بسمه‌تعالی

امتحان پایان‌ترم ریاضی پایه (۲)، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه کردستان، نیمسال دوم تحصیلی ۹۴-۹۳، خرداد ماه ۱۳۹۴

نام: ..... نام خانوادگی: .....

(((((((((((((((مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه)))))))))))))))(بارم: ۱۰۰ نمره)))))))))))))))

سؤال ۱. اکسترمم‌های مطلق تابع $f(x,y) = x^2 + y^2 + x - y$ را روی ناحیه‌ی زیر به دست آورید. (۲۰ نمره)

$$D = \{(x,y) \mid x^2 + y^2 \leq 1\}$$

سؤال ۲. مقدار انتگرال‌های زیر را به دست آورید.

الف) $\int_0^1 \int_0^{x^2} \frac{xe^y}{y^2-5y+4}\, dydx + \int_1^2 \int_0^{-x+2} \frac{xe^y}{y^2-5y+4}\, dydx$ (۱۵ نمره).

ب) $\int\int (x-y)\sin(x^2-y^2) dxdy$ روی ناحیه‌ی محصور بین خطوط $x+y=2$، $y-x=1$، $x+y=0$ و $y-x=-1$. (۱۵ نمره).

ج) $\int\int\int \frac{e^{x^2+y^2+z^2}}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}} dxdydz$ روی ناحیه‌ی محصور به کره‌ی $x^2+y^2+z^2=4$، مخروط $z=\sqrt{x^2+y^2}$ و $y \geq 0$. (۱۵ نمره)

د) $\int\int\int xz\tan^{-1}(\frac{y}{x})\, dV$ روی ناحیه‌ی محصور بین مخروط $x^2+y^2=z^2$ و هذلولی‌گون $z=x^2+y^2$. (۱۵ نمره)

سؤال ۳. برای میدان برداری

$$F(x,y,z) = (e^x y + 1 + \sin z)\overrightarrow{i} + (e^x + z^2 y)\overrightarrow{j} + (x\cos z + y^2 z)\overrightarrow{k}$$

انتگرال خطی $\int_c F \cdot dr$ را به دست آورید که c عبارتست از مسیر طی شده توسط خم پارامتری $r(t) = (\sin t, \cos t, t(\pi - t) + 1)$ از لحظه‌ی $t=0$ تا $t=\pi$. (۲۰ نمره)

♣ اگر مایلید، به سؤال زیر پاسخ دهید. این سؤال تشویقی است و یک نمره دارد. ♣

فرض کنید f تابعی مشتق‌پذیر باشد. برای عدد مثبت t، تعریف می‌کنیم

$$g(t) = \int\int\int_{D_t} f(x^2+y^2+z^2) dxdydz$$

که $D_t = \{(x,y,z) \mid x^2+y^2+z^2 \leq t^2\}$. اگر $g'(t) = \frac{dg}{dt}$ مقداری ثابت باشد، ضابطه‌ی $f(t)$ را به دست آورید. (۱۰ نمره)

موفق و سربلند باشید!

محفوظ رستم‌زاده