

فصل ۲

عددهای حقیقی

درس اول: عددهای گویا

در فصل پیش با صورتهای مختلف نمایش یک مجموعه آشنا شدید. در اینجا علاوه بر یادآوری روشهای مختلف نمایش یک مجموعه، نمایش هندسی یا نمایش روی محور، زیرمجموعههای مجموعههای اعداد طبیعی، حسابی و صحیح را برای شما بیان می‌کنیم. به جدول زیر دقت کنید که چگونه یک مجموعه را به روشهای مختلف نمایش داده‌ایم.

نمایش هندسی (روی محور)	زبان نمادین (روش ریاضی)	با نوشتن اعضا	به روش توصیفی (بیان کلامی)
	$\{x \mid x \in \mathbb{N}, x < 5\}$	$\{1, 2, 3, 4\}$	مجموعه‌ی عددهای طبیعی کوچک‌تر از ۵
	$\{x \mid x \in \mathbb{W}, x \leq 3\}$	$\{0, 1, 2, 3\}$	مجموعه‌ی عددهای حسابی کوچک‌تر یا مساوی ۳
	$\{x \mid x \in \mathbb{Z}, x < -3\}$	$\{\dots, -6, -5, -4\}$	مجموعه‌ی عددهای صحیح کوچک‌تر از -۳
	$\{x \mid x \in \mathbb{Z}, x \geq -2\}$	$\{-2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$	مجموعه‌ی عددهای صحیح بزرگ‌تر یا مساوی -۲
	$\{x \mid x \in \mathbb{Z}, -3 < x < 4\}$	$\{-2, -1, 0, 1, 2, 3\}$	مجموعه‌ی عددهای صحیح بین -۳ و ۴

روش نوشتن چند کسر بین دو کسر

بعضی وقت‌ها نوشتن چند کسر بین دو کسر به سادگی قابل انجام است.

بین دو کسر $\frac{1}{8}$ و $\frac{7}{8}$ ، پنج کسر بنویسید.

$$\frac{1}{8} < \frac{2}{8} < \frac{3}{8} < \frac{4}{8} < \frac{5}{8} < \frac{6}{8} < \frac{7}{8}$$

بین دو کسر $\frac{5}{7}$ و $\frac{5}{14}$ ، شش کسر بنویسید.

$$\frac{5}{14} < \frac{5}{13} < \frac{5}{12} < \frac{5}{11} < \frac{5}{10} < \frac{5}{9} < \frac{5}{8} < \frac{5}{7}$$

اما بعضی وقتها نوشتن چند کسر بین دو کسر به این سادگی نیست و باید با انجام عملیاتی این کار را انجام داد، به چهار روش داریم:

۱- هم‌مخرج کردن برای نوشتن کسرهای بین دو کسر

با یک مثال این روش را توضیح می‌دهیم.

بین دو کسر $\frac{3}{4}$ و $\frac{4}{5}$ ، پنج کسر بنویسید.

ابتدا با استفاده از ک.م.م.مخرج‌ها، دو کسر را هم‌مخرج می‌کنیم.

$$\frac{3}{4} = \frac{3 \times 5}{4 \times 5} = \frac{15}{20}$$

$$\frac{4}{5} = \frac{4 \times 4}{5 \times 4} = \frac{16}{20}$$

چون می‌خواهیم بین دو کسر، پنج کسر بنویسیم، صورت و مخرج دو کسر را در 6 ($5+1=6$) ضرب می‌کنیم.

$$\frac{3}{4} = \frac{15}{20} = \frac{15 \times 6}{20 \times 6} = \frac{90}{120}$$

$$\frac{4}{5} = \frac{16}{20} = \frac{16 \times 6}{20 \times 6} = \frac{96}{120}$$

اکنون باید بین دو کسر $\frac{90}{120}$ و $\frac{96}{120}$ پنج کسر بنویسیم.

$$\frac{90}{120} < \frac{91}{120} < \frac{92}{120} < \frac{93}{120} < \frac{94}{120} < \frac{95}{120} < \frac{96}{120}$$

۲- هم‌صورت کردن کسرهای با یک مثال این روش را توضیح می‌دهیم.

بین دو کسر $\frac{3}{4}$ و $\frac{4}{5}$ ، چهار کسر بنویسید.

ابتدا با استفاده از ک.م.م.مخرج‌ها، دو کسر را یکسان می‌کنیم.

$$\frac{3}{4} = \frac{3 \times 4}{4 \times 4} = \frac{12}{16}$$

$$\frac{4}{5} = \frac{4 \times 3}{5 \times 3} = \frac{12}{15}$$

اکنون چون می‌خواهیم چهار کسر بین دو کسر بنویسیم، صورت و مخرج کسرهای به دست آمده را در 5 ($4+1=5$) ضرب می‌کنیم.

$$\frac{3}{4} = \frac{12}{16} = \frac{12 \times 5}{16 \times 5} = \frac{60}{80}$$

$$\frac{4}{5} = \frac{12}{15} = \frac{12 \times 5}{15 \times 5} = \frac{60}{75}$$

$$\frac{60}{80} < \frac{60}{79} < \frac{60}{78} < \frac{60}{77} < \frac{60}{76} < \frac{60}{75}$$

و سپس می‌توان نوشت:

۳- استفاده از میانگین دو کسر: می‌دانیم که میانگین دو عدد، همواره بین دو عدد قرار دارد و از دو عدد نیز، به یک فاصله است.

بین دو کسر $\frac{3}{4}$ و $\frac{4}{5}$ یک کسر بنویسید.

$$\frac{\frac{3}{4} + \frac{4}{5}}{2} = \frac{\frac{15}{20} + \frac{16}{20}}{2} = \frac{\frac{31}{20}}{2} = \frac{31}{40}$$

میانگین دو کسر را حساب می‌کنیم.

و روش چهارم: این روش بسیار ساده‌تر و بهتر برای نوشتن چند کسر بین دو کسر است.

$$\frac{a}{b} < \frac{a+c}{b+d} < \frac{c}{d}$$

اگر $\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$ و $b, d \neq 0$ باشند، آن‌گاه همواره داریم:

بین دو کسر $\frac{3}{4}$ و $\frac{4}{5}$ یک کسر بنویسید.

$$\frac{3}{4} < \frac{4}{5} \Rightarrow \frac{3}{4} < \frac{3+4}{4+5} < \frac{4}{5} \Rightarrow \frac{3}{4} < \frac{7}{9} < \frac{4}{5}$$

$$\frac{3}{4} < \frac{7}{9} < \frac{11}{14} < \frac{15}{19} < \frac{19}{24} < \frac{23}{29} < \frac{27}{34} < \frac{31}{39} < \frac{4}{5}$$

بین دو کسر $\frac{3}{4}$ و $\frac{4}{5}$ هفت کسر بنویسید.

نتیجه ۱: بین هر دو عدد گویا، بی‌شمار عدد گویا وجود دارد.

نتیجه ۲: با توجه به نتیجه ۱، مجموعه‌ی اعداد گویا را نمی‌توان با نوشتن اعضا مشخص کرد و فقط باید به صورت کلامی یا به صورت نمادین

(زبان ریاضی) بیان کرد.

هر کسر متعارفی (معمولی) که صورت و مخرج آن عدد صحیح و مخرج آن مخالف صفر باشد، عدد گویا نامیده می‌شود و مجموعه‌ای که تمامی

این عددها را شامل می‌شود، مجموعه‌ی عددهای گویا نام دارد.

$$Q = \left\{ \frac{p}{q} \mid p, q \in \mathbb{Z}, q \neq 0 \right\}$$

مجموعه‌ی عددهای گویا به صورت نمادین:

انواع اعداد اعشاری، هر عدد گویا را می‌توان به صورت یک عدد اعشاری نوشت.

دو نوع عدد اعشاری داریم:

۱- عددهای اعشاری متناهی یا مختوم.

۲- عددهای اعشاری متناوب، که این عددها نیز دو دسته هستند:

الف) عددهای اعشاری متناوب ساده

ب) عددهای اعشاری متناوب مرکب

عددهای اعشاری متناهی (مختوم)

اگر مخرج یک کسر ساده‌نشده را تجزیه کنیم و در تجزیه‌ی آن فقط عامل‌های ۲ یا ۵ یا هر دو عامل باشد، عدد اعشاری مربوط به این کسر را مختوم یا متناهی می‌گویند. (مختوم یعنی رقم‌های اعشاری عدد، دارای خاتمه یا پایان باشند).

عدد اعشاری مربوط به کسرهای زیر را بنویسید. 

$$\frac{3}{4}, \frac{2}{5}, \frac{7}{8}, \frac{9}{25}, \frac{11}{50}, \frac{17}{40}, \frac{19}{65}, \frac{26}{65}$$

اگر مخرج هر یک از کسرهای فوق، به‌جز $\frac{26}{65}$ را تجزیه کنیم، در آن‌ها فقط عامل ۲ یا ۵ یا هر دو عامل هست. فقط کسر $\frac{26}{65}$ را باید ابتدا

ساده کنیم و سپس عدد اعشاری آن را بنویسیم.

$$\frac{3}{4} = 0.75, \quad \frac{2}{5} = 0.4, \quad \frac{7}{8} = 0.875, \quad \frac{9}{8} = 1.125$$

$$\frac{11}{25} = 0.44, \quad \frac{17}{50} = 0.34, \quad \frac{19}{40} = 0.475, \quad \frac{26}{65} = \frac{2}{5} = 0.4$$

عددهای اعشاری متناوب،

اگر در تجزیه‌ی مخرج یک کسر ساده‌نشده، به‌طور کلی عامل‌های ۲ و ۵ نباشد و در تجزیه‌ی مخرج، عددهای اول دیگری به‌جز ۲ و ۵ باشد، عدد اعشاری مربوط به این‌گونه کسرها را متناوب ساده می‌گویند؛ یعنی بعد از اعشار، بلافاصله رقم یا رقم‌هایی، پیوسته تکرار می‌شوند و این تکرار بی‌پایان است. به این تکرار ارقام، دوره‌ی گردش می‌گویند. اعداد زیر متناوب ساده هستند.

این علامت نشان‌دهنده‌ی دوره‌ی گردش است، یعنی رقم ۲ به‌طور بی‌پایانی تکرار می‌شود.

$$\frac{1}{3} = 0.3333\ldots = 0.\overline{3}$$

$$\frac{7}{11} = 0.636363\ldots = 0.\overline{63}$$

$$\frac{1}{7} = 0.142857142857\ldots = 0.\overline{142857}$$

اگر در تجزیه‌ی مخرج یک کسر ساده‌نشده، عامل‌های ۲ یا ۵ یا هر دو باشند و علاوه بر آن‌ها اعداد اول دیگری هم در این تجزیه باشند، عدد اعشاری مربوط به این کسرها را متناوب مرکب می‌گویند، یعنی دوره‌ی گردش بلافاصله بعد از ممیز شروع نمی‌شود، بلکه، یک یا چند رقم غیرتکراری بعد از ممیز قرار می‌گیرند و سپس بعد از آن‌ها رقم‌های تکراری یا دوره‌ی گردش شروع می‌شود.

عددهای اعشاری مربوط به کسرهای روبه‌رو را بنویسید. 

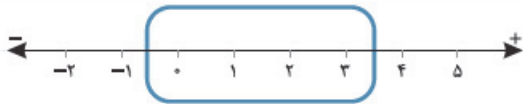
$$\frac{5}{6}, \frac{19}{22}, \frac{41}{35}$$

(در تجزیه‌ی مخرج یعنی عدد ۶، عامل‌های ۲ و ۳ هست) $\frac{5}{6} = 0.8333\ldots = 0.8\overline{3}$

$$\frac{19}{22} = 0.863636\ldots = 0.8\overline{63}$$

$$\frac{41}{35} = 1.17142857142857\ldots = 1.1\overline{7142857}$$

پرسش‌های ۲ گزینه‌ای



۱- کدام مجموعه مربوط به محور مقابل است؟

(۱) $\{x \mid x \in \mathbb{N}, x < 4\}$

(۲) $\{x \mid x \in \mathbb{W}, x \leq 3\}$

۲- کدام مجموعه، عددهای صحیح بین -۴ و ۷ را مشخص می‌کند؟

(۱) $\{x \mid x \in \mathbb{Z}, -5 < x < 8\}$

(۲) $\{x \mid x \in \mathbb{Z}, -4 \leq x < 7\}$

۳- کدام کسر بین دو کسر $\frac{5}{7}$ و $\frac{8}{11}$ قرار دارد؟

(۱) $\frac{6}{8}$

(۲) $\frac{13}{18}$

۴- بین دو عدد گویای $\frac{1}{1000}$ و $\frac{3}{1000}$ چند عدد گویا وجود دارد؟

(۱) فقط یکی

(۲) بی‌شمار

۵- کدام مجموعه را با نوشتن اعضا می‌توان مشخص کرد؟

(۱) مجموعه‌ی اعداد گویا

(۲) مجموعه‌ی اعداد صحیح

۶- عدد اعشاری مربوط به کدام کسر متناهی یا مختوم است؟

(۱) $\frac{37}{80}$

(۲) $\frac{11}{12}$

۷- عدد اعشاری مربوط به کدام کسر متناوب است؟

(۱) $\frac{51}{85}$

(۲) $\frac{20}{75}$

پرسش‌های تشریحی

۱- هر یک از مجموعه‌های زیر را با نوشتن اعضا، زبان نمادین (به صورت ریاضی) و نمایش هندسی (روی محور) مشخص کنید.

الف) مجموعه‌ی اعداد حسابی کوچک‌تر یا مساوی ۶

ب) مجموعه‌ی اعداد صحیح بین -۵ و ۲

ج) مجموعه‌ی اعداد صحیح کوچک‌تر از -۴

۲- هر یک از مجموعه‌های زیر را به صورت توصیفی (عبارت کلامی) و با نوشتن اعضا مشخص کنید.

الف) $A = \{x | x \in \mathbb{Z}, -11 \leq x < 5\}$

ب) $B = \{x | x \in \mathbb{Z}, x \leq 8\}$

ج) $C = \{x | x \in \mathbb{Z}, -8 < x < 9\}$

۳- مجموعه‌های زیر را به صورت توصیفی (عبارت کلامی) و زبان نمادین (زبان ریاضی) بنویسید.

الف) $A = \{0, 1, 2, 3, \dots, 89\}$

ب) $B = \{-9, -8, -7, \dots, 7, 8, 9\}$

ج) $C = \{\dots, -101, -100, -99\}$

۴- بین دو کسر $\frac{6}{7}$ و $\frac{7}{8}$ پنج کسر بنویسید.

۵- بین ۲- و $1/6$ چهار کسر بنویسید.

۶- عدد اعشاری دقیق مربوط به هر یک از کسرهای زیر را بنویسید. (مانند نمونه)

الف) $\frac{1}{8} = 0.125$

ب) $\frac{7}{2} =$

ج) $\frac{6}{25} =$

د) $\frac{19}{4} =$

ه) $\frac{3}{4} =$

و) $\frac{1}{25} =$

ز) $\frac{1}{5} =$

ح) $\frac{1}{125} =$

۷- عدد اعشاری دقیق مربوط به هر یک از کسرهای زیر را بنویسید. (مانند نمونه)

الف) $\frac{2}{3} = 0.6666\dots = 0.\bar{6}$

ب) $\frac{5}{9} =$

ج) $\frac{13}{99} =$

د) $\frac{7}{9} =$

ه) $\frac{1}{11} =$

و) $\frac{5}{11} =$

۸- عدد اعشاری دقیق مربوط به هر یک از کسرهای زیر را بنویسید. (مانند نمونه)

الف) $\frac{1}{7} = 0.142857142857\dots = 0.\overline{142857}$

ب) $\frac{15}{7} = 2.142857142857\dots = 2.\overline{142857}$ (توجه: $\frac{15}{7} = 2\frac{1}{7}$)

ج) $\frac{3}{7} =$

د) $\frac{20}{7} =$

ه) $\frac{27}{7} =$

و) $\frac{68}{7} =$

۹- عدد اعشاری دقیق مربوط به هر یک از کسرهای زیر را بنویسید. (مانند نمونه)

الف) $\frac{29}{6} = 4.8333\dots = 4.\bar{83}$

ب) $\frac{11}{15} =$

ج) $\frac{19}{6} =$

د) $\frac{7}{22} =$



۱۰- اعداد اعشاری متناهی زیر را به ساده‌ترین صورت کسری بنویسید. (مانند نمونه)

الف) $0.25 = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}$

ب) $7/125 =$

ج) $0.04 =$

د) $0.008 =$

ه) $0.125 =$

و) $0.75 =$

ز) $3/85 =$

ح) $3/6 =$

۱۱- حاصل هر یک از کسرهای مرکب زیر را به ساده‌ترین صورت ممکن بنویسید.

الف) $\frac{\frac{1}{5} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{3}}{\frac{1}{2} \div \frac{1}{6} \times \frac{1}{3}} =$

ب) $\frac{3 - \frac{1}{4} \div \frac{4 + \frac{1}{2}}{3}}{3 + \frac{1}{4} \div \frac{4 - \frac{1}{3}}{3}} =$

ج) $(1 - \frac{1}{3}) \div (2 - \frac{2}{3}) \times (3 - \frac{3}{4}) =$

د) $-\frac{5}{6} + \frac{2}{3} + \frac{7}{2} - \frac{4}{33} + \frac{5}{11} - \frac{1}{22} =$

ه) $(-2\frac{1}{3} \div 1\frac{2}{5}) \div (3\frac{1}{2} - 2\frac{1}{6}) =$

۱۲- اعداد زیر را از چپ به راست و از کوچک به بزرگ مشخص کنید.

$\frac{2}{3}, \frac{3}{5}, \frac{4}{7}, \frac{2}{4}, \frac{5}{11}, \frac{4}{5}, \frac{5}{7}, \frac{8}{13}$

درست و نادرست

الف) کوچک‌ترین عضو مجموعه‌ی $\{x \mid x \in \mathbb{Z}, -8 < x < 7\}$ ، عدد -8 است.

ب) کسر $\frac{3}{7}$ بین دو کسر $\frac{1}{5}$ و $\frac{5}{9}$ قرار دارد.

ج) میانگین دو کسر $\frac{2}{3}$ و $\frac{3}{4}$ ، از $\frac{2}{3}$ کوچک‌تر و از $\frac{3}{4}$ بزرگ‌تر است.

د) عدد اعشاری مربوط به کسر $\frac{39}{52}$ ، متناهی یا مختوم است.

ه) عدد اعشاری مربوط به کسر $\frac{12}{35}$ ، متناوب است.

و) عدد اعشاری $2/75$ با کسر $\frac{11}{4}$ برابر است.

ز) کسر $\frac{3}{10}$ با 0.3 برابر است.

از اجتماع مجموعه‌ی اعداد گویا و مجموعه‌ی اعداد گنگ، مجموعه‌ی اعداد حقیقی به وجود می‌آید که با حرف \mathbb{R} نشان داده می‌شود. یعنی:

$$\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \mathbb{Q}'$$

نتیجه، هر عدد حقیقی که گویا نباشد، گنگ است و برعکس، هر عدد اعشاری که گنگ نباشد، گویا است.

محور اعداد حقیقی: تمام عددهای حقیقی را می‌توان روی یک محور نمایش داد یعنی هر نقطه از محور متناظر با یک عدد حقیقی است.

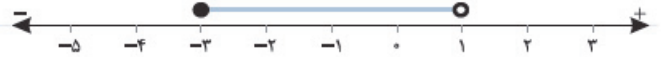


نمایش زیرمجموعه‌های مجموعه‌ی عددهای حقیقی روی محور: چون مجموعه‌ی عددهای حقیقی شامل تمامی عددها می‌باشد، بنابراین

هر زیرمجموعه از آن را می‌توان روی محور نمایش داد.

مجموعه‌های زیر را روی محور نمایش دهید.

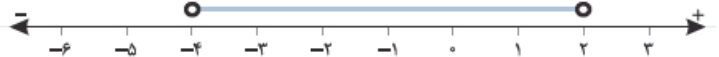
$$A = \{x \mid x \in \mathbb{R}, -3 \leq x < 1\}$$



مجموعه‌ی A شامل عدد -3 می‌باشد، اما عدد 1 را شامل نمی‌شود، بنابراین روی محور، عدد -3 را با دایره‌ی توپر و روی عدد 1 دایره‌ی توخالی

رسم می‌کنیم.

$$B = \{x \mid x \in \mathbb{R}, -4 < x < 2\}$$



چون عدد $\sqrt{2}$ گنگ است، پس عددهای $2\sqrt{3}$ ، $1 + \sqrt{3}$ ، $\frac{\sqrt{3}}{2}$ و $\sqrt{3} - 5$ نیز گنگ هستند.

مجموع دو عدد گنگ، ممکن است عددی گویا شود.

اعداد $2 - \sqrt{5}$ و $7 + \sqrt{5}$ گنگ هستند، اما مجموع آن‌ها عددی گویا است.

$$2 - \sqrt{5} + 7 + \sqrt{5} = 9 \in \mathbb{Q}$$

حاصل تفریق دو عدد گنگ، ممکن است عددی گویا شود.

اعداد $11 - \sqrt{3}$ و $-\sqrt{3} + 5$ دو عدد گنگ هستند، اما حاصل تفریق آن‌ها عددی گویا است.

$$11 - \sqrt{3} - (-\sqrt{3} + 5) = 11 - \sqrt{3} + \sqrt{3} - 5 = 6 \in \mathbb{Q}$$

حاصل ضرب دو عدد گنگ، ممکن است عددی گویا شود.

اعداد $\sqrt{18}$ و $\sqrt{2}$ گنگ هستند. اما:

$$\sqrt{18} \times \sqrt{2} = \sqrt{36} = 6 \in \mathbb{Q}$$

حاصل تقسیم دو عدد گنگ، ممکن است عددی گویا شود.

دو عدد $\sqrt{18}$ و $\sqrt{2}$ گنگ هستند. اما:

$$\frac{\sqrt{18}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2} \times \sqrt{9}}{\sqrt{2}} = \sqrt{9} = 3 \in \mathbb{Q}$$

پرسش‌های ۲ گزینه‌ای

۱- هر عددی که گویا نباشد، به کدام مجموعه تعلق دارد؟

(۱) \mathbb{Q}

(۲) \mathbb{Q}'

۲- کدام عدد گویا است؟

(۱) $\sqrt{49}$

(۲) $-\sqrt{49}$

۳- کدام مجموعه زیرمجموعه‌ی دیگری است؟

$\mathbb{R} \subset \mathbb{Q}$

$\mathbb{Q}' \subset \mathbb{Q}$

۴- کدام عبارت درست است؟

$\mathbb{W} \subseteq \mathbb{Q}$

$\mathbb{R} \subseteq \mathbb{Q}$

۵- کدام عبارت نادرست است؟

$-\frac{5}{-2/5} \in \mathbb{N}$

$\sqrt{\frac{18}{8}} \in \mathbb{Q}'$

۶- عضوهای کدام مجموعه را نمی‌توان روی محور مشخص کرد؟

$\{x \mid x \in \mathbb{Q}, -2 \leq x \leq 2\}$

$\{x \mid x \in \mathbb{Z}, -3 < x < 6\}$

۷- کدام رابطه درست است؟

$\mathbb{Q}' \cup \mathbb{Q} = \mathbb{R}$

$\mathbb{Q}' \cap \mathbb{Q} = \mathbb{R}$

پرسش‌های تشریحی

۱- دور عددهای گویا خط بکشید.

$\sqrt{2/25}, \sqrt{22}, -\sqrt{25}, \sqrt{-16}, \sqrt{\sqrt{\frac{1}{81}}}, \sqrt{0/9}, -\sqrt{20}$

۲- در داخل \subseteq یا \notin علامت \in, \notin, \subseteq قرار دهید.

الف) $\mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}'$

ب) $0/2 \subset \mathbb{Q}$

ج) $\sqrt{0/1} \subset \mathbb{Q}$

د) $\mathbb{R} \subset \mathbb{Q}'$

ه) $\sqrt{6/4} \subset \mathbb{Q}$

و) $\mathbb{N} \subset \mathbb{R}$

ز) $\sqrt{29} \subset \mathbb{R}$

ح) $\frac{0}{\sqrt{2}} \subset \mathbb{Z}$

ط) $\sqrt{0/36} \subset \mathbb{Q}$

ی) $\frac{\sqrt{22}}{\sqrt{8}} \subset \mathbb{N}$

ک) $\frac{-10}{\sqrt{25}} \subset \mathbb{Z}$

ل) $\mathbb{Q} - \mathbb{Q}' \subset \mathbb{Q}$

۳- هر یک از مجموعه‌های زیر را روی محور نمایش دهید.

الف) $A = \{x \in \mathbb{R} \mid -1 < x \leq 2\}$



ب) $B = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq -1\}$



ج) $C = \{x \in \mathbb{R} \mid -4 \leq x < 0\}$



د) $D = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 2\}$



ه) $F = \{x \in \mathbb{R} \mid -2 \leq x \leq 2\}$



۴- مجموعه‌ی متناظر با هر یک از محورهای زیر را بنویسید.



۵- عدد $5 - \sqrt{19}$ بین کدام دو عدد صحیح متوالی قرار دارد؟ آیا این عدد به مجموعه‌ی $A = \{x \in \mathbb{R} \mid -1 \leq x < 1\}$ تعلق دارد؟

۶- اگر $A = \{x \in \mathbb{Q} \mid -\frac{3}{2} \leq x < \frac{2}{3}\}$ ، $B = \{x \in \mathbb{Q} \mid -\frac{3}{2} \leq x \leq \frac{2}{3}\}$ و $C = \{x \in \mathbb{R} \mid -\frac{3}{2} \leq x \leq \frac{2}{3}\}$ باشند، درستی یا نادرستی عبارت‌های زیر را مشخص کنید. (دقت کن!)

- الف) $A \cup B = C$ ب) $C - A = B$
 ج) $4 - \sqrt{17} \in A$ د) $-\sqrt{\frac{1}{4}} \in A$
 ه) $A \cap B = \{-\frac{3}{2}\}$ و) $C - B = A$

۷- بین دو عدد -2 و -3 پنج عدد گویا بنویسید.

۸- بین دو عدد 1 و 2 چهار عدد گنگ بنویسید.

درست و نادرست



الف) عددی وجود ندارد که هم گویا و هم گنگ باشد.

ب) هر عدد طبیعی، یک عدد حقیقی است.

ج) هر عدد حقیقی، یک عدد گویا است.

د) هر عدد صحیح، یک عدد گنگ است.

ه) کوچک‌ترین عضو مجموعه‌ی $\{x \in \mathbb{R} \mid -6 < x \leq 5\}$ ، عدد -6 است.

و) بزرگ‌ترین عضو مجموعه‌ی $\{x \in \mathbb{R} \mid -1 < x \leq 3\}$ ، عدد $5 + \sqrt{64} - 5$ است.

ز) بزرگ‌ترین عضو مجموعه‌ی $\{x \in \mathbb{R} \mid -\sqrt{2} \leq x < \sqrt{8}\}$ ، مشخص نیست.

ح) هر عدد گنگ، یک عدد حقیقی است.

ط) مجموعه‌ی اعداد صحیح و مجموعه‌ی اعداد گنگ عضو مشترکی ندارند.

ی) اعداد گنگ، فقط عددهای رادیکالی هستند که جذر دقیق ندارند.

ک) از تقسیم یک عدد صحیح بر یک عدد طبیعی، عددی گویا به دست می‌آید.

ل) بین هر دو عدد گویای متمایز (مختلف) بی‌شمار عدد گنگ وجود دارد.

م) بین $\sqrt{2}$ و $\sqrt{3}$ هیچ عدد گویایی وجود ندارد.



کامل کنید

الف) عدد $6 - \sqrt{3}$ بین دو عدد صحیح متوالی و قرار دارد.

ب) عدد $\sqrt{24}$ ، یک عدد است. (گویا - گنگ)

ج) هر عدد گویا، یک عدد است.

د) هر عددی که گنگ باشد، نیست.

ه) کوچک‌ترین عدد صحیح، بزرگ‌تر از $-\sqrt{7}$ عدد است.

و) بزرگ‌ترین عدد صحیح کوچک‌تر از $6 - \sqrt{11}$ ، عدد است.

● هر یک از عبارتهای سمت راست را فقط به یک عبارت مناسب آن در سمت چپ وصل کنید.

سمت چپ

R

Z

Q

W

Q'

\emptyset

سمت راست

$R - Q'$

$Q' - Q$

QUQ'

$Z \cap Q$

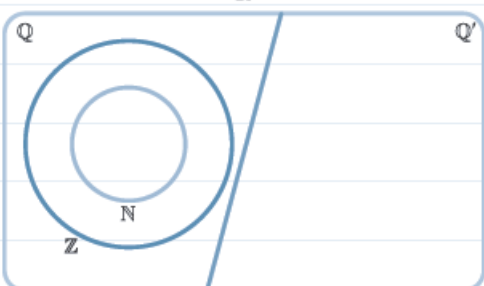
$Q \cap Q'$

$W \cap R$



تمرین‌های مروری

R



۱- با توجه به نمودار مقابل، عددهای زیر را در جای مناسب قرار دهید.

$-4, 0, \sqrt{18}, 2 - \sqrt{9}, \frac{-\sqrt{4}}{-2}, \sqrt{\frac{8}{6}}, \sqrt{0/4}, \sqrt{1/21}$

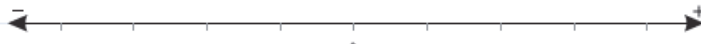
۲- درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید.

- الف) $\frac{\circ}{\sqrt{2}} \in \mathbb{Q}'$ ب) $\sqrt{19} \in \mathbb{R}$ ج) $\pi \in \mathbb{Q}'$
 د) $3/14 \in \mathbb{Q}$ ه) $\frac{-6}{\circ} \notin \mathbb{R}$ و) $0/1022003330004444 \dots \in \mathbb{R}$
 ز) $\sqrt{36-16} \in \mathbb{Q}$ ح) $\sqrt{43-18} \in \mathbb{Q}'$ ط) $0/1223334444 \in \mathbb{Q}$

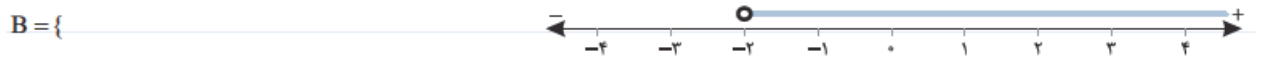
۳- عدد $17 - \sqrt{39}$ بین کدام دو عدد صحیح متوالی قرار دارد؟ آیا این عدد به مجموعه $B = \{x \in \mathbb{R} | x \leq 10\}$ تعلق دارد؟

۴- بین دو عدد $\sqrt{5}$ و $\sqrt{6}$ پنج عدد گویا بنویسید. $(\sqrt{5} = 2/2, \sqrt{6} = 2/4)$

۵- مجموعه $A = \{x \in \mathbb{R} | -3 \leq x < \frac{3}{4}\}$ را روی محور نمایش دهید.



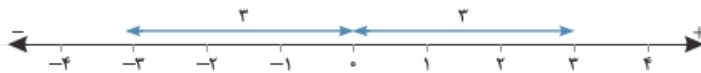
۶- مجموعه متناظر با محور زیر را بنویسید.



درس سوم: قدرمطلق و محاسبه تقریبی

قدرمطلق

فاصله نقطه‌ی نظیر یک عدد حقیقی روی محور اعداد تا مبدأ را قدرمطلق آن عدد می‌نامند. برای مثال: فاصله‌ی نقاط نظیر دو عدد ۳ و -۳ تا مبدأ برابر ۳ واحد است، پس قدرمطلق هر دو عدد ۳ و -۳، برابر عدد ۳ است.



قدرمطلق عدد a را با $|a|$ نشان می‌دهیم. (این نماد $|$ ، نشانه‌ی قدرمطلق است.) در حالت کلی قدرمطلق هر عدد غیر صفر، عددی مثبت است.

$$\left| -\frac{4}{3} \right| = \left| \frac{4}{3} \right| = \frac{4}{3} \quad \quad \quad |-\pi| = |\pi| = \pi \quad \quad \quad |-\sqrt{5}| = |\sqrt{5}| = \sqrt{5}$$

اگر a عددی حقیقی باشد، $|a|$ به صورت زیر تعریف می‌شود.

$$\begin{cases} a \geq 0 \Rightarrow |a| = a \\ a < 0 \Rightarrow |a| = -a \end{cases}$$

اگر a یک عدد حقیقی باشد، آن‌گاه: $\sqrt{a^2} = |a|$

$\sqrt{7^2} = |7| = 7$ $\sqrt{(-7)^2} = |-7| = 7$


حاصل هر قدرمطلق همیشه یا صفر است یا یک عدد مثبت. (هیچ‌گاه منفی نمی‌شود)

قدرمطلق حاصل ضرب دو عدد، مساوی حاصل ضرب قدرمطلق‌های آن‌ها است. یعنی: $|xy| = |x| \times |y|$


اگر $x = -3$ و $y = 2$ باشد، داریم: $|(-3)(2)| = |-3| \times |2| \Rightarrow |-6| = 3 \times 2 \Rightarrow 6 = 6$


یا اگر $x = -5$ و $y = -7$ باشد، داریم: $|(-5)(-7)| = |-5| \times |-7| \Rightarrow |35| = 5 \times 7 \Rightarrow 35 = 35$


قدرمطلق مجموع دو عدد، کوچک‌تر یا مساوی مجموع قدرمطلق‌های آن دو عدد است. یعنی: $|x+y| \leq |x| + |y|$


$|(-7)+2| \leq |-7|+|2| \Rightarrow |-5| \leq 7+2 \Rightarrow 5 \leq 9$ اگر $x = -7$ و $y = 2$ باشد، داریم: 

$|(-11)+(-5)| \leq |-11|+|-5| \Rightarrow |-16| \leq 11+5 \Rightarrow 16 \leq 16$ یا اگر $x = -11$ و $y = -5$ باشد، داریم: 


$x+|x| \geq 0$ برای هر عدد حقیقی مانند x همواره داریم: 

$4+|4| \geq 0 \Rightarrow 4+4 \geq 0 \Rightarrow 8 \geq 0$ فرض کنیم $x > 0$ ، برای مثال $x = 4$ باشد، آن گاه داریم: 

$0+|0| \geq 0 \Rightarrow 0+0 \geq 0 \Rightarrow 0 \geq 0$ فرض کنیم $x = 0$ باشد، آن گاه داریم: 


$-6+|-6| \geq 0 \Rightarrow -6+6 \geq 0 \Rightarrow 0 \geq 0$ فرض کنیم $x < 0$ باشد، برای مثال $x = -6$ باشد، آن گاه داریم: 

تساوی $\sqrt{a^2} = a$ همیشه درست نیست. (بعضی مواقع درست و بعضی مواقع نادرست است.) اگر $a \geq 0$ باشد، درست است و اگر $a < 0$ باشد، نادرست است. 


$a = 5 \Rightarrow \sqrt{5^2} = 5$ $a = -8 \Rightarrow \sqrt{(-8)^2} = -8$ 


حاصل عبارتهای زیر را حساب کنید. 

الف) $\sqrt{(\sqrt{3}-1)^2} =$ ب) $\sqrt{(1-\sqrt{2})^2} =$ ج) $|(\frac{1}{4})^3 - (\frac{1}{4})^2| =$

الف) $\sqrt{(\sqrt{3}-1)^2} = |\sqrt{3}-1| = \sqrt{3}-1$ می دانیم: $\sqrt{3} > 1$ است، بنابراین: $\sqrt{3}-1 > 0$ و داریم: 

ب) $\sqrt{(1-\sqrt{2})^2} = |1-\sqrt{2}| = -(1-\sqrt{2}) = \sqrt{2}-1$ می دانیم: $\sqrt{2} > 1$ است، بنابراین: $1-\sqrt{2} < 0$ و داریم: 

ج) $|(\frac{1}{4})^3 - (\frac{1}{4})^2| = |\frac{1}{8} - \frac{1}{4}| = |-\frac{1}{8}| = -(-\frac{1}{8}) = \frac{1}{8}$ می دانیم: $\frac{1}{8} - \frac{1}{4} = -\frac{1}{8} < 0$ و بنابراین داریم: 

اگر a و b دو عدد حقیقی باشند، می دانیم که $a-b$ قرینه $b-a$ است. بنابراین داریم: 

$|a-b| = |b-a|$

پرسش‌های ۲ گزینه‌ای

۱- اگر a عددی حقیقی باشد، آن گاه $|a|$ برابر است با:

۱) a ۲) نمی توان مشخص کرد.

۲- اگر $a, b \in \mathbb{R}$ و $a > b$ باشد، آن گاه $|b-a|$ برابر است با:

۱) $a+b$ ۲) $a-b$

۳- $|0/2|^2 - 0/2$ برابر است با:

۱) $0/4$ ۲) $0/192$

۴- $|2-\sqrt{7}|$ برابر است با:

۱) $\sqrt{7}-2$ ۲) $\sqrt{7}+2$

۵- $|\frac{3}{4}-2|$ برابر است با:

۱) $\frac{3}{4}-2$ ۲) $2-\frac{3}{4}$

۶- $|\sqrt{11}-\sqrt{6}|$ برابر است با:

۱) $\sqrt{11}-\sqrt{6}$ ۲) $\sqrt{6}-\sqrt{11}$

پرسش‌های تشریحی

۱- تساوی‌های زیر را کامل کنید. (مانند نمونه)

الف) $|\frac{3}{y}| = \frac{3}{y}$

ب) $|-9| = -(-9) = 9$

ج) $|-5/25| =$

د) $|4/3| =$

ه) $|\sqrt{8}| =$

و) $|3-14| =$

ز) $|-2-5| =$

ح) $|17-8| =$

ط) $|\sqrt{10}-2| =$

ی) $|3-3^2| =$

۲- اگر $a = -2/5$, $b = -3/4$ و $c = 4$ باشد، حاصل عبارت‌های زیر را حساب کنید.

الف) $|a - b + c| =$

ب) $|b - c - a| =$

ج) $|\frac{a-c}{b+a}| =$

د) $-|a + b + c| =$

ه) $|2a - |b - c|| =$

و) $|-2a - c - 2b| =$

($\sqrt{3} = 1/73$, $\sqrt{2} = 1/41$)

۳- هر یک از عبارت‌های زیر را بدون قدرمطلق بنویسید.

الف) $|5 - 2\sqrt{3}| =$

ب) $|4\sqrt{2} - 15| =$

ج) $|\sqrt{2} - 5\sqrt{3} + 8| =$

د) $|\sqrt{7} - \sqrt{14}| =$

ه) $|2\sqrt{3} - \sqrt{27}| =$

و) $|\sqrt{40} - 3\sqrt{10}| =$

۴- اگر a و b دو عدد حقیقی باشند، جدول زیر را کامل کنید. (مانند نمونه)

	ab	$a+b$	$a-b$	$b-a$
$a > b > 0$	مثبت	مثبت	مثبت	منفی
$a > 0, b < 0$				
$ a < b $				
$a < b < 0$				

۵- عبارت کلامی مربوط به هر یک از رابطه‌های زیر را بنویسید. (مانند نمونه) ($a, b \in \mathbb{R}$)

الف) $a \geq 0 \Rightarrow$ عدد a نامنفی است (a منفی نیست)

ب) $a \leq 0 \Rightarrow$

ج) $a > b > 0 \Rightarrow$

د) $a < b < 0 \Rightarrow$

۶- تساوی‌های زیر را کامل کنید. $(a, b \in \mathbb{R})$

الف) $a < 0, b < 0 \Rightarrow \begin{cases} |ab| = \\ |a+b| = \end{cases}$

ب) $a > 0, b > 0 \Rightarrow \begin{cases} |ab| = \\ |a+b| = \end{cases}$

ج) $a > b > 0 \Rightarrow \begin{cases} |a+b| = \\ |a-b| = \\ |b-a| = \end{cases}$

د) $a < b < 0 \Rightarrow \begin{cases} |a+b| = \\ |a-b| = \\ |b-a| = \end{cases}$

۷- طرف دوم تساوی‌های زیر را بنویسید. (با یک مثال، دلیل درستی جواب خود را بیان کنید.) $(a \in \mathbb{R})$

الف) $|a^2| =$

ب) $|-a^2| =$

ج) $\sqrt{a^2} =$

د) $\sqrt{a^4} =$

۸- حاصل عبارت‌های زیر را بنویسید.

الف) $|5 - \sqrt{2}| + |-1 + \sqrt{2}| =$

ب) $|6 - 2\sqrt{5}| - |-3 - \sqrt{20}| =$

ج) $|\sqrt{3} - 2| + |2 - \sqrt{3}| =$

د) $|\sqrt{18} - \sqrt{50}| - 2\sqrt{2} =$

درست و نادرست

الف) حاصل $|-5| - |-5|$ برابر است با -5 .

ب) حاصل $|\frac{2}{3} - \frac{3}{4}|$ برابر است با $\frac{1}{12}$.

ج) اگر $a \in \mathbb{R}$ باشد، آن‌گاه: $|a| = -a$.

د) اگر $a \in \mathbb{R}$ و $a \geq 0$ باشد، آن‌گاه: $|-a| = a$.

ه) اگر $a \in \mathbb{R}$ و $a < 0$ باشد، آن‌گاه: $|-a| = -a$.

و) $|\sqrt{40} - \sqrt{10}|$ برابر است با $\sqrt{10}$.

کامل کنید

الف) اگر $a < b < 0$ باشد، آن‌گاه: $|\frac{a}{b}| =$

ب) اگر $a < b < 0$ باشد، آن‌گاه: $|b+a| =$

ج) اگر $a < b < 0$ باشد، آن‌گاه: $|b-a| =$

د) حاصل $\sqrt{(2-\sqrt{5})^2}$ برابر است با

ه) حاصل $|4\sqrt{2} - \sqrt{50}|$ برابر است با



تمرین‌های مروری

۱- حاصل عبارتهای زیر را حساب کنید.

الف) $|-7+11-23| =$

ب) $|2 \times (-\frac{1}{24}) + \frac{1}{2}| =$

۲- اگر $a, b, c \in \mathbb{R}$ و $a > b > 0$ و $c < 0$ باشد، تساویهای زیر را کامل کنید.

الف) $|ab| =$

ب) $|bc| =$

ج) $|c| =$

د) $|\frac{ab}{c}| =$

هـ) $|abc^2| =$

و) $|a^2b^2c| =$

۳- با دو مثال برای هریک از موارد زیر، درستی تساویها را تحقیق کنید. ($x, y \in \mathbb{R}$)

الف) $|\frac{x}{y}| = \frac{|x|}{|y|}$, ($y \neq 0$)

ب) $x^2 = y^2 \Leftrightarrow |x| = |y|$

ج) $\|x| - |y|\| \leq |x - y|$

۴- عبارتهای زیر را بدون قدرمطلق بنویسید.

الف) $|-3 + \sqrt{8}| =$

ب) $|\frac{1}{3} - \frac{1}{3} - \frac{1}{6}| =$

ج) $|\frac{1}{5} - \frac{1}{2}| + |\frac{1}{2} - \frac{1}{4}| =$

د) $|-(\pi - \frac{3}{5})| =$

۵- حاصل عبارتهای زیر را بدون قدرمطلق بنویسید.

($\sqrt{2} = 1/41$, $\sqrt{3} = 1/33$)

الف) $|4^2 - 4^3| =$

ب) $|(\frac{1}{5})^2 - (\frac{1}{5})^3| =$

ج) $|-\sqrt{300} + 18| =$

د) $|8 - \sqrt{50}| =$

۶- حاصل عبارتهای زیر را بنویسید.

الف) $\sqrt{(\sqrt{5} - 2)^2} =$

ب) $\sqrt{(2\sqrt{3} - \sqrt{17})^2} =$


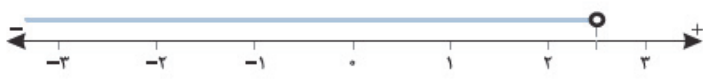
آزمون فصل دوم

۱	<p>جمله‌های درست را با «✓» و جمله‌های نادرست را با «×» مشخص کنید.</p> <p>الف) <input type="checkbox"/> کسر $-\frac{5}{6}$ از کسر $-\frac{6}{7}$ بزرگ‌تر است.</p> <p>ب) <input type="checkbox"/> $\sqrt{-5}$ برابر است با $\sqrt{5}$.</p> <p>ج) <input type="checkbox"/> کسر $\frac{3}{5}$ بین دو عدد $0/5$ و $0/71$ قرار دارد.</p> <p>د) <input type="checkbox"/> اگر $x \in \mathbb{Z}$ و $-11 \leq x < 17$ باشد، بزرگ‌ترین مقدار x، ۱۷ است.</p>	۱
۱	<p>هر یک از عبارتهای زیر را با عدد یا عبارت مناسب کامل کنید.</p> <p>الف) $\sqrt{3} - \sqrt{2}$ از است.</p> <p>ب) اگر $a < 1$ باشد، آن‌گاه $a - 1$ برابر است با</p> <p>ج) از اجتماع مجموعه‌ی اعداد گویا و مجموعه‌ی اعداد مجموعه‌ی اعداد حقیقی حاصل می‌شود.</p> <p>د) عدد اعشاری مربوط به کسر $\frac{17}{30}$، عدد است.</p>	۲
۲	<p>در هر یک از پرسش‌های زیر، گزینه‌ی درست را مشخص کنید.</p> <p>الف) حاصل عبارت $\sqrt{5} - 2 + \sqrt{5} - 3 + -2$ برابر است با:</p> <p style="text-align: center;"> <input type="checkbox"/> ۳ (۱) <input type="checkbox"/> ۲ (۲) <input type="checkbox"/> ۵ (۳) <input type="checkbox"/> ۴ (۴) </p> <p>ب) اگر $a > 0 > b$ باشد، حاصل $a - b + a + 1 - 1 - b$ کدام است؟</p> <p style="text-align: center;"> <input type="checkbox"/> $2a$ (۱) <input type="checkbox"/> $2b$ (۲) <input type="checkbox"/> $2a + 2b$ (۳) <input type="checkbox"/> $2a + 2b + 1$ (۴) </p> <p>ج) عدد اعشاری کدام یک از کسره‌های زیر متناهی است؟</p> <p style="text-align: center;"> <input type="checkbox"/> $\frac{3}{10}$ (۱) <input type="checkbox"/> $\frac{3}{7}$ (۲) <input type="checkbox"/> $\frac{5}{6}$ (۳) <input type="checkbox"/> $\frac{12}{45}$ (۴) </p> <p>د) اگر $\mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{Q}'$ و \mathbb{R} به ترتیب مجموعه‌ی اعداد صحیح، گویا، گنگ و حقیقی باشند، کدام یک از رابطه‌های زیر صحیح است؟</p> <p style="text-align: center;"> <input type="checkbox"/> $\mathbb{Q} \subseteq \mathbb{Q}'$ (۱) <input type="checkbox"/> $\mathbb{Z} \subseteq \mathbb{Q}'$ (۲) <input type="checkbox"/> $\mathbb{Q} \cap \mathbb{Q}' \subseteq \mathbb{Z}$ (۳) <input type="checkbox"/> $\mathbb{R} \subseteq \mathbb{Q}'$ (۴) </p>	۳
۱	<p>هر یک از عددها یا عبارتهای سمت راست را به مقدار مساوی آن در سمت چپ وصل کنید.</p> <p style="text-align: center;"> <input type="radio"/> $0/6$ <input type="radio"/> $0/\sqrt{36}$ <input type="radio"/> $\frac{6}{9}$ <input type="radio"/> $\frac{3}{5}$ <input type="radio"/> $\frac{4}{11}$ <input type="radio"/> $0/6$ <input type="radio"/> $0/175$ <input type="radio"/> $\frac{7}{40}$ </p>	۴

آزمون فصل دوم

۱/۵	اگر $a < 0 < b$ باشد، طرف دوم تساوی‌های زیر را بدون قدرمطلق بنویسید.	۵
	الف) $ ab =$ ب) $ a^2b =$ ج) $ a-b =$	
	د) $ b-a $ ه) $ ba^5 =$ و) $ a^2-b =$	
۱	با توجه به این که $\frac{1}{\sqrt{142857}} = 0$ ، عدد اعشاری دقیق مربوط به کسر $\frac{105}{49}$ را بنویسید.	۶
۱/۵	حاصل عبارت زیر را به ساده‌ترین صورت بنویسید.	۷
	$\frac{2 - \frac{1}{3} + \frac{1}{4}}{5 - \frac{1}{6} - \frac{1}{12}} + (1 - \frac{5}{6}) =$	
۱/۵	عدد اعشاری دقیق مربوط به هر یک از کسرهای زیر را بنویسید.	۸
	الف) $\frac{y}{9} =$ ب) $\frac{17}{80} =$	
۱	عددهای مقابل را از کوچک به بزرگ و از چپ به راست مرتب کنید.	۹
	$-\frac{7}{8}, -\frac{19}{5}, -\frac{5}{6}, -\frac{9}{11}, -\frac{10}{13}$	
۱/۵	رابطه‌های درست را با «✓» و رابطه‌های نادرست را با «✗» مشخص کنید.	۱۰
	<input type="checkbox"/> الف) $-\sqrt{7} \in \mathbb{Q}'$ <input type="checkbox"/> ب) $0.100220003330004444... \in \mathbb{R}$	
	<input type="checkbox"/> ج) $-\frac{y}{\sqrt{9}} \notin \mathbb{Q}$ <input type="checkbox"/> د) $\mathbb{R} \not\subseteq \mathbb{Q}'$	
	<input type="checkbox"/> ه) $\mathbb{Z} \not\subseteq \mathbb{Q}'$ <input type="checkbox"/> و) $\mathbb{Z} \cup \mathbb{Q}' = \mathbb{R}$	
۱/۵	مجموعه‌ی عددهای صحیح بین -7 و 1 را با نوشتن عضوهای مجموعه، به زبان نمادین (صورت ریاضی) و نمایش هندسی (روی محور) نشان دهید.	۱۱
۱	بین دو کسر $\frac{3}{8}$ و $\frac{4}{9}$ ، چهار کسر بنویسید.	۱۲
۱	بین دو عدد $\frac{2}{5}$ و $\frac{2}{6}$ چهار عدد گنگ بنویسید.	۱۳

آزمون فصل دوم

۱	<p>الف) مجموعه‌ی A را روی محور نشان دهید.</p> $A = \{x \in \mathbb{R} \mid -\frac{1}{3} \leq x < 2/5\}$  <p>ب) مجموعه‌ی متناظر با محور زیر را بنویسید.</p> 	۱۴
۱	<p>سمت راست تساوی‌های زیر را بدون قدم‌مطلق بنویسید.</p> <p>الف) $\sqrt{2} - 2 + 2 + \sqrt{2} =$</p> <p>ب) $\frac{1 - \sqrt{5}}{-2} =$</p>	۱۵
۱/۵	<p>الف) اگر $0 < a < 1$ باشد، حاصل $2a - 1 + 2 - a$ را به ساده‌ترین صورت بنویسید.</p> <p>ب) حاصل عبارت مقابل را بنویسید.</p> $\sqrt{(2\sqrt{6} - 5)^2} =$	۱۶
۲۰	جمع نمرات	