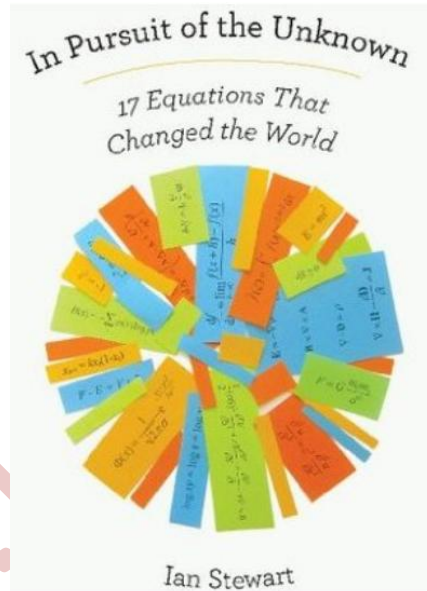


*** ۱۷ معادله‌ای که دنیا را تغییر داد

همپاکتاب www.Ham-pa.ir

در سال ۲۰۱۲ "یان استوارت"^۱ تحقیقات گسترده‌ی خود را به صورت کتابی به نام "در تعقیب ناشناخته‌ها: ۱۷ معادله‌ای که دنیا را تغییر داد"^۲ منتشر کرد. در کتاب استوارت، اساسی‌ترین معادلات ریاضی، جمع‌آوری شده‌اند و بیشتر از بحث‌های ریاضی وار، به جنبه و کاربرد آن‌ها در زندگی انسان پرداخته شده است.



استوارت می‌گوید: "معادلات ریاضی گاهی خسته‌کننده و پیچیده به نظر می‌رسند و دلیلش هم این است که با روش‌های پیچیده و خسته‌کننده‌ای بیان شده‌اند".

او در ادامه‌ی توضیحات خود اضافه می‌کند که: هر کسی می‌تواند از زیبایی و اهمیت این معادلات قدردانی کند بدون این که روش حل آن‌ها را بداند. هدف از معرفی این معادلات این است که جایگاه آن‌ها را در زندگی انسان درک کنیم و از جنبه‌های ناگفته و پنهان آن‌ها در تاریخ پرده برداریم".

وی خاطرنشان کرد: "این معادلات، بخش حیاتی و مهم فرهنگ ما هستند. چرا که هر کدام از آن‌ها داستانی به همراه خود دارند. این داستان‌های جذاب درباره‌ی افرادی است که آن‌ها را کشف کرده‌اند و به نوعی شرایط زمانی آن دوران را بیان بازگو می‌کنند".

این ۱۷ معادله عبارت هستند از:

۱. قضیه‌ی فیثاغورس

$$a^2 + b^2 = c^2$$

^۱ Ian Stewart

^۲ In Pursuit of the Unknown: 17 Equations That Changed the World

مفهوم: مربع وتر یک مثلث قائم الزاویه برابر با مجموع مربعات دو ضلع دیگر آن است.

تاریخچه: هر چند که کشف این قضیه به فیثا غورس نسبت داده شده است اما یافته ها حاکی از آن است که فیثا غورس اولین کسی نیست که این رابطه را اثبات کرده است. اولین فردی که می توان کشف این قضیه را به او نسبت داد "اقلیدس" است. ضمن این که این احتمال وجود دارد که این قضیه توسط بابلی های ۱۰۰۰ سال قبل از فیثا غورس هم کشف شده باشد.

اهمیت: این معادله، هندسه را با جبر پیوند می دهد و پایه و اساس علم "مثلثات" محسوب می شود. بدون در نظر گرفتن این معادله، مواردی مثل نقشه برداری دقیق، نقشه سازی و مسیریابی، اموری غیرممکن بودند.

از منظر ریاضی محض، قضیه ی فیثا غورس، در یک فضای اقلیدسی تعریف شده است. به عنوان مثال، این قضیه در مورد یک مثلث قائم الزاویه که بر روی سطح یک کره پخش شده است، صدق نمی کند.

کاربردهای مدرن: این روزها از روش "مثلث سازی" برای افزایش دقت مکان یابی در GPS استفاده می شود.

۲. لگاریتم

$$\log xy = \log x + \log y$$

مفهوم: با این معادله می توانید به وسیله ی عملیات حاصل جمع، اعداد را در هم ضرب کنید.

تاریخچه: مفهوم اولیه ی این معادله توسط "جان نپر" که یک ملاک اسکاتلندی بود، کشف شد. او اکثر اوقات تلاش می کرد که اعداد بزرگ را در هم ضرب کند و این کار برای او وقت گیر و خسته کننده بود. بعدها "هنری بریگز" به منظور ساده سازی این محاسبات، جداول مرجعی را تنظیم کرد.

اهمیت: ظهور لگاریتم در ریاضیات منجر به یک انقلاب شد و محاسبات مهندسی و ستاره شناسان را سریع تر و ساده تر کرد. هر چند که با روی کار آمدن رایانه ها این محاسبات سریع تر از قبل انجام می شوند اما این معادلات جایگاه خود را در میان معادلات بنیادین حفظ کرده اند.

کاربردهای مدرن: معادلات لگاریتمی و توابع نمایی در مدل سازی خیلی از فرآیندها مانند رشد بیولوژیکی و فروپاشی مواد رادیواکتیو استفاده می شوند.

۳. تئوری بنیادین حساب دیفرانسیل

$$\frac{df}{dt} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(t+h) - f(t)}{h}$$

مفهوم: این معادلات کمک می کنند که نرخ تغییرات در هر لحظه محاسبه شود.

تاریخچه: معادلات حساب دیفرانسیل در اواخر قرن هفدهم، هم زمان توسط "ایزاک نیوتون" و "گوتفرید لایبنیتس" تعریف شد. البته یک بحث و دعوی طولانی که کدام یک از آن ها زودتر این رابطه را کشف کرده اند

وجود داشت و هیچ وقت هم نتیجه ای از این مشاجرات حاصل نشد. بنابراین منطق حکم می کند که هر دو نفر به عنوان کاشفین این معادله در نظر گرفته شوند.

اهمیت بنا به گفته ی استوارت: "این معادله بیشتر از این که یک تکنیک ریاضی باشد، نقش قابل توجهی در پیدایش دنیای مدرن ایفا کرده است." فهم حساب دیفرانسیل برای درک ما از اندازه گیری های مربوط به منحنی ها و سطوح، ضروری است. ضمن این که این معادلات مبنای خیلی از قوانین طبیعت هستند."

کاربردهای مدرن: کاربرد این معادلات در مسائل ریاضی که نیاز به پاسخ بهینه و مطلوب دارند لازم و ضروری است. علاوه بر این از این معادلات در حل مسائل مربوط به پزشکی، اقتصاد، فیزیک، مهندسی و علوم رایانه استفاده می شود.

۴. قانون جهانی گرانش نیوتن

$$F = G \frac{m_1 m_2}{d^2}$$

مفهوم: این رابطه، نیروی گرانش بین دو جسم را محاسبه می کند.

تاریخچه: ایزاک نیوتن قوانین خود را بر مبنای مطالعات "کپلر" که یک ستاره شناس آلمانی بود، استخراج کرده است. ضمن این که این احتمال وجود دارد که این قوانین را "رابرت هوک" کشف کرده باشد و نیوتن به یک سرقت علمی دست زده باشد.

اهمیت: قانون جهانی گرانش با استفاده از تکنیک هایی مثل معادلات دیفرانسیل می تواند وضعیت کلی دنیا را توضیح دهد. با این که بعدها قانون نسبیت انیشتین جانشین این قانون شد، هنوز هم در توضیحات علمی مربوط به تاثیرات برهم کنش اجرام فضایی مانند ستارگان، سیارات، فضاپیماهای ساخته ی بشر، این معادله کاربرد دارد. امروزه از قانون جهانی گرانش برای طراحی مدارهای چرخش ماهواره ها و سفینه ها هم استفاده می شود.

از نقطه نظر فلسفی، قانون نیوتن مهم است چرا که نیروی جاذبه را در همه جا محاسبه می کند. به بیانی دیگر، از تویی که به زمین می افتد تا تکامل کهکشان ها، از این قانون پیروی می کنند.

کاربردهای مدرن: قوانین نیوتن با تئوری های انیشتین تکمیل شد. قانون گرانش هنوز هم یک رابطه ی کاربردی و مفید در مود اجرام فضایی محسوب می شود.

۵. مبدا اعداد مختلط

$$i^2 = -1$$

مفهوم: ریاضی دان ها برای قابل قبول ساختن اعداد منفی زیر رادیکال، اعداد مختلط را معرفی کردند.

تاریخچه: اعداد موهومی یا مختلط توسط ریاضی دان و قمارباز معروف به نام "جرلامو کارنادو" کشف شد و سپس به وسیله ی افرادی چون "رافائل بامبلی" و "جان والیس" به شکل گسترده تری مطرح شد. این اعداد همچنان عجیب و غریب به نظر می آمدند تا این که "ویلیام همیلتون" آن ها را تعریف کرد.

مبحث اعداد مختلط در ریاضیات بسیار جالب است. با معرفی اعداد مختلط دیگر تمام معادلات جبری جواب دارند. برای مثال معادله ای مثل $x^2 + 4 = 0$ جواب حقیقی ندارد اما دارای ریشه ی مختلط رادیکال ۴- یعنی ۲i است.

اهمیت بنا به گفته ی استوارت: "... بیشتر فناوری های مدرن، از روشنایی الکتریکی گرفته تا دوربین های دیجیتال، بدون وجود اعداد مختلط هیچ گاه اختراع نمی شدند." توابع مشتق پذیر با مقادیر مختلط، شاخه ای دیگر از ریاضیات به نام "آنالیز مختلط" را ایجاد کردند که فهم آن برای درک سیستم های الکتریکی و انواع الگوریتم های مدرن پردازش داده ها ضروری است.

کاربردهای مدرن: اعداد مختلط در مهندسی برق و نظریه های ریاضی استفاده های گسترده ای دارند.

۶. قضیه ی چندوجهی اویلر

$$F - E + V = 2$$

مفهوم: این قضیه یک رابطه ی عددی را توضیح می دهد که درباره ی تمامی اشکال جامد از نوع خاص، صادق است.

تاریخچه: قضیه ی چندوجهی اویلر توسط ریاضی دان بزرگ قرن هجدهم که "لئونارد اویلر" نام داشت، مطرح شد. همان طور که می دانیم چندوجهی ها نسخه ی سه بعدی از چندضلعی ها هستند.

یک مکعب دارای ۸ راس، ۱۲ لبه و ۶ وجه است. اگر وجوه یک مکعب را از رئوس آن به هم بچسبانیم و لبه ها را حذف کنیم، داریم: $12 - 6 + 8 = 2$.

قضیه ی اویلر برای چندوجهی هایی که حاصل جمع تفاضل لبه ها از حاصل جمع رئوس و وجوه آنها ۲ باشد، قابل کاربرد است.

اهمیت: این قضیه اساس محاسبات مربوط به توپولوژی است.

کاربردهای مدرن: توپولوژی در فهم رفتار و عملکرد DNA به کار می رود و یک بخش اساسی از ابزارهای ریاضی برای درک شبکه های اجتماعی و اینترنت محسوب می شود.

۷. توزیع نرمال

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

مفهوم: این رابطه یک توزیع طبیعی استاندارد را تعریف می کند که به شکل یک نمودار زنگی شکل است و نشان می دهد که داده ها نسبت به میانگین تا چه اندازه انحراف دارند.

تاریخچه: قدم اولیه ی ایجاد این نمودار توسط "بلز پاسکال" صورت گرفت اما بخش توزیع آن را برنولی به نتیجه رساند. در نهایت منحنی زنگی شکل فعلی که آن را در نمودارهای توزیع مشاهده می کنیم، حاصل کار ریاضی دان بلژیکی به نام "آدولف کوتله" است.

اهمیت: این معادله، پایه و اساس "آمار مدرن" را تشکیل می دهد. بدون آمار مدرن دیگر خبری از علوم اجتماعی نبود. طراحی آزمایش های آماری، وابسته به نمودار توزیع طبیعی است و کمک می کند تا برای مدل کردن پارامترهای تصادفی از این نمودار استفاده شود.

کاربردهای مدرن: برای تعیین دز موثر دارو در مقاصد درمانی به کار می رود.

۸. معادله ی موج

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

مفهوم: معادله ی موج یک معادله ی دیفرانسیلی است که رفتار امواج را توصیف می کند. برای نمونه می توان رفتار ارتعاشی یک رشته ی ویولن را مثال زد.

تاریخچه: "دالامبر" و برنولی اولین ریاضی دان هایی بودند که در قرن هجدهم این رابطه را با کمی تفاوت کشف کردند.

اهمیت: رفتار موجی، به رخدادهای صوتی هم تعمیم داده شد. از این رو معادله ی موجی می تواند رفتارهایی مثل زمین لرزه و امواج اقیانوس ها را توجیه کند.

کاربردهای مدرن: کمپانی های نفتی با تنظیم مواد منفجره، داده های حاصل از انفجار را از امواج صوتی استخراج می کنند تا ساختارهای زمین شناسی را پیش بینی کنند.

۹. تبدیل فوریه

$$\hat{f}(\xi) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) e^{-2\pi i x \xi} dx$$

مفهوم: توصیف الگوهای زمانی به عنوان تابعی از فرکانس.

تاریخچه: "جوزف فوریه" این معادله را کشف کرد و از طریق راه حل معروف خود آن را به شکل یک معادله ی دیفرانسیل بسط داد که جریان حرارتی و معادله ی موج را در بر می گرفت.

اهمیت: این معادله برای الگوهای پیچیده ی موجی نظیر موسیقی، گفتار یا تصاویر نیز قابل استفاده است. این معادله در تحلیل و آنالیز بسیاری از انواع سیگنال ها نیز کارآیی دارد.

کاربردهای مدرن: برای فشرده سازی اطلاعات تصاویر در قالب JPEG و کشف ساختارهای مولکولی از تبدیل فوریه استفاده می شود.

$$\rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + v \cdot \nabla v \right) = -\nabla p + \nabla \cdot T + f$$

مفهوم: معادلات ناویر استوکس، پایه و اساس روابط مربوط به حرکت سیالات را تشکیل می دهد. سمت چپ معادله میزان تغییرات سرعت سیال بر حسب زمان را نشان می دهد و سمت راست آن به نیروهایی که بر سیال وارد می شود، دلالت دارد.

تاریخچه: لئونارد اویلر اولین کسی بود که حرکت سیالات را مدل سازی کرد. یک مهندس فرانسوی به نام "کلود-لوئی ناویر" به همراه "جرج استوکس" که یک ریاضی دان ایرلندی بود این مدل سازی را به شکل امروزی خود درآوردند.

اهمیت: از آن جا که رایانه ها قدرت پردازش کافی برای حل تقریبی این معادلات را دارند، معادلات ناویر-استوکس جایگاه کارآمد و بااهمیتی در فیزیک پیدا کرده اند. از جمله ی این کاربردها می توان به ساخت وسایل نقلیه ی آئرودینامیکی اشاره کرد.

هر چند که رایانه های مدرن با شبیه سازی های تقریبی خود می توانند پاسخ مفید و قابل قبولی را در مهندسی ارائه کنند اما پیدا کردن یک راه حل ریاضی که پاسخ دقیق را به ما بدهد همچنان به شکل یک صورت مسئله ی باز باقی مانده است و پیدا کردن راه حل آن، جایزه ای معادل یک میلیون دلار را به همراه دارد! کاربردهای مدرن: از این رابطه برای توسعه ی جت های مسافربری استفاده می شود.

$$\nabla \cdot E = 0 \quad \nabla \times E = -\frac{1}{c} \frac{\partial H}{\partial t}$$

$$\nabla \cdot H = 0 \quad \nabla \times H = \frac{1}{c} \frac{\partial E}{\partial t}$$

مفهوم: این معادلات بین پارامترهای الکتریکی و میدان های مغناطیسی ارتباط برقرار می کنند.

تاریخچه: "مایکل فارادی" از اولین افرادی بود که به ارتباط بین الکتریسیته و مغناطیس پرداخت و "جیمز ماکسول" این روابط را به شکل معادله بازگو کرد. معادلات ماکسول در مواردی چون الکترومغناطیس کلاسیک، قوانین حرکت نیوتن و مکانیک کلاسیک کاربرد دارند.

اهمیت: با درک امواج الکترومغناطیسی، می توان به مدرن ترین فناوری های مربوط به حوزه ی برق و الکترونیک دست پیدا کرد.

کاربردهای مدرن: رادار، تلویزیون و وسایل ارتباطی مدرن از جمله کارایی های مدرن معادلات ماکسول محسوب می شوند.

$$dS \geq 0$$

مفهوم: در تمام فرآیندهای ترمودینامیکی با اتلاف انرژی و گرما مواجه هستیم.

تاریخچه: "سعدی کارنو" نخستین کسی بود که فرضیه ی "بازگشت ناپذیری فرآیندهای طبیعت" را مطرح کرد. پس از آن ریاضی دانی به نام "لودویگ بولتزمن" این فرضیه را گسترش داد و "ویلیام تامسون" آن را به شکل رسمی اعلام کرد.

اهمیت: قانون دوم ترمودینامیک از طریق مفهوم انتروپی، درک صحیحی از انرژی و جهان هستی القا می کند. در واقع، میزان بی نظمی یک سیستم توسط معیار انتروپی اندازه گیری می شود. اختلاف شرایط دمایی یکی از عواملی است که به افزایش بی نظمی دامن می زند. برای مثال، سیستم گرمی که در مجاورت یک سیستم سرد قرار گرفته است تمایل دارد که گرما را به صورت خود به خود از سیستم گرم به سیستم سرد منتقل کند تا هر دو سیستم به تعادل برسند.

کاربردهای مدرن: ترمودینامیک ابزاری برای درک بهتر شیمی محسوب می شود و فهم آن برای شناخت ساختمان یک نیروگاه یا موتور الکتریکی ضروری است.

$$E = mc^2$$

مفهوم: انرژی و ماده، دو روی یک سکه هستند.

تاریخچه: پیدایش نظریه ی نسبیت انیشتین بر پایه ی آزمایش های "آلبرت مایکلسون" و "ادوارد مورلی" صورت گرفت. مایکلسون و مورلی در یافته های خود به این نتیجه رسیدند که حرکت نور از روش نیوتنی پیروی نمی کند و سرعت نور مستقل از سرعت منبع است. انیشتین این دیدگاه را در مقالات معروف خود در سال ۱۹۰۵ به صورت نسبیت خاص و در سال ۱۹۱۵ به صورت نسبیت عام منتشر کرد.

در نسبیت خاص، گذر زمان برای همه ی افراد یکسان نیست و بستگی به میزان سرعت حرکت آن ها دارد.

در نسبیت عام، نیروی جاذبه در فضایی به شکل یک منحنی خمیده شکل فرض می شود که به گذر زمان وابسته است. این نکته اولین تغییر عمده ای است که نسبت به قانون نیوتن مشاهده می شود. فهم نسبیت عام برای درک بهتر منشاء، ساختار و سرنوشت نهایی جهان مادی ضروری است.

اهمیت: این معادله، تقریباً معروف ترین معادله ی تاریخ محسوب می شود که توانسته است نگرش ما را نسبت به ماده به طور کامل تغییر دهد.

کاربردهای مدرن: از این معادله برای مسیریابی GPS و ساخت سلاح های هسته ای استفاده می شود.

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi = \hat{H}\Psi$$

مفهوم: معادله ی شرودینگر یکی از بنیادی ترین معادلات علم فیزیک به شمار می رود. در این مدل برای ماده، ماهیت موجی نسبت به ماهیت ذره ای ارجحیت دارد.

تاریخچه: "لویی-دوبروی ویکتور" در سال ۱۹۲۴ کشف کرد که ماده، ماهیتی دوگانه دارد. معادله ی شرودینگر در سال ۱۹۲۷ توسط "اروین شرودینگر" منتشر شد. این معادله سامانه ی حرکت ذرات اتمی و ریزاتمی را در طول گذر زمان توصیف می کند.

اهمیت: معادله ی شرودینگر منجر به وقوع یک انقلاب در مقیاس های کوچک فیزیکی شد. مکانیک کوانتومی مدرن و نظریه ی نسبیت عام، از موفق ترین نظریه های علمی در طول تاریخ محسوب می شوند. تمام مشاهدات تجربی دنیای پیرامون ما با نتایج حاصل از این معادلات سازگاری کامل دارند. کاربردهای مدرن: مکانیک کوانتومی در مدرن ترین فناوری ها مانند انرژی هسته ای، رایانه های ساخته شده از مواد نیمه رسانا، لیزرها و تمام پدیده های کوانتومی حضور پررنگی دارد.

$$H = - \sum p(x) \log p(x)$$

مفهوم: در این نظریه، اطلاعات حاصل از یک کد که شامل داده ها و علائم احتمالی است، برآورد خواهد شد. تاریخچه: پس از جنگ جهانی دوم، این نظریه توسط "کلود شانون" در آزمایشگاه معتبر Bell Labs مطرح شد.

اهمیت: شانون مفهوم انتروپی اطلاعات را به عنوان یک معیار برای میزان تردید در رسیدن به یک مفهوم تلقی کرد. با در نظر گرفتن این فرض، اطلاعات محتواهایی مانند یک کتاب، ارسال یک تصویر با فرمت JPEG بر روی اینترنت و یا هر مورد دیگری قابل اندازه گیری است. انتروپی شانون نشان می دهد که چگونه بدون از دست دادن محتوا، می توان آن را فشرده سازی کرد.

استفاده ی مدرن: نتایج حاصل از اندازه گیری های انتروپی شانون، منجر به شکل گیری مرکز اصلی شبکه های ارتباطی شد.

$$X_{t+1} = kx_t(1 - x_t)$$

مفهوم: این الگو نشان می دهد که رشد جمعیت یک گونه محدود به منابع حیاتی است. نکته ی مهمی که در مورد این تابع وجود دارد، این است که پاسخ های آن می تواند به آشوب منجر شود و پاسخ های بی نهایت به دست بیایند.

تاریخچه: در سال ۱۹۷۵ "رابرت می" نخستین فردی بود که این مدل را در ارتباط با رشد جمعیت معرفی کرد. اهمیت: با توسعه ی فرضیه ی آشوب، دیدگاه ما نسبتا به این گونه مسائل کاملا تغییر پیدا کرد و باعث شد که در راه حل آن ها به صورت سیستم های طبیعی عمل شود.

تئوری آشوب برای خیلی از ما شناخته شده است و مثال کلاسیک آن را می توان وضعیت آب و هوا دانست. به این ترتیب که حرکت بال پروانه در یک قاره می تواند باعث بروز طوفان در قاره ی دیگر شود.

کاربردهای مدرن: از این الگو برای مدل کردن زلزله و شرایط آب و هوایی استفاده می شود.

۱۷. مدل بلک-شولز

$$\frac{1}{2}\sigma^2 S^2 \frac{\partial^2 V}{\partial S^2} + rS \frac{\partial V}{\partial S} + \frac{\partial V}{\partial t} - rV = 0$$

مفهوم: قراردادهای مرسوم ترین ابزارهای مالی محسوب می شوند. از این رو با افزایش تقاضا برای این ابزار مالی، مسئله ی قیمت گذاری قراردادهای جایگاه بسیار مهمی در اقتصاد دارد. ارائه ی مدل بلک-شولز در سال ۱۹۷۳، معادلات دیفرانسیل جزئی را بیش از پیش در زمینه ی اقتصاد مورد توجه قرار داد. بنابراین برای تعیین قیمت این قراردادها نیاز به روشی ساده ودقیق برای حل این معادلات دیفرانسیل است.

تاریخچه: این معادله توسط "فیشر بلک" و "میرن شولز" مطرح شد و توسط "رابرت مرتون" توسعه پیدا کرد. بعدها جایزه ی نوبل این کشف به هر سه نفر اهدا شد. هر چند که در زمان اهدای جایزه، دو سال از فوت فیشر بلک گذشته بود.

اهمیت: این مدل، هم اکنون توانسته است که بازار مشتقات چند تریلیون دلاری را برپا کند. البته اختلاف نظرهایی وجود دارد که استفاده از این معادله، باعث ایجاد بحران های مالی نیز شده است. در واقع این معادله، مفروضاتی دارد که در بازارهای مالی واقعی صادق نیستند.

کاربردهای مدرن: حتی بعد از وقوع بحران های مالی، باز هم از این معادله برای قیمت گذاری مشتقات استفاده می شود.