آموزش مبانی نظری مدل متغیر پنهان شاخص چندگانه و علل چندگانه MIMIC

تهیه‌کننده: حسین خاندانی

رویکرد شاخص علل چندگانه (MIMIC):

مدل MIMIC رابطه بین متغیرهای قابل‌مشاهده و متغیر غیر قابل‌مشاهده را با حداقل‌سازی فاصله بین ماتریس کوواریانس نمونه و ماتریس پیش‌بینی شده توسط مدل، توضیح می‌دهد که در حال حاضر متداول‌ترین روش برای اندازه‌گیری متغیر پنهان است. در این مدل متغیرهای قابل‌مشاهده به دو دسته تقسیم می‌شوند، علل متغیر پنهان و شاخص‌های آن. از لحاظ شکل فرمولی، مدل MIMIC از دو بخش تشکیل شده است: معادله ساختاری[1] و معادله اندازه‌گیری[2]. معادله ساختاری می‌تواند به صورت زیر تصریح شود:

$$\eta_t = \delta' x_t + \vartheta_t \qquad (۸-۳)$$

که در آن $X_t' = (X_{1t}, X_{2t}, X_{3t}, \dots X_{qt})$ بردار $(1.q)$ از سری‌های زمانی است که با اندیس t مشخص شده است. هر سوی سری زمانی i=1, …., q علت بالقوه متغیر پنهان η_t می‌باشد. $\delta' = (\delta_1, \delta_2, \dots., \delta_q)$ برداری $(1.q)$ از ضرایبی است که در معادله ساختاری رابطه علی بین متغیر پنهان و علل آن را نشان می‌دهد. از آنجایی که معادله ساختاری تنها بخشی از متغیر پنهان (η_t) را نشان می‌دهد، جمله خطای ϑ_t نشان‌دهنده جزء توضیح داده نشده است. مدل MIMIC متغیرها را به صورت انحراف از میانگین اندازه‌گیری کرده و فرض می‌کند که جملات خطا با علل هم‌بستگی ندارند یعنی $E(\eta_t) = E(x_t) = E(\vartheta_t) = 0$ و $E(X_t\vartheta_t') = E(\vartheta_t X_t') = 0$.

معادله اندازه‌گیری ارتباط بین متغیر پنهان و شاخص‌های آن را نشان می‌دهد یعنی متغیر غیر قابل‌مشاهده بر حسب متغیرهای مشاهده‌شده بیان می‌شود. تصریح آن به صورت زیر ارائه می‌شود:

$$y_t = \lambda\eta_t + e_t \qquad (۹-۳)$$

که در آن، $y' = (y_{1t}, y_{2t}, \dots., y_{pt})$ بردار $(1.q)$ از سری‌های زمانی است.

از طرفی $e_t = (e_{1t}, e_{2t}, \dots, e_{pt})$ بردار $(1.q)$ از اجزاء اخلال است که هر یک از اجزاء اخلال به جمله خطای آوای (نوفه) سفید[3] هستند.

آنچه تاکنون سایر مدل‌های تخمین اقتصاد زیرزمینی بر آن تأکید داشته‌اند، علاوه بر بسیاری از فروض محدود کننده، استفاده از شاخص محاسباتی و همچنین استفاده از یکسری متغیرهایی است که به عنوان عوامل تعیین‌کننده فرار مالیاتی بسیار ناقص و

[1] Structural Equation
[2] Measurment Equation
[3] White Noise

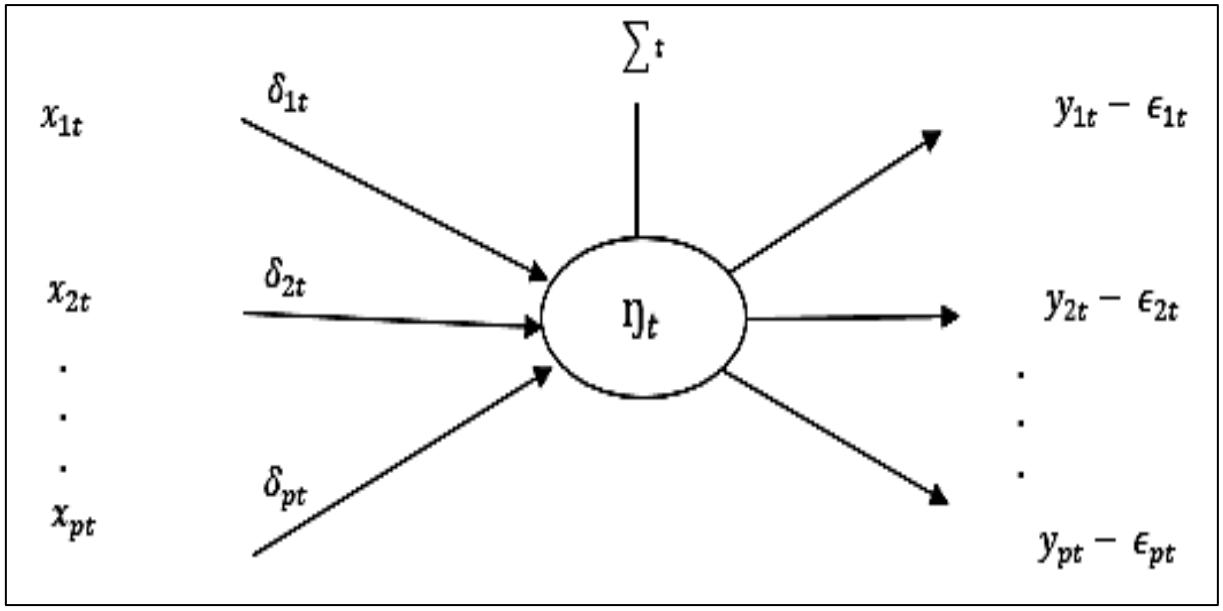
محدودکننده بوده است. این خود یکی از عمده‌ترین نقاط ضعف روش‌های بکار رفته برای اندازه‌گیری حجم اقتصاد زیرزمینی و فرار مالیاتی در ایران و جهان است.

در راستای اجتناب از مواجهه با ضعف‌های مذکور، استفاده از مدل‌سازی معادلات ساختاری (SEM[4]) به عنوان یک روش جدید دارای محدودیت‌های کمتر و همچنین به دلیل بررسی عللِ شاخص چندگانه مزیت دارد و یکی از بهترین روش‌های تخمین متغیرهای پنهان است.

ماتریس کوواریانس $(P.P)$ که آن‌ها با θ_e نشان داده می‌شود. λ_j بردار $(P.1)$ از ضرایب رگرسیون است که نشان‌دهنده اثر متغیرهای شاخص بر متغیر پنهان می‌باشند. به مانند علل مدل MIMIC، شاخص‌های این مدل نیز مستقیماً قابل اندازه‌گیری بوده و به صورت انحراف از میانگین بیان می‌شوند. و جملات اخلال با سایر متغیرها (اعم از پنهان یا توضیح‌دهنده) همبستگی ندارد. شکل (۳-۱) ساختار مدل MIMIC را نشان می‌دهد.

به طور کلی مدل MIMIC به معرف‌های چندگانه و علل چندگانه ارجاع شده است و نوع خاصی از مدل‌های معادله ساختاری را معرفی می‌کند. مدل‌های MIMIC شامل کاربرد متغیرهای پنهانی است که بوسیله متغیرهای مشاهده‌شده پیش‌بینی می‌شوند. (قاسمی وحید، ۱۳۸۸: ۳۵۶)

شکل ۳-۱. ساختار عمومی مدل شاخص چندگانه-علل چندگانه (MIMIC)



[4] Structural Equation Modeling

نمایش ماتریسی الگوی روش شاخص‌های چندگانه – علل چندگانه (MIMIC)

$$j = 1, 2, \dots p, \quad i = 1,2 \dots q$$

$$y = \lambda \eta + \varepsilon$$

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ . \\ . \\ . \\ y_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ . \\ . \\ . \\ \lambda_p \end{bmatrix} [\eta] + \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ . \\ . \\ . \\ \varepsilon_p \end{bmatrix}$$

$$[\eta] = [\gamma_1 \quad \gamma_2 \quad \cdots \quad \gamma_q] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ . \\ . \\ . \\ x_p \end{bmatrix} + [\zeta]$$

$$y = \prod x + z$$

$$\prod = \lambda \gamma'$$

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ . \\ . \\ . \\ y_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_1\gamma_1 & \lambda_1\gamma_1 & & \lambda_1\gamma_q \\ \lambda_2\gamma_1 & \lambda_2\gamma_1 & & \lambda_2\gamma_q \\ . & . & \dots & . \\ . & . & & . \\ \lambda_p\gamma_1 & \lambda_p\gamma_1 & & \lambda_p\gamma_q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ . \\ . \\ . \\ x_p \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \lambda_1\zeta + \varepsilon_1 \\ \lambda_2\zeta + \varepsilon_2 \\ . \quad . \\ . \quad . \\ . \quad . \\ \lambda_p\zeta + \varepsilon_p \end{bmatrix}$$

$$z = \lambda \zeta + \varepsilon$$

$$\eta = \gamma' x + \zeta$$

$$\begin{bmatrix} y_{11} \\ y_{12} \\ . \\ . \\ . \\ y_{1t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_1\gamma_1 x_{11} + \lambda_1\gamma_1 x_{21} + & & & + \lambda_1\gamma_1 x_{q1} + \lambda_1\zeta_1 + \varepsilon_{11} \\ \lambda_2\gamma_1 x_{12} + \lambda_2\gamma_1 x_{22} + & & & + \lambda_2\gamma_1 x_{q2} + \lambda_1\zeta_2 + \varepsilon_{12} \\ . \quad . \quad . \quad . & & \dots & . \quad . \quad . \quad . \\ . \quad . \quad . \quad . & & & . \quad . \quad . \quad . \\ . \quad . \quad . \quad . & & & . \quad . \quad . \quad . \\ \lambda_1\gamma_1 x_{1t} + \lambda_1\gamma_1 x_{2t} + & & & + \lambda_1\gamma_1 x_{qt} + \lambda_1\zeta_t + \varepsilon_{1t} \end{bmatrix}$$

این روش در قالب روابط ریاضی به صورت معادلات زیر است:

$$\eta = \gamma' x + \zeta \qquad (۱۰-۳)$$

$$y_1 = \lambda_1 \eta + \varepsilon_1 \qquad (۱۱-۳)$$

η: متغیر پنهان: این متغیر به‌وسیله متغیرهای علل برآورد می‌شود.

$x_t' = (x_1, x_2, x_3, \dots x_q)$، علل پیدایش متغیر پنهان

$y' = (y_1, y_2, \dots, y_p)$، آثار متغیر پنهان

$\gamma' = (\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_p)$، ضرایب الگوی ساختاری

$\lambda' = (\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_p)$، ضرایب الگوی اندازه‌گیری شده

و $\varepsilon' = (\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_p)$ و $\zeta' = (\zeta_1, \zeta_2, \dots, \zeta_p)$ به ترتیب خطای الگو ساختاری و خطای الگوی اندازه-گیری می‌باشند.

این خطاها دارای توزیع نرمال بوده و همبستگی دوطرفه بین آن‌ها برقرار نیست. با جایگزینی معادله (۳-۱۰) در (۳-۱۱)، الگوی فوق به صورت یک سیستم معادلات رگرسیونی به صورت زیر در می‌آید:

$$y = \prod x + z \qquad (۱۲-۳)$$

که در آن:

$$\prod = \lambda \gamma' \qquad (۱۳-۳)$$

میزان متغیر پنهان از رابطه زیر قابل محاسبه است:

$$\eta = \gamma_1 x_1 + \gamma_2 x_2 + \gamma_3 x_3 + \cdots + \gamma_t x_t + \zeta \qquad (۱۴-۳)$$

تخمین الگوی فوق در نرم‌افزارهای مربوطه صورت خواهد گرفت.

برای مشاهده نحوه تخمین مدل به وبلاگ مراجعه نمایید.

http://econometrics.blog.ir

حسین خاندانی