

سری سوالات ششم

حسین نادری

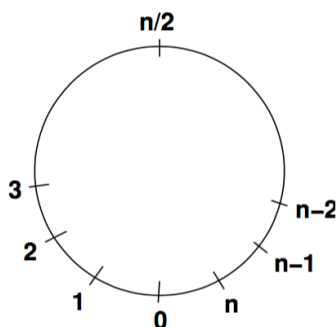
hnaderi268.blog.ir

hnaderi268@gmail.com

جمعه ۱۶ بهمن ۱۳۹۴

۱ ول گشت^۱

مساله اصلی یک ول گشت ساده، دنباله ای از حرکت های تصادفی روی یک نوار به سمت چپ یا راست (با احتمال برابر) است. فرض کنید روی دایره ی زیر از راس شماره صفر ول گشت را شروع می کنیم. زمانی که ول گشت به پایان می رسد، احتمال حضور در چه راسی بیشتر از بقیه است؟



یک مساله ساده تر فرض کنید ول گشت روی یک ردیف از راس ها انجام می شود. راسی که ول گشت از آن شروع می شود، راس ۱ است. احتمال آن که در ول گشت راس n زودتر از راس صفر طی شده باشد، چقدر است؟^۲

۰ ۱ ۲ ۳ ... n

باز گشت به مساله اصلی می خواهیم روی دایره احتمال این که ول گشت با راس i ام به پایان می رسد را حساب کنیم. ول گشت به یکی از دو راس $i-1$ و $i+1$ زودتر سر می زند. اگر تعداد حرکات ول گشت قبل از توقف را به سمت بی نهایت میل دهیم (یا تعداد حرکات نامتناهی باشد) احتمال این که زمانی ول گشت راس دلخواه k را طی کرده باشد یک است. حال با استفاده از این فرض و صورت بندی مساله ی قبل مساله ی اصلی را حل کنید.

^۱ به نظر نگارنده ول گشت، بهتر از گشت تصادفی یا حتی Random Walks معنی را برای خواننده تداعی می کند.
^۲ راهنمایی: رابطه باز گشتی برای پارامتر n بیابید و سپس با حدس و اثبات از طریق استقرا فرم بسته ی آن را به دست آورید.

۲ نزدیکترین عدد بزرگتر

الگوریتم کارایی بیابید که با یک پیش پردازش از اردر خطی، بتواند به سوال زیر در مورد یک دنباله با تعداد ثابتی عملیات پاسخ دهد:

نزدیک ترین عدد نسبت به عدد i ام که از آن بزرگتر است، چیست؟

این هم نسخه ی انگلیسی سوال با توضیحات بیشتر:

Given an array with numbers, write a program that efficiently answers queries of the form: "Which is the nearest larger value for the number at position i ?", where distance is the difference in array indices. For example in the array $[1,4,3,2,5,7]$, the nearest larger value for 4 is 5. After linear time preprocessing you should be able to answer queries in constant time.

برای توضیحات بیشتر Nearest Larger Number و Random Walks را در وب جست و جو کنید.