

تمرین‌های ترکیبیات

جلسه‌ی پنجم، ششم و هفتم - نظریه‌ی زبان‌ها و ماشین‌ها

توجه:

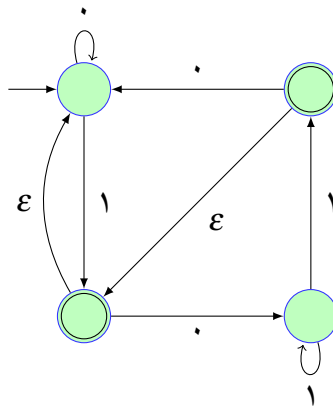
- مطابق قوانین درس، با تقلب در تمرین‌ها به شدت برخورد خواهد شد. با توجه به سخت‌گیری کم در تصحیح تمرینات، نوشتن راه حل نادرست حاصل از تلاش، بسیار معقول‌تر از تقلب است.
- تمرینات باید در برگه‌ی A4 نوشته شوند.

• تمرین تحویلی سری ۴: سوال شماره ۲ (مهلت تحویل: ۱۲ مرداد)

۱. فرض کنید L یک زبان منظم باشد. ثابت کنید زبان زیر منظم است:

$$L' = \{s_1s_2 | s_2s_1 \in L\}$$

۲. (آ) برای NFA زیر، یک عبارت منظم معادل ارائه دهید:



(ب) یک عبارت شبه منظم به شکل زیر تعریف می‌شود:

- یک عبارت منظم، یک عبارت شبه منظم نیز هست.

- اگر R_1, R_2 دو عبارت شبه منظم باشند، $(R_1 \cap R_2)$ نیز یک عبارت شبه منظم است.

فرض کنید یک الفبا شامل حروف a_0, a_1, \dots, a_n است. کلمه‌های w_i را به صورت بازگشتی به این شکل می‌سازیم که $w_0 = a_0$ و به ازای هر $1 \leq i \leq n$ داریم $w_i = w_{i-1}w_{i-1}a_i$. حال فرض کنید زبان L_n فقط یک کلمه دارد و آن w_n است. ثابت می‌شود که تعداد کاراکترهای عبارات منظمی که L_n را توصیف

تمرین‌های ترکیبیات

می‌کنند، از $\Omega(2^n)$ است. عبارت شبه منظمی بسازید که L_n را توصیف کند و تعداد کاراکترهای آن از $O(n^2)$ باشد.

۳. ثابت کنید زبان‌های زیر منظم نیستند:

- (آ) زبان دارای الفبای $\{0\}$ و شامل کلماتی که تعداد حروف آن‌ها مربع کامل است.
(ب) زبان دارای الفبای $\{a, b, c\}$ که شامل کلماتی به صورت $a^i b^j c^k$ است که $i = j = k$ نباشد.
(پ) زبان دارای الفبای $\{0\}$ که طول کلمات آن یک عدد کانتورا^۱ است.

۴. برای زبان‌های زیر، گرامر مستقل از متن ارائه دهید:

- (آ) زبان دارای الفبای $\{0, 1, \#\}$ و شامل کلماتی به صورت $s_1 \# s_2$ که $s_1 \neq s_2^r$ باشد.^۲
(ب) زبان دارای الفبای $\{0, 1, \#\}$ و شامل کلماتی به صورت $s_1 \# s_2$ که $s_1 \neq s_2$ باشد.

۵. برای زبان زیر، یک PDA بکشید:

$$L = \{0^n 1^m \mid m \neq n, m \neq 2n, m \neq 3n\}$$

۶. گزاره‌های زیر را اثبات یا رد کنید:

- (آ) اجتماع دو زبان نامنظم، نامنظم است.
(ب) اشتراک دو زبان مستقل از متن، مستقل از متن است.
(پ) اشتراک یک زبان مستقل از متن و یک زبان منظم، مستقل از متن است.
(ت) اگر L یک زبان مستقل از متن باشد، $L' = \{s^r \mid s \in L\}$ نیز مستقل از متن است.

^۱ یک عدد کانتورا است، اگر در نمایش مبنای ۳ آن، هیچ رقم ۲ دیده نشود.
^۲ منظور از s^r ، وارون رشته‌ی s یا همان $reverse(s)$ است.