پنج ) سیزده توب دور یک دایره چیده شده‌اند. دو نفر به این ترتیب بازی می‌کنند که هر کس در نوبت خود باید رنگ سیاه یا سفید رنگ کند به شرطی که با توب‌های کناری اش هم‌رنگ نباشد. کسی که نتواند حرکتی انجام دهد بازنشسته است. چه کسی می‌برد؟

شش ) تغییر شکلات سمی. دو نفر بر روی یک شکلات  $m \times n$  به این صورت بازی می‌کنند که هر کس در نوبت خودش یک شکلات خورده نشده را انتخاب می‌کند و تمام شکلات‌هایی که اکیدا سمت راست و اکیدا بالای آن هستند را می‌خورد. ( هر کس در نوبت خودش باید حداقل یک شکلات بخورد ) کسی که نتواند حرکتی کند بازنشسته است. چه کسی می‌برد؟

هفت ) در ابتدا یک توده‌ی دویست تایی از مهره‌ها داریم. هر کس در نوبت خودش همه توده‌هایی که بیشتر از یک مهره دارند را باید به دلخواه به دو بخش تقسیم کند. برنده را تعیین کنید.

هشت ) کیسه‌ای شامل  $n$  مهره داریم. نفر اول باید حداقل یک مهره ( و نه همه‌ی مهره‌ها را ) بردارد. بعد از آن هر کس در نوبت خودش می‌تواند تا دو برابر مهره‌هایی که نفر مقابل در حرکت قبلی انجام داده است را بردارد. برنده‌ی بازی را به ازای مقادیر مختلف  $n$  تعیین کنید.

نه ) دو نفر بر روی یک تخته‌ی شطرنج به نوبت اسب‌های سیاه و سفید می‌گذارند ( نفر اول فقط اسب سفید و نفر دوم فقط اسب سیاه می‌گذارد ) به شرطی که اسب گذاشته شده توسط اسب دشمن تهدید نشود. چه کسی می‌برد؟

ده ) دو نفر بر روی یک گراف ساده به این صورت بازی می‌کنند :  
هر کس در نوبت خودش باید راس جدیدی به مسیر فعلی اضافه کند. راس اول را نفر اول در اولین حرکت انتخاب می‌کنند. ( دقت کنید که چون مسیر است نمی‌توانند راس تکراری انتخاب کنند و در ضمن راس جدید باید به آخرین راس انتخاب شده یال داشته باشد )  
شرط لازم و کافی برای برد نفر اول را بیابید. ( راهنمایی :